
MÁGIKUS NÉGYZETEK

6. MODUL

KÉSZÍTETTE: KÖVES GABRIELLA

MODULLEÍRÁS

A modul célja	<p>Feltétel, feltételrendszer megértése. Adott feltételeknek eleget tevő táblázatok celláinak meghatározása. Párban való tevékenykedés gyakorlása, együttműködés, egymásra való figyelés, a pár tevékenységének értelmezése, megértése.</p> <p>Aritmetikai ismeretek alapozása. Számlálás, számolás A négy alapművelet gyakorlása az adott számkörben</p> <p>Statisztika, függvényekkel relációkkal kapcsolatos ismeretek alapozása: Tevékenység alapján kapott adatok rendszerezése táblázatba. Adatok leolvasása táblázatból, összetartozó értékek felismerése. Adatok összehasonlítása, elemzése adott szempontok szerint. Táblázattal adott relációk értelmezése.</p>
Időkeret	3×45perc
Ajánlott korosztály	9–10 évesek; 3. osztály;
Modulkapcsolódási pontok	
A képességfejlesztés fókuszai	<p>Gondolkodási képességek: Rendszerezés Következtetések Az induktív és deduktív lépések gyakorlása Gondolkodási sebesség fokozása, a versenyhelyzet által</p> <p>Kommunikációs képességek: Nyelvi kifejezőképesség fejlesztése a grafikonok, táblázatok elemzése által. Hallott szöveg megértése, értelmezése, alkalmazása Térbeli viszonyok értelmezése. Rész egész viszony felismerése, alkalmazása Az elemi kommunikációs képesség fejlesztése; párcapcsolatokban való működtetése.</p> <p>Megismerési képességek alapozása: Adott feltételnek megfelelő produktum létrehozása tervszerű próbálkozással. Adatok gyűjtése, elemzése.</p>

AJÁNLÁS

A tanulók érdeklődésétől, számolási sebességüktől függően háromnál kevesebb vagy több órát is tölthetünk ezzel a modullal. A csoportmunka súlyozottan jelenik meg a foglalkozásokon. Ez lehetőséget ad az indirekt differenciálásra. Ajánljuk a tanulók tudásuk szerinti inhomogén, vagy spontán csoportok kialakítását.

TÁMOGATÓ RENDSZER

<http://www.tablajatekos.hu/uj2001/00puzzle/szamos.html>

www.jgytf.u-szeged.hu

www.hik.hu/tankonyvtar/site/books/b123/ar13.html

<http://www.puzzles.com/Projects/PocketPlay/PocketFifteenPuzzle.htm>

<http://www.tablajatekos.hu/uj2001/puzz151.html>

<http://www.tablajatekos.hu/uj2001/00puzzle/szamos.html>

ÉRTÉKELÉS

A modulban folyamatos megfigyeléssel követjük

- képes-e a tanuló a tevékenység során a feltételnek, feltételeknek eleget tevő tervszerű próbálkozásra;
- a számolás pontosságát;
- akar-e, illetve tud-e a tevékenységek során együttműködni a társaival;
- az együttműködés és a kommunikáció képességének alakulását;
- a közös munkában való részvételt.

Fontos értékelnünk a közös munkában való részvételt, az egymásra és a tanítóra való odafigyelést.


Az értékelés megerősítő pozitív legyen, kinek-kinek saját fejlődéséhez, fejlettségi szintjéhez igazítva.

MODULVÁZLAT

Időterv: 3×45 perc

Változat	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
I. Ráhangolódás*, a játék előkészítése						
1–2. 4.	3×3-as táblázat kitöltése adott feltételnek megfelelően.	Hallott szöveg értelmezése, feltételnek eleget tevő táblázatok előállítása, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése, kooperatív tevékenységek fejlesztése	Egész osztály	Csoport	Tevékenykedtetés	Papír, ceruza, az 1. mellékletben szereplő táblázat
3. 5.	Értékelés, eredmények megbeszélése	Adatok rendszerezése, grafikon előállítása, elemzése		Frontális		Papír, ceruza, esetleg mágnestábla, korongok
6. 7. 9.	4 × 4-es táblázat kitöltése adott feltételnek megfelelően.	Hallott szöveg értelmezése, feltételnek eleget tevő táblázatok előállítása, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése, kooperatív tevékenységek fejlesztése.	Egész osztály	Csoport	Tevékenykedtetés	Papír, ceruza, Az 1. mellékletben szereplő táblázat
5. 8. 10.	Értékelés, eredmények megbeszélése	Adatok rendszerezése, grafikon előállítása, elemzése		Frontális		Papír, ceruza, esetleg mágnestábla, korongok

Változat	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
II. Az új tartalom feldolgozása*						
11.	3 × 3-as táblázat kitöltése adott feltételnek megfelelően.	Adott ábra értelmezése, Feltételnek eleget tevő táblázatok előállítása, kombinatorikus gondolko- dás fejlesztése, kooperatív tevékenységek fejlesztése.	Egész osztály	Csoport	Tevékenyked- tetés	A 2. melléklet- ben szereplő kártyák
12.	Értékelés, eredmények megbeszélése	Adatok rendszerezése, Grafikon előállítása, elem- zése	Egész osztály	Frontális	Megbeszélés	Papír, ceru- za, esetleg mágnestábla, korongok
13. 16.	Adott számokból háromtagú összeg előállítá- sa	Kombinatorikus gondolko- dás fejlesztése.	Egész osztály	Csoport	Tevékenyked- tetés	Papír, ceruza, Az 1. mellék- letben szereplő táblázat
14–15., 17–18.	Értékelés, eredmények megbeszélése	Adatok rendszerezése, grafikon előállítása, elem- zése	Egész osztály	Frontális	Megbeszélés	Papír, ceru- za, esetleg mágnestábla, korongok
19.	3 × 3-as táblázat kitöltése adott feltételnek megfelelően.	Feltételnek elegettevő táb- lázatok előállítása, kombinatorikus gondolko- dás fejlesztése, kooperatív tevékenységek fejlesztése.	Egész osztály	Csoport	Tevékenyked- tetés	A 1. melléklet- ben szereplő táblázatok
20.	Értékelés, eredmények megbeszélése	Adatok rendszerezése, grafikon előállítása, elem- zése	Egész osztály	Frontális	Megbeszélés	Papír, ceru- za, esetleg mágnestábla, korongok

Változat	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
21., 23., 25.	Adott feltételeknek eleget tevő összeg meghatározása.	Számolási rutin fejlesztése 100-as számkörben, több megoldás keresése	Egész osztály	Csoport	Tevékenykedtetés	Papír, ceruza
22., 24., 26.	Értékelés, eredmények megbeszélése	Adatok rendszerezése, grafikon előállítás, elemzése	Egész osztály	Frontális	Megbeszélés	Papír, ceruza, esetleg mágnestábla, korongok
27–30.	 8-as puzzle, 15-ös puzzle ismertetése, készítése, játék.	Geometriai szemlélet fejlesztése, feladatmegoldás tervszerű próbálgatással, új rendezési elv kitalálására, megvalósítására	Egész osztály	Egyéni	Tevékenykedtetés	Kereskedelemben kapható, vagy az általunk előállított puzzle
31.	A 15-ös puzzle interneten ingyen elérhető változata.	Ua. mint előbb, számítógép, egerhasználat gyakorlása	Egész osztály	Egyéni	Tevékenykedtetés	Számítógép
33., 35., 36.,	Adott feltételeknek eleget tevő összeg meghatározása.	Számolási rutin fejlesztése 100-as számkörben, több megoldás keresése	Egész osztály	Csoport	Tevékenykedtetés	Papír, ceruza, A 3. mellékletben szereplő táblázatok.
34., 36., 38.	Értékelés, eredmények megbeszélése	Adatok rendszerezése, grafikon előállítás, elemzése	Egész osztály	Frontális	Megbeszélés	Papír, ceruza, esetleg mágnestábla, korongok
39.	<i>Dürer Albert</i> (1471-1528) „Melankólia” című képén látható mágikus négyzet előállítása.	Feltételnek eleget tevő táblázatok előállítása, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése, kooperatív tevékenységek fejlesztése.	Egész osztály	Csoport	Tevékenykedtetés	A 3. mellékletben szereplő táblázatok

Változat	Lépések, tevékenységek (a melléletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
40.	Értékelés, eredmények megbeszélése	Adatok rendszerezése, grafikon előállítás, elem- zése	Egész osztály	Frontális	Megbeszélés	Papír, ceruza, esetleg mágnestábla, korongok
41–42.	<i>Dürer Albert (1471-1528) „Melankólia”</i> című képén látható mágikus négyzet vizsgálata.	Számolási rutin fejlesztése 100-as számkörben.	Egész osztály	Csoport	Tevékenyked- tetés	Papír, ceruza, a 3. melléklet- ben szereplő táblázatok egyike
43	Adott feltételeknek elegettevő 4 × 4 –es táblázat meghatározása.	Számolási rutin fejlesztése 100-as számkörben, ismerkedés matematikai jelölésekkel.	Egész osztály	Csoport	Tevékenyked- tetés	Papír, ceruza, a 3. melléklet- ben szereplő táblázatok egyike
	Interneten ingyen elérhető változat: http://www.tablajatekos.hu/uj2001/00puzzle/szamos.html	Ua. mint előbb, számítógép, egérhasználat gyakorlása	Egész osztály	Egyéni	Tevékenyked- tetés	Számítógép

* A táblázat értelemszerűen bővíthető.

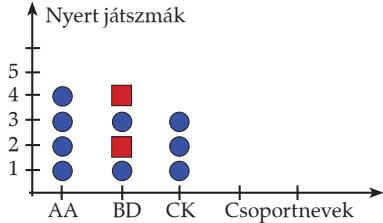
A FELDOLGOZÁS MENETE

Az alábbi részletes leírás célja elsősorban egyféle minta bemutatása. Nem lehet és nem szabad kötelező jellegű előírásnak tekinteni. A pedagógus legjobb belátása szerint dönthet a részletek felhasználásáról, módosításáról vagy újabb variációk kidolgozásáról.

Mágikus négyzetek																						
Ráhangelődés, feldolgozás																						
Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység																					
<p>Mágikus négyzetekről források: beluard.freeweb.hu és www.jgytf.u-szeged.hu E matematikai játék eredete az ókorig kísérhető vissza. Valószínű, még sokkal régebb. Indiából az arabok közvetítésével kerülhetett Európába, de a Kínában talált I-csing nevű könyvben, amely mágikus eljárásokat és jóslatokat tartalmaz, már megtalálható a következő 3×3-as feladvány. Jócskán 3000 éves, ie. 1100 táján keletkezett!</p>																						
<p>1. Szervezzünk csoportokat. A csoportok között versenyt, a következő rejtvények felhasználásával. A csoportok válasszanak maguknak csoportnevet. Amennyiben a bűvös négyzetekről többet kívánunk tudni, olvassuk el Bakos Péter Bűvös négyzetek című cikkét. www.hik.hu/tankonyvtar/site/books/b123/ar13.html</p>																						
<p>2. Helyezzük el a 0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 2 kártyákat egy 3×3-as négyzetbe úgy, hogy vízszintesen, függőlegesen és átlósan is a számok összege ugyanannyi legyen.</p>	<p>Mindegyik sorban és oszlopban kell szerepelni a 0, 1 és 2-nek is. Így egy sorban, oszlopban és átlósan is a számok összege 3.</p> <table style="margin: auto;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 0 10px;">Vagy</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">2</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">2</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">0</td> <td></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">2</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">2</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">0</td> </tr> </table> <p>Természetesen a táblázat 90, 180, 270 fokkal elforgatottja is helyes megoldást ad.</p>	1	0	2	Vagy	2	0	1	2	1	0		0	1	2	0	2	1		1	2	0
1	0	2	Vagy	2	0	1																
2	1	0		0	1	2																
0	2	1		1	2	0																
<p>3. Értékelés: minden helyes megoldás 1 pont. Ha a csoport olyan megoldást talál, amelyet más csoport nem +1 pontot adjunk. A csoportok teljesítményét ábrázoljuk oszlopdiagrammal. Minden helyes megoldás 1 kék korong, minden + pont 1 piros.</p>	<table border="1" style="margin-top: 10px;"> <caption>Nyert játszmák</caption> <thead> <tr> <th>Csoportnevek</th> <th>Nyert játszmák</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>AA</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>BD</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>CK</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table>	Csoportnevek	Nyert játszmák	AA	4	BD	2	CK	3													
Csoportnevek	Nyert játszmák																					
AA	4																					
BD	2																					
CK	3																					

<p>4. Helyezzük el a 22, 21, 20, 12, 11, 10, 1, 2, 0 kártyákat egy 3×3-as négyzetbe úgy, hogy vízszintesen, függőlegesen és átlósan is a számok összege ugyanannyi legyen. A megoldáshoz használhatjuk az előző két táblázatot. Ha a feladat így nehéznek bizonyul, mondjuk meg, hogy a sorokban, oszlopokban és az átlókban is 33 a számok összege.</p>	<table border="1" data-bbox="1137 153 1317 336"> <tr><td>21</td><td>0</td><td>12</td></tr> <tr><td>2</td><td>11</td><td>20</td></tr> <tr><td>10</td><td>22</td><td>1</td></tr> </table> <p>Ha az előző két táblázatot „összetoljuk”, megkapjuk a megoldást.</p>	21	0	12	2	11	20	10	22	1							
21	0	12															
2	11	20															
10	22	1															
<p>5. Értékelés: minden helyes megoldás 1 pont. Ha a csoport olyan megoldást talál, amelyet más csoport nem, +1 pontot adjunk. A csoportok teljesítményét ábrázoljuk oszlopdiagrammal. Minden helyes megoldás 1 kék korong, minden + pont 1 piros.</p>																	
<p>6. Helyezzük el az A, B, C, D betűket egy 4×4-es négyzetbe úgy, hogy vízszintesen, függőlegesen és átlósan is mind a négy betű szerepeljen.</p>	<table border="1" data-bbox="1137 568 1375 810"> <tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td></tr> <tr><td>D</td><td>C</td><td>B</td><td>A</td></tr> <tr><td>B</td><td>A</td><td>D</td><td>C</td></tr> <tr><td>C</td><td>D</td><td>A</td><td>B</td></tr> </table>	A	B	C	D	D	C	B	A	B	A	D	C	C	D	A	B
A	B	C	D														
D	C	B	A														
B	A	D	C														
C	D	A	B														
<p>7. Helyezzük el a 4×4-es táblázatba az A, B, C, D betűk mellé az X, Y, Z, V betűket úgy, hogy vízszintesen, függőlegesen és átlósan is mind a nyolc betű szerepeljen.</p>	<table border="1" data-bbox="1137 863 1375 1106"> <tr><td>AX</td><td>BY</td><td>CZ</td><td>DV</td></tr> <tr><td>DZ</td><td>CV</td><td>BX</td><td>AY</td></tr> <tr><td>BV</td><td>AZ</td><td>DY</td><td>CX</td></tr> <tr><td>CY</td><td>DX</td><td>AV</td><td>BZ</td></tr> </table>	AX	BY	CZ	DV	DZ	CV	BX	AY	BV	AZ	DY	CX	CY	DX	AV	BZ
AX	BY	CZ	DV														
DZ	CV	BX	AY														
BV	AZ	DY	CX														
CY	DX	AV	BZ														
<p>8. Értékelés: minden helyes megoldás 1 pont. Ha a csoport olyan megoldást talál, amelyet más csoport nem, +1 pontot adjunk. A csoportok teljesítményét ábrázoljuk oszlopdiagrammal. 9. Minden helyes megoldás 1 kék korong, minden + pont 1 piros.</p>																	

<p>10. Helyezzük el a 0 és 1 számokat egy 4×4-es négyzetbe úgy, hogy vízszintesen, függőlegesen és átlósan is a számok összege 2 legyen. Keressünk több megoldást!</p> <p>Ha a feladat így nehéznek bizonyul, beszéljük meg, hogy minden sorban, oszlopban és átlóban is kétszer szerepel az egyes és a nulla is.</p>	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
0	1	1	0																																																														
1	0	0	1																																																														
0	1	1	0																																																														
1	0	0	1																																																														
0	1	1	0																																																														
0	1	1	0																																																														
1	0	0	1																																																														
1	0	0	1																																																														
0	1	0	1																																																														
1	0	1	0																																																														
1	0	1	0																																																														
0	1	0	1																																																														
0	0	1	1																																																														
1	1	0	0																																																														
1	1	0	0																																																														
0	0	1	1																																																														
<p>11. Értékelés: minden helyes megoldás 1 pont. Ha a csoport olyan megoldást talál, amelyet más csoport nem, +1 pontot adjunk. A csoportok teljesítményét ábrázoljuk oszlopdiagrammal.</p>																																																																	
<p>12. Minden helyes megoldás 1 kék korong, minden + pont 1 piros.</p>																																																																	
<p>13. Vágjuk ki a mellékletben szereplő kártyákat, vagy nyomtassuk ki a kártyák1.jpg fájlt. Helyezzük el a kártyákat 3×3-as négyzetbe úgy, hogy vízszintesen, függőlegesen és átlósan is a pöttyök száma ugyanannyi legyen.</p>	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>Ez egy lehetséges megoldás. A többi megoldást ennek geometriai transzformációjából kaphatjuk. (tükrözés, forgatás)</p>																																																																

<p>14. Értékelés: mint előbb. Elemezzük a grafikont. Ki gyűjtötte a legtöbb pontot? Ki találta a legtöbb megoldást? Ki gyűjtötte a legtöbb + pontot? Ki gyűjtött több (ugyanannyi, kevesebb) pontot, mint ... (egy adott érték) Stb.</p>							
<p>15. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számokból alkoss háromszor hármas csoportot úgy, hogy a csoportban lévő számok összege megegyezzen. Minden számot csak egyszer használhatsz.</p>	<p>Mivel $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$, ezért egy csoportban a számok összege 15. Például:</p> <table border="1" data-bbox="1137 491 1816 539"> <tr> <td>$4 + 3 + 8,$</td> <td>$9 + 5 + 1,$</td> <td>$2 + 7 + 6,$</td> </tr> </table> <p>vagy</p> <table border="1" data-bbox="1137 639 1816 687"> <tr> <td>$4 + 9 + 2,$</td> <td>$3 + 5 + 7,$</td> <td>$8 + 1 + 6$</td> </tr> </table>	$4 + 3 + 8,$	$9 + 5 + 1,$	$2 + 7 + 6,$	$4 + 9 + 2,$	$3 + 5 + 7,$	$8 + 1 + 6$
$4 + 3 + 8,$	$9 + 5 + 1,$	$2 + 7 + 6,$					
$4 + 9 + 2,$	$3 + 5 + 7,$	$8 + 1 + 6$					
<p>16. Értékelés: minden helyes megoldás 1 pont. Ha a csoport olyan megoldást talál, amelyet más csoport nem, +1 pontot adjunk. A csoportok teljesítményét ábrázoljuk oszlopdiagrammal. Minden helyes megoldás 1 piros korong, minden + pont 1 kék.</p>	<p>A gyermekek kirakják a korongokat a táblán lévő grafikonra.</p>						
<p>17. Elemezzük a grafikont. Olvassuk le, ki mennyi pontot gyűjtött! Ki gyűjtötte a legtöbb pontot? Ki találta a legtöbb megoldást? Ki gyűjtötte a legtöbb + pontot? Ki gyűjtött több, (ugyanannyi, kevesebb) pontot, mint ... (egy adott érték) Stb.</p>							
<p>18. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számokból alkoss hármas csoportokat úgy, hogy a csoportban lévő számok összege 15 legyen, és mindegyik csoportban szerepeljen az 5-ös szám, de a többi számot csak egyszer használhatod. Hány ilyen csoportot tudsz készíteni?</p>	<p>A feladvány csak látszólag tűnik bonyolultnak. Fogalmazzuk át a gyermekekkel. Ha az 5-ös nem szerepelne az összegben, mennyi lenne a számok összege? 10. Így négy csoportot tudunk készíteni.</p> <table border="1" data-bbox="1137 1270 2040 1318"> <tr> <td>$4 + 5 + 6,$</td> <td>$3 + 5 + 7,$</td> <td>$2 + 5 + 8,$</td> <td>$5 + 9 + 1$</td> </tr> </table>	$4 + 5 + 6,$	$3 + 5 + 7,$	$2 + 5 + 8,$	$5 + 9 + 1$		
$4 + 5 + 6,$	$3 + 5 + 7,$	$2 + 5 + 8,$	$5 + 9 + 1$				

<p>19. Értékelés: minden helyes megoldás 1 pont. Ha a csoport mindegyik megoldást megtalálta, +1 pontot adjunk. Folytassuk a teljesítmény ábrázolását az oszlopdiagramban. Minden helyes megoldás 1 piros korong, a + pont 1 kék.</p>										
<p>20. Elemezzük a grafikont, az előző módon.</p>										
<p>21. Írd be a számokat egy a 3×3-as négyzetrácsba úgy, hogy mind a 3 vízszintes sorban, mind a 3 függőleges oszlopban és a két átlóban is, a 3-3 szám összege azonos legyen!</p>	<p>Egy lehetséges megoldás:</p> <table border="1" data-bbox="1137 411 1317 593"> <tr> <td>4</td> <td>3</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>5</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>7</td> <td>6</td> </tr> </table>	4	3	8	9	5	1	2	7	6
4	3	8								
9	5	1								
2	7	6								
<p>22. Értékelés, elemzés ugyanúgy, mint az előbb.</p>										
<p>23. Írjátok fel a számjegyeket egymás után 1-től 9-ig! Tegyetek közéjük néhány helyre összeadás és kivonás jeleket úgy, hogy a végeredmény pontosan 100 legyen! Pl.: $1+234-567+8+9$ (ez egy rossz megoldás, mert nem 100 a végeredmény). Gyűjtsetek össze minél több megoldást! Mi történik, ha más matematikai műveleteket is megengedünk (szorzás, osztás)?</p>	<p>Helyes megoldások a teljesség igénye nélkül:</p> $123 - 45 - 67 + 89 = 100$ $12 - 3 - 4 + 5 - 6 + 7 + 89 = 100$ $12 + 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + 89 = 100$ $123 + 4 - 5 + 67 - 89 = 100$ $1 + 2 + 3 - 4 + 5 + 6 + 78 + 9 = 100$ $12 + 3 - 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 100$ $1 + 23 - 4 + 56 + 7 + 8 + 9 = 100$ $1 + 2 + 34 - 5 + 67 - 8 + 9 = 100$ $1 + 23 - 4 + 5 + 6 + 78 - 9 = 100$ $123 + 45 - 67 + 8 - 9 = 100$ $123 - 4 - 5 - 6 - 7 + 8 - 9 = 100$ $-1 + 2 - 3 + 4 + 5 + 6 + 78 + 9 = 100$									
<p>24. Értékelés, elemzés ugyanúgy, mint az előbb.</p>										
<p>25. A feladat hasonló, mint az előbb, de most használhatjuk a szorzás és osztás jeleket is:</p>	<p>Néhány megoldás:</p> $1 - 2 + 3 \cdot 4 \cdot 5 - 6 + 7 \cdot 8 - 9 = 100$ $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \cdot 9 = 100$									
<p>26. Értékelés, elemzés ugyanúgy, mint az előbb.</p>										
<p>27. A feladat hasonló mint az előbb de most zárójeleket is használjunk.</p>	<p>Néhány megoldás:</p> $1 \cdot (2 + 3) \cdot \cdot 5 - 6 + 7 + 8 - 9 = 100$ $1 \cdot (2 + 3) \cdot 4 \cdot 5 + 6 - 7 - 8 + 9 = 100$									
<p>28. Értékelés, elemzés ugyanúgy, mint az előbb.</p>										

29. 8-as puzzle, 15-ös puzzle



1	2	3
4	5	6
7	8	

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

30. Ha nincs ilyen játékunk, könnyedén készíthetünk hasonlót.
Pl.:
8-as puzzle: a színesrúd készlet 8 egységkockájából és egy 3×3 cm-es dobozból.
15-ös puzzle: a színesrúd készlet egységkockáiból és egy 4×4 cm-es dobozból.

A kockákra írjuk rá a számokat (1-től 8-ig, illetve 1-től 15-ig), és véletlenszerűen helyezük a dobozba.

31. Feladat tologatással valamilyen sorba rendezni a számokat.
A legáltalánosabb a növekvő sorbarendezés,
vízszintesen,
függőlegesen,
de rendezhetjük a számokat például:
a párosokat jobbra, páratlanokat balra,
a 8-as puzzle-nél a rendezés elve akár a 8. pont táblázata is lehet.

32. Biztassuk a gyermekeket új rendezési elv kitalálására, megvalósítására.

33. Az interneten ingyen elérhető változata például
<http://www.puzzles.com/Projects/PocketPlay/PocketFifteenPuzzle.htm>
vagy
<http://www.tablajatekos.hu/uj2001/puzz151.html>

Ráhangelődés, feldolgozás	
<p>Európában a XIV. században a bizánci <i>Moschopoulos</i>, a XVI. században <i>Michael Stifel</i> és <i>Adam Riese</i> (1492-1559) német matematikusok foglalkoztak bűvös négyzetek szerkesztésével. A XVII. században <i>Bachet de Méziriac</i> (1587-1638) francia matematikus talált új módszereket bűvös négyzet készítésére.</p>	
<p>34. Alakítsunk 2–3 fős csoportokat. Szervezzünk versenyt.</p>	
<p>35. Írjuk le 1-től 16-ig a számokat. Válasszunk ki ezek közül a számok közül 4-et úgy, hogy összegük 34 legyen. Az a csoport nyer, aki több számnégyest talált.</p>	<p>Gyűjtsük össze a számnégyeseket.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $1 + 4 + 15 + 14 = 34$ 2. $1 + 4 + 13 + 16 = 34$ 3. $1 + 7 + 10 + 16 = 34$ 4. $1 + 7 + 12 + 14 = 34$ 5. $1 + 8 + 12 + 13 = 34$ 6. $2 + 7 + 11 + 14 = 34$ 7. $2 + 5 + 12 + 15 = 34$ 8. $2 + 8 + 11 + 13 = 34$ 9. $2 + 3 + 13 + 16 = 34$ 10. $2 + 3 + 14 + 15 = 34$ 11. $2 + 5 + 12 + 15 = 34$ 12. $2 + 8 + 9 + 15 = 34$ 13. $2 + 8 + 13 + 11 = 34$ 14. $3 + 5 + 14 + 12 = 34$ 15. $3 + 5 + 10 + 16 = 34$ 16. $3 + 6 + 10 + 15 = 34$ 17. $3 + 8 + 14 + 9 = 34$ 18. $4 + 5 + 9 + 16 = 34$ 19. $4 + 6 + 11 + 13 = 34$ 20. $4 + 6 + 9 + 15 = 34$ 21. $5 + 8 + 10 + 11 = 34$ 22. $5 + 9 + 8 + 12 = 34$ 23. $6 + 7 + 9 + 12 = 34$ 24. $6 + 7 + 10 + 11 = 34$ 25. stb.
<p>36. Megbeszélés, értékelés: Ugyanúgy, mint eddig. Minden talált számnégyes 1 pont. + 1 pont, ha a többi csoport nem találta meg azt az esetet.</p>	

37. Válassz ki az 1, 2, 3, – 14, 15, 16 számok közül 4-et és írd be a táblázatba

a	b	c	d
e	f	g	h

úgy, hogy

$$a + b + c + d = 34$$

$$e + f + g + h = 34$$

$$a + b + e + f = 34$$

$$c + d + g + h = 34$$

16	3	2	13
5	10	11	8

16	5	9	4
3	10	6	15

2	11	7	14
13	8	12	1

9	6	7	12
4	15	14	1

38. Értékelés: Minden kitöltött táblázat 1 pont. + 1 pont, ha a többi csoport nem találta meg azt az esetet.

39. Válassz ki az 1, 2, 3, – 14, 15, 16 számok közül 4-et és írd be a táblázatba

a	b	c	d
e	f	g	h

úgy, hogy

$$a + b + c + d = 34$$

$$e + f + g + h = 34$$

$$b + c + f + g = 34$$

5	10	11	8
9	6	7	12

3	10	6	15
2	11	7	14

40. Értékelés: Minden kitöltött táblázat 1 pont. + 1 pont, ha a többi csoport nem találta meg azt az esetet.

41. Rajzolj egy 4×4 –es négyzetet. Helyezd el 1-től 16-ig a számokat úgy, hogy vízszintesen és függőlegesen az összegük 34 legyen. Segítségként használd az összegyűjtött összegeket!
Keress több megoldást.

A feladatnak sok megoldása van. Lásd a következő sort.
A sorok, illetve oszlopok felcserélésével újabb megoldásokat kaphatunk.

42. Értékelés: Minden kitöltött táblázat 1 pont. + 1 pont, ha a többi csoport nem találta meg azt az esetet.

Érdekesség, hogy *Dürer Albert* (1471-1528) magyarországi származású festő „Melankólia” című képén, amelyen a műszaki és a matematikai kutatást megszemélyesítő allegorikus alak látható, annak feje felett egy igen „nagy teljesítményű” mágikus négyzet jelképezi talán éppen a matematikát. Ez a bűvös négyzet:



16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

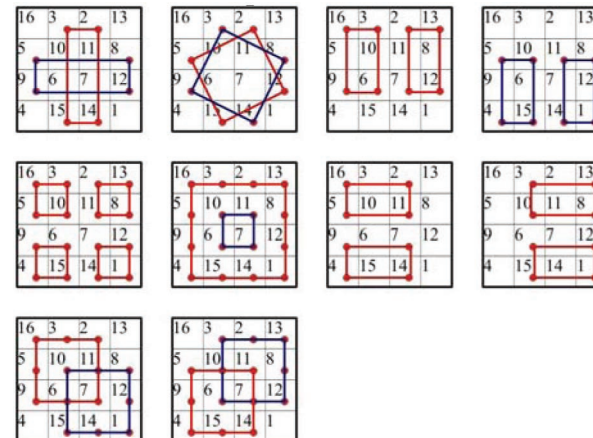
Az utolsó sor közepén a 15 és 14 egybeolvasva a mű keletkezésének évszámát (1514) jelenti.



43. Olvassuk le Dürer táblájáról 4 szám összegeként a 34-et.

44. Értékelés: Minden talált számnégyes 1 pont. + 1 pont, ha a többi csoport nem találta meg azt az esetet.

Minden sor, oszlop, átló, valamint



45. Rajzolj egy 4×4-es rácsot, és töltsd ki egymástól különböző, pozitív, egész számokkal úgy, hogy teljesüljenek az alábbiak.

Interneten ingyen elérhető változat:

<http://www.tablajatekos.hu/uj2001/00puzzle/szamos.html>

1. $A1 = B3 - B3/3$
2. $A2 = (C4 \times B3)$
3. $A3 = A1 / C4$
4. $A4 = (A1 + B3/C2)$
5. $B1 =$ vagy $(B3 - B2)$, vagy $(B3+B2)$
6. $B2 = C1 / C2$
7. $B3 = 9 \times D1$
8. $B4 = A2 - D3$
9. $C1 =$ vagy $(7 \times C2)$, vagy $(A4 + C4)$
10. $C2 = C4 \times D1$
11. $C3 = A3 \times B2$
12. $C4 =$ vagy 2, vagy 3
13. $D1 = C4 - 1$
14. $D2 = A4 + A3$
15. $D3 = C3 - B2$
16. $D4 = B4 / C4$

A1	A2	A3	A4
B1	B2	B3	B4
C1	C2	C3	C4
D1	D2	D3	D3

Érdeemes a C4-ről indulni.

Nézzünk egy lehetséges kitöltési sorrendet! (A sorszámok a lépések számát jelentik.)

10.	7.	11.	9.
8.	5.	6.	15.
4.	3.	12.	1.
2.	13.	14.	16.

Vagy egy másfajta jelöléssel:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
C4	D1	C2	C1	B2	B3	A2	B1	A4	A1	A3	C3	D2	D3	B4	D3

Vagy

C4 D1 C2 C1 B2 B3 A2 B1 A4 A1 A3 C3 D2 D3 B4 D3

Megoldás:

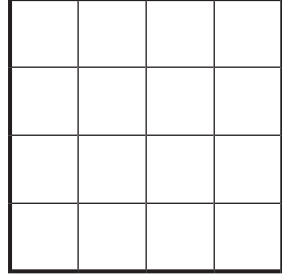
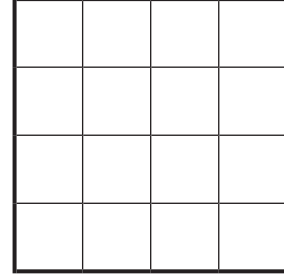
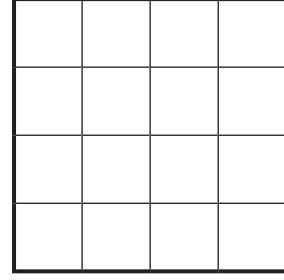
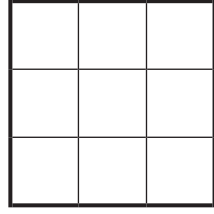
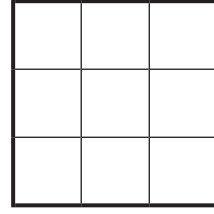
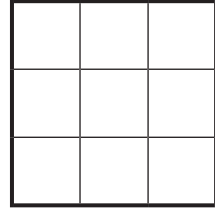
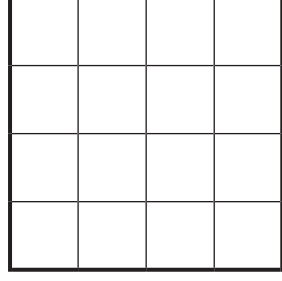
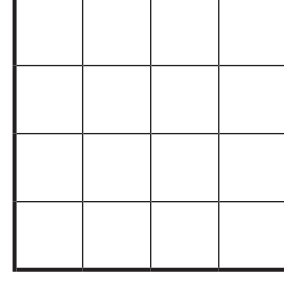
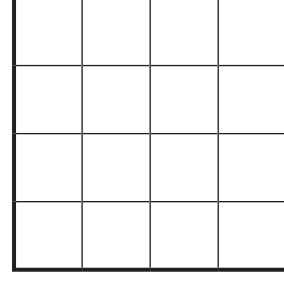
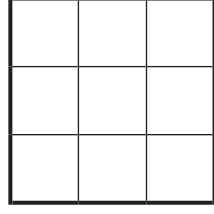
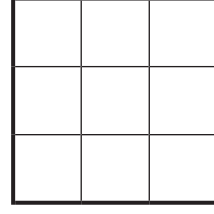
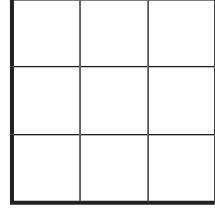
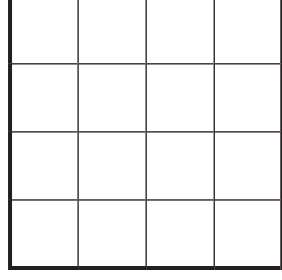
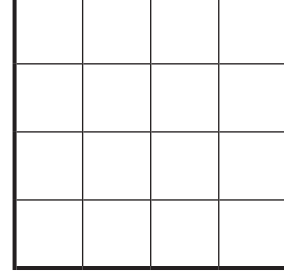
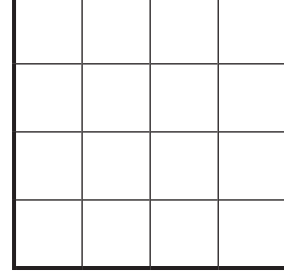
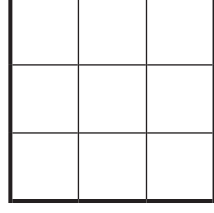
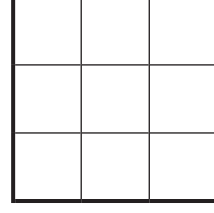
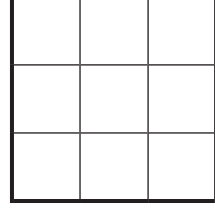
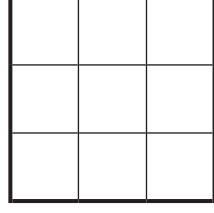
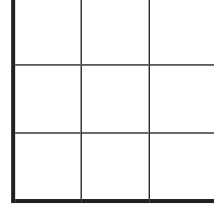
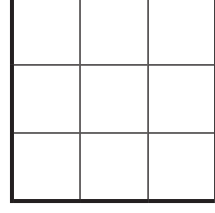
12	54	4	15
25	7	18	33
42	6	28	3
2	19	21	11

Amennyiben ez a jelölés még idegen a gyermekeknek, használjunk más jelrendszert.

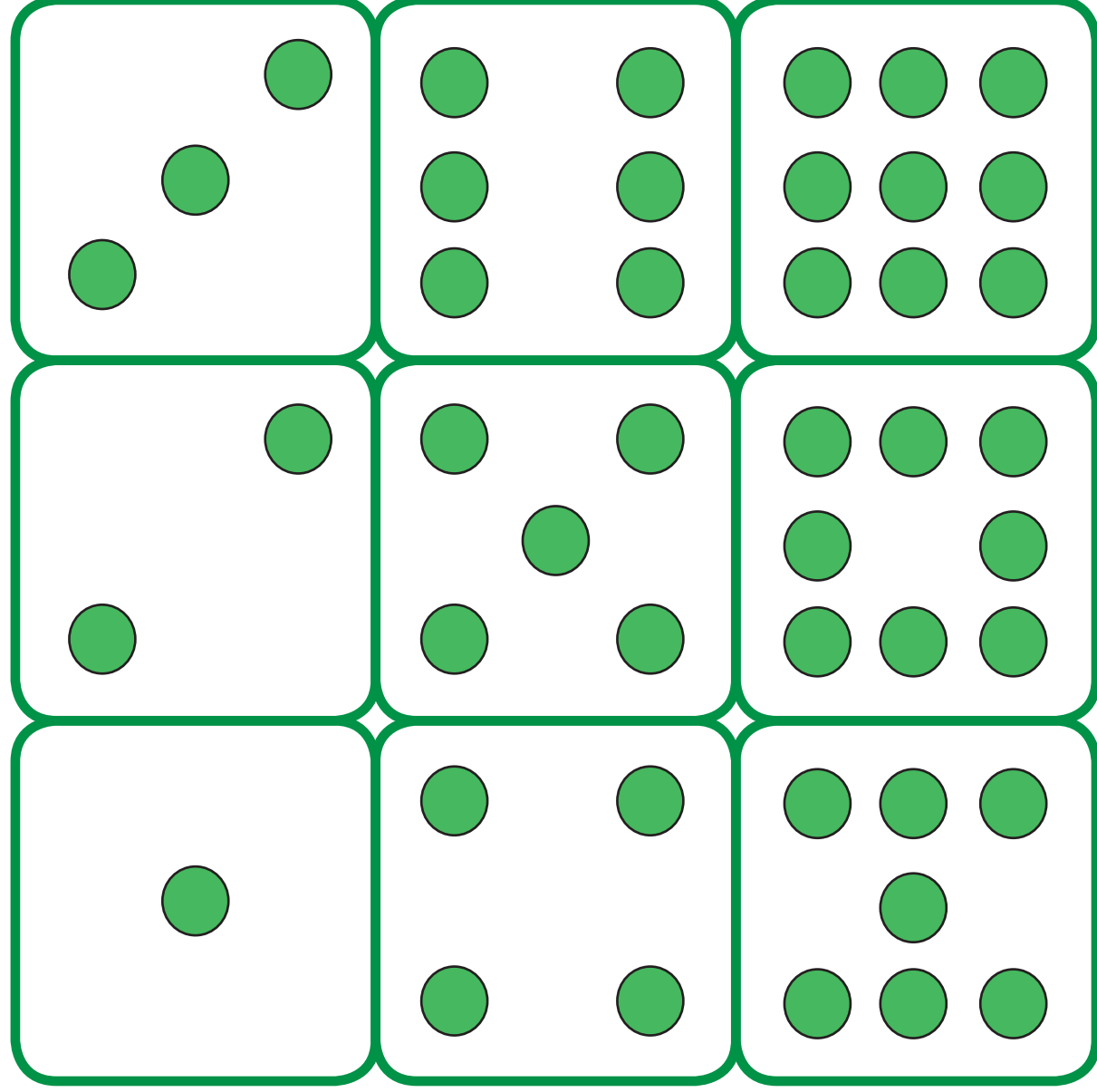
1. $A = G - G : 3$
2. $B = (L \times G)$
3. $C = A : L$
4. $D = (A + G : J)$
5. $E = \text{vagy } (G - F), \text{ vagy } (G + F)$
6. $F = I : J$
7. $G = 9 \times M$
8. $H = B - O$
9. $I = \text{vagy } (7 \times J), \text{ vagy } (D + L)$
10. $J = L \times M$
11. $K = C \times F$
12. $L = \text{vagy } 2, \text{ vagy } 3$
13. $M = L - 1$
14. $N = D + C$
15. $O = K - F$
16. $P = H : L$

a	b	c	D
e	f	g	H
i	j	k	L
m	n	o	p

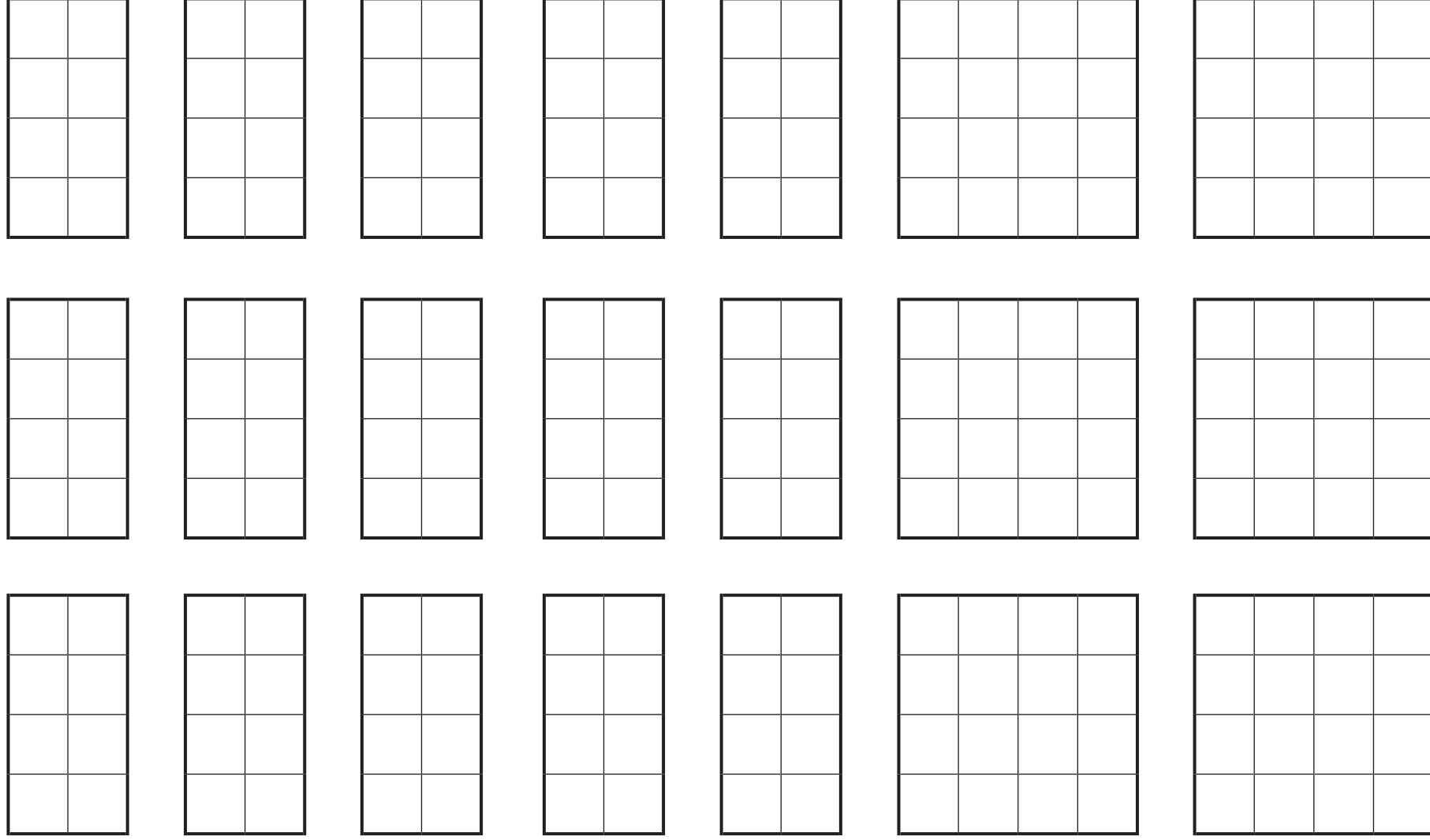
1. MELLÉKLET



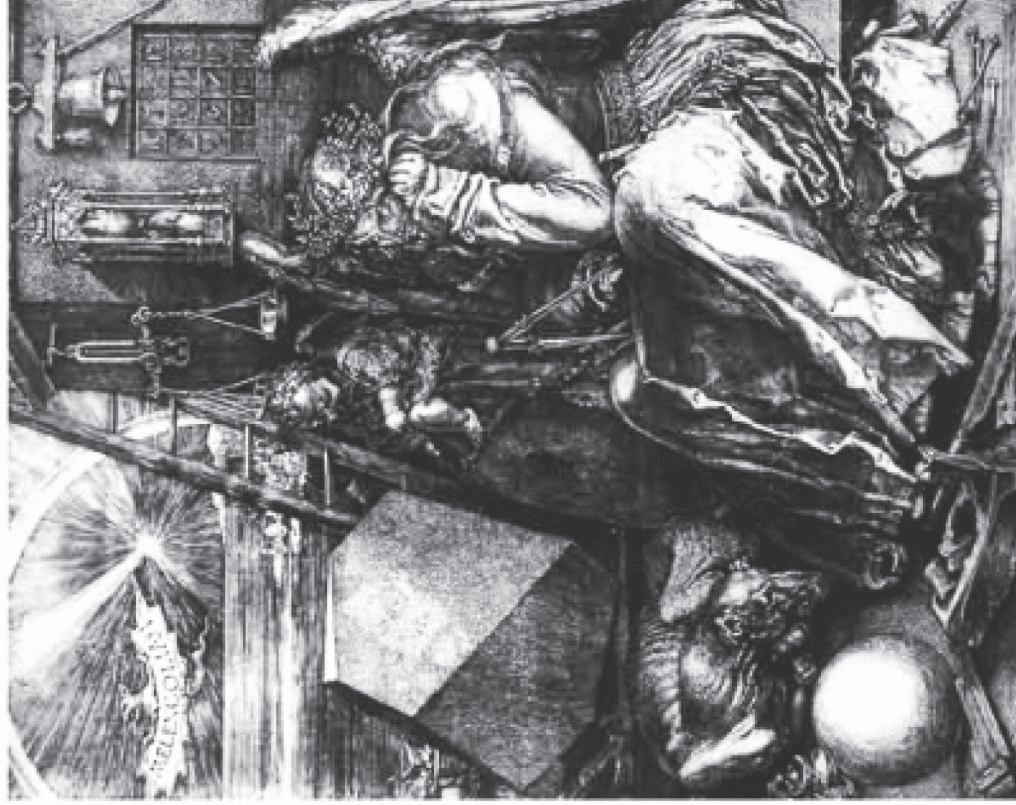
2. MELLÉKLET



3. MELLÉKLET



4. MELLÉKLET



16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	7	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	7	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	7	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	7	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	7	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	7	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	7	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	7	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	7	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	7	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	7	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	7	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1