MATEMATIKA „C”
7. évfolyam

7. modul
EZ FÜGG ETTŐL, AZ MEG AMATTÓL?

Készítette: Kovács Károlyné

MODULLEÍRÁS

A modul célja	A függvény fogalmának mélyebb megértése. Szövegben megadott információk rendszerezése, mennyiségek közötti összefüggések felismerése, azok matematika nyelvén történő megfogalmazása. Tanulói környezetben a fogalom alkalmazhatósági területeinek felismerése.
Időkeret	5 foglalkozás
Ajánlott korosztály	13 évesek (7. osztály)
Modulkapcsolódási pontok	Tágabb környezetben: képzőművészet, földrajz, építészet, irodalom, történelem. Szűkebb környezetben: a tanórai függvénytani ismeretekkel egy időben, azokkal párhuzamosan javasolt a modul feldolgozása.
A képességfejlesztés fókuszai	Probléma-reprezentáció elemzés rendszerezés szövegértelmezés együttműködési készség érvelés relációszókincs problémamegoldás

AJÁNLÁS

A függvénytani szemlélet kialakítása nagyon hosszú folyamat. Ha a függvény fogalmával való megismerkedés során nem alakul ki a tanulóban tiszta kép a fogalomról, akkor ez a későbbi tanulmányok során a további ismeretek elmélyítésének kerékkötője lehet. Különösen nagy hangsúlyt fektet a modul a függvényalkotás lehetőségének felismerésére különböző szövegkörnyezetben, az értelmezési tartomány, értékkészlet, függvényérték, leképezés fogalmának elmélyítésére. Egyetlen foglalkozás témája a függvény ábrázolása, ezzel is hangsúlyozva, hogy a tanulók ne szűkítsék le a függvény fogalmát annak grafikonjára.
Ez a modul különösen alkalmas a tanulók együttműködési készségének, az összetartozás érzésének kialakítására.

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, mellékletek
I. Hová tartozom?			
1.	A csoport tagjaiból képzett halmazok vizsgálata, halmazműveletek **Munkaforma:** frontális	Együttműködő - képesség, modellalkotó képesség, humorérzék	
2.	Csoportmunkában a teljes csoport részhalmazainak – megadott feltételek mellett – létrehozása, ezekből megadott műveletekkel alkotott halmazok elemeinek felsorolása, Venn-diagrammal a halmazok szemléltetése **Munkaforma:** csoportban	Problémamegoldás, kreativitás, eredetiség, problémareprezentáció	
3.	Torpedójáték **Munkaforma:** párban	Elemzés, rendszerezés, gondolkodási sebesség, logikai következtetés	Négyzethálós papír, két különböző színű ceruza páronként

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, mellékletek
II. Mindig csak szövegelünk			
	Ráhangolódás **Munkaforma:** frontális	Kreativitás, mennyiségi következtetés, problémaérzékenység	
1.	Szöveg alapján függvény alkotása (előkészítés) **Munkaforma:** csoportban	Nyelvi fejlettség, szövegértelmezés,szövegértés, együttműködési készség, gondolkodási sebesség, számolási képesség, mennyiségi következtetés	1. feladatlap Csoportonként 10 db írólap
2.	Példa nem kommutatív műveletre (Kétváltozós függvény fogalmának előkészítése) **Munkaforma:** egyéni	Szövegértés, gondolkodási sebesség, analógiás gondolkodás	2. feladatlap
III. Ez már függvény?			
1.	Adott, nem üres halmaz leképezése egy nem üres halmazra **Munkaforma:** csoportban, majd frontális	Együttműködési készség, problémareprezentáció	
2.	Valós függvények megadása szöveggel **Munkaforma:** frontális	Gondolkodási sebesség	
3.	Szöveg alapján függvény alkotása önállóan **Munkaforma:** egyéni	Nyelvi fejlettség, relációszókincs, rendszerezés, szövegértelmezés, szövegértés	3. feladatlap

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, mellékletek
IV. Függvény mindenütt			
1.	Függvények alkotása **Munkaforma:** csoportban	Együttműködési készség, kreativitás, eredetiség, problémaérzékenység, rendszerezés	Könyvek, atlaszok
2.	A megadott függvények ellenőrzése **Munkaforma:** csoportban	Metakogníció	
V. Rajzoljuk is le!			
	Ráhangolódás – Torpedójáték **Munkaforma:** párban		Négyzethálós papír, két különböző színű ceruza páronként
1.	Függvények ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben **Munkaforma:** frontális	Gondolkodási sebesség, rajzkészség	3. feladatlap újra
2.	Szöveg alapján függvények megadása képlettel, majd a függvények ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben. **Munkaforma:** egyéni	Elemzés, rajzkészség, mennyiségi következtetés, kreativitás	4. feladatlap

I. HOVÁ TARTOZOM?

A CSOPORT TAGJAIBÓL KÉPZETT HALMAZOK VIZSGÁLATA, HALMAZMŰVELETEK

(Javasolt idő: 25 perc; Munkaforma: frontális)

1. Foglalkozás – 1. lépés/1.

A csoport jelenlévő tagjai egy halmazt alkotnak. Legyen ennek a halmaznak a jele: H.
Létrehozhatunk újabb halmazokat is a csoport tagjaiból. Legyen
S a szemüvegesek halmaza;
K: a kékszeműek halmaza;
L: a lányok halmaza;
H: a hosszú nadrágban lévők halmaza;
V: azoknak a tanulóknak a halmaza, akiknek a hajuk legalább vállig ér;
E: azoknak a tanulóknak a halmaza, akik ékszert (gyűrűt, nyakláncot vagy fülbevalót) viselnek.
Nézzük meg az egyes halmazok elemeit! Álljanak fel a K halmaz elemei! Hány eleme van a K halmaznak? Jelöljük ezt a számot így: $|K|$. Nézzük meg a többi halmaz esetében, is az elemszámokat!
Mindenki írja fel a füzetbe, hogy melyik halmaznak eleme! Használjátok a rövid jelölést: pl. én □K.
Újabb halmazokat írok fel, s mindenki döntse el, hogy ő eleme-e a halmaznak! (S □K stb.)
Jól nézzétek meg egymást, és döntsétek el, és írjátok le, hogy a most felírt halmazoknak hány eleme van!*
Ellenőrizzük! Álljanak fel az S □K halmaz „elemei”! (Stb.)
Egy sematikus rajzon is örökítsünk meg 3 halmazt: H-t, S-t és K-t. (Venn-diagram rajzolása)
Írjátok be a megfelelő helyre az elemeket! Az egyszerűség kedvéért az ABC kisbetűivel nevezzünk el sorban mindenkit (vagy a vezetéknév kezdőbetűjével?)!

Kiemelt készségek, képességek

Együttműködés, modell-alkotó képesség, humorérzék

1. Foglalkozás – 1. lépés/2.

Ezen a foglalkozáson érdemes a tanulóknak körben ülniük, hogy jól lássák egymást.
Természetesen a csoport ismeretében bármilyen, alkalmasan választott halmazok is megadhatók.
A definiált halmazokat és azok jelét írja fel a tanár a táblára.
Tanórán lehet, hogy a véges halmazok elemszámára használt jelölést nem vezették be, de úgy gondolom, hogy célszerű már most megismerni és alkalmazni.
4–5 halmazt írjon fel a tanár, alkalmazva az unió, metszet és különbség műveleteket.

1. Foglalkozás – 1. lépés/3.

Figyelmeztesse a tanár a tanulókat, hogy használják az elemszám jelölését!
A Venn-diagram rajzolásakor érdemes négyszöget és zárt görbéket is használni.
Ha mindenki beírta az elemeket a saját diagramjába, a táblán lévő halmazábrát is töltse ki a csoport!

A TELJES CSOPORT RÉSZHALMAZAINAK – MEGADOTT FELTÉTELEK MELLETT – LÉTREHOZÁSA, EZEKBŐL MEGADOTT MŰVELETEKKEL ALKOTOTT HALMAZOK ELEMEINEK FELSOROLÁSA, VENN-DIAGRAMMAL A HALMAZOK SZEMLÉLTETÉSE

(Javasolt idő: 10-15 perc; Munkaforma: csoportban)

1. Foglalkozás – 2. lépés/1.

Alkossatok 2-3 fős csoportokat! Ezt ma másképpen hogyan mondhattam volna?
Úgy hozzátok létre a halmazokat, hogy bármelyik két halmaznak ne legyen közös eleme!
Minden csoport hozza létre a H halmaznak 3 olyan részhalmazát, amelyek közül bármelyik kettőnek nem üres halmaz a metszete! Ha e halmazokat A, B és C-vel jelölöm, soroljátok fel az *A* □ *B*, az (*A* □ *B*) \ *C* és az (*A**B*) □ *C* halmazok elemeit! Végül szemléltessétek a H, A, B és C halmazokat Venn-diagrammal!

Kiemelt készségek, képességek

Problémamegoldás, kreativitás, eredetiség, gondolkodási sebesség, probléma-reprezentáció

1. Foglalkozás – 2. lépés/2.

A matematika szaknyelvének tanulása miatt fontos, hogy ilyen mondat is elhangozzon.
A csoportmunkában egymástól elkülönítve, de a teljes csoport minden tagját jól látva dolgozzanak a csoportok.
A tanár folyamatosan figyelje a csoportok munkáját, s az esetleg előforduló hibákra hívja fel a figyelmet.
Ha a tanár minden csoport munkáját figyelemmel tudta kísérni, akkor maradjon el a csoportmegoldások megbeszélése, de a legeredetibb megoldás ismertetésére adjon lehetőséget a tanár.

TORPEDÓJÁTÉK

(Javasolt idő: 5-10 perc; Eszközök: négyzethálós papír, két különböző színű ceruza páronként; Munkaforma: párban)

1. Foglalkozás – 3. lépés/1.

Játsszunk egy kicsit! Ismeritek a torpedójátékot?
Válasszatok párt magatoknak, s mindenki rajzoljon négyzethálós papírra egy 10×10-es négyzetet! Az oszlopokat (balról kezdve) jelöljétek a, b, c, d, e, f, g, h, i, j-vel, a sorokat (alsó sortól kezdve) 1-től 10-ig számokkal. Mindkét játékos meghatározott számú, és megadott alakú hajót helyez a négyzetbe úgy, hogy a hajók határvonalának sem lehet közös pontja. Természetesen vigyázni kell, hogy a partnered ne vegye észre, hogy hová helyezted a hajóidat. A játékosok felváltva torpedót lőnek a másik „tengerére” (pl. a5). A játékos hangosan visszajelzést ad: „Talált” vagy „Nem talált”. Ha egy játékos egy hajó utolsó kockáját is eltalálta, akkor közölni kell vele, hogy „Talált, süllyedt.” Az nyer, akinek előbb sikerül kilőnie a másik összes hajóját.
Az elhelyezendő hajók:
1 „kocka”: 3 db.
2 oldalával érintkező „kocka”: 2 db.
3 „kocka” L alakban elhelyezve: 2 db.
5 „kockából” álló alakzat, a „kockák” kereszt alakban elhelyezve (függőlegesen 3 „kocka”, a középső mellett mindkét oldalról egy-egy „kocka”): 1 db.

Kiemelt készségek, képességek

Elemzés, rendszerezés, gondolkodási sebesség, logikai következtetés

1. Foglalkozás – 3. lépés/2.

A „hajók” alakját rajzolja fel a tanár a táblára!
Ha kevés idő maradt, akkor kisebb „tengeren” játszanak, s persze kevesebb „hajóval”.

II. MINDIG CSAK SZÖVEGELÜNK

Ráhangolódás/1.

(Javasolt idő: 10 perc; Munkaforma: frontális)

Egy piaci árus a következő reklámfogást alkalmazta: „1 kg krumpli ára 120 Ft, de ha legalább 10 kg-ot vesz, akkor csak 100 Ft/kg"
Írj fel olyan kérdést, amely a szövegben megadott információk alapján megválaszolható!
Most ti találjatok ki olyan szituációt, ahol valamilyen áru reklámozható! Utána írjatok jó kérdéseket, azaz olyanokat, amelyek a leírt szöveg adatai alapján megválaszolhatók!

Kiemelt készségek, képességek

Kreativitás, mennyiségi következtetés, probléma-érzékenység

Ráhangolódás/2.

Bizonyára megkérdezik a tanulók, hogy mennyit fizet a vevő, ha pl. 8 kg krumplit vesz, vagy mikor jár jobban a vevő, ha 9 kg vagy 10 kg krumplit vesz?
Ne a füzetbe, hanem külön lapra írják a gyerekek az új „szöveget", és a kérdéseket is (a tanár szedje be az alkotásokat). Csak néhány megoldást hallgasson meg a csoport, s ellenőrizze, hogy valóban jók-e a kérdések!

SZÖVEG ALAPJÁN FÜGGVÉNY ALKOTÁSA (ELŐKÉSZÍTÉS

(Javasolt idő: 25 perc; Eszközök: 1. feladatlap, csoportonkén 10 db írólap; Munkaforma: 3-4 fős csoportban

2. Foglalkozás – 1. lépés/1.

Alakítsatok ki 3-4 fős csoportokat! Minden csoport kap 7 „történetet". Írjatok mindegyikhez olyan kérdéseket, amelyek megválaszolhatók az információk alapján!
Ne hallja a másik csoport, hogy milyen kérdéseket tettetek fel!

Kiemelt készségek, képességek

Nyelvi fejlettség, szövegértelmezés,szövegértés, együttműködési készség

2. Foglalkozás – 1. lépés/2.

A tanulók a kérdéseiket a feladatlapra írják.

2. Foglalkozás – 1. lépés/3.

Nézzük, milyen kérdések születtek!
Minden csoport vegyen el 10 írólapot! A csoportok versenyezni fognak egymással. A versenyszabály: Rámutatok egy csoportra, ők felolvassák az első szövegre írt kérdésüket, a többi csoport kigondolja a választ, s felírja egy írólapra. Ha jelzést adok, minden csoport felmutatja az írólapját. Amelyik csoportnak jó a válasza, kap 1 pontot. Ezután egy másik csoport olvassa fel a 2. szövegre írt kérdését, a többiek írják a választ és így tovább. Pontot úgy is lehet szerezni, hogy egy csoport jelzi, hogy nekik ugyanarra a feladatra van lényegesen különböző kérdésük (lényegesen különbözőnek akkor mondunk egy kérdést, ha nem csak egy adatban különbözik a már elhangzott kérdéstől). Ezzel a kérdést feltevő csoport kap 1 pontot. Persze ezt a kérdést is megválaszolhatja a többi csoport 1 pontért.

Kiemelt készségek, képességek

Gondolkodási sebesség, számolási képesség, mennyiségi következtetés

2. Foglalkozás – 1. lépés/4.

Mint látható, ha egy csoport többféle kérdést is megfogalmaz, ezért is kap pontot, ezzel is hangsúlyozva a rugalmas gondolkodás fontosságát.

PÉLDA NEM KOMMUTATÍV MŰVELETRE
(Kétváltozós függvény fogalmának előkészítése)

(Javasolt idő: 10 perc; Eszközök: 2. feladatlap; Munkaforma: egyéni)

2. Foglalkozás – 2. lépés/1.

Különös műveleteket értelmeztem ezen a feladatlapon. Kérem, hogy tanulmányozzátok!
Hajtsunk végre egymás után két műveletet a kiindulási helyzetből kiindulva:

Például: A ‹ *b*|*d* › jelölje azt, hogy a kiindulási helyzeten először a *b* műveletet hajtjuk végre, majd annak eredményén a *d* művelet. Ekkor a kiindulási helyzetből kiindulva (A tanár felrajzolja a táblára.) a *b* művelet eredménye ez (rajz), s ezen a *d* műveletet végrehajtva ezt (rajz) kapjuk. Melyik az az egyetlen művelet, amellyel a kiindulási helyzetből ugyanerre az eredményre juthattunk volna? Valóban, az *f* művelettel. Tehát a ‹ *b*|*d* › művelet helyettesíthető az *f* művelettel.

Vizsgáld meg, hogy az ‹ *e*|*c* › művelet melyik egyetlen művelettel helyettesíthető? (*c*-vel)
Találtok egy eredménytáblázatot a munkafüzetben. A táblázatba a két eredményt már beírtam.
Töltsétek ki a többit!
Mit vettetek észre?

Kiemelt készségek, képességek

Szövegértés, gondolkodási sebesség, analógiás gondolkodás

2. Foglalkozás – 2. lépés/2.

A feladat lehetőséget nyújtana egy kétváltozós függvény értelmezésére, ami most 7.-ben még korai lenne, de későbbi tanulmányaik során előkerülhet a fogalom, s annak előkészítése hasznos lehet.
A tanulók önállóan, a példa analógiájára végezzék el bármelyik két művelet egymás utáni alkalmazását, s a helyettesítő művelet beazonosítását.
Ha nem marad idő a táblázat kitöltésére, otthon fejezzék be! Ebben az esetben a következő foglalkozást természetesen ennek megbeszélésével kell kezdeni.
Legfontosabb észrevételek: nem felcserélhető a műveletek sorrendje; akármelyik műveletet végezzük el először, mindig van olyan művelet, hogy a kettő együtt olyan, mintha „nem csináltunk volna semmit”.

III. EZ MÁR FÜGGVÉNY?

ADOTT, NEM ÜRES HALMAZ LEKÉPEZÉSE EGY NEM ÜRES HALMAZRA

(Javasolt idő: 15 perc; Munkaforma: csoportban, majd frontális)

3. Foglalkozás – 1. lépés/1.

Hozzatok létre a csoportnak két olyan részhalmazát, hogy minden tanuló valamelyik halmaznak eleme legyen, de ne legyen olyan tanuló, aki mindkét halmaznak eleme! A két halmaz elemszáma ne legyen azonos!
Ha sikerült, akkor a nagyobb elemszámú halmaz „elemeinek” az a feladata, hogy a halmaz minden tagjának keressenek pontosan egy párt a másik halmazból! Ha kigondoltátok a párokat, akkor e csoport minden tagja menjen a párjához, s fogja meg annak kezét!
Üljetek le, s mindenki próbálja írásban, a matematika nyelvén megfogalmazni, hogy mi történt!

Kiemelt készségek, képességek

Együttműködési készség, probléma-reprezentáció

3. Foglalkozás – 1. lépés/2.

Fontos, hogy leírják!
Lehet, hogy lesz olyan tanuló, aki tanácstalanul ül az üres papír előtt. Segítő kérdésekkel (Emlékezz csak, hogyan is kezdtük el, mit is csináltunk először?) érje el a tanár, hogy minden tanuló próbálkozzon a megfogalmazással.
Egyesével, lehetőleg önként jelentkezők olvassák fel a fogalmazásokat, s a többi tanuló mondjon róla véleményt.
Ez pedagógiailag nem könnyű helyzet, hiszen a tanárnak el kell érnie, hogy a foglalkozásokon természetes dolog legyen egymás munkájának a megbírálása, de a bírálat ne legyen bántó, lekicsinylő, s jelen esetben a felolvasó ne érezze piszkálódásnak az elhangzott véleményeket.

3. Foglalkozás – 1. lépés/3.

Mi ennek a függvénynek az értelmezési tartománya? És az értékkészlete? Kit rendel a függvény X tanulóhoz? Kihez rendeli a függvény Y tanulót? Függvényt kapunk-e, ha megfordítjuk a hozzárendelés irányát? Mit is jelent ez? Rekonstruáljuk az eredeti hozzárendelést megint!
Szemléltessük rajzzal ezt a függvényt!

Kiemelt készségek, képességek

Probléma-reprezentáció

3. Foglalkozás – 1. lépés/4.

Tapasztalatom szerint segít a humor, valamint a tanulók nyelvezetének használata: ha például. az első felolvasás után a tanár „Na, akkor most cikizzük ki az elhangzottakat!” felszólítással él, a tanulók nem bántásként élik meg a bírálatokat, s egyúttal bíztatást is kaptak a vélemény kimondására. Tartalmilag és stilárisan is javítsák a leírásokat!
A gyerekek tegyenek javaslatot a szemléltetésre!

VALÓS FÜGGVÉNYEK MEGADÁSA SZÖVEGGEL

(Javasolt idő: 15 perc; Munkaforma: frontális)

3. Foglalkozás – 2. lépés/1.

Emlékeztek az árusra, aki a krumpliját ügyes reklámfogással árulta?
Egy piaci árus a következő reklámfogást alkalmazta: „1 kg krumpli ára 120 Ft, de ha legalább 10 kg-ot vesz, akkor csak 100 Ft/kg”

Kérdéseket is tettetek fel a szöveggel kapcsolatban. (Milyeneket?) Emlékszem olyan kérdésre is, hogy mennyit fizet a vevő, ha 8 kg krumplit vesz, meg olyanra is, hogy melyik vevő jár jobban, aki 9 kg-t vagy aki 11 kg krumplit vesz. Hogyan lehetne a szöveg alapján függvényt létrehozni? Mihez mit rendeljen a függvény? 8 kg-hoz mit rendel a függvény? És 11 kg-hoz? Csak egész kg krumplit lehessen vásárolni? (Lehet, hogy az árusnak csak egész kg-os súlyai vannak.) Mi legyen a függvény értelmezési tartománya? Tehát a függvényünk a vásárolt krumpli kg-ban mért mennyiségéhez rendeli hozzá a vásárolt krumpliért fizetett összeget. Milyen számok lesznek a függvény értékei?
Ha x kg krumplit vett a vevő, hogyan számítsuk ki, hogy mennyit kell érte fizetnie? Attól függ ugye, hogy mekkora számot jelöl az x.
Nézzük tehát, hogy milyen függvényt alkottunk: Bármilyen x természetes számhoz vagy 120 x -et rendel a függvény vagy $100x$-et, attól függően, hogy x kisebb, mint 10, vagy legalább 10.
Ezt a függvényt röviden így jegyezhetjük le:

$$\mathbf{N} \to \mathbf{Z},\ x \mapsto \begin{cases} 120x, \text{ ha } 0 \le x < 10 \\ 100x, \text{ ha } 10 \le x \end{cases}$$

Milyen nevet adjunk a függvénynek?
Figyeljétek meg, az első nyíl, egy egyszerű nyíl: ezt úgy olvassuk, hogy ez a függvény a természetes számok halmazát *képezi le* az egész számok halmazára. A második nyíl ún. talpas nyíl, ez mást jelent. Ez azt jelöli, hogy az x természetes számhoz *hozzárendel* a függvény egy x-től függő számot. Tehát pl. $8 \mapsto 960$, $13 \mapsto 1300$.

Kiemelt készségek, képességek

Gondolkodási sebesség

3. Foglalkozás – 2. lépés/2.

Ezen a példán keresztül javaslom a függvény fogalmának, jelölésének megbeszélését. Lehet, hogy a tanulók tanórán már megismerték a fogalmat, de tapasztalatom szerint ez olyan nehéz fogalom, hogy annak újbóli és újbóli végiggondolása nem haszontalan.
Elképzelhető, hogy valamelyik tanuló megjegyzi, hogy az árusnak nem lehet végtelen sok krumplija. Nagyon dicsérjük meg a tanulót. Ha ez a megjegyzés nem hangzik el, a tanár provokálja ki. Ez egyúttal lehetőséget nyújt annak megbeszélésére is, hogy ha pl. feltételezzük, hogy az árusnak 500 kg krumplija van a piacon, akkor egy másik függvényt adtunk meg, hiszen más az értelmezési tartománya. Egyúttal mód nyílik e halmaz jelölésének a megbeszélésére is. Hetedik osztályban célszerű a felsorolást választani.

SZÖVEG ALAPJÁN FÜGGVÉNY ALKOTÁSA ÖNÁLLÓAN

(Javasolt idő: 15 perc; Eszközök: 3. feladatlap; Munkaforma: egyéni)

3. Foglalkozás – 3. lépés/1.

Mielőtt mindenkinek adok feladatot, beszéljük meg, hogy milyen halmazjelöléseket ismertek? Most adok mindenkinek két szöveget. Először megint olyan kérdéseket fogalmazz meg, amelyek az adatok felhasználásával megválaszolhatók, majd próbálj egy-egy függvényt alkotni. Jegyezd is le a függvényeket!

Kiemelt készségek, képességek

Nyelvi fejlettség, relációszókincs, rendszerezés, szövegértelmezés, szövegértés

3. Foglalkozás – 3. lépés/2.

R, Z, N halmazokon kívül a nyílt, zárt, félig zárt intervallum fogalmát is beszéljék meg! Itt, a $+\infty$ szimbólum használata szokott problémát okozni.
Várja meg a tanár, amíg minden tanuló megpróbálja mindkét problémát megoldani! Ha valamelyik tanuló hamarabb készen van, adjon a tanár újabb szöveget a tartalékból.

Megbeszéléskor először vessék össze, hogy melyik tanuló mit választott értelmezési tartománynak, milyen halmazra ké-pezi le a függvé-nye az értelmezési tartományt, és csak ezután nézzék végig, hogy melyik tanuló milyen hozzá-rendelést hozott létre!

IV. FÜGGVÉNY MINDENÜTT

FÜGGVÉNYEK ALKOTÁSA

(Javasolt idő: 30 perc; Esszközök: könyvek, atlaszok -- jegyzékük a mellékletben; Munkaforma: csoportban)

4. Foglalkozás – 1. lépés/1.

A mai foglalkozás elmélyült kutatómunkát igényel. Alakítsatok ki 3-4 fős csoportokat! Minden csoport kap egy-egy könyvet. A feladat az, hogy a csoport a könyv anyagának, képeinek, információinak felhasználásával adjon meg legalább két függvényt. Jól tervezzétek meg a függvényeket! Gondoljátok végig, hogy mi mindent kell megadni ahhoz, hogy adott legyen a függvény!

Íme a nyersanyag.

Kiemelt készségek, képességek

Együttműködési készség, kreativitás, eredetiség, probléma-érzékenység, rendszerezés

4. Foglalkozás – 1. lépés/2.

Igyekeztem olyan könyveket választani, amelyek felkelthetik a gyerekek érdeklődését, s alkalmasak függvényalkotásra. Ha a csoport létszáma az ideális 15-18-nál több, akkor az eszközökben megadott könyveken kívül javaslom A világ nagy múzeumai sorozat további köteteit.

A feladat csak akkor éri el a célját, ha a csoport minden tagja részt vesz a munkában, s a könyvek áttanulmányozása után keresi a lehetőséget függvény alkotására. Hagyja a tanár, sőt biztassa a gyerekeket, hogy nézzék át alaposan a könyvet, ne döntsenek elhamarkodottan!

Világosan derüljön ki a gyerekek leírásából, hogy mi a függvény értelmezési tartománya (kizárólag az adott könyvben szereplő „dolgok" összessége lehet), a képhalmaza, és a hozzárendelése (elemenként megadva, vagy leírással). A tanár munka közben vizsgálja meg, hogy az értelmezési tartomány minden elemére végrehajtható a megadott hozzárendelés.

A MEGADOTT FÜGGVÉNYEK ELLENŐRZÉSE

(Javasolt idő: 15 perc; Munkaforma: csoportban)

4. Foglalkozás – 2. lépés/1.

Minden csoport adja tovább a következő csoportnak az elkészített függvények leírását, és a nyersanyagul szolgáló könyvet is. Minden csoport ellenőrizze, hogy a másik csoport által készített függvények értelmezési tartományának minden eleme szerepel-e a könyvben, és egyértelmű-e a hozzárendelés! Határozza meg a csoport a függvények értékkészletét is! Ezután értékelje írásban a létrehozott függvényeket!

Kiemelt készségek, képességek

Metakogníció

4. Foglalkozás – 2. lépés/2.

Az ellenőrzés során minden csoport egy kicsit megismerkedik egy újabb könyvvel is. A másik csoport által megadott függvény átvizsgálása lehetőséget nyújt a függvény fogalmának tudatosítására, és annak eldöntésére, hogy adott-e valóban a függvény.

V. RAJZOLJUK IS LE!

Ráhangolódás

(Javasolt idő: 10 perc; Eszközök: négyzethálós lap, páronként két különböző színű ceruza; Munkaforma: párban)

Kiemelt készségek, képességek

Elemzés, rendszerezés, gondolkodási sebesség, logikai következtetés

FÜGGVÉNYEK ÁBRÁZOLÁSA DERÉKSZÖGŰ KOORDINÁTA RENDSZERBEN

(Javasolt idő: 15 perc; Eszközök: újra 3. feladatlap; Munkaforma: frontális, majd egyéni)

5. Foglalkozás – 1. lépés/1.

A torpedójátékban a lövés helyét egy jelpárral adjuk meg pl. c4. Mire hasonlít a torpedójáték „tengere"? Mi a különbség a derékszögű koordinátarendszer és a játék „tengere" között?

Ha a koordinátarendszer x tengelyén megjelöljük a valós számok halmazának egy részhalmazát, és felveszünk olyan pontokat, amelyeknek az első koordinátája (jelzőszáma) ennek a halmaznak eleme, akkor e pontok második koordinátái is egy halmazt határoznak meg, amelyet az *y* tengelyen jelölhetünk meg. A pontok megmutatják, hogy melyik *x* tengelyen lévő elemhez melyik *y* tengelyen lévő elem tartozik. Így az *x* tengelyen megjelölt halmaz mindenegyes eleméhez hozzárendelhetünk egy, az *y* tengelyen megjelölt halmazbeli számot. Ilyen módon létrehozhatunk egy függvényt. Ha pl. az *x* tengelyen megjelöljük a 2-t, a 4-et és a közöttük lévő számokat, az *y* tengelyen pedig 1-et, az 5-öt és a közöttük lévő számokat, és olyan pontokat veszünk fel, amelyek első koordinátája az *x* tengelyen megjelölt halmaz eleme, a második pedig az *y* tengelyen megadott halmaz eleme, akkor ezekkel a pontokkal egy függvényt szemléltettünk, feltéve, hogy nincs két olyan pont, amelynek azonos az első koordinátája.

ábra

Ennek a függvénynek melyik halmaz az értelmezési tartománya, és melyik az értékkészlete? Másik függvényt is megadhattunk volna?

A 3. foglalkozáson (Ez már függvény?) két függvényt hoztatok létre egy-egy szöveg alapján. Keressétek meg a munkafüzetben a feladatlapot, s most ábrázoljátok a függvényeket! Jelöljétek meg színessel az *x* tengelyen a függvény értelmezési tartományát, azután rajzoljátok meg a függvény grafikonját, és végül jelöljétek meg a függvény értékkészletét is egy másik színnel!

Kiemelt készségek, képességek

Gondolkodási sebesség, rajzkészség

5. Foglalkozás – 1. lépés/2.

Rajzoljanak különböző színnel olyan folytonos függvénygrafikont, amely egyenes szakaszokból áll, majd olyat is, amely görbe vonal, majd olyat, amely szakaszokból áll, de nem folytonos, van egy szakadási pontja! A tanár olyan ponthalmazt is rajzoljon fel, amely nem függvénygrafikon! Az egyéni munka során figyelmeztesse a tanár a tanulókat, hogy előre tervezzék meg a munkát (pl. A tengelyek melyik részére lesz szükségük? Hogyan célszerű megválasztani az egységeket a tengelyeken?)

A két függvény lehetőséget nyújt a folytonos és a diszkrét pontokból álló függvénygrafikonok összehasonlítására is.

Ha egy csoport a legutóbbi foglalkozáson foglalkozott egy tartalékfeladat megoldásával is, akkor a két függvény ábrázolása után annak ábrázolásával bízza meg őket a tanár!

SZÖVEG ALAPJÁN FÜGGVÉNYEK MEGADÁSA KÉPLETTEL, MAJD A FÜGGVÉNYEK ÁBRÁZOLÁSA DERÉKSZÖGŰ KOORDINÁTA-RENDSZERBEN

(Javasolt idő: 20 perc; Eszközök: 4. feladatlap; Munkaforma: egyéni)

5. Foglalkozás – 2. lépés/1.

Mindenki kap egy feladatlapot. A szöveg alapján először adjátok meg a kérdéses függvényeket képlettel, majd ábrázoljátok is a függvényeket más-más derékszögű koordináta-rendszerben!

Gondoljatok ki olyan kérdéseket, amelyekre a válaszadást megkönnyíti a függvény grafikonjának ismerete!

Kiemelt készségek, képességek

Elemzés, rajzkészség, mennyiségi következtetés

5. Foglalkozás – 2. lépés/2.

Ne hagyják el a tanulók képlettel való megadásnál a függvény értelmezési tartományát és képhalmazát sem! Ábrázoláskor jelöltesse meg a tanár színessel a függvények értelmezési tartományát és értékkészletét is!

Ha a tanár minden tanuló munkáját külön-külön figyelemmel tudja kísérni, elmaradhat a grafikonok frontális megbeszélése.

Hetedikes korban elképzelhető, hogy a függvénygrafikon ismeretének „hasznára" vonatkozó kérdésre a tanulók említik a függvény maximumának, minimumának létezését, azok helyének megállapítását. A tanár hívja fel a figyelmüket azt egyenlőtlenségek, egyenletek megoldására is, s a kérdéses függvények esetében mutasson is rá példát.

MELLÉKLET A TANÁR SZÁMÁRA

II. MINDIG CSAK SZÖVEGELÜNK

1. feladatlap

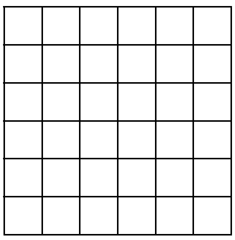
1. Balázs olyan téglalapokat rajzol, amelyeknek az egyik oldala 2 cm-rel rövidebb a másiknál.

2. Két zsebemben összesen 1000 Ft van, a balban háromszor annyi, mint a jobb zsebemben. Átraktam a bal zsebemből a másikba valamennyi pénzt.

3. Péter kerékpártúrára ment a barátaival. Nem haladtak túl gyorsan, az első két órában átlag 10 km-et tettek meg óránként. Ezután pihentek egy fél órát, és éppen indulni akartak, amikor észrevették, hogy Zsuzsi kerékpárja elromlott. Nekiálltak megjavítani, de egy fél óra hiábavaló munka után úgy döntöttek, hogy Zsuzsi a barátjával eltolja a meghibásodott kerékpárt egy közeli faluban lévő szerelőhöz, ők pedig tovább indulnak a végcéljuk felé. Szerencsésen oda is értek, de most már útközben nem álltak meg egyszer sem.

4. István gyakran segít öccsének Péternek a tanulásban. Péter éppen azt tanulja matematikaórán, hogy miként határozhatók meg a természetes számok pozitív osztóinak száma. István számkártyákat készített: 10 db nagyobb alakút (ezek mindegyikére különböző 10-zel osztható számot írt, a legnagyobb szám a 100 volt), s több kisebb alakút, ezekre különböző természetes számot írt, a legkisebb közülük a 2 volt. István felmutatott egy 10-zel osztható számot, akkor Péter megkereste, s felmutatta azt a számkártyát, amelyen a szám pozitív osztóinak száma volt látható.

5. Kati négyzethálós papírra négyzeteket rajzolt, majd minden négyzet mellé két számot írt le: pl. 4; 1, vagy 12; 9, vagy 20; 25. Bátyja, Balázs rápillantott a papírjára, nézegette, majd megkérdezte: „Mit jelentenek ezek a számpárok?” Kati csak mosolygott. „Gondolkozz! Nézd meg melyik négyzet mellé melyik számpárt írtam!” Balázs még mindig nem jött rá. „Rajzolj még egy négyzetet, s írd mellé a számokat!” Íme Kati rajza:



A számpár: (24; 36)

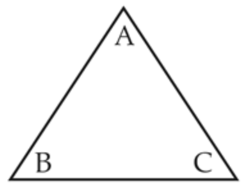
6. Egy 10 cm hosszú szakasznak jelöld meg az egyik pontját, de ez ne legyen a szakasz végpontja. Rajzolj az így kialakult szakaszok fölé egy-egy négyzetet!

7. Jóska a szüleivel a Vörös-tengerre utazott. Édesapja gyakorlott búvár, s ezen az utazáson már Jóskával együtt merültek le a mélybe. Egyik gyakorlásuk során rögzített kötél mellett ereszkedtek le 20 m mélységig. Lefele másodpercenként fél métert, felfele 10 másodperc alatt

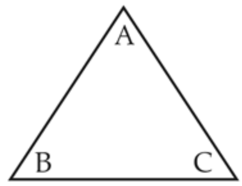
1 m-t haladtak. A 20 m mélység elérésekor azonnal visszafordultak. Jóska édesapja az indulás előtt elmagyarázta, hogy 5 m-ként megállnak majd 5-5 percre, mert a nagyobb nyomáson a palackból belélegzett gázból több oldódik fel a vérben, így amikor jönnek felfelé (mivel eközben csökken a nyomás), a vérben oldott nitrogén buborékokat alkotva kiválhat, és ezek a buborékok embóliát okozhatnak. Fontos, hogy lassan váljanak ki a gázok a vérből, így ezért kell lassan emelkedni és közben megállni.

2. feladatlap

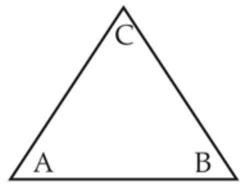
Írjunk a szabályos háromszög-tartományba A, B és C betűket.
Ez legyen a kiindulási helyzet!
Az alábbi műveleteket mindig ebből a helyzetből kiindulva végezzük el!



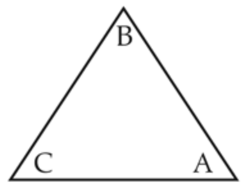
a művelet: hagyjuk a betűket a helyükön!
Ez a következőt adja:



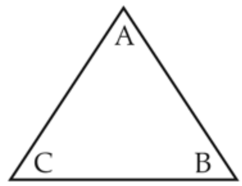
b művelet: forgassuk el a betűket **egy** lépéssel az óramutató járásával ellenkező irányba!
Ez a következőt adja:



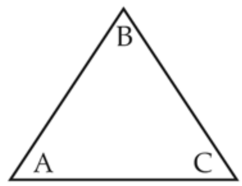
c művelet: forgassuk el a betűket két lépéssel az óramutató járásával ellenkező irányba!
Ez a következőt adja:



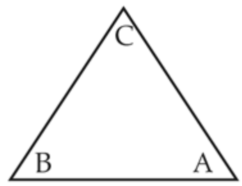
d művelet: cseréljük fel a két alsó betűt!
Ez a következőt adja:



e művelet: cseréljük fel a felső betűt a bal oldali alsó betűvel!
Ez a következőt adja:

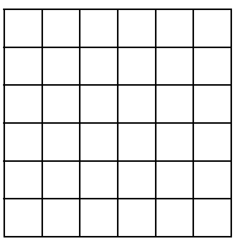


f művelet: cseréljük fel a felső betűt a jobb oldali alsó betűvel!
Ez a következőt adja:



Az 1. feladatlap egy lehetséges megoldása:

1. Balázs olyan téglalapokat rajzol, amelyeknek az egyik oldala 2 cm-rel rövidebb a másiknál.
Kérdésekre példák: Ha a téglalap hosszabb oldala pl. 10 cm hosszú, mekkora a rövidebb oldala? Ha a téglalap hosszabb oldala pl. 5 cm hosszú, mekkora a téglalap kerülete (területe)?
2. Két zsebemben összesen 1000 Ft van, a balban háromszor annyi, mint a jobb zsebemben. Átraktam a bal zsebemből a másikba valamennyi pénzt.
Kérdésekre példák: Mennyi pénz van eredetileg az egyik, illetve másik zsebemben? Ha átrakok a jobb zsebemből 200 Ft-ot a bal zsebembe, mennyi lesz a bal zsebemben? És a jobb zsebemben? Mennyit rakjak át a jobb zsebembe, hogy ott 9-szer annyi pénz legyen, mint a bal zsebemben?
3. Péter kerékpártúrára ment a barátaival a tőlük 80 km-re lévő C városba.. Nem haladtak túl gyorsan, az első két órában átlag 10 km-t tettek meg óránként. Ezután pihentek egy félórát, és éppen indulni akartak, amikor észrevették, hogy Zsuzsi kerékpárja elromlott. Nekiálltak megjavítani, de egy fél óra hiábavaló munka után úgy döntöttek, hogy Zsuzsi a barátjával eltolja a meghibásodott kerékpárt egy közeli faluban szerelőhöz, ők pedig tovább indulnak a végcéljuk felé. Szerencsésen oda is értek, de most már útközben nem álltak meg egyszer sem.
Kérdésekre példák: Indulástól számítva hány km-t tettek meg 2 óra (2,5 óra, 3 óra) alatt? Ha a kényszerpihenő után pl. 15 km/h átlagsebességgel haladtak, mennyi idő alatt érték el végcéljukat?
4. István gyakran segít öccsének Péternek a tanulásban. Péter éppen azt tanulja matematikaórán, hogy miként határozhatók meg a természetes számok pozitív osztóinak száma. István számkártyákat készített: 10 db nagyobb alakút (ezek mindegyikére különböző 10-zel osztható számot írt, a legnagyobb szám a 100 volt), s több kisebb alakút, ezekre különböző természetes számot írt, a legkisebb közülük a 2 volt. István felmutatott egy 10-zel osztható számot, akkor Péter megkereste, s felmutatta azt a számkártyát, amelyen a szám pozitív osztóinak száma volt látható.
Kérdésekre példák: Milyen számot mutat fel Péter (feltéve, hogy helyesek az ismeretei), ha István a 20-as számkártyát mutatta fel? Mi a legnagyobb szám, amelyet Péter felmutathatott? Mutathatott-e fel Péter 14-et? Ha István minden kártyát pontosan egyszer mutatott fel, akkor hányszor rakta fel Péter a 8-as kártyáját? A játék során milyen kártyákat mutathatott fel Péter?
5. Kati négyzethálós papírra négyzeteket rajzolt, majd minden négyzet mellé két számot írt le: pl. 4; 1, vagy 12; 9, vagy 20; 25. Bátyja, Balázs rápillantott a papírjára, nézegette, majd megkérdezte: „Mit jelentenek ezek a számpárok?" Kati csak mosolygott. „Gondolkozz! Nézd meg melyik négyzet mellé melyik számpárt írtam!" Balázs még mindig nem jött rá. „Rajzolj még egy négyzetet, s írd mellé a számokat!" Íme Kati rajza:
A számpár: (24;36)



Kérdésekre példa: Ha a számpár első tagja 30, mennyi a második? Ha a számpár második tagja 16, milyen szám az első? Mindig négyzetszám a második tag?
6. Egy 10 cm hosszú szakasznak jelöld meg az egyik pontját, de ez ne legyen a szakasz végpontja. Rajzolj az így kialakult szakaszok fölé egy-egy négyzetet!

Kérdésekre példák: Ha a bal végponttól pl. 3 cm távolságra jelöljük ki a pontot, akkor mennyi a keletkezett négyzetek kerületének (területének) összege?

7. Jóska a szüleivel a Vörös tengerre utazott. Édesapja gyakorlott búvár, s ezen az utazáson már Jóskával együtt merültek le a mélybe. Egyik gyakorlásuk során rögzített kötél mellett ereszkedtek le 20 m mélységig. Lefele másodpercenként fél métert, felfele 10 másodperc alatt 1 m-t haladtak, miközben 20 m mélységben azonnal visszafordultak. Jóska édesapja az indulás előtt elmagyarázta, hogy visszafelé 5 m-ként megállnak majd 5-5 percre, mert a nagyobb nyomáson a palackból belélegzett gázból több oldódik fel a vérben, így amikor jönnek fölfelé, (mivel eközben csökken a nyomás), a vérben oldott nitrogén buborékokat alkotva kiválhat és ezek a buborékok embóliát okozhatnak. Fontos, hogy lassan váljanak ki a gázok a vérből, többek közt emiatt kell lassan emelkedni és közben megállni.

Kérdésekre példák: Mennyi ideig tartott a lemerülés 20m re? (40 sec) A lemerülés kezdetétől számítva mennyi idő múlva érkeztek vissza a felszínre? (19 perc) Az indulástól számítva 8 perc múlva milyen mélyen vannak a víz alatt? (10m mélyen) Mikor álltak meg a felszín alatt 5m-en? (790 sec múlva)

Eredménytáblázat

Első művelet □ Második művelet □	**a**	**b**	**c**	**d**	**e**	**f**
a	a	b	c	d	e	f
b	b	c	a	e	f	d
c	c	a	b	f	d	e
d	d	f	e	a	c	b
e	e	d	f	b	a	c
f	f	e	d	c	b	a

III. EZ MÁR FÜGGVÉNY?

3. feladatlap megoldása

1. Annáék lakásában 200 literes fürdőkád van, de 205 liter éppen belefér. Anna fürödni szeretne, a lefolyót lezárja, és megnyitja a melegvízcsapot. 10 perc múlva benéz, éppen félig van a kád vízzel, de nagyon meleg. Elzárja a melegvízcsapot, s jó erősen megnyitja a hidegvízcsapot (15 liter folyik ki belőle percenként). Egy kicsit még olvasgat, és 8 perc múlva siet a fürdőszobába.
Kérdések lehetnek: Például:. Mennyi víz van a kádban 10 perc, 11 perc stb. múlva? Kifolyt-e a víz a kádból, amikor Anna 8 perc után visszament a fürdőszobába?
Kérdés lehet: Hogyan függ a kádban lévő víz literben mért mennyisége az eltelt időtől (a melegvizes csap megnyitásától számítva, percben mérve)?
Ekkor a függvény:

$$[0;18] \to \mathbf{R}, x \mapsto \begin{cases} 10x, \text{ha } 0 \le x \le 10 \\ 100 + (x-10)\cdot 15, \text{ha } 10 < x \le 17 \\ 205, \text{ha } 17 < x \le 18 \end{cases}$$

2. Egy gazda udvarán csirkék és nyulak vannak. Ezeknek az állatoknak összesen 60 lába van.
Kérdések lehetnek: például: Ha 2 csirke van, akkor hány ló? Lehet-e a gazdának 15 lova? Legfeljebb hány csirkéje lehet a gazdának?
Függvény alkotható pl. a „Hogyan függ a lovak száma a csirkék számától?" kérdés alapján.
x jelölje a csirkék számát. *x* csak páros szám lehet, mert páratlan esetén annak kétszeresét 60-ból kivonva olyan számot kapunk, amely nem osztható 4-gyel. Az *x* legfeljebb 28 lehet, mert a gazda udvarán volt mind a két fajta állat.

A függvény tehát: $\{2; 4; 6; ...; 28\} \to \mathbf{R}, x \mapsto \frac{60-2x}{4}$ vagy $\{2; 4; 6; ...; 28\} \to \mathbf{R}, x \mapsto 15 - \frac{x}{2}$

Tartalék feladatok:

1. Pisti 3 éves, és a szobájában „autósat" játszik. Mindkét „autó" egy-egy karika, az egyik 10 cm, a másik 20 cm sugarú kör. Először elhelyezi a padlón a két karikát úgy, hogy azok képzeletbeli középpontjának távolsága úgy 60 cm, majd a kis karikát tolja a nagy felé egészen addig, míg a karikák középpontja egybe nem esik.
A karikákat körrel modellezve megkérdezhető, például: Hogy hány közös pontja van a köröknek, amikor a középpontjaik távolsága 32 cm? És amikor 30 cm? És amikor 5 cm?
Így eljuthatnak az alábbi függvényhez:
x jelöli a körök középpontjainak távolságát cm-ben mérve. A szöveg szerint az értelmezési tartomány: [0; 60]. A függvény megadja, hogy hogyan függ a körök közös pontjainak száma a körök középpontjainak távolságától.

$$[0; 60] \to N, x \mapsto \begin{cases} 0, \text{ha } 0 \le x < 10 \text{ vagy } 30 < x \le 60 \\ 1, \text{ha } x = 10 \text{ vagy } x = 30 \\ 2, \text{ha } 10 < x < 30 \end{cases}$$

2. Három gyerek felváltva kavicsokat dobál a tóba. Sorban egymás után Anna mindig 1-et, Balázs egyszerre 2-t, Cili pedig 3-at dob be a vízbe.

Kérdések lehetnek: A 7. dobást ki hajtotta végre? 10 dobás után hány kavics került a tóba? Lehetséges, hogy a dobálás során 74 kavics került a tóba?
Mivel végtelen sok kavics nem állhat rendelkezésre a tó partján, ezért az értelmezési tartomány legnagyobb eleme attól függ, hogy hány bedobható kavics van a tó partján.
Ha a tóparton összesen pl. 125 kavics áll rendelkezésre, akkor az a függvény, amely megadja, hogy hogyan függ a tóba bedobott kavicsok száma a dobások számától, a következő:

$$\{0; 1; 2; 3; ...; 62\} \to \mathbf{Z}; x \mapsto \begin{cases} 6\cdot\dfrac{x}{3}, \text{ ha } x = 3k, \text{ ahol } k \text{ 20 - nál nem nagyobb term. szám} \\ 6\cdot\dfrac{x-1}{3}+1, \text{ ha } x = 3k+1, \text{ ahol } k \text{ 20 - nál nem nagyobb term. szám} \\ 6\cdot\dfrac{x-2}{3}+1+2, \text{ ha } x = 3k+2, \text{ ahol } k \text{ 20 - nál nem nagyobb term. szám} \end{cases}$$

IV. FÜGGVÉNY MINDENÜTT

Projektmunkához könyvek és atlaszok listája:
(Minden könyv csoportonként 1 példányban, földrajzi atlasz 4 példányban)
1. Királyok könyve (Magyarország és Erdély királyai, királynői, fejedelmei és kormányzói), Officina Nova könyvek, Magyar Könyvklub, Budapest, 1997
2. Csorba Csaba: Legendás váraink, Magyar Könyvklub, Budapest, 2000
3. A világ nagy múzeumai: Prado (Madrid), Corvina, 1990
4. Földrajzi atlasz
5. Arany János balladái (pl. Szépirodalmi Könyvkiadó, 1974)
6. Nigel Hawkes: A világ építészete…az építészet világa az ókortól a XXI. századig, Gulliver Kiadó, 1997

Néhány példa a lehetséges függvényekre:
1. Királyok könyve (Magyarország és Erdély királyai, királynői, fejedelmei és kormányzói), Officina Nova könyvek, Magyar Könyvklub, Budapest, 1997
Várható, hogy Magyarország uralkodói alkotják a függvény értelmezési tartományát. A könyv megadja az egyes uralkodó-házak fontosabb családi kapcsolatait fa-gráffal. Könnyen kigyűjthető az egyes királyok uralkodásának időtartamai, továbbá uralkodásuk alatt bekövetkezett fontosabb események évszáma.
2. Csorba Csaba: Legendás váraink, Magyar Könyvklub, Budapest, 2000
A könyvben szereplő várak lehetnek a függvény értelmezési tartományának elemei. Minden várhoz hozzárendelhető annak az országnak a neve, amelynek területén található ma a vár. Kiválaszthatók azok a várak, amelyek esetében ismert annak az oklevélnek vagy írásnak a dátuma (évszáma), amely először tesz említést a várról. Ebben az esetben ezek a várak alkotják a függvény értelmezési tartományát és oklevél illetve írás dátuma a függvény értéke. Minden várhoz hozzárendelhető, pl. a leírás első szava.
3. A világ nagy múzeumai: Prado (Madrid), Corvina, 1990
Javaslom, hogy csak a színes képek képezzék a vizsgálat tárgyát.
Az albumban található festmények alkothatják a függvény értelmezési tartományát. Minden képhez hozzárendelhető festőjének neve. Kiválaszthatók azok a képek, amelyen egyértelműen megadható a képen látható emberek (vagy állatok) száma. A képek nagy részéről eldönthető, hogy megjelenik-e (akár háttérként) egy táj képe vagy egy szoba belső részlete.
4. Földrajzi atlasz
Nagyon sokféle függvény adható meg. Pl. egy-egy országban (földrészen) található legalább 1 millió lakosú városok száma; egy-egy ország legmagasabb csúcsának neve (vagy magassága).
5. Arany János balladái (pl. Szépirodalmi Könyvkiadó, 1974)
A függvény értelmezési tartományának elemei a kötetben szereplő balladák (40 db). Minden balladához hozzárendelhető a megírásának évszáma; az első megjelenés helye; a versszakok száma (talán a *Katalin* kivétel); a verssorok száma egy versszakban.
6. Nigel Hawkes: A világ építészete…az építészet világa az ókortól a XXI. Századig, Gulliver Kiadó, 1997
A könyvből kiválaszthatók azon épületek, tornyok és szobrok, melyeknek közli a könyv a magasságát. A könyvben szereplő hidak hossza. Kiválaszthatók azok az épületek, amelyeknek közli a könyv a felépítésük költségét.

V. RAJZOLJUK IS LE!

Feladatlap megoldása:

1. Két zsebemben összesen 1000 Ft van, a balban háromszor annyi, mint a jobb zsebemben, és csupa 50 Ft-osok. Átraktam a bal zsebemből a másikba x Ft-ot. Hogyan függ a jobb zsebemben lévő pénz az átrakott pénztől?

$f:\{0; 50; 100; ...; 700; 750\} \to \mathbf{Z}, x \mapsto 250 + x$

2. Egy 10 cm hosszú szakasznak jelöld meg az egyik pontját, de ez ne legyen a szakasz végpontja. Rajzolj az így kialakult szakaszok fölé egy-egy négyzetet! Mekkora a megrajzolt négyzetek kerületének összege a szakasz bal végpontjától *x* távolságra megjelölt pont esetén? Add meg ezt a h függvényt!

$h:]0; 10[\to \mathbf{R}, x \mapsto 40$

3. Balázs olyan téglalapokat rajzol, amelyeknek az egyik oldala 2 cm-rel rövidebb a másiknál. Jelölje *x* a téglalap hosszabb oldalát. Adjuk meg azt a *k* függvényt, amely a téglalap hosszabb oldalához a téglalap kerületét rendeli hozzá!

$k:]2; +\infty[\to \mathbf{R}, x \mapsto 2x + 2(x-2)$

4. Nekeresd országban A és D városok közötti távolság 100 km. E két várost összekötő útvonalon A-tól 40 km-re található a B vendéglő, és A-tól 70 km-re egy C benzinkút. Egy milliomos az A és D városokat összekötő útvonalon egy házat, és az A városból e házhoz vezető jó minőségű úttestet szeretne építtetni. Az A és a B városokat összekötő szakaszon az úttest építése 2 petákjába, a B és C városokat összekötő szakaszon 1 petákjába, míg a C és D városokat összekötő szakaszon petákjába kerülne kilométerenként az út építése. Jelölje *x* a ház A várostól való távolságát kilométerben. Add meg az útépítés költségét (*x* függvényében) megadó *g* függvényt!

$$g:[0;100] \to \mathbf{R}, x \mapsto \begin{cases} 2x, \text{ ha } 0 \le x \le 40 \\ 80 + 1\cdot(x-40), \text{ ha } 40 < x \le 70 \\ 110 + \frac{1}{2}(x-70), \text{ ha } 70 < x \le 100 \end{cases}$$