I. Egyenlet fogalma, algebrai megoldása

Módszertani megjegyzés: Az egyenletek alaphalmazát, értelmezési tartományát később vezetjük be, a törtes egyenletekkel foglalkozó modulban. Addigra a tanulók gyakorlatot szereznek az egyenletek megoldásában, és több eltérő típusú egyenlettel találkoznak. Most az a célunk, hogy az egyszerűbb egyenletek megoldása során alkalmazandó műveleteket és a megoldási sorrendet tudatosítsuk diákjainkban.

Ha két mennyiséget összehasonlítunk, kétféle eredményre juthatunk: vagy **egyenlő** a két mennyiség, vagy az egyik **nagyobb** a másiknál. (Ami azt is jelenti, hogy a másik **kisebb** az egyiknél.)

Az előzőekben képletek helyettesítési értékét számoltuk ki. Ezek a képletek két egyenlő mennyiséget kapcsolnak össze, pl.: $k = 2a + 2b$, vagy $5c + 12 - 2c = 24$. A $k = 2a + 2b$ egyenlőségben a és b adott számok, k ismeretlen. Ha az $a = 6$, $b = 8$ adatokat beírjuk: $k = 2 \cdot 6 + 2 \cdot 8$, amiből $k = 28$.

Az $5c + 12 - 2c = 24$ egyenlőségben c ismeretlen, az egyenlőség csak a $c = 4$ értékre áll fenn. Azokat az egyenlőségeket, amelyek az ismeretlennek csak egy bizonyos értékére igazak, egyenletnek nevezzük. Ez a két egyenlőség egyismeretlenes egyenlet.

Az egyenletek megoldásakor az ismeretlen meghatározása a cél. A $k = 2 \cdot 6 + 2 \cdot 8$ egyenlet esetében ez azonnal adódik: $k = 28$.

Az $5c + 12 - 2c = 24$ egyenleten átalakításokat végzünk. Összevonjuk az egynemű tagokat: $3c + 12 = 24$. Két egyenlő mennyiség esetében az egyenlőség továbbra is fennáll, ha az egyenlőség két oldalát ugyanannyival növeljük vagy csökkentjük, illetve ugyanazzal a nem nulla számmal szorozzuk vagy osztjuk. (Ezt hívják **mérlegelvnek**.)

Ezért a $3c + 12 = 24$ egyenlet mindkét oldalából elveszünk 12-t, ekkor $3c = 12$ adódik, majd osszuk el az egyenlet mindkét oldalát 3-mal: ekkor azt kapjuk, hogy $c = 4$. Az eredeti egyenletbe c helyére 4-et helyettesítünk: $5 \cdot 4 + 12 - 2 \cdot 4 = 24$, vagyis megoldásunk jó.

Megjegyzés: Az egyenletek próbálgatással is megoldhatók, de sokszor sok számot kell megpróbálni, amíg „bejön” a jó eredmény. Nem szabad lebecsülni a próbálgatás szerepét, mert vannak olyan egyenletek, amelyeket csak próbálgatással lehet megoldani. A számítógépes jelszófeltörő programok ugyan nem egyenletet oldanak meg, de a jelszavakat próbálgatással keresik.

A megoldás végén ellenőrizzük az eredményt! Ha nem felel meg a feladat szövegének, vagy visszahelyettesítve az eredeti egyenletbe nem kapunk azonosságot, akkor nincs megoldása az egyenletnek (vagy elrontottuk a számolást).

Mintapélda$_1$

Oldjuk meg a következő egyenletet: $4x - 2(8 + x) = 10 - 3x$.

Megoldás:

Először bontsuk fel a zárójelet: $4x - 16 - 2x = 10 - 3x$.

Vonjuk össze az egynemű tagokat: $2x - 16 = 10 - 3x$.

Rendezzük át az egyenletet úgy, hogy minden ismeretlen tag az egyenlőség egyik oldalára és minden szám az egyenlet másik oldalára kerüljön!

Adjunk hozzá az egyenlet mindkét oldalához $3x$-et: $5x - 16 = 10$.

Adjunk hozzá az egyenlet mindkét oldalához 16-ot: $5x = 26$.

Osszuk el az egyenlet mindkét oldalát 5-tel: $x = 5{,}2$.

Ellenőrizzük megoldásunkat az eredmény egyenletbe helyettesítésével!

A bal oldal értéke: $4 \cdot 5{,}2 - 2(8 + 5{,}2) = 20{,}8 - 26{,}4 = -5{,}6$.

A jobb oldal értéke: $10 - 3 \cdot 5{,}2 = 10 - 15{,}6 = -5{,}6$.

x kapott értékére az egyenlőség fennáll, az egyenlet megoldása: $x = 5{,}2$.

Mintapélda$_2$

Oldjuk meg a következő egyenletet az egész számok halmazán: $4(2x - 3) - 4 = 12 + 3x$.

Megoldás:

Az egyenlet megoldását az egész számok halmazán keressük, tehát az eredmény csak egész szám lehet!

Az egyenletmegoldást most is zárójelfelbontással kezdjük:

$$8x - 12 - 4 = 12 + 3x.$$

Ezután összevonjuk mindkét oldalon az egynemű kifejezéseket. (Egyneműnek nevezzük azokat a kifejezéseket, amelyek legfeljebb együtthatóikban különböznek.)

$$8x - 16 = 12 + 3x.$$

Átrendezzük úgy az egyenletet, hogy az ismeretlent tartalmazó kifejezések az egyik oldalra, a számok a másik oldalra kerüljenek: mindkét oldalból elveszünk 3*x*-et, és hozzáadunk 16-ot:

$$\begin{aligned} 8x-16&=10+3x \quad &&/ \; -3x, \\ 5x-16&=12 &&/ \; +16, \\ 5x&=28 &&/ \; :5, \\ x&=\frac{28}{5}=5{,}6. \end{aligned}$$

Ellenőrizzük az eredményt az egyenletbe helyettesítéssel!

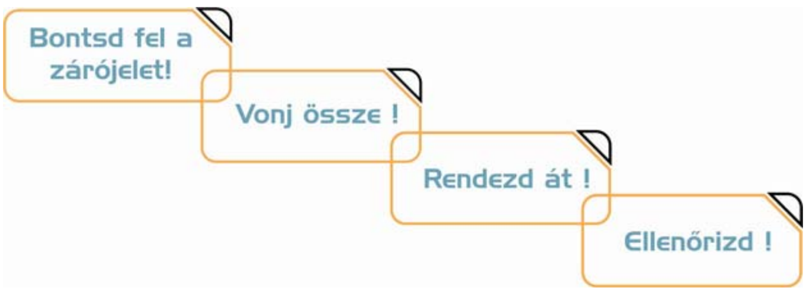
$4(2\cdot 5{,}6-3)-4=28{,}8$; $12+3\cdot 5{,}6=$ 28,8, az egyenlőség fennáll, de 5,6 mégsem megoldása a feladatnak, mert nem egész szám. Tehát az egyenletnek **nincs megoldása** az egész számok halmazán.

Ha nem adjuk meg, hogy mely számok körében keressük a megoldást, akkor mindig az általunk ismert legbővebb számhalmazon keressük.

Ha megadjuk a számhalmazt, akkor az egyenlet megoldása után azt is meg kell vizsgálnunk, hogy a kapott eredmény benne van-e a megadott számhalmazban.

Azt a halmazt, amelyben az egyenletünk megoldását keressük, az egyenlet értelmezési tartományának nevezzük.

Általában az egyenlet megoldásának lépései:



Feladatok

1. Oldd meg a következő egyenleteket!

a) $4x + 5 = 25$; b) $3x + 5 = 21 - x$; c) $3x - 17 = -5x + 7$.

Megoldás: a) $x = 5$; b) $x = 4$; c) $x = 3$.

Módszertani megjegyzés: A 2.,3.,4.,5. feladatokat csúsztatott kerekasztal módszerrel oldjuk meg. A 2. feladatot *A* tanuló kezdi a zárójelfelbontással, és mindenki 1-1 lépést hajtson végre. A 3. egyenlet megoldását a *B* tanuló kezdi stb.

2. Oldd meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$$8x+3(x-1)=2(x+1)\,.$$

Megoldás: $x=\frac{5}{9}$.

3. Oldd meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$2(x-1)+3(x-2)=8-6(x+1)\,.$$

Megoldás: Nincs megoldás, $x=\frac{10}{11}$, ez nem egész szám.

4. Oldd meg a következő egyenletet a nemnegatív számok halmazán!

$$5(x+1)-3(x-3)=2-4(x+1)\,.$$

Megoldás: Nincs megoldás, $x=-\frac{8}{3}$.

5. Oldd meg a következő egyenletet a $]-\infty\,;1]$ halmazon!

$$4k-3(20-k)=6k-7(11-3k)\,.$$

Megoldás: $x=\frac{17}{20}$.

Mintapélda$_3$

Oldjuk meg a következő egyenletet: $2(x + 1) - 1 = 4x - (2x - 1)$.

Megoldás:

$2x+2-1=4x-2x+1$; az összevonások után: $2x+1=2x+1$.

Ez az egyenlőség x minden szóba jöhető értékére igaz. Az ilyen egyenletet, amely az ismeretlen minden szóba jöhető értékére igaz, **azonosságnak** nevezzük.

Mintapélda$_4$

Oldjuk meg a következő egyenletet: $3(x - 2) + 1 = 2(x + 1) + x$.

Megoldás:

$3x - 6 + 1 = 2x + 2 + x$; ebből: $3x - 5 = 3x + 2$.

Vegyünk el az egyenlet mindkét oldalából $3x$-et, azt kapjuk, hogy: $-5 = +2$.

Ez **ellentmondás**, ennek az egyenletnek semmilyen számhalmazon nincs megoldása.

Törtegyütthatós egyenletek

Most olyan egyenletekkel foglalkozunk, amelyek nevezőjében szám áll, az ismeretlen pedig nem szerepel a nevezőben. Ezeket **törtegyütthatós egyenletek**nek nevezzük, hiszen például a $\frac{4x}{9}$ tört így is felírható: $\frac{4}{9} \cdot x$.

A törtegyütthatós egyenletek megoldásakor az eddigiekhez hasonlóan járunk el.

Két dologra azonban nagyon figyeljünk:

– hozzuk közös nevezőre az egyenletben szereplő törteket,

– a **törtvonal zárójelként viselkedik**, tehát, ha a számlálóban többtagú kifejezés áll, akkor a tört előjele, szorzója vagy osztója a számlálóban szereplő minden tagra vonatkozik!

Mintapélda$_5$

Oldjuk meg a következő egyenletet a nemnegatív számok halmazán: $\frac{2x}{3} - \frac{5}{6} + \frac{x}{4} = 2$.

Megoldás:

A megoldást a közös nevező meghatározásával kezdjük.

A közös nevező 3, 6 és 4 legkisebb közös többszöröse (vagyis az az egész szám, amellyel mindegyik nevező maradék nélkül osztható), ez a 12.

$$\frac{4 \cdot 2x}{12} - \frac{2 \cdot 5}{12} + \frac{3x}{12} = 2.$$

$\frac{2x}{3} - \frac{5}{6} + \frac{x}{4} = 2 \quad / \quad \cdot 12.$ Az egyenlet mindkét oldalát 12-vel beszorozzuk.

Tagonként egyszerűsítve ezt kapjuk:

$4\cdot 2x-2\cdot 5+3\cdot x=2\cdot 12$.

Nagyon fontos, hogy mindkét oldalon az összes tagot be kell szorozni. Ha szorzatot (például $2x$-et) szorzunk, csak az egyik tényezőt szorozzuk!

$8x-10+3x=24$.

Összevonjuk az egynemű tagokat.

$11x - 10 = 24$.

Rendezzük át az egyenletet úgy, hogy az ismeretlent tartalmazó kifejezések az egyik, a többi tag a másik oldalon legyen.

$11x=34$.

Osztunk 11-gyel (az ismeretlen együtthatójával).

$x=\frac{34}{11}$.

Ez még csak lehetséges megoldás. **Akkor megoldása az egyenletnek, ha ellenőrzéssel ezt belátjuk és az eredmény nemnegatív szám.**

Ellenőrzés:

- $\frac{34}{11}\geq 0$, azaz eleget tesz annak, hogy nemnegatív szám legyen a megoldás.
- **Visszahelyettesítünk az eredeti egyenlet** bal oldalára, kiszámoljuk az értékét, és ha 2 jön ki eredménynek, akkor jó a megoldásunk:

$$\frac{2\cdot\frac{34}{11}}{3}-\frac{5}{6}+\frac{\frac{34}{11}}{4}=\frac{\frac{68}{11}}{3}-\frac{5}{6}+\frac{34}{11\cdot 4}=\frac{68}{11\cdot 3}-\frac{5}{6}+\frac{34}{44}=\frac{68}{33}-\frac{5}{6}+\frac{34}{44}=$$
$$=\frac{4\cdot 68-22\cdot 5+3\cdot 34}{132}=\frac{264}{132}=2.$$

$\frac{34}{11}$ valóban megoldása az egyenletnek. Tehát a megoldás $x=\frac{34}{11}$.

Módszertani megjegyzés: Javasoljuk az ellenőrzés párban módszer alkalmazását a következő feladat megoldásakor. A g) ellentmondáshoz vezet, a h) pedig azonosság, amit felfedeznek a tanulók is (átvezet a megoldások számának vizsgálatához).

6. Oldd meg a következő egyenleteket!

a) $\frac{4x}{3}+2=\frac{x}{6}-1$; b) $\frac{2x}{5}-1=\frac{3x}{10}-\frac{2}{3}$; c) $\frac{8}{3}x+\frac{1}{2}=\frac{1}{4}x+\frac{2}{3}$;

d) $\frac{3x}{7}+\frac{1}{7}=\frac{2x}{3}-\frac{2}{3}$; e) $\frac{6x}{5}+\frac{2}{3}=\frac{5}{30}-\frac{2x}{10}$; f) $\frac{5}{6}-\frac{x}{2}=\frac{2x}{3}+\frac{1}{2}$;

g) $\frac{2x}{6}+1=3+\frac{1}{3}x$; h) $-\frac{x}{2}+3=3-\frac{5x}{10}$.

Megoldás:

a) $-\frac{18}{7}=-2\frac{4}{7}$; b) $\frac{10}{3}=3\frac{1}{3}$; c) $\frac{2}{29}$; d) $\frac{17}{5}=3\frac{2}{5}$; e) $-\frac{5}{14}$; f) $\frac{2}{7}$; g) nincs megoldás; h) minden szám megoldás.

7. Oldd meg a következő egyenleteket!

a) $\frac{3}{4}x-1=2$; b) $\frac{2x}{5}-1=\frac{3x}{2}+3$; c) $\frac{x-3}{6}=2$;

d) $\frac{2x-3}{4}=4$; e) $\frac{5x-4}{3}+4=12$; f) $\frac{4x-5}{4}+3=3$;

g) $\frac{2x-9}{5}-3x=-2$; h) $\frac{3x+2}{3}+2x=5$.

Megoldás: a) 4; b) $-\frac{40}{11}$; c) 15; d) 9,5; e) $\frac{28}{5}=5{,}6$; f) $\frac{5}{4}=1{,}25$; g) $\frac{1}{13}$; h) $\frac{13}{9}$.

Mintapélda$_6$

Oldjuk meg az egyenletet az egész számok halmazán!

$$\frac{3x-2}{3}-\frac{5x-3}{6}=2\cdot\frac{x-1}{3}-\frac{3}{2}.$$

Megoldás:

Hozzuk közös nevezőre az egyenletben szereplő törteket, a közös nevező a 6.

$$\frac{6x-4}{6}-\frac{5x-3}{6}=4\cdot\frac{x-1}{6}-\frac{9}{6} \qquad / \cdot 6.$$

$(6x-4)-(5x-3)=4(x-1)-9$ / zárójelek felbontása,

$6x-4-5x+3=4x-4-9$ / összevonás,

$x-1=4x-13$ / egy oldalra rendezzük az ismeretleneket és a másik oldalra a számokat,

$-3x=-12$ / osztás -3-mal.

$x=4$.

Ellenőrzés: $\frac{3\cdot 4-2}{3}-\frac{5\cdot 4-3}{6}=\frac{3}{6}$; $2\cdot\frac{4-1}{3}-\frac{3}{2}=\frac{3}{6}$; az egyenlőség fennáll, az eredmény egész szám, tehát az egyenlet megoldása $x = 4$.

8. Oldd meg a következő egyenleteket! Figyelj arra, hogy a törtvonal zárójelet helyettesít!

a) $3-\frac{x-2}{4}=2x$; b) $5-\frac{2x-3}{5}=5x$; c) $12-\frac{4-12x}{12}=-5x$;

d) $1-\frac{3-2x}{3}=-2x$; e) $\frac{x-1}{3}-\frac{3-2x}{6}=2$; f) $\frac{2x+1}{8}-\frac{3+2x}{4}=-x$.

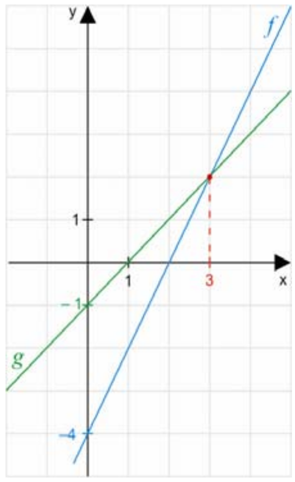
Megoldás: a) $\frac{14}{9}=1\frac{5}{9}$; b) $\frac{28}{27}=1\frac{1}{27}$; c) $\frac{38}{18}=1\frac{17}{18}$; d) 0; e) $\frac{17}{4}=4\frac{1}{4}$; f) $\frac{5}{6}$.

II. Egyenletek grafikus megoldása

Az egyenleteket grafikus úton, koordináta-rendszerben ábrázolva is megoldhatjuk. Ekkor az egyenlet két oldalán álló kifejezést egy-egy függvénynek tekintjük, ábrázoljuk, és leolvassuk a metszéspont *x* koordinátáját (ez lesz az egyenlet megoldása).

Mintapélda$_7$

Oldjuk meg grafikus úton a következő egyenletet, és a megoldást ellenőrizzük algebrai számítással is: $2x-4=x-1$.



Megoldás:

Az egyenlet bal oldalán álló kifejezés adja az *f*(*x*) függvényt:

$f(x)=2x-4$, a jobb oldalán található pedig a *g*(*x*) függvényt:

$g(x)=x-1$.

A metszéspont *x* koordinátája 3, ezért az egyenlet megoldása:

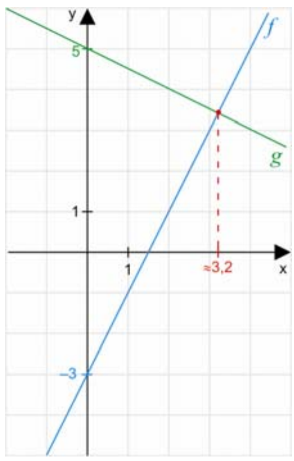
$x=3$.

Az algebrai megoldás lépései:

$x-4=-1$,	rendezés;
$x=3$.	**ellenőrzés után** kiderül, hogy ez valóban megoldás.

Mintapélda$_8$

Oldjuk meg grafikus úton a következő egyenletet, és a megoldást ellenőrizzük algebrai számítással is: $2x-3=5-\frac{x}{2}$.



Megoldás:

Az egyenlet bal oldalán álló kifejezés legyen az *f*(*x*) függvény:

$f(x)=2x-3$, a jobb oldalán található pedig a *g*(*x*) függvény:

$g(x)=5-\frac{x}{2}$.

A metszéspont x koordinátájának leolvasása most nehézkes, mert nem egész koordinátájú pont a metszéspont. Ilyen esetekben a megoldás körülbelüli értékét tudjuk megbecsülni, és éppen ez jelenti a grafikus megoldás korlátait.

Az algebrai megoldás lépései:

$4x-6=10-x$,	az egyenlet 2-vel történő szorzása;
$5x=16$,	rendezés;
$x=\dfrac{16}{5}=3{,}2$.	**Ellenőrzés után** kiderül, hogy ez valóban megoldás.

Mintapélda₉

Oldjuk meg grafikusan is a 3. és 4. mintapélda egyenleteit!

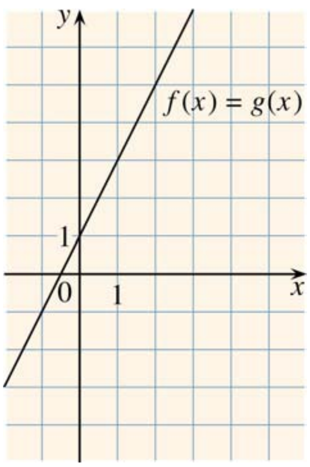
a) $2(x + 1) - 1 = 4x - (2x - 1)$;

b) $3(x - 2) + 1 = 2(x + 1) + x$.

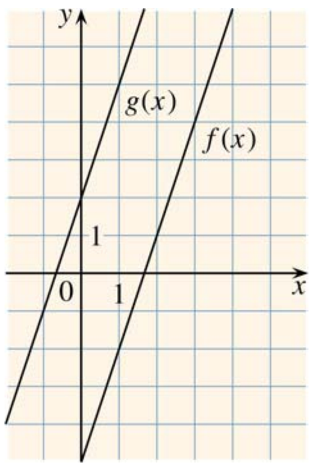
Megoldás:

a) Összevonások után: $2x+1=2x+1$.

Ha egy koordináta-rendszerben ábrázolnánk az egyenlet két oldalán lévő kifejezést, mint függvényt: $f(x) = 2x + 1$ és $g(x) = 2x + 1$, a két függvény képe egybeesik, azonos. Metszéspont nincs, a függvényérték minden x értékre megegyezik, végtelen sok megoldás lehetséges. Az egyenlet: azonosság.



a)



b)

b) $3x - 6 + 1 = 2x + 2 + x$; ebből: $3x - 5 = 3x + 2$.

Ábrázoljuk az $f(x) = 3x - 5$ és a $g(x) = 3x + 2$ függvényeket közös koordináta-rendszerben!

A két függvény képe egy párhuzamos egyenespár. Metszéspont nincs, nincs egyetlen olyan x érték sem, amelyre a függvények értéke megegyezne. Az egyenletnek nincs megoldása. Az egyenlet **ellentmondás**.

Az algebrai megoldás lépései:

$4x - 6 = 10 - x$	az egyenlet 2-vel történő szorzása;
$5x = 16$	rendezés;
$x = \frac{16}{5} = 3{,}2$	**ellenőrzés után** kiderül, hogy ez valóban megoldás.

Módszertani megjegyzés: Gyakoroljuk az egyenletek megoldásait a ***11.1 feladatkártya-készlettel***! Minden csoport ugyanazt a négy, különböző feladatot tartalmazó kártyát kapja. A feladatkártyákat írással lefelé helyezik az asztal közepére, és mind a 4 tanuló kihúz 1-1 kártyát. A kártyákon a feladat egy egyenlet grafikus vagy algebrai megoldása (ehhez az ellenőrzés is hozzátartozik). Azok kerülnek párba, akik ugyanazt az egyenletet húzzák ki. Megoldják a sajátjukat, azután kártyát cserélnek, és megoldják a társuk feladatát, ily módon mindenki egy algebrai és egy grafikus megoldást készít. Célszerű a csoport másik párjának a feladatait is elvégeztetni gyakorlásképpen. Az ellenőrzés sorsolással történik, szúrópróbaszerűen.

Oldd meg algebrai módszerrel a következő egyenletet: $-x - 6 = 4 - 4x$	Oldd meg grafikus módszerrel a következő egyenletet: $-x - 6 = 4 - 4x$
Oldd meg grafikus módszerrel a következő egyenletet: $x - 4 = -2x + 2$	Oldd meg algebrai módszerrel a következő egyenletet: $x - 4 = -2x + 2$

Feladat

9. Oldd meg a következő egyenleteket grafikus és algebrai úton is!

a) $2x-2=6$; b) $-2x+4=2x$; c) $6-3x=-3$;

d) $x+3=4x$; e) $x=2x-3$; f) $2x-4=-3x+1$;

g) $2x+2=2x-2$; h) $-2x+3=2x$; i) $x-4=4-2x$.

Megoldás: a) 4; b) 1; c) 3; d) 1; e) 3; f) 1; g) nincs; h) $\frac{4}{3}$; i) $\frac{8}{3}$.

III. Egyenlőtlenségek megoldása

Mintapélda$_{10}$

Oldjuk meg a következő egyenlőtlenségeket! A megoldást ábrázoljuk a számegyenesen!

a) $2x + 1 \geq 11$; b) $4x + 2 > 6x - 4$; c) $2 - 5x \leq 17$.

Megoldás:

a) Az egyenlőtlenség megengedi az egyenlőséget is. Próbáljuk meg az egyenlőtlenséget úgy megoldani, mintha egyenlet lenne. Alkalmazzuk a mérlegelvet!

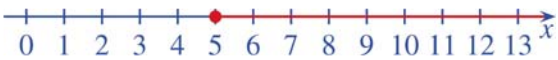
$2x + 1 \geq 11$ / -1,

$2x \geq 10$ / osztunk 2-vel.

$x \geq 5$.

Helyettesítsük be az egyenlőtlenségbe a kapott eredményt és egy annál nagyobb számot, például 6-ot!

$5 \geq 5$, ez igaz, hiszen egyenlőség áll fenn. $x = 5$ esetén az eredeti egyenlet bal oldala 11. $6 \geq 5$ esetén a bal oldal: $2 \cdot 6 + 1 = 13 \geq 11$.



(Általában nem ellenőrizhetők az egyenlőtlenségek, csak néhány helyen kipróbálhatjuk.)

b) $4x + 2 > 6x - 4$. Az előzőhöz hasonlóan:

$4x + 2 > 6x - 4$ / $-4x$,

$2 > 2x - 4$ / $+4$,

$6 > 2x$ / osztunk 2-vel,

$3 > x$.

Ellenőrizzük: $4 \cdot 3 + 2 > 6 \cdot 3 - 4$; $14 = 14$, tehát $x = 3$-ra egyenlőség teljesül. Vegyünk egy 3-nál kisebb számot, például az 1-et; ekkor: $4 \cdot 1 + 2 > 6 \cdot 1 - 4$, ebből $6 > 2$, tehát az egyenlőtlenség fennáll.

c) Alkalmazzuk a mérlegelvet!

$2-5x \le 17 \qquad / -2,$

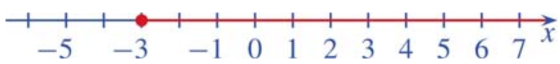
$-5x \le 15 \qquad /$ osztunk (-5)-tel, az egyenlőtlenség iránya „megfordul”:

$x \ge -3$.

Tudjuk, ha az egyenlőtlenség mindkét oldalát negatív számmal szorozzuk vagy osztjuk, az iránya megfordul. (Gondoljuk ezt meg egyszerű számokkal! Kiindulunk egy igaz állításból, pl. $-5 < 12$. Ezeket a számokat (-2)-vel szorozva 10 és -24 adódik, és a $10 > -24$, tehát az egyenlőtlenség iránya megfordult.)

Ellenőrzés: Ha $x = -3$ -at behelyettesítjük az egyenlőtlenségbe: $2-5\cdot(-3) = 17$; azaz egyenlőség áll fenn. Ennél nagyobb számok esetén, például: $-2 > -3$ esetén $2-5\cdot(-2) \le 17$; hiszen $12 < 17$.

Tehát a helyes eredmény: $x \ge -3$.



Megoldáshalmaznak vagy igazsághalmaznak nevezzük az összes olyan szám halmazát, amely az egyenletet vagy egyenlőtlenséget igazzá teszi.

(Ha végtelen a megoldások száma, akkor intervallumjelölést is alkalmazhatunk. Ha az igazsághalmaz néhány elemet tartalmaz, akkor halmazjelöléssel írhatjuk le.)

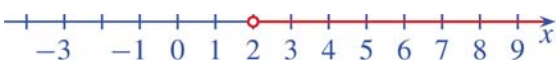
Feladatok

10. Oldd meg a következő egyenlőtlenségeket, és ábrázold a megoldásokat a számegyenesen !

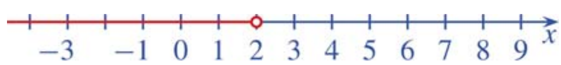
a) $2x + 1 > 5$; b) $3x - 4 < 2$ c) $4x - 5 \ge 11$

d) $2x+4<4x+6-2x$; e) $3-2x<-2x$.

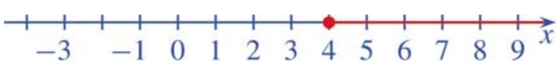
Megoldás: a) $x > 2$; b) $x < 2$; c) $x \ge 4$; d) minden szám megoldás; e) nincs megoldás,



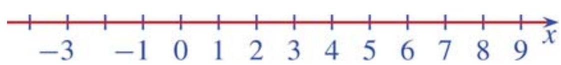
a)



b)



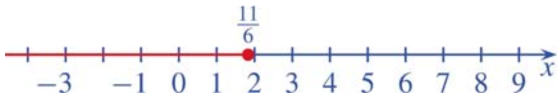
c)



d)

11. Oldd meg a következő egyenlőtlenséget a pozitív számok halmazán: $4x-3\le 8-2x$.
Ábrázold a megoldást a számegyenesen!

Megoldás: $x\le \frac{11}{6}$.

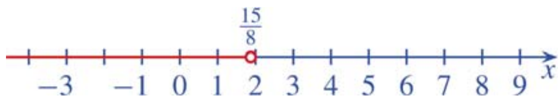


12. Oldd meg a következő egyenlőtlenséget a pozitív egész számok halmazán, és ábrázold a megoldásokat a számegyenesen !

:

$$2x+15\ge 10x.$$

Megoldás: $x<\frac{15}{8}$,



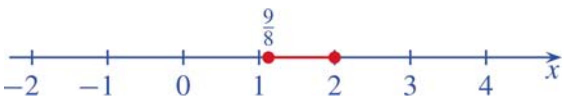
amiből pozitív egész szám csak az 1, tehát a megoldás: $x = 1$.

13. Oldd meg a következő egyenlőtlenséget a 2-nél nem nagyobb számok halmazán, és ábrázold a megoldásokat a számegyenesen !

:

$$3-\frac{4x}{6}\le 2x.$$

Megoldás: $\frac{9}{8}\le x$; de $x\le 2$, ezért a megoldás: $\frac{9}{8}\le x\le 2$.



14. Oldd meg a következő egyenlőtlenséget az 5-nél kisebb pozitív páratlan számok halmazán, és ábrázold a megoldásokat a számegyenesen !

:

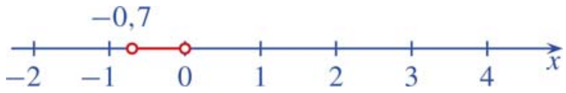
$$\frac{12x}{3}-2x\ge \frac{3}{4}+\frac{x}{3}$$

Megoldás: $x \ge \frac{9}{20}$, 5-nél kisebb pozitív páratlan szám, csak az 1 és 3, tehát a megoldás: $\{1;\,3\}$.

15 Oldjuk meg a következő egyenlőtlenséget a negatív számok halmazán:

$$\frac{4}{3}x + 2 > -\frac{4}{3} - x\,.$$

Megoldás: $-0{,}7 < x < 0$.

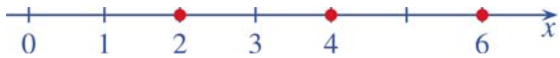


16. Oldjuk meg a következő egyenlőtlenséget a pozitív páros egész számok halmazán:

$$\frac{x}{2} - 5 < 4 - \frac{3}{4}x\,.$$

Megoldás: $x < \frac{36}{5}$; három ilyen pozitív páros szám van: a 2, a 4 és a 6.

Így a megoldások: $\{\,2;\,4;\,6\}$.



Módszertani megjegyzés: A feladatok megoldásához javasoljuk az ellenőrzés párban módszert.

Az ajánlott kiadványokban és feladatgyűjteményekben találunk további feladatokat. Ezek megoldásához javasoljuk a kooperatív módszerek alkalmazását.