

Matematika C

10. osztály

9. modul
Sorbanállás

Készítette: Kovács Károlyné

A modul célja	A tanulók kombinatorikai ismereteinek kreatív alkalmazása, gondolkodási módjának fejlesztése.
Időkeret	2 foglalkozás
Ajánlott korosztály	15–16 évesek (10. osztály)
Modulkapcsolódási pontok	Szűkebb környezetben: Bármelyik tantárgy, amelyik igényli a tanulók önálló problémafelvető képességét Ajánlott megelőző tevékenységek: Tanórán a kombinatorikai alapismeretek megismerése tapasztalatgyűjtéssel
A képességfejlesztés fókuszai	Számolás, számlálás Mennyiségi következtetés, valószínűségi következtetés Szöveges feladat megoldása, probléma megoldás, metakogníció Rendszerezés, kombinativitás Valószínűség, statisztika

AJÁNLÁS

Az oktatásunk egyik fő problémája, hogy a tanulók az ismereteket, a megoldandó problémákat készen kapják, ezért kevés mód nyílik arra, hogy a tanulók kapcsolatot találjanak az iskolában tanultak és a környezetükben tapasztaltak között. Erre – az eddigi modulok elkészítése során is – próbáltunk figyelni, és különböző javaslatok felkínálásával ezen segíteni.

Ennek a modulnak a témája a kombinatorika, célja a tanulók kombinatorikai gondolkodás módjának fejlesztése. A tanuló környezetével való kapcsolat kialakítása különösen kézenfekvő ebben a témakörben. Kiindulunk egy, a mindennapokban látott helyzetből, szituációból, és ebből kombinatorikai problémákat, kérdéseket fogalmazunk meg. Majd a tanulók gondolnak ki helyzeteket, fogalmaznak meg és oldanak meg feladatokat.

Ezt a modult a tanév utolsó moduljaként javasoljuk feldolgozni, mert ennek második foglalkozása a tanév befejezését egy jókedvű, felszabadult játékkal teszi lehetővé.

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, mellékletek
I. Csak szép sorban!			
1.	Egy sorbanállásból 4 feladat születik	Elemző képesség, kombinatorikus gondolkodás, számolási képesség, műveletvégzési sebesség, problémaérzékenység, rugalmas gondolkodás, problémamegoldás	Tanulói munkafüzet: Sorban állás
2.	Adott szituációra feladatok gyártása	Kreativitás, eredetiség, elemző képesség, kombinatorikus gondolkodás, számolási képesség, műveletvégzési sebesség, nyelvi fejlettség, problémaérzékenység, rugalmas gondolkodás, problémamegoldás	Tanulói munkafüzet: Sportpályán
3.	Szituációk kitalálása, feladatok gyártása	Kreativitás, eredetiség, elemző képesség, kombinatorikus gondolkodás, számolási képesség, műveletvégzési sebesség, nyelvi fejlettség, problémaérzékenység, rugalmas gondolkodás, problémamegoldás	

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, melléletek
II. Játék a betűkkel			
	Próbajáték	Kreativitás, eredetiség, számolási képesség, műveletvégzési sebesség, nyelvi fejlettség, problémaérzékenység, ismeretek rendszerezése, metakogníció, rugalmas gondolkodás, problémamegoldás	Eszközök: Homokóra Melléklet a tanároknak: Kérdések a próbajátékhoz Tanulói munkafüzet: Játékleírás
	A játék	Kreativitás, eredetiség, számolási képesség, műveletvégzési sebesség, nyelvi fejlettség, problémaérzékenység, ismeretek rendszerezése, metakogníció, rugalmas gondolkodás, problémamegoldás	Melléklet a tanároknak: Néhány közismert, és kevésbé ismert közmondás Javasolt kérdések a játékhoz

I. CSAK SZÉP SORBAN!

Ráhangolódás (kb. 15 perc)

Tanulói munkafüzet: Sorban állás

Képzeld el a következő helyzetet: bemegyek egy élelmiszerüzletbe, telerakom a kosaramat, megyek az üzlet egyetlen pénztárához, beállok a sorba! Én vagyok a sorban az ötödik. Ekkor a pénztárosnő lezárja a pénztárgépet, s elmegy hátra a raktárba valamit elintézni. Közvetlenül előttem áll a sorban két ember egy-egy teli bevásárlókocsival. Az előttük álló két embernek kosár van a kezében, és nincs nagyon telerakva. Állunk és várunk. Már mindenki nagyon szeretne fizetni és távozni. Unalmamban elkezdek magamban feladatokat gyártani.

Hányféle sorrendben állhatna itt ez az 5 ember?

Hányféle olyan sorrend alakulhatna ki, amelyben én állnék a legkedvezőbb helyen?

Na jó, ha nem is a legkedvezőbb helyen, de legalább a két „kocsis” ember között? Hányféle ilyen sorrend lenne?

És vajon hányféle olyan sorrend alakítható ki, hogy én közvetlenül a két „kocsis” ember előtt állok, de nem állok a legkedvezőbb helyen?

Az első két kérdést valószínűleg könnyedén megválaszolják. A harmadik kérdésre a válasz gyakran hibás. Mert ha rá is jönnek arra az ötletre, hogy a két „kocsis” ember meg én alkossunk egy „elemet”, s akkor a kérdés úgy szól, hogy ez az „elem” és a két másik ember hányféle sorrendben állhat a sorban, s ezt helyesen meg is válaszolják, elfelejtkeznek arról, hogy mind a hat esetben még egy-egy sorrenddel számolni kell. Ugyanis a két „kocsis” ember helycseréje egy-egy újabb sorrendet eredményez. Tehát összesen 12-féle sorrendben állhatunk a pénztár előtt ilyen feltételek mellett.

Ha ennek a feladatnak a megoldását részletesen megbeszéljük, már könnyebben megy az utolsó kérdés megválaszolása is. Érdemes ebben az esetben rajzzal is szemléltetni a különböző eseteket. (Az embereket különböző jelekkel jelölni.) A 8 eset nem olyan sok eset, hogy ne érné meg felrajzolni a jobb megérthetés kedvéért.

1. Adott szituációra feladatok gyártása

(Javasolt idő: 15 perc. Munkaforma: párban vagy 3 fős csoportban.)

Mondok egy másik szituációt, de most már ti találjatok ki feladatokat erre a helyzetre!

Tanulói munkafüzet: Sportpályán

Tegyük fel, hogy egy sporttáborban 12 fiú és 6 lány vesz részt. Egy alkalommal 4-4 fiú kispályás focit játszik, a 6 lány pedig a pálya szélén, padon ülve nézi a játékot.

Ti is a pálya szélén ültök, de ti nem a játékban gyönyörködtök, hanem feladatokat gyártotok – látva ezt a helyzetet.

Ha a tanulók számára még nehezen megy a kombinatorikus gondolkodási mód, tehetjük azt is, hogy mi gyártunk újból kérdéseket, és ekkor az ő feladatuk ismét a kérdések megválaszolása lesz.

Ha nem ezt az utat választjuk, azzal számolnunk kell, hogy a „Ráhangolódásban” megfogalmazott kérdések elsősorban kombinatorikai problémák kitalálására készíteti őket. Ne siessük el

a más témakörű kérdésekre való buzdítást! Hagyjuk, és örüljünk neki, ha eleinte nagyon hasonló kérdéseket tesznek is fel! Elképzelhető, hogy először a lányok ülési sorrendjének számára kérdeznek rá. Ekkor továbblendíthetjük őket egy újabb információval:

Kati és Panni barátnők, szeretnek mindig együtt lenni, így ők a padon is egymás mellett kívánnak ülni.

Soha ne hagyjuk, hogy egy kérdést pongyolán, helytelen magyarsággal megfogalmazva mondjanak el! Ilyenkor a többiekkel javíttassuk a mondatot addig, amíg az pontos, és helyesen megfogalmazott nem lesz! Így előbb-utóbb már tanári beavatkozás nélkül is javítják – nyelvhelyesség szempontból is – egymás kérdéseit.

Nehezebb a kérdés megválaszolása, ha a fiúk csapatkialakítására kérdeznek rá. Ilyenkor előfordulhat, hogy a szokásosnál több segítséget kell adnunk a feladat megoldásához. Először csak azt a kérdést választassuk meg, hogy pl.

Az edző hányféleképpen állíthatott volna össze egy négyfős csapatot?

Itt részletezni kell a gondolatmenetet! Mutassuk meg egy példán, hogy négy fiú (A, B, C, D), mint csapat hányszor szerepel a $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9$ kiválasztás között. Ezután már könnyen jutnak a helyes eredményhez, hogy egy csapat $\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$, azaz 495-féleképpen állítható elő.

Ne vezessük még be a $\binom{12}{4}$ jelölést! A gondolatmenet fontosabb. Egyébként is az a tapasztalat, hogy a gyerekek ekkor még úgy érzik, egy kombinatorikai kérdésre a válasz akkor „végeredmény”, ha az tízes számrendszerben megadott szám.

Visszatérve a kérdésre: folytassuk a probléma megoldását úgy, hogy megnevezzük egy lehetséges első csapat tagjait. Ide kapcsolódhat az újabb kérdés:

Egy, már előállított négyfős csapathoz hányféle másik 4 fős csapatot állíthat össze az edző a maradék 8 tanuló közül válogatva?

És egy másik, már előállított csapathoz hányféle másik csapat állítható fel? És egy harmadikhoz?

Így eljuthatnak a tanulók ahhoz a felismeréshez, hogy mivel minden először előállított csapathoz a másik csapat $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$ -féleképpen állítható elő, így a két csapat

$\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$, azaz 34 650-féleképpen állítható össze.

Ekkor kíváncsian várjuk, hogy rájön-e valamelyik tanuló, hogy **a végeredményünk hibás.**

A feladat szerint nincs a két csapat megkülönböztetve.

Ha ők nem jönnek rá, nekünk kell őket provokálnunk. Tegyük fel, hogy az először kiválasztott csapat tagjai A, B, C, D , a másiké pedig: E, F, G és H . Ez szerepel 34 650-féle csapatösszeállításban. Van a 34 650-féle csapatösszeállítás között még két ugyanilyen két

csapat? Még pontosan egy van: az először kiválasztottban E, F, G és H , utána az A, B, C, D személyekből álló csapat.

Ha tehát nem különböztetjük meg a csapatokat semmilyen módon – se sorszámmal, se mezzel – akkor, mivel minden 4-es csapatpárt kétszer számoltunk össze, ebben az esetben a lehetséges különböző csapatösszeállítások száma a 34 650 fele, azaz **17 325**.

Nagyon sokféle szituációt kitalálhatunk. Néhány mutatóban:

1. Villamoson utazunk. Minden hely foglalt, és öten állnak a vagonban. Az egyik megállóban két utas feláll, és leszáll, de ebben a megállóban nem száll fel senki ebbe a kocsiba.
2. Lakásunk bejáratához hat lépcsőfok vezet fel az utcáról. Barátaim egyik látogatásuk alkalmával nevetve mesélték, hogy mindenki más-más lépéssorozattal jött fel a lépcsőn. Barátaimat ismerve, tudom, hogy mindegyik egy lépésben egy vagy két lépcsőfokot tud megtenni.
3. Hosszabb időre elutazom, és a csomagjaimat le kell cipelnem a kocsinhoz. Van három különböző bőröndöm, és 5-féle táskám.
4. Kovács bácsinak naponta 5 különböző gyógyszert kell bevennie. Az orvos csak annyit mondott, hogy ezt a két gyógyszert egyszerre, étkezés közben kell beszednie, emezt a kettőt pedig este vegye be.
5. Értekezlet alatt szórakozottan firkálgattam a füzetembe. Sormintákat rajzoltam. Egy kis háromszöget, két kört, két négyzetet, és három szívet rajzoltam egy-egy sorba.

2. Szituációk kitalálása, feladatok gyártása

(Javasolt idő: 15 perc. Munkaforma: párban vagy 3 fős csoportban.)

Minden pár (csoport) találjon ki egy szituációt, írja le egy papírra, és adja tovább a papírt a következő párnak (csoportnak)! Ők a kapott szituációk alapján készítsenek egy feladatot, és adják tovább egy következő párnak (csoportnak) – a feladatot ők fogják megoldani!

Ha elkészültek a megoldással, írják rá a papírra, és adják vissza a feladatot készítő párnak (csoportnak)! Ez a pár (csoport) ellenőrizze, hogy helyes-e a feladatuk megoldása! Pipával jelezzék, ha helyes, ha viszont hibásnak vélik, adják vissza újbóli megfontolásra a megoldást elkészítő párnak (csoportnak)! Ha egy feladat megoldását már le is ellenőrizte a megfelelő pár (csoport), és úgy látja helyes a megoldás, akkor a papírt adjátok ide nekem!

Forgószínpadszerűen mennek körbe a feladatok. Így minden pár illetve csoport folyamatosan tud dolgozni. Amikor eljutott hozzánk a leellenőrzött megoldás, nézzük át, hogy milyen szituációból milyen feladatot gyártottak a tanulók, és hogyan oldották meg, illetve hogyan írták le a megoldásukat!

Tanulói munkafüzet:**I. CSAK SZÉP SORBAN!****Sorban állás:**

Képzeld el a következő helyzetet: bemegyek egy élelmiszerüzletbe, telerakom a kosaramat, megyek az üzlet egyetlen pénztárához, beállok a sorba. Én vagyok a sorban az ötödik. Ekkor a pénztárosnő lezárja a pénztárgépet, s elmegy hátra a raktárba valamit elintézni. Közvetlenül előttem áll a sorban két ember egy-egy teli bevásárlókocsival. Az előttük álló két embernek kosár van a kezében, és nincs nagyon telerakva. Állunk és várunk. Már mindenki nagyon szeretne fizetni és távozni. Unalmamban elkezdek magamban feladatokat gyártani.

Hányféle sorrendben állhatna itt ez az 5 ember?

Hányféle olyan sorrend alakulhatna ki, amelyben én állnék a legkedvezőbb helyen?

Na jó, ha nem is a legkedvezőbb helyen, de legalább a két „kocsis” ember között? Hányféle ilyen sorrend lenne?

És vajon hányféle olyan sorrend alakítható ki, hogy én közvetlenül a két „kocsis” ember előtt állok, de nem állok a legkedvezőbb helyen?

1. Sportpályán

Mondok egy másik szituációt, de most már ti találjatok ki feladatokat erre a helyzetre!

Tegyük fel, hogy egy sporttáborban 12 fiú és 6 lány vesz részt. Egy alkalommal 4-4 fiú kispályás focit játszik, a 6 lány pedig a pálya szélén, padon ülve nézi a játékot.

Ti is a pálya szélén ültök, de ti nem a játékban gyönyörködtök, hanem feladatokat gyártotok – látva ezt a helyzetet.

II. JÁTÉK A BETŰKKEL

Ráhangolódás (kb. 5 perc)

Tanulói munkafüzet: Játékleírás

Bizonyára ismeritek azt a televízióban is játszott játékot, amelyben a játékosoknak az a célja, hogy betűnként találjanak ki egy közmondást. A játék menete a következő volt:

A kezdő játékos mondott egy betűt. Ha az előfordult a közmondásban, akkor a mondott betű minden előfordulási helyen megjelent a kijelző táblán. Ezután a játékos újabb betűt mondhatott, s ha ez is szerepelt a közmondásban, akkor minden ilyen helyen megjelent ez a betű is. A játékos folytathatta mindaddig, míg egy olyan betűt nem mondott, amelyik nem szerepelt a közmondás betűi között. Ekkor a kérdezést a másik játékos folytathatta. Az a játékos nyert, aki először mondta ki helyesen a közmondást.

Próbáljuk ki ezt a játékot! Először azonban egy kicsit szeretném módosítani a játékszabályt:

Egyrészt nem egy-egy játékos, hanem csapatok versenyeznenek egymással, mégpedig három csapat.

Másik változtatás: ha a csapat által mondott betű szerepel a közmondásban, a betű előfordulási helyét (helyeit) csak akkor mutatom meg, ha a csapat egy kérdésre helyesen válaszol. A kérdés minden esetben olyan, hogy a helyes válasz egy szám. A kérdés elhangzásakor elindítjuk ezt a homokórát. Ez mutatja, hogy mennyi ideje van a csapatnak a kérdés megválaszolására. Ha a csapat az adott idő alatt nem tudja a kérdést megválaszolni, vagy helytelen választ ad, a válaszadás joga a sorrendben következő csapatra száll, s ha ők helyes választ adnak, a betű a közmondásban szereplő helyeken megjelenik.

Az újabb betűt az a csapat mondhatja, amelyik a kérdésre helyes választ adott.

Az a csapat nyer, amelyik először mondja ki pontosan a közmondást. Ha valamelyik csapat úgy érzi, hogy tudja, melyik közmondás a feladvány, akkor kézfeltartással jelezze, hogy a megfejtést kívánja mondani. Ha nem sikerül kitalálni, vagy pontatlan a közmondás megfogalmazása, a csapat kiesik abból a játékból. Természetesen a következő közmondás kitalálásában már részt vesz ez a csapat is.

Három csoportnál többet ne alakítsunk ki, akkor inkább növeljük a csapatok létszámát!

Jól elkülönülve ültessük a csapatokat, hogy a kérdés megoldása közben ne zavarják egymást! Nyilván minden csapatnak érdekében áll, hogy gondolkozzon a feladott probléma megoldásán, hiszen lehet, hogy nekik kell válaszolniuk a kérdésre.

1. Próbajáték

(Javasolt idő: 10 perc. Eszközigény: homokóra. Munkaforma: csoportban.)

Először egy próbajátékot játszunk. Sorsoljuk ki a kérdezés sorrendjét! Első, második, harmadik csapat.

Mindig megmondom, hogy hány betűből áll a közmondás.

A táblán jelöljük ki a betűk helyét, például téglalapokkal, s majd ebbe írjuk bele a már kitalált betűket.

Ez a közmondás 9 betűből áll. (AZ IDŐ PÉNZ.)

Melléklet a tanároknak: Kérdések a próbajátékhoz

A kérdéseket természetesen a csoport kombinatorikai ismereteinek megfelelően válasszuk! A tanári mellékletben egy egyszerű, kis számolással megválaszolható 9 kérdésből álló kérdéssort állítottunk össze. Ajánlott, hogy a próbajáték során, más feladatválasztás esetén is, a kérdések lehetőleg ilyen egyszerűek (vagy ennél is könnyebbek) legyenek!

Ne engedjük, hogy egy másik, a kérdés megválaszolására nem jogosult csapat tagjai bekiabálják a választ! Ha mégis előfordul, érdemes egy körből kihagyni ezt a csapatot, tehát a következő betűt a harmadik csapat mondja.

Természetesen előfordulhat, – és ez a gyakoribb – hogy nem kell minden betű helyét megtalálni a közmondás felismeréséhez. A tanulók hamar rájöhetnek, hogy először a magánhangzók helyét érdemes megkeresni. Az így megmaradó kérdéseket természetesen felhasználhatjuk a következő közmondás kitalálásához is.

2. A játék

(Javasolt idő: 30 perc. Eszközigény: homokóra. Munkaforma: csoportban.)

Az első kérdezés jogát mindig eggyel továbbadjuk, tehát az első játékban az első csapat adja meg az első betűt, a következő közmondásnál már a második, majd azután a harmadik csapat kezdi a játékot. Nézzük a következő közmondást!

Melléklet a tanároknak: Néhány közismert és kevésbé ismert közmondás

Ne kérjünk indoklást a kérdések megválaszolása után! Ez nagyon lelassítaná a játék menetét, és most a bemondott szám kicsit arról is árulkodik, hogy helyes-e a gondolatmenetük. Ha egy kérdésre egyik csapat sem ad helyes választ, akkor azt a feladatot jelöljük meg, és egy másik alkalommal beszéljük meg annak megoldását. Ettől természetesen térjünk el akkor, ha a csapatok kifejezett kívánsága a megoldás megbeszélése. A tanári mellékletben 20 feladat adott, de célszerű tartalékfeladatokat készíteni. A feladatok nehézségi szintjét megszabja a csoport kombinatorikai ismereteinek mélysége, így „látatlanban” nehéz kimerítő kínálatot nyújtani.

Célszerű a feladatok közé skatulyaelv alkalmazását igénylő problémákat is tenni. Ha úgy ítéljük meg, hogy hasznos lehet több olyan kérdés kitűzése is, amelyek ugyanazt a megoldási módot igénylik, de más a szövegkörnyezetük, bővítsük a feladatsort ilyenekkel. Ilyen például a próbajáték 4. és a játék 1. feladata.

Melléklet a tanároknak: Javasolt kérdések a játékhoz

MELLÉKLET A TANÁROKNAK

1. Próbajáték

Kérdések a próbajátékhoz:

1. Egy ló, egy tehén, egy cica, egy nyúl és egy kakas megkéri a révészt, hogy vigye át őket a túlsó partra. Hányféle sorrendben szállíthatja át őket a révész, ha egyszerre vagy egy nagytestű állatot, vagy 3 kicsi állatot tud átvinni? (Válasz: 6)
2. Egy baráti társaság (3 fiú és 4 lány) „Amerikából jöttünk...” játékot szeretne játszani. A játék kezdetekor egy lányt és egy fiút kiválasztanak, akik kimennek a szobából. Hányféle kimenetele lehet a választásnak? (Válasz: 12)
3. Kovács Kata és négy barátja egymás mellé kaptak jegyet a moziba. Hányféle sorrendben ülhetnek egymás mellé, ha Kovács Kata középen ül? (Válasz: 24)
4. Nagy Anna és Kis Bea három társukkal egymás melletti helyekre kaptak jegyet a moziban. Hányféle sorrendben ülhetnek, hogy a két barátnő egymás mellé kerüljön? (Válasz: 48)
5. Hány ötjegyű szám készíthető az 1-es és a 2-es számjegyek felhasználásával? Az ötjegyű számban mind a kétféle számjegynek szerepelnie kell! (Válasz: 30)
6. Hány olyan négyjegyű szám van, amelynek minden számjegye 7-nél nagyobb? (Válasz: 16)
7. A 9-re végződő háromjegyű számok közül hány osztható 9-cel? (Válasz: 10)
8. Egy szekrényben 10 fehér, 20 fekete és 30 zöld, egyforma méretű zokni van. Hány darabot kell véletlenszerűen kivenni ahhoz, hogy biztosan legyen 1 pár fehér, 2 pár fekete és 3 pár zöld zoknik? (Válasz: 52)
9. Flóra és 5 barátja egymás mellé kaptak jegyet egy kis moziba, ahol minden sorban 6 ülés van. Hányféleképpen foglalhatnak helyet, ha Ákos és Flóra egymás mellett, és a sor valamelyik szélén szeretne ülni? (Válasz: 96)

2. A játék

Néhány közismert, és kevésbé ismert közmondás

AKI MER, AZ NYER.
HA AZ OKOS NEM ÉRTI A JÁTÉKOT, NÉZI.
NEM JÓ A TŰZZEL JÁTSZANI.
NYITOTT KÁRTYÁVAL JÁTSZIK.
NEM AKARÁSNAK NYÖGÉS A VÉGE.
MÁS KÁRÁN TANUL AZ OKOS.
OKOS ENGED, SZAMÁR SZENVED.

Javasolt kérdések a játékhoz:

1. Egy zenekarnak 6 számát vették fel CD-re. Ezek közül 4-ben énekel a szólóénekes, 2-ben nem. Hányféle sorrendben hallgathatom végig a hat számot úgy, hogy a 2 szólóénektől mentes zenekari szám egymás után hangozzon el valamilyen sorrendben? (Válasz: 240)
2. Hány 5-tel osztható, ötjegyű, különböző számjegyekből álló szám képezhető a 0, 1, 3, 5, 7 számjegyek felhasználásával? (Válasz: 42)
3. Egy ló, egy tehén, egy cica, egy nyúl és egy kakas megkéri a révészt, hogy vigye át őket a túlsó partra. Hányféle sorrendben szállíthatja át őket a révész, ha egyszerre vagy egy nagytestű állatot, vagy legfeljebb 2 kicsi állatot tud átvinni, és négy fordulóval átszállítja az állatokat? (Válasz: 72)
4. Hány átlója van egy konvex nyolcszögnek? (Válasz: 20)
5. Egy dobozba piros, fehér és zöld játékkockát helyeztünk el. Egyet kivesszünk, és dobunk vele. Hányféle kimenetele lehet a kísérletnek? (Válasz: 18)
6. Egy társaság minden tagjának egy játékban egy-egy olyan háromjegyű számra kellett gondolnia, amelynek minden számjegye 2-nél nagyobb és 5-nél kisebb. Amikor sorra megmondták a gondolt számot, kiderült, hogy nincs a mondott számok között azonos. Legfeljebb hány tagú volt a társaság? (Válasz: 8)
7. Egy négyoldalú gúla minden oldallapját befestjük (az alaplapot nem.). A lapok között nincs kettő azonos színű. Hányféle különbözőképpen kifestett gúlát kaphatunk, ha a forgatással fedésbe hozható festett gúlákat azonosan lefestettnek tekintjük? (Válasz:6)
8. Egy cukorkatartóban négyfajta cukorka van, mindegyik fajtából ugyanannyi, összesen 80 darab. Hány cukorkát kell véletlenszerűen kivenni ahhoz, hogy valamelyik fajtából biztosan legyen 10? (Válasz: 37)
9. Hányféleképpen foglalhat helyet egy padon 3 férfi és 2 nő úgy, hogy a férfiak és nők felváltva következzenek egymás után? (Válasz: 12)
10. Hány olyan sík van, amely egy téglatest csúcsai közül pontosan hármát tartalmaz? (Válasz: 8)
11. Az első 14 pozitív egész számot összeszoroztam. A 2-nek legfeljebb hányadik hatványával osztható ez a szorzat? (Válasz: 10)
12. Hány olyan háromjegyű szám van, amelynek minden jegye páros? (Válasz: 100)
13. Egy konferencia részvevői közül néhányan kézfogással köszöntik egymást. Mi a legkisebb létszám, amelynél megtörténhet, hogy 26 kézfogás történik? (Válasz: 8)
14. Egy tanár minden tanórán 2 tanulót feleltet, s a felelőket a következőképpen választja ki: az óra előtt hat diák nevét felírja egy-egy cédulára, s az óra kezdetekor egy diák kihúz két cédulát egymás után. Akiknek a nevét kihúzta, azok lesznek az aznapi felelők. Hányféle kimenetele lehet egy adott napon a húzásnak? (Válasz: 15)

- 15.** Hányféle értelmes szó állítható elő a következőképpen: az R, T, K, A, É betűk közül kiválasztunk hármat, s azokat megfelelő sorrendbe rakjuk. (Válasz: 7)
- 16.** Egy csoport mindegyik tagja – a lehetséges 6 fajta fagyalaltból – kétgombócosat kér. Legalább hányan vannak, ha biztosan lesz köztük két olyan, aki a sorrendtől eltekintve ugyanolyan fagyit kap? (Válasz: 22)
- 17.** Azok a pozitív egész számok, amelyek számjegyeinek összege 13, a „szerencsétlen számok”, amelyeknek 21, azok a „szerencsés számok”. Hány olyan háromjegyű szerencsés szám van, amelynél az 1-gyel nagyobb szerencsétlen szám? (Válasz: 6)
- 18.** Kétjegyű lottószámaimat egy piros és egy fehér kocka feldobásával határozom meg: a pirossal dobott az első, a fehérrel a második számjegy. Az így kapható számok hányadrésze lesz kilenccel osztható? (Válasz: $\frac{1}{9}$)
- 19.** Hány oldalú az a konvex sokszög, amelynek az oldalai számának és az összes átlói számának összege 45? (Válasz: 10)
- 20.** Írjuk egy-egy cédulára rendre a 0, 1, 2 számokat! A cédulákat tegyük egy dobozba! Húzzunk ki egy cédulát, és jegyezzük föl a kihúzott számot, majd tegyük vissza a cédulát a dobozba! Ismételjük meg az eljárást még négyszer. Hány esetben lehet az ötödik húzás után a kihúzott számok összege éppen 5? (Válasz: 31)

Tanulói munkafüzet:**II. JÁTÉK A BETŰKKEL****Játékleírás:**

Bizonyára ismeritek azt a televízióban is játszott játékot, amelyben a játékosoknak az a célja, hogy betűnként találjanak ki egy közmondást. A játék menete a következő volt:

A kezdő játékos mondott egy betűt. Ha az előfordult a közmondásban, akkor a mondott betű minden előfordulási helyen megjelent a kijelző táblán. Ezután a játékos újabb betűt mondhatott, s ha ez is szerepelt a közmondásban, akkor minden ilyen helyen megjelent ez a betű is. A játékos folytathatta mindaddig, míg egy olyan betűt nem mondott, amelyik nem szerepelt a közmondás betűi között. Ekkor a kérdezést a másik játékos folytathatta. Az a játékos nyert, aki először mondta ki helyesen a közmondást.

Próbáljuk ki ezt a játékot! Először azonban egy kicsit szeretném módosítani a játékszabályt: Egyrészt nem egy-egy játékos, hanem csapatok versenyeznének egymással, mégpedig három csapat.

Másik változtatás: ha a csapat által mondott betű szerepel a közmondásban, a betű előfordulási helyét (helyeit) csak akkor mutatom meg, ha a csapat egy kérdésre helyesen válaszol. A kérdés minden esetben olyan, hogy a helyes válasz egy szám. A kérdés elhangzásakor elindítjuk ezt a homokórát. Ez mutatja, hogy mennyi ideje van a csapatnak a kérdés megválaszolására. Ha a csapat az adott idő alatt nem tudja a kérdést megválaszolni, vagy helytelen választ ad, a válaszadás joga a sorrendben következő csapatra száll, s ha ők helyes választ adnak, a betű a közmondásban szereplő helyeken megjelenik.

Az újabb betűt az a csapat mondhatja, amelyik a kérdésre helyes választ adott.

Természetesen az a csapat nyer, amelyik először mondja ki pontosan a közmondást. Ha valamelyik csapat úgy érzi, hogy tudja, melyik közmondás a feladvány, akkor kézfeltartással jelezze, hogy a megfejtést kívánja mondani. Ha nem sikerül kitalálni, vagy pontatlan a közmondás megfogalmazása, a csapat kiesik abból a játékból. Természetesen a következő közmondás kitalálásában már részt vesz ez a csapat is.