

**MATEMATIKA „C”
8. évfolyam**

**3. modul
BETŰZZÜK KI!**

Készítette: Surányi Szabolcs

| | |
|--------------------------------------|--|
| A modul célja | A betűs kifejezések elfogadása. A tanulói ismeretek tudatosítása, különféle játékokkal az eddigi ismeretek elmélyítése. A szövegértelmezési, szövegalkotási képesség fejlesztése. |
| Időkeret | 3 x 45 perc |
| Ajánlott korosztály | 13–14 évesek; 8. évfolyam |
| Modulkapcsolódási pontok | Tágabb környezetben: Fizika, kémia. Szűkebb környezetben: 8. o. „C” 2. modul. Ajánlott megelőző tevékenységek: Tanórai algebrai ismeretek. |
| A képességfejlesztés fókuszai | Gondolkodási képességek: Problémaérzékenység, problémamegoldás, Együttműködés, eredetiség, kreativitás, asszociatív memória, szövegértés, szövegértelmezés. Kommunikációs képességek: Rendszerezés, gondolkodási sebesség. |

AJÁNLÁS

Az algebrai kifejezések általános, értő használata a 8. osztálytól válik hangsúlyossá. Nehezen lesz a matematikai modellalkotás eszköze a betűs kifejezésekből a tanuló kezében, ha az algebrai kifejezésekkel való foglalkozás néha inkább unalmas és fárasztó programokkal történik.

Az első két foglalkozás célja mindenekelőtt az, hogy a tanulókkal megkedveltesse ezen kifejezéseket, és játékos formában mutassa be használatukat. A harmadik foglalkozáson a tanulók saját szövegalkotásukkal törhetik meg az egyenletekkel kapcsolatos, sokszor fárasztónak és monotonnak tűnő munkájukat.

MODULVÁZLAT

| | Lépések, tevékenységek | Kiemelt készségek, képességek | Eszközök, mellékletek |
|-----------------------|---|---|---|
| I. Betűszámтан | | | |
| 1. | Verses szöveges feladatok megoldása Betűrejtvények | Szövegértés, számolási képesség, műveletvégzési sebesség, probléma-érzékenység, eredetiség, nyelvi fejlettség | Tanulói munkafüzet: A feladatlap B feladatlap Melléklet a tanároknak: Az A feladatlap és megoldása A B feladatlap és megoldása |
| 2. | Keresztrejtvény-játék | Szövegértés, számolási képesség, műveletvégzési sebesség, probléma-érzékenység, eredetiség, nyelvi fejlettség | Tanulói munkafüzet: C feladatlap Melléklet a tanároknak: A C feladatlap és megoldása |
| 3. | Szókereső játék | Szövegértés, számolási képesség, műveletvégzési sebesség, probléma-érzékenység, eredetiség, nyelvi fejlettség | |

| | Lépések, tevékenységek | Kiemelt készségek, képességek | Eszközök, mellékletek |
|----------------------|---|--|--|
| II. Kártyavár | | | |
| 1. | Játék egynemű algebrai kifejezésekkel | Probléma-érzékenység, probléma-reprezentáció, együttműködés, szövegértés, szövegértelmezés | Eszközök: 1. Kártyakészlet fénymásolata csoportonként 1 példányban (lehetőleg keményebb papírra), ol- ló Tanulói munkafüzet: A játékok leírása Melléklet a tanároknak: A kifejezések a kártyapaklikban A játékok leírása 1. Kártyák a játékhoz 1. |
| 2. | Játék összeg és szorzat alakú algebrai kifejezésekkel | Probléma-érzékenység, probléma-reprezentáció, együttműködés, szövegértés, szövegértelmezés | Eszközök: 2. Kártyakészlet fénymásolata csoportonként 1 példányban (lehetőleg keményebb papírra), ol- ló Tanulói munkafüzet: D feladatlap Melléklet a tanároknak: A D feladatlap és megoldása A játékok leírása 2. Kártyák a játékhoz 2. |

| | Lépések, tevékenységek | Kiemelt készségek, képességek | Eszközök, melléletek |
|-----------------------|--|---|---|
| III. Szövegélő | | | |
| 1. | Szöveg befejezése, majd szöveg alapján egyenlet felírása | Szövegértés, szövegértelmezés, probléma-érzékenység, problémamegoldás eredetiség, kreativitás | Tanulói munkafüzet: E feladatlap F feladatlap Melléklet a tanároknak: A E feladatlap és megoldása Az F feladatlap és megoldása |
| 2. | Egyenlet alapján szöveg alkotása | Szövegértés, szövegértelmezés, probléma-érzékenység, problémamegoldás eredetiség, kreativitás | Tanulói munkafüzet: F feladatlap Melléklet a tanároknak: Az F feladatlap és megoldása |

I. BETŰSZÁMTAN

Ráhangolódás (10 perc)

Tanulói munkafüzet: A feladatlap

Melléklet a tanároknak: Az A feladatlap és megoldása

A tanulói munkafüzetben találtok három verset, mindegyiknek van köze a matematikához. Igazából mindhárom vers egy-egy matematikai problémát is rejt, ami megoldható, és a megoldás minden esetben egy szám. Ki tudná közületek megmondani, melyek ezek a számok?

Olvassa fel egy-egy vállalkozó szellemű diák a verseket, (ha nincs vállalkozó, akkor a tanár), ezután hagyja a tanulókat, hogy gondolkozzanak a megoldáson, majd a csoport közösen beszélje meg a megoldást! Nem kell feltétlenül egyenlettel megoldani a versekben kitűzött feladatot, lehet következtetéssel, visszafele stb. is, de ha többféle gondolatmenet jelenik meg a csoport tanulóinál, akkor érdemes mindegyikről beszélni egy kicsit.

1. Betűrejtvények

(Javasolt idő: 20 perc; Munkaforma: párban)

Tanulói munkafüzet: B feladatlap

Melléklet a tanároknak: A B feladatlap és megoldása

Rendeződjete párokba!

Nyissátok ki a munkafüzetet a 3. modul B feladatlapjánál! Mindegyik rejtvényben a betűk számjegyeket jelölnek, egy rejtvényen belül az azonosak azonos, a különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek! Ki tudná megmondani a megfejtésüket? Vigyázat, van olyan, amelyeknek több megfejtése is van!

Válasszon minden tanuló párt magának, majd csak ezután nyissák ki a munkafüzetüket a rejtvényeknél! Biztassa a tanár a párosokat, hogy közösen válasszanak maguknak rejtvényt, és ha azt már megoldották, csak akkor folytassák a következővel.

A rejtvények nem egyforma nehezek, ezért nem kell azokat a kitűzés sorrendjében megoldani. Csak akkor beszélje meg közösen az egész csoport valamely rejtvény megoldását, ha arra felmerül az igény. Ebben az esetben valamely csoport ismertesse a megoldást, és annak menetét. Ha az ismertett megoldás nem teljes, pontosításra szorul, akkor egy másik csoport tagjai segítsenek!

Javasolhatja a tanár a tanulóknak, hogy a meg nem oldott rejtvényeken odahaza is gondolkodhatnak, de ez semmiképpen se legyen kötelező!

Végül javasolja a tanár minden tanulónak, hogy alkossanak további hasonló rejtvényeket, melyeket a következő foglalkozás elején bemutathatnak a csoport többi tagjának! (Ez történhet korábban is, ha valamely csoport tagjai hamar készen vannak.) Javasolja például nekik, hogy írjanak fel egy összeadást, és a számokat cseréljék ki betűkre, majd próbálják meg megoldani a rejtvényt.

2. Szókereső játék

(Javasolt idő: 15 perc; Munkaforma: párban, majd 4 fős csoportokban)

Tanulói munkafüzet: C feladatlap

Melléklet a tanároknak: A C feladatlap és megoldása

CseréljeteK párt!

Itt van három keresztrejtvény, melyek négyzeteibe a matematikával kapcsolatos fogalmakat kell beírnotok. Ki találja meg leghamarabb a megfejtéseket?

Válasszon mindenki (lehetőleg az előzőtől különböző) párt magának, majd nyissák ki a tanulók a munkafüzetet a rejtvényeknél.

Ha a diákok nagy része nem találkozott valamely fogalommal a meghatározások közül, de van közöttük olyan, aki ismeri a megfejtést, akkor az a tanuló ismertesse a többiekkel azt. Ebben az esetben az osztály megbeszélheti az adott fogalom jelentését is.

Ha valamely fogalmat a diákok egyike sem ismeri, akkor a tanár segítse őket, de az egész csoportot egyszerre, tehát ne csak egy-két párosnak mondja meg a megfejtést. Ilyenkor beszélje meg az osztály az adott fogalom jelentését. A megfejtéseket csak abban az esetben beszélje meg az osztály közösen, ha a diákoknak kifejezetten ez a kívánsága.

MELLÉKLET A TANÁROKNAK

Ráhangelődés

A feladatlap

1. vers:

Egy gúnár döcögve kiszalad,
Mert zajt hallott a bozótban,
S ím arra jön épp egy libahad,
Miután megfürdött a tóban.

A gúnár: „Köszöntelek titeket,
S igazán meg vagyok lepve,
Szinte betöltitek a ligetet,
Vagytok vagy százan egybe.”

Egy okos kis liba így felel:
”Túlbecsülted a számunkat bőven,
Száz liba itt bizony nem megy el,
Számolj utána szépen.

Duplázd meg kérlek a számunkat,
Meg a felét vedd még hozzá
És a negyedét, sőt még Te magad:
Akkor lesz épp százszá.”

2. vers

Egy szép számot választottam,
107-tel még megtoldottam,
Aztán 100-zal elosztottam,
Végül négyzel megszoroztam.
Amit kaptam ezután:
Nem más, mint a 7-es szám.

3. vers

Egy ifjú pásztor erdők felett
1008 juhot legeltetett,
Míg csak a nap búcsúfénye
El nem tűnt a messzi mélybe.
Ekkor 12 csapatban
Elindultak, s egy csoportban
Kettővel több a juh éppen,
Mint az előtte menőben.
Mondd, hány van az első rajban,
S a többiben is, monddjad, hány van?

Megoldások:

1. vers:

$$2x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100, \text{ amiből } x = 36.$$

2. vers:

$$\frac{x + 107}{100} \cdot 4 = 7, \text{ amiből } x = 68.$$

3. vers:

Az első csapatban x juh volt, akkor: $x + (x + 2) + \dots + (x + 22) = 1008$, amiből
 $12x + 132 = 1008$, vagyis $x = 73$, így sorban 73, 75, ..., 95 juh volt a csoportokban.

1. Betűrejtvények

B feladatlap és megoldása

1.

$$\begin{array}{r} A \ B \ C \\ \ A \ B \\ + \ C \\ \hline 3 \ 0 \ 0 \end{array}$$

2.

$$\begin{array}{r} \ A \ A \\ + \ B \\ \hline B \ C \ C \end{array}$$

3.

$$\begin{array}{r} A \ B \\ - B \ A \\ \hline A \end{array}$$

4.

$$\begin{array}{r} \ \ddot{O} \ T \\ + \ \ddot{O} \ T \\ \hline T \ \acute{I} \ Z \end{array}$$

8. $AA \cdot ABA = AAAA$

10. $AA^N = ANNA$

Megoldások:

1.

$$\begin{array}{r} 2 \ 6 \ 7 \\ \ 2 \ 6 \\ + \ 7 \\ \hline 3 \ 0 \ 0 \end{array}$$

5.

$$\begin{array}{r} \ O \ K \\ \ O \ K \\ K \ I \ S \\ + \ O \ S \\ \hline O \ K \ O \ S \end{array}$$

6.

$$\begin{array}{r} \ B \ B \\ \ B \ A \ B \\ + \ B \ B \ A \\ \hline B \ B \ B \ 0 \end{array}$$

7.

$$\begin{array}{r} A + A = B \\ + \cdot = - \\ \hline A \cdot A = B \\ B - B = 0 \end{array}$$

9. $AB \cdot AB = CAB$

Az A csak 1-et vagy 2-öt jelölhet. 1 nem lehet, mert akkor az összeg kisebb lenne 300-nál. Az utolsó oszlopban az összeg 10 vagy 20, mert csak így keletkezik átvitel, vagyis B legfeljebb 8, legalább 6.

2.

$$\begin{array}{r} 9 \ 9 \\ + \quad 1 \\ \hline 1 \ 0 \ 0 \end{array}$$

Egy kétjegyű és egy egyjegyű szám összege csak úgy lehet háromjegyű, ha a kétjegyű szám nagyobb 90-nél, így $A = 9$. ($B = 1$ az átvitel miatt, ugyanezért a $C = 0$.)

3.

$$\begin{array}{r} 9 \ 8 \\ - \ 8 \ 9 \\ \hline 9 \end{array}$$

Az eredmény akkor lesz egyjegyű, ha $A = B + 1$.

4. $T = 1$ lehet csak, így $Z = 2$, $Ö$ lehet 5, 7, 8, 9, így $Í$ értéke rendre 0, 4, 6, 8. ($Ö$ nem lehet 6, mert akkor $Í = Z$ lenne.)

5.

$$\begin{array}{r} 6 \ 2 \ 7 \\ 6 \ 2 \ 7 \\ 7 \ 4 \ 6 \\ + \ 7 \ 2 \ 6 \\ \hline 2 \ 7 \ 2 \ 6 \end{array}$$

Négy háromjegyű szám összege kisebb 4000-nél, így O legfeljebb 3. Ekkor a tizesek helyén az összeg 10 és 20 közé esik, vagyis a százasokhoz az átvitel 1. A százások és az egyesek helyén ugyan azok a számok állnak, csak más sorrendben, így $K = S + 1$. Tehát az egyesek helyén az összeget vizsgálva $4S + 2$ értéke $10 + S$, $20 + S$ vagy $30 + S$ lehet, ami csak abban az esetben ad egész megoldást, ha $4S + 2 = 20 + S$, ebből $S = 6$.

6.

$$\begin{array}{r} 8 \ 1 \ 1 \\ 1 \ 8 \ 1 \\ + \ 1 \ 1 \ 8 \\ \hline 1 \ 1 \ 1 \ 0 \end{array}$$

Az egyesek helyén megnézve $A + 2B$ 10 vagy 20 lehet, a százások helyén megnézve csak 10 lehet. Három háromjegyű szám összege kisebb, mint 3000, így B csak 1 vagy 2 lehet.

7.

$$\begin{array}{r|l}
 2 + 2 = & 4 \\
 + \quad \cdot & - \\
 \hline
 2 \cdot 2 = & 4 \\
 \hline
 4 - 4 = & 0
 \end{array}$$

A 0 és a 2 az a szám, mely önmagával vett összege és szorzata megegyezik, de ha $A = 0$, akkor B is 0, ami nem lehet.

8. $11 \cdot 101 = 1111$

Az utolsó jegyek szorzatát vizsgálva A csak 1, 5 vagy 6 lehet, vagy egy AAAA alakú számot elosztunk egy AA alakú számmal, mindig 101-et kapunk.

9. $25 \cdot 25 = 625$

Mivel a szám négyzete 1000-nél kisebb, így A csak 1, 2 vagy 3 lehet. Ha egy szám négyzetének utolsó jegye megegyezik a szám utolsó jegyével, akkor ez a jegy 0, 1, 5 vagy 6 lehet. (Ha az első jegy 3, akkor csak 0 vagy 1 az első feltétel miatt.)

10. $11^3 = 1331$

Mivel 22^3 ötjegyű, így ha $N = 3$, akkor A csak 1 lehet, ha A nagyobb 1-nél, akkor N csak 2 lehet.

2. Szókereső játék

C feladatlap

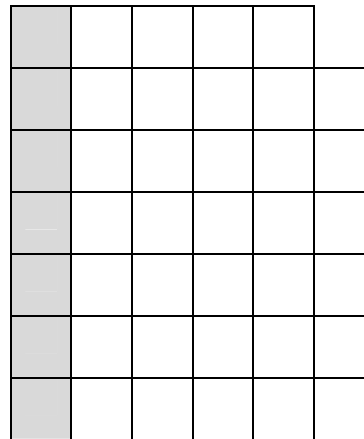
1. Töltsd ki az üres négyzeteket úgy, hogy a sorokban az alábbi matematikai fogalmakhoz jussunk:

1. félátmérő
2. számelméleti alapfogalom
3. mértani test
4. ilyen szám például a 17
5. ilyen az összes szám

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| S | | | | |
| | S | | | |
| | | S | | |
| | | | S | |
| | | | | S |

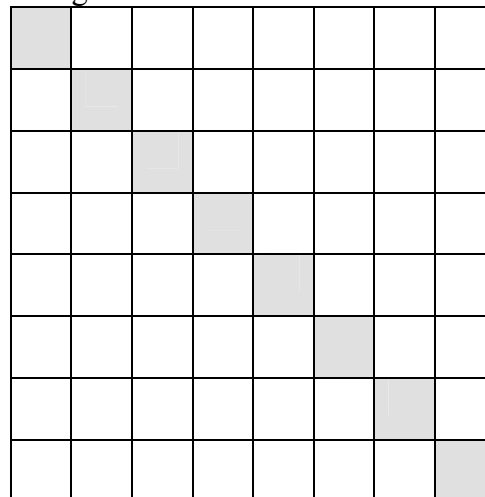
2. Írj be váltakozva öt- és hatbetűs szavakat a sorokba, melyek kezdőbetűit összeolvasva egy mértani alakzat nevét kapjuk!

1. kis prímszám
2. egy test alaplapját határolják
3. ...-éder
4. pl. az előző testet is ezek határolják
5. S betűvel az elején az egyik tényező neve
6. rómaiaknál az $V \cdot M$ eredménye
7. híres német matematikus, módszert neveztek el róla



3. Ha az alábbi rejtvényben a meghatározásoknak megfelelő nyolcbetűs szavakat írod, akkor a megjelölt átlóban egy matematikai fogalmat kapod meg!

1. ilyen például a 11
2. az osztásnál keletkezhethet
3. zárt görbe
4. szabályos test
5. ilyen sorozat is van
6. meg kell oldani
7. köbtartalom
8. így kell megoldani a feladatot (nem matematikai fogalom)



Megoldások:

1.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| S | U | G | Á | R |
| O | S | Z | T | Ó |
| H | A | S | Á | B |
| E | G | É | S | Z |
| V | A | L | Ó | S |

2.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| H | Á | R | O | M | |
| A | L | A | P | É | L |
| T | E | T | R | A | |
| S | I | K | L | A | P |
| Z | O | R | Z | Ó | |
| Ö | T | E | Z | E | R |
| G | A | U | S | S | |

3.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| P | R | Í | M | S | Z | Á | M |
| H | Á | N | Y | A | D | O | S |
| K | Ö | R | V | O | N | A | L |
| O | K | T | A | É | D | E | R |
| S | Z | Á | M | T | A | N | I |
| E | G | Y | E | N | L | E | T |
| T | É | R | F | O | G | A | T |
| H | E | L | Y | E | S | E | N |

II. KÁRTYAVÁR

Ráhangelődés (kb. 10 perc)

Aki hozott magával számrejtvényt, az mutassa be a csoportnak feladványát!

Rendeződjetez kisebb csoportokba, válasszatok a felkínált rejtvények közül párat, és oldjátok meg azokat!

A hozott rejtvényeket írják fel a tanulók a táblára, majd kisebb csoportokba rendeződve oldjanak meg néhányat közülük! Segítséget mindig a kitűzötől kérhetnek a csoportok. Akik feladatot hoztak, azokat biztathatja a tanár arra, hogy szépen írják le rejtvényeiket egy papírra, a papír hátoldalára a megoldással, és ezt kitűzhetik a terem falára, hogy később is foglalkozhasson vele az, aki kedvet érez hozzá.

1. Játék egynemű algebrai kifejezésekkel

(Javasolt idő: 20 perc; Eszközök: A tanári melléklet kártyáinak fénymásolata csoportonként 1 példányban (lehetőleg keményebb papírra), olló; Munkaforma: 3-4 fős csoportokban)

Rendeződjetez 4 fős csoportokba!

Csoportonként kiosztok 1-1 kártyapaklit (csak szét kell vágnotok a kapott lapokat), mindegyik pakliban 56 db lapot találtok.

A kártyákon algebrai kifejezések szerepelnek. Mindegyik kifejezésből 4-4 db egynemű található, s ennek megfelelően 14 db különböző kifejezést találtok a pakliban.

Játszunk ezekkel a kártyákkal! A játék leírását és annak variációit megtaláljátok a munkafüzetben is.

Tanulói munkafüzet: A játékok leírása 1.

Melléklet a tanároknak: A kifejezések a kártyapaklikban

A játékok leírása 1.

Kártyák a játékhoz 1.

A tanár ismertesse a játék leírását a tanulókkal, majd felügyelje a játékot!

Ha valamely csoport megunja az egyik játékot, akkor biztassa őket a tanár, hogy próbálják ki a másikat is!

A kártyapaklikat a játék végeztével szedje össze a tanár, hogy a későbbi foglalkozásokon, ha a tanulók igénylik, újra elő lehessen venni azokat a játékhoz.

2. Játék összeg és szorzat alakú algebrai kifejezésekkel

(Javasolt idő: 20 perc; Eszközök: A tanári melléklet kártyáinak fénymásolata csoportonként 1 példányban (lehetőleg keményebb papírra); Munkaforma: 3-4 fős csoportokban)

Tanulói munkafüzet: D feladatlap

Melléklet a tanároknak: A D feladatlap és megoldása

Találtok a munkafüzetben 10 ábrát, mindegyiken egy-egy téglalap látható. A téglalapok oldalait részekre osztották. Írjátok fel a téglalapok területét kétféleképpen, egyszer összeg alakú, és egyszer szorzat alakú algebrai kifejezéssel!

Vannak olyan ábrák, ahol a téglalap egy részét szürkére színezték, ott ennek a résznek a területét kell csak megadni.

Ha valamely csoport készen van a kifejezések felírásával, akkor ellenőrizze azokat a tanár.

Ha készen vagytok, akkor csoportonként kaptok egy-egy újabb kártyapaklit, amelyeken ezek az ábrák, illetve a kifejezések szerepelnek.

A tanár ossza ki a kártyákat tartalmazó lapok fénymásolatát, amit a diákok vágjanak szét lapokra. A kártyákon külön-külön lapokon szerepelnek az ábrák, az összegalakok, illetve a szorzatalakok.

Játszunk most az új paklikkal. Megadom két játék leírását, minden csoport válasszon kedvére valót!

Tanulói munkafüzet: A játékok leírása 2.

Melléklet a tanároknak: A játékok leírása 2.

Kártyák a játékhöz 2.

A játékismertetés után most is csak felügyelje a tanár a játékot. A második játék szabályát valószínűleg jól ismerik a tanulók, így csak az első ismertetésére érdemes nagyobb gondot fordítania. A szabályleírást az első játék esetében most is érdemes külön a tanári asztalra ki-
rakni, ha azt a tanulók nem értenék, vagy vita alakulna ki közöttük.

Az első játékot 3 tanuló játszhatja, a másodikhoz 2–4 tanuló kell. Ha valamely csoport megunt a játékot, akkor most is próbálja meg rávenni őket a tanár, hogy játsszanak a másik játékkal is, esetleg térjenek vissza a foglalkozás első felében megismert játékokhoz.

Az elkészült kártyapaklikat a játék végeztével most is szedje össze a tanár, hogy a későbbi foglalkozásokon, ha a tanulók igénylik, újra elő lehessen venni azokat a játékhöz.

MELLÉKLET A TANÁROKNAK

1. Játék egynemű algebrai kifejezésekkel

A kifejezések:

Ezekkel egynemű kifejezések szerepelnek a kártyapaklikban

x ; y ; x^2 ; xy ; y^2 ; x^3 ; x^2y ; xy^2 ; y^3 ; x^4 ; x^3y ; x^2y^2 ; xy^3 ; y^4 .

A játékok leírása 1.

1. játék: Rómi-szerű játék

A 4 játékos mindegyike osztáskor 12 lapot kap. A játékosok sorban húznak a pakli maradék részéből, majd mindenki minden körben dob egy lapot. A cél az, hogy a lapok elfogyjanak a játékos kezéből. Ez úgy érhető el, hogy azokat leteszi az asztalra. Letenni egyszerre minimum három lapot lehet a következő szabályok szerint:

– Egynemű kifejezésekhez tartalmazó lapokat tesz le a játékos.

– „Sort” rak le a játékos, ekkor az egyik ismeretlen hatványkitevője állandó, a másiké egyesével nő, például az x ; xy ; xy^2 -el, vagy ezekkel a kifejezésekkel egynemű kifejezéseket tartalmazó lapokat.

– Olyan kifejezéseket tesz le a játékos, melyekben az ismeretlenek kitevőjének összege állandó (azonos fokszámú kifejezések), és nincs közöttük két egynemű kifejezés, például az x^2y ; x^3 ; xy^2 -el egynemű kifejezésekkel egyneműeket tartalmazó lapokat.

Ha egy játékos már tett le az asztalra, akkor a maradék lapjaiból hozzátehet a mások által letett lapokhoz, de az előző szabályokat be kell tartania.

Ha a maradék pakli elfogy, akkor a dobott lapokat össze kell keverni, és ebből húzhatnak újra a játékosok.

Játékvariációk

Rablójáték: A játékosok nem dobnak a kezükben tartott lapokból, és átrendezhetik a már letett lapokat a szabályok betartásával, tehát a már letett lapok mindegyikének az asztalon kell maradniuk.

Játék dobókockával: Mielőtt a játékos letenne lapokat az asztalra, dob kettőt dobókockával. A dobott számokat behelyettesíti a leteendő kártyákon lévő kifejezésekbe (az első dobott számot az egyik, a második dobott számot a másik ismeretlen helyére mindegyik kifejezésben), és ha a kapott számok összege meghalad/nem halad meg egy előre meghatározott értéket, akkor teheti csak le a lapokat.

Játék feltétellel: Csak akkor teheti le a játékos a lapokat, ha az egyszerre letenni kívánt lapokon lévő kifejezések együttthatóinak összege meghalad (nem halad meg) egy előre megbeszélte értéket.

Ha több leosztást is játszik a csoport, akkor egy-egy leosztás végén dobjanak kettőt a dobókockával, és a két számot helyettesítsék be a kezükben maradt kártyákon lévő kifejezésekbe, ez az adott kártya értéke. Minden játékos adja össze a kezében maradt kártyák értékét, ennyi pontot kap a leosztás után. A játék végén az nyer, akinek a leosztások után kapott pontjainak az összege a legkisebb.

Ezzel a paklival Memóriajátékot is játszhatunk – lásd a leírást A játékok leírása 2.-ben.

Kártyák a játékhoz 1.

| | |
|-----------------|----------------|
| $-3x$ | $\frac{2x}{5}$ |
| x | $-x$ |
| $4y$ | $\frac{3y}{7}$ |
| $-\frac{1}{5}y$ | $-5y$ |

| | |
|-------------------|------------------|
| $2x^2$ | $-x^2$ |
| $-\frac{1}{3}x^2$ | $\frac{7}{3}x^2$ |
| $3xy$ | $-xy$ |
| $\frac{2x}{5}y$ | $-\frac{1}{2}xy$ |

| | |
|-------------------|-------------------|
| y^2 | $-\frac{1}{3}y^2$ |
| $2y^2$ | $\frac{7}{3}y^2$ |
| $-\frac{4}{5}x^3$ | $-x^3$ |
| $-\frac{x^3}{3}$ | $\frac{7}{4}x^3$ |

| | |
|--------------------|--------------------|
| $2x^2y$ | $-x^2y$ |
| $-\frac{1}{2}x^2y$ | $\frac{4x^2y}{3}$ |
| $-2xy^2$ | $-\frac{1}{4}xy^2$ |
| $2xy^2$ | $-\frac{2}{5}xy^2$ |

| | |
|------------------|------------------|
| $3y^3$ | $\frac{4}{5}y^3$ |
| $-2y^3$ | $\frac{9}{5}y^3$ |
| $-5x^4$ | $4x^4$ |
| $-\frac{x^4}{6}$ | $\frac{5}{3}x^4$ |

| | |
|----------------------|---------------------|
| x^3y | $-x^3y$ |
| $-\frac{1}{2}x^3y$ | $-\frac{7}{10}x^3y$ |
| $-x^2y^2$ | $3x^2y^2$ |
| $-\frac{3}{5}x^2y^2$ | $\frac{7}{3}x^2y^2$ |

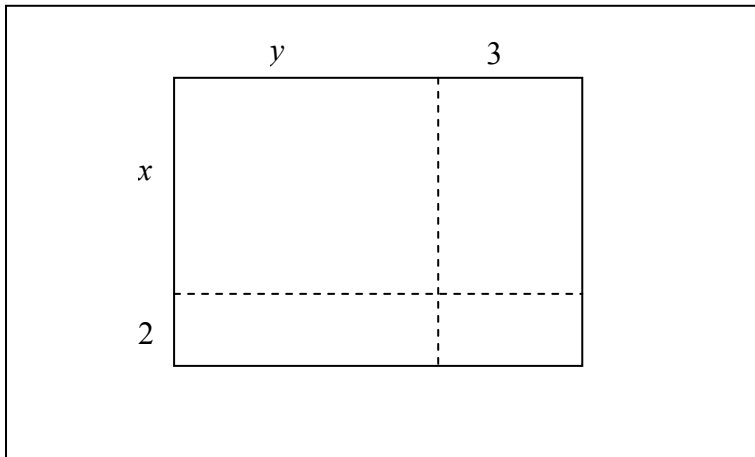
| | |
|----------|-------------------|
| $3xy^3$ | $\frac{4}{5}xy^3$ |
| $-2xy^3$ | $\frac{9}{5}xy^3$ |
| $3y^4$ | $\frac{4}{5}y^4$ |
| $-2y^4$ | $\frac{9}{5}y^4$ |

2. Játék összeg és szorzat alakú algebrai kifejezésekkel

D feladatlap és megoldása

A kártyák, valamint a felírt kifejezések összeg, illetve szorzat alakban:

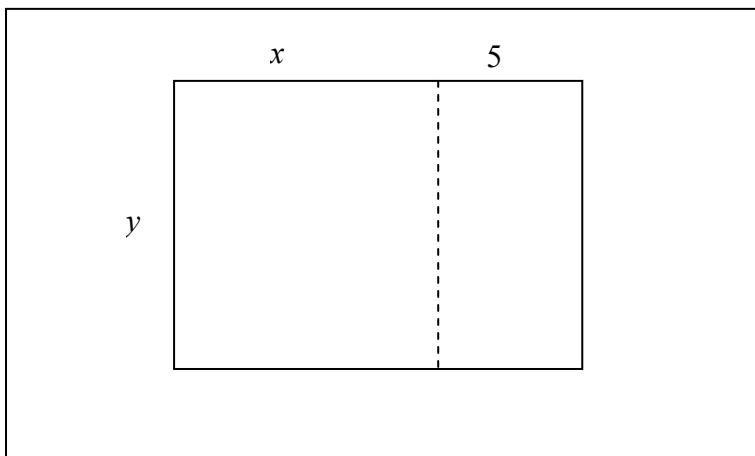
1. ábra:



Szorzat alak: $(x + 2)(y + 3)$

Összeg alak: $xy + 3x + 2y + 6$

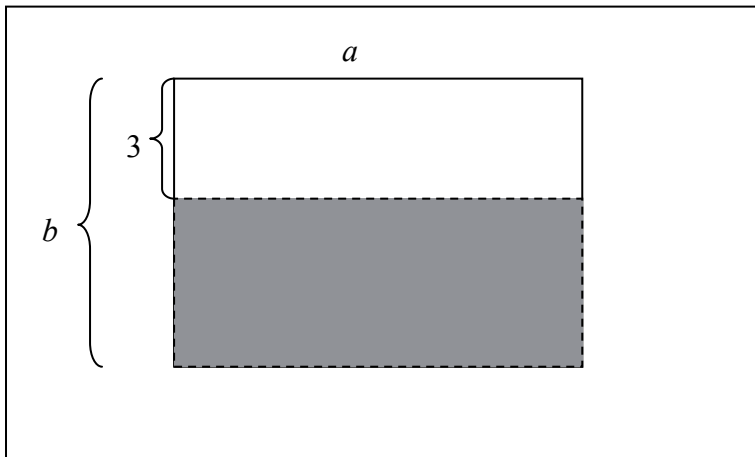
2. ábra:



Szorzat alak: $y(x + 5)$

Összeg alak: $xy + 5y$

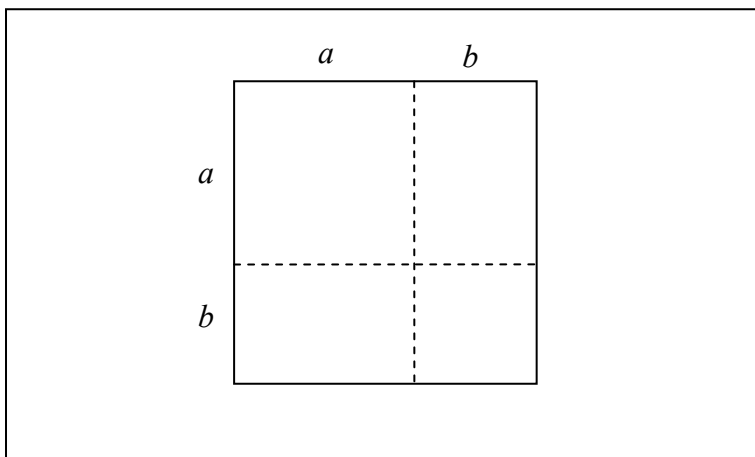
3. ábra:



Szorzat alak: $a(b - 3)$

Összeg alak: $ab - 3a$

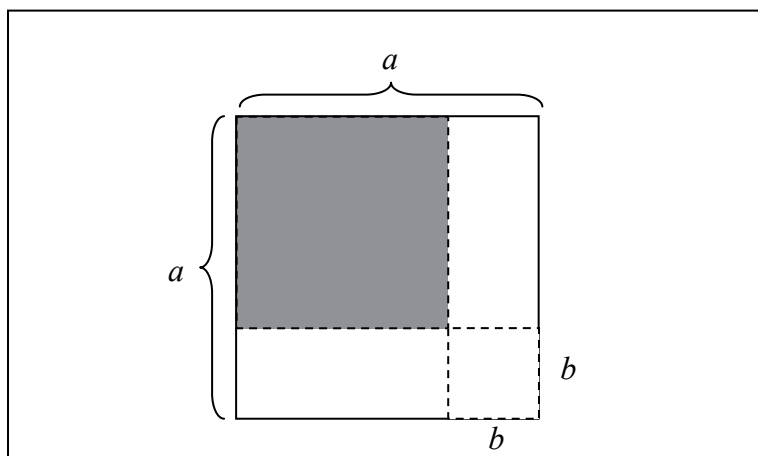
4. ábra:



Szorzat alak: $(a + b)^2$

Összeg alak: $a^2 + 2ab + b^2$

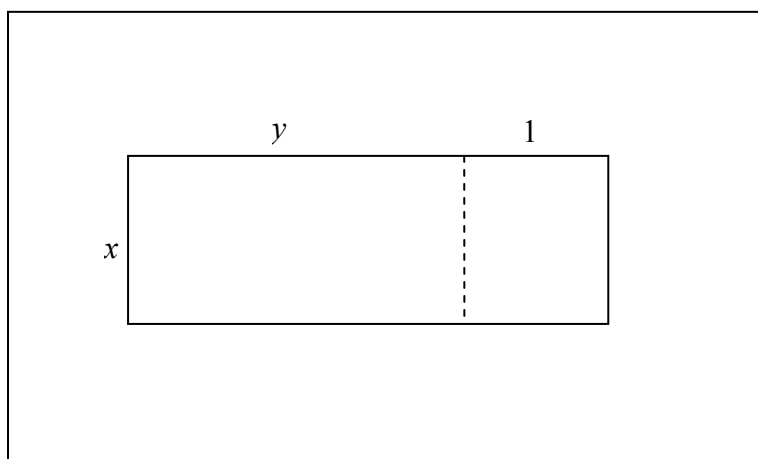
5. ábra:



Szorzat alak: $(a - b)^2$

Összeg alak: $a^2 - 2ab + b^2$

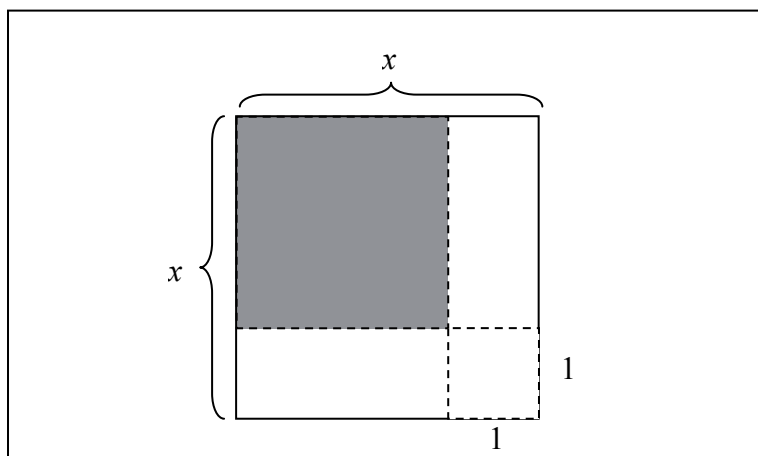
6. ábra:



Szorzat alak: $x(y + 1)$

Összeg alak: $xy + x$

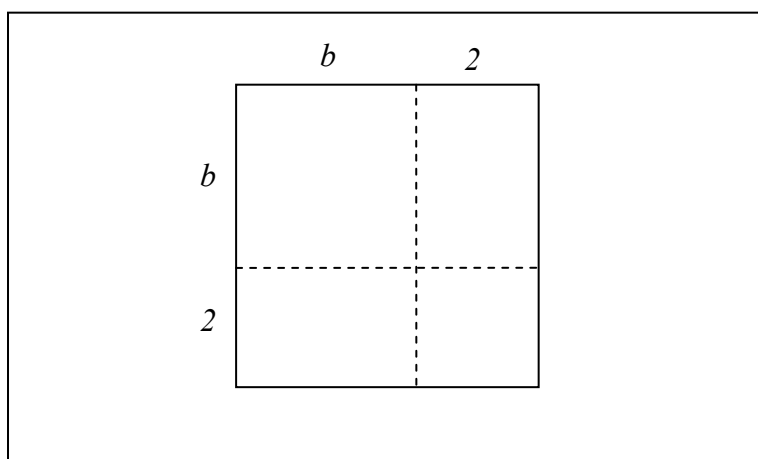
7. ábra:



Szorzat alak: $(x-1)^2$

Összeg alak: $x^2 - 2x + 1$

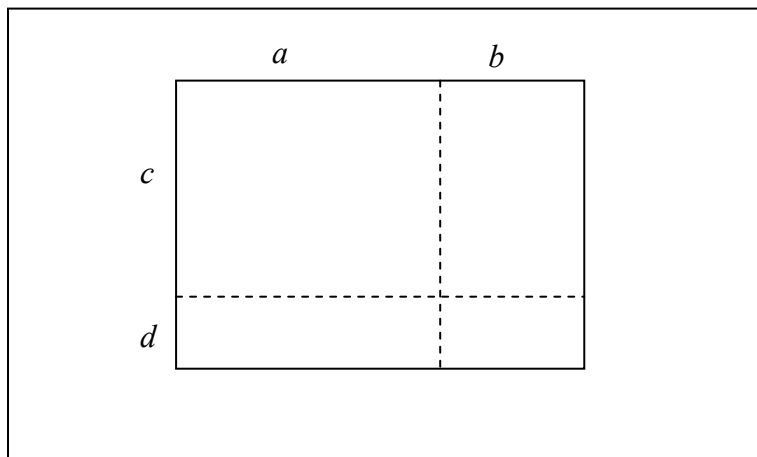
8. ábra:



Szorzat alak: $(b+2)^2$

Összeg alak: $b^2 + 2b + 4$

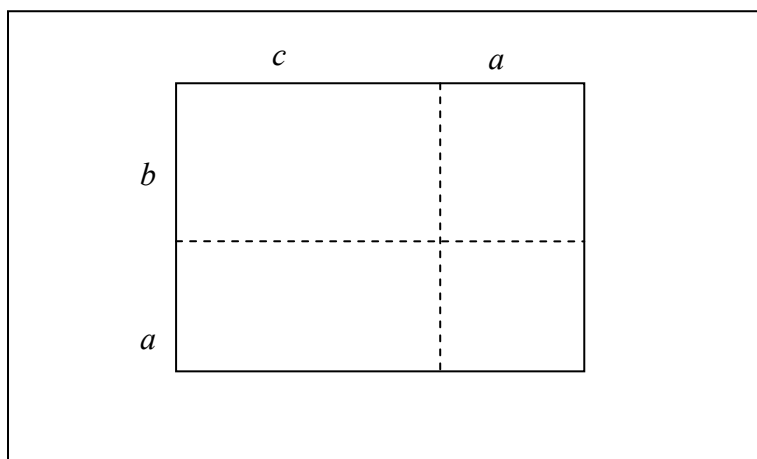
9. ábra:



Szorzat alak: $(a + b)(c + d)$

Összeg alak: $ac + ad + bc + bd$

10. ábra:



Szorzat alak: $(c + a)(b + a)$

Összeg alak: $bc + ab + ac + a^2$

A játékok leírása 2.

1. játék:

A játékmester az ábrákhoz tartozó összeg és szorzat alakú kifejezéseket tartalmazó kártyákat (Kártyák a játékhoz 2.) kiosztja a két játékosnak, ügyelve arra, hogy az egyik játékos az összegalakot tartalmazó kártyát, a másik játékos a szorzatalakú kártyát kapja meg. Ez történhet például úgy, hogy a kártyákat párosítja a játékmester, és a két kártyából felváltva húznak a játékosok, és aki nem húzott éppen, az kapja a másik kártyát.

Miután a játékmester kiosztotta a paklit, felcsap egyet az ábrákat tartalmazó lapok közül (l. a fenti 10. ábra kártyáját), amire a játékosoknak ki kell választaniuk a kezükben lévő lapok közül azt, ami az adott ábrához tartozik. Amelyik játékos gyorsabb volt és jól választott, az

megkapja az ábrát tartalmazó lapot, az algebrai kifejezést tartalmazó saját lapját, és az ellenfélét abban az esetben, ha a kifejezés másik alakját is jól el tudja mondani.

Ha a gyorsabb játékos rosszat tett, akkor az általa letett lapot elveszti, azt átadja a játékmesternek, aki ezeket a lapokat fejjel lefelé fordítva külön gyűjti. Ha a gyorsabb rosszat tett, akkor a másik játékos még próbálkozhat az előbbi szabály szerint.

A játék végén az nyer, aki több kártyát gyűjtött.

Ha a csoport többször játszik a játékkal, akkor a tagok felváltva legyenek játékmesterek, és a végén az győz, aki összesen a legtöbb lapot gyűjtötte.

2. játék: Memóriajáték

Az asztal egyik részére fejjel lefelé rakják ki a játékosok az algebrai kifejezéseket tartalmazó paklit, ettől elkülönülten az ábrákat tartalmazó kártyákat, szintén fejjel lefelé. A játékosok egymás után felfordítanak két olyan kártyát, amin algebrai kifejezés van, és egy olyat, amin ábra van. A játékos megkapja az általa felfordított három lapot, ha a megfelelő ábrához mindkét algebrai kifejezést megtalálta. A játék végén az nyer, akinek a legtöbb lapja van.

Kártyák a játékhoz 2.

| | |
|------------------|--------------------|
| $(x + 2)(y + 3)$ | $xy + 3x + 2y + 6$ |
| $y(x + 5)$ | $xy + 5y$ |

| | |
|-----------|---------------|
| $a(b-3)$ | $ab-3a$ |
| $(a+b)^2$ | $a^2+2ab+b^2$ |
| $(a-b)^2$ | $a^2-2ab+b^2$ |
| $x(y+1)$ | $xy+x$ |

| | |
|--------------|----------------------|
| $(x-1)^2$ | $x^2 - 2x + 1$ |
| $(b+2)^2$ | $b^2 + 2b + 1$ |
| $(a+b)(c+d)$ | $ac + ad + bc + bd$ |
| $(c+a)(b+a)$ | $bc + ab + ac + a^2$ |

III. SZÖVEGELŐ

Ráhangolódás (kb. 5 perc)

Ha az előző két foglalkozáson megismert játékok között volt olyan, amelyik tetszett a tanulóknak, akkor játsszanak avval egy kicsit!

1. Szöveges feladatok gyártása

(Javasolt idő: 15 perc; Munkaforma: 2-3 fős csoportban)

Tanulói munkafüzet: E feladatlap

Melléklet a tanároknak: Az E feladatlap és megoldása

Rendeződjete csoportokba!

Minden csoport kap elkezdett feladatokat. Megadom, hogy milyen egyenlet lett felírva a szöveg alapján. Egészítsétek ki ennek megfelelően a szövegeket!

A csoportokat úgy alakítsa ki a tanár, hogy lehetőleg 3 fősek legyenek. Abban az esetben legyen kétfős csoport, ha kevés a diák, vagy ha a tanulók száma hárommal nem osztható.

A csoporton belül a tanulók osszák fel a feladatokat, a csoporton belül mindenki más feladaton dolgozzon. Valószínűleg lesznek olyan tanulók, akinek nehezen megy a feladatkiegészítés, őket segítse a tanár, például: „Milyen információt lehetne még megadni?” „Mi lehetne a kérdés?” Esetleg a megadott egyenlet egy részét kiemelve fogalmaztassa meg azt szövegesen, majd mutassa meg, hogyan lehet további részekre szedni az egyenletet!

Adjátok oda a csoportotok valamely tagjának az általatok alkotott szövegeket!

A kapott szöveg alapján mindenki próbáljon meg egyenletet felírni. Ha készen vagytok, akkor oldjátok meg azokat az egyenleteket, amiket eredetileg kaptatok, és azokat is, amiket ti írtatok fel. Hasonlítsátok össze közösen az általatok felírt egyenletet az eredetileg megadottal, valamint a kapott megoldásokat! Ha különbözik az eredetitől, annak mi az oka? Mire következtethettek akkor, ha azonos, és mire akkor, ha különböző megoldás jött ki?

2. Egyenlet alapján szöveg alkotása, majd szöveg alapján egyenlet felírása

(Javasolt idő: 25 perc; Munkaforma: 2-3 fős csoportban)

Tanulói munkafüzet: F feladatlap

Melléklet a tanároknak: Az F feladatlap és megoldása

Minden csoport kap pár szöveget, ezeket kell úgy kiegészítenetek, hogy egy-egy szöveges feladat legyen belőle.

Ügyeljen a tanár arra, hogy a szövegalkotás során egy csoport tagjai lehetőleg ne segítsenek egymásnak, inkább egy másik csoport olyan tagja nyújtson segítséget, aki ugyanavval a problémával foglalkozik. A nagyon tanácstalan tanulókat a foglalkozás elején ismertetett módon segítheti a tanár.

Ne minősítse semmilyen formában a tanár az elkészült szövegeket, akkor sem, ha felesleges információk is kerültek bele, vagy ha nem teljes a feladat, majd a következő lépésben a csoportok közösen kijavíthatják ezeket.

Cseréljék ki a csoportok tagjai egymás között a szövegeket! Nézzétek meg, milyen feladatokat sikerült készítenie a társatoknak! Próbáljátok meg megoldani a feladatokat! Dolgozhattok közösen is!

A tanulók habitusától függően hagyja őket egyénileg vagy csoportosan dolgozni a tanár, csak arra ügyeljen, hogy tényleg a problémákkal foglalkozzanak! Motiválhatja őket például avval, hogy válasszák ki azt a feladatot, amelyik a legjobban sikerült, a legjobban tetszik a csoport minden tagjának.

Valószínűleg több esetben is előfordul majd, hogy úgy sikerült a feladatot valamely tanulónak befejeznie, hogy annak nincs megoldása, vagy nem közöl elég információt. Ebben az esetben a tanár bíztassa a csoport tagjait, hogy próbálják meg közösen kijavítani a feladatot úgy, hogy az megoldható legyen! A megoldások keresése során nem szükséges rávenni a tanulókat arra, hogy mindenképpen egyetlen oldják meg a feladatokat, de erre bíztathatja őket a tanár.

Ha valamely csoport tagjai hamar készen vannak, akkor játszhatnak az első foglalkozás végén ismertetett szókégyó játékkal, vagy az előző foglalkozáson megismert kártyajátékokkal.

MELLÉKLET A TANÁROKNAK

1. Szöveges feladatok gyártása

E feladatlap és megoldása

Első tanulónak:

1. Egy anya 23 évvel idősebb a fiánál, és ... évvel fiatalabb a férjénél. ...életkora összesen ... év. Hány évesek külön-külön?

Az egyenlet: $x - 23 + x + x + 5 = 96$

Megoldás:

Anya 38, apa 43, a gyerek 15 éves.

A szöveg egy lehetséges kiegészítése:

Egy anya 23 évvel idősebb a fiánál, és 5 évvel fiatalabb a férjénél. Hármójuk életkora összesen 96 év. Hány évesek külön-külön?

2. Egy osztályba 35-en járnak. A fiúk számának fele ...megegyezik a lányok ... Hány fiú, és hány lány jár az osztályba?

Az egyenlet: $\frac{f}{2} = \frac{35 - f}{3}$

Megoldás:

14 fiú és 21 lány jár az osztályba.

A szöveg egy lehetséges kiegészítése:

Egy osztályba 35-en járnak. A fiúk számának fele megegyezik a lányok számának harmadával. Hány fiú, és hány lány jár az osztályba?

3. Hány kg 26%-os kénsavat kell ... kénsavhoz keverni, hogy ...kapjunk?

Az egyenlet: $0,26x + 0,68 \cdot 40 = 0,32(40 + x)$

Megoldás:

240 kg-ot.

A szöveg egy lehetséges kiegészítése:

Mennyi 26 tömeg %-os kénsavat kell 40 kg 68 tömeg %-os kénsavhoz keverni, hogy 32 tömeg %-os kénsavat kapjunk?

Második tanulónak:

1. A két zsebemben összesen ... van. Az egyik zsebemben ... harmada... Hány forint van az egyik, mennyi a másik zsebemben?

Az egyenlet: $\frac{x}{3} = 600 - x$

Megoldás:

450 Ft az egyik, 150 Ft a másik zsebben.

A szöveg egy lehetséges kiegészítése:

A két zsebemben összesen 600 Ft van. Az egyik zsebemben lévő összeg harmada pont a másik zsebemben lévő összegnek felel meg. Hány forint van az egyik, mennyi a másik zsebemben?

2. Egy kötélnak levágtuk a ... részét és még ..., így a negyedénél maradt. Milyen hosszú ...?

Az egyenlet: $\frac{2}{3}x - 7 = \frac{1}{4}x - 4$

Megoldás:

36 méter

A szöveg egy lehetséges kiegészítése:

Egy kötélnak levágtuk a $\frac{2}{3}$ részét és még 7 métert, így a negyedénél 4 méterrel rövidebb darab maradt. Milyen hosszú volt a kötel eredetileg?

3. Egy kétjegyű szám jegyeinek összege.... Ha a jegyeit felcseréljük, akkor az ... szám háromszorosánál ... kisebb számot kapunk. Melyik ez a szám?

Az egyenlet: $10(8 - x) + x = 3(10x + 8 - x) - 16$

Megoldás:

62

A szöveg egy lehetséges kiegészítése:

Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 8. Ha a jegyeit felcseréljük, akkor az eredeti szám háromszorosánál 16-tal kisebb számot kapunk. Melyik ez a szám?

Harmadik tanulónak:

1. Egy ezerforintost felváltottunk 10 és ...forintosokra. Összesen ... pénzerménk van. Hány 10 és?

Az egyenlet: $10x + 20(90 - x) = 1000$

Megoldás:

80 db 10-est, és 10 db 20-ast kaptunk.

A szöveg egy lehetséges kiegészítése:

Egy ezerforintost felváltottunk 10 és 20 forintosokra. Összesen 90 darab pénzermét kaptunk. Hány 10, és hány 20 forintos van az érmék között?

2. Egy iskolába ... tanuló jár. A fiúk számának 90%-aHány fiú és?

Az egyenlet: $0,9x = 0,7(800 - x)$

Megoldás:

340 fiú és 450 lány.

A szöveg egy lehetséges kiegészítése:

Egy iskolába 800 tanuló jár. A fiúk számának 90%-a megegyezik a lányok számának 70%-ával. Hány fiú, és hány lány jár ebbe az iskolába?

3. Egy medence az első csapon át 10 óra alatt, a második csapon ... telik meg. Mennyi idő alatt telik meg az üres medence, ha ...?

Az egyenlet: $\frac{t}{10} + \frac{t-5}{15} = 1$

Megoldás:

8 óra alatt

A szöveg egy lehetséges kiegészítése:

Egy medence az első csapon át 10 óra alatt, a második csapon át 15 óra alatt telik meg. Mennyi idő alatt telik meg az üres medence, ha az első csap megnyitása után 5 órával nyitjuk meg a második csapot?

2. Egyenlet alapján szöveg alkotása, majd szöveg alapján egyenlet felírása

F feladatlap

Első tanulónak:

1. Az apa öt évvel ezelőtt ötször annyi idős volt, mint a fia, három év múlva ...
2. Az egyik zsebemben a másik zsebemben lévő pénz kétszeresénél ...
3. Egy osztály tanulóinak $\frac{3}{5}$ része lány, a fiúk száma...

Második tanulónak:

1. Két testvér életkorának összege 15 év. Két évvel ezelőtt ...
2. Egy kétjegyű szám egyik számjegye kétszer akkora, mint a másik. Ha a szám számjegyeit felcseréljük, ...
3. Mennyit kell a $\frac{4}{11}$ számlálójához és a nevezőjéhez hozzáadni, hogy ...

Harmadik tanulónak:

1. Két szomszédos páratlan szám összege ...
2. Elolvastam egy könyv $\frac{2}{7}$ részét, és még 12 oldalt, így hátra van a könyv ...
3. A főnök fizetése 72%-kal nagyobb a titkárnője fizetésénél. Kettőjük fizetése együtt ...