I. Racionális szám fogalma és tulajdonságai

Természetes számok

0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7, 8; 9; 10; 11; 12. . .

Módszertani megjegyzés:
Ráhangolódás, csoportalakítás (4 fős csoportok)
Először olyan kártyákkal dolgozunk, amelyeken természetes számok vannak (***Számkészlet csoportalakításhoz***). Ezeket kihúzzák a diákok, majd a legkisebbel kezdve a számok szerint növekvő sorrendben állnak egymás mellé. (Lehet csökkenő sorrendben is állítani a tanulókat.) A csoportoknak az a feladata, hogy a náluk lévő számokkal a négy alapművelet segítségével minél több számot állítsanak elő.

Mintapélda$_1$

Melyik állítás igaz, melyik hamis?

a) Van legkisebb természetes szám.

b) Van legnagyobb természetes szám.

c) Két természetes szám vagy egyenlő egymással, vagy az egyik nagyobb a másiknál.

Mintapélda$_2$

Végezzük el fejben a következő műveleteket!

a) $3 + 5 =$	$4 + 9 =$	$10 + 7 =$	$34 + 12 =$
b) $16 - 6 =$	$5 - 8 =$	$9 - 2 =$	$20 - 32 =$
c) $5 \cdot 6 =$	$4 \cdot 8 =$	$12 \cdot 5 =$	$32 \cdot 10 =$
d) $15 : 5 =$	$19 : 2 =$	$36 : 12 =$	$3 : 2 =$

A természetes számokkal végzett műveletek közül melyik ad mindig természetes szám eredményt, és melyik nem?

Megoldás:

Az a) és a c) feladatok, összeadás és szorzás eredménye természetes szám.

A b) és d) műveletek, kivonás és osztás eredménye nem mindig természetes szám.

$5 - 8$; és $20 - 32$ nem természetes szám.

Láthatjuk, hogy $19 : 2$ és $3 : 2$ sem ad természetes szám eredményt. A 2 a 19-ben 9-szer van meg és marad 1; a 3-ban 1-szer és marad 1. Másként: a 2 nem **osztója** 19-nek és 3-nak.

Egész számok

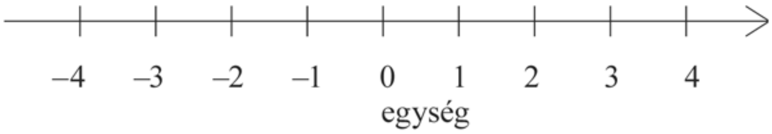
Mint láttuk, az 5 – 8, és a 20 – 32 művelet eredménye nem természetes szám, vagyis a kivonás művelete nem mindig végezhető el a természetes számok halmazán.

Így jutottunk el az egész számok halmazához, amely tartalmazza a természetes számok ellentettjeit is, a nullánál 1-gyel, 2-vel, 3-mal kisebb számokat. Ezek a negatív egész számok.

A kivonás eredménye így: $5 - 8 = -3$, és a $20 - 32 = -12$.

A természetes számok és a negatív egész számok együtt alkotják az egész számok halmazát.

A számokat számegyenesen is szoktuk ábrázolni.



A számegyenesen az egység a 0 és 1 közötti távolság. A –1 és a +1 egyenlő távolságra van a nullától, ugyanígy a többi szám és ellentettje is.

Ezeknek a számoknak egyenlő az abszolútértékük. Ezt így írjuk: $|+1| = |-1|$; $|+5| = |-5|$.
Nullának az abszolútértéke nulla: $|0| = 0$.

Egy a szám abszolútértéke ha $a > 0$, akkor $|a| = a$;
$a = 0$, akkor $|a| = 0$;
$a < 0$, akkor $|a| = -a$.

Az osztás az egész számok körében sem ad mindig egész szám eredményt:
(–10)-ben a 7 egyszer van meg és marad még 3. (–10)-nek a 7 nem osztója.

Általánosan: egy egész szám **osztója az** az egész szám, amely egész számszor maradék nélkül van meg benne. Például: 12-nek osztója a 4, mert 3 szor van meg benne. $3 \cdot 4 = 12$.
Azt is mondjuk, hogy 12 a 4-nek **többszöröse.**

Törtszámok

Láttuk, hogy az osztás végeredménye nem mindig egész szám: 19 : 2; 3 : 2.

Az egész számok körében az osztást így értelmeztük: 15 : 5 = 3, vagyis a 15 : 5, vagy másként írva: $\frac{15}{5}$ azt a számot jelenti, amelyet 5-tel szorozva 15-öt kapunk. 15 : 5 = 3; $3 \cdot 5 = 15$.

A 19 : 2 és a 3 : 2 osztás eredménye nem egész, de létező szám, mely felírható két szám hányadosaként: $\frac{19}{2}$; $\frac{3}{2}$.

Azt is láttuk, hogy egész számok is felírhatók két szám hányadosaként: $3 = \frac{15}{5}$.

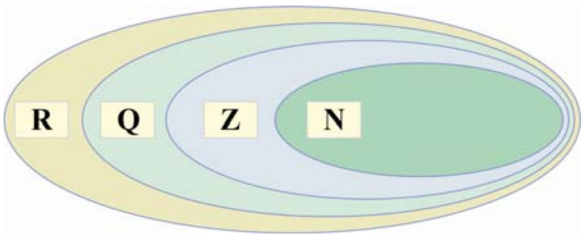
Racionális számok

Racionális számoknak nevezzük azokat a számokat, amelyeket fel lehet írni két egész szám hányadosaként.

A két egész szám hányadosában természetesen **a nevező nem lehet nulla.**

A természetes számok halmaza (jele ***N***), az egész számok halmaza (jele: ***Z***) a racionális számok halmazának (***Q)*** részhalmazát képezik.

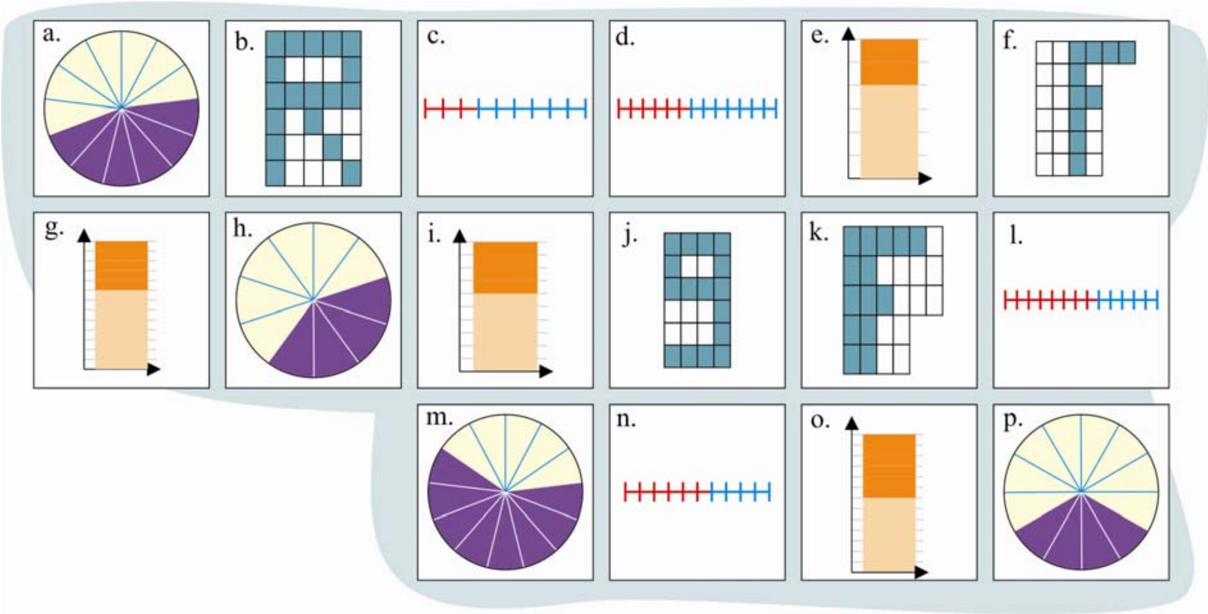
Halmazábrán ábrázolva:



A feldarabolt négyzetek módszerével alakíthatunk új csoportokat a ***2.1 kártyakészlet*** segítségével (az egyenlő értékű törteket tartalmazó kártyákkal rendelkező tanulók kerülnek azonos csoportba); a feladat: egyszerűsítés, de csak egyes kártyákon.
Cél a törtfogalom felelevenítése; az ábrázolt törtek : $\frac{3}{8}, \frac{5}{14}, \frac{4}{7}, \frac{5}{12}, \frac{7}{15}, \frac{7}{13}, \frac{9}{15}, \frac{2}{3}, \frac{5}{13}$.
Az 1. feladat a 36 darabos kártyakészletből csak 4x4 kártyát tartalmaz.

Feladatok

1. Válaszd ki az összetartozó ábrákat!



Megoldás:

összetartozó ábrák: a)– d)– k)– o);
b)– h)– i)– n);
c)– e)– j)– p);
f)– g)– l)– m).

2. Írd fel az egyes ábrákhoz tartozó két törtet! Például a h) ábrán $\frac{6}{10}$ fehér rész és $\frac{4}{10}$ lila rész.

Megoldás:

a) $\frac{6}{13}$ lila és $\frac{7}{13}$ fehér; b) $\frac{18}{30}$ kék és $\frac{12}{30}$ fehér; c) $\frac{3}{9}$ piros és $\frac{6}{9}$ kék;

d) $\frac{6}{13}$ piros és $\frac{7}{13}$ kék; e) $\frac{2}{6}$ sötét és $\frac{4}{6}$ világos; f) $\frac{10}{26}$ kék és $\frac{16}{26}$ fehér;

g) $\frac{5}{13}$ sötét és $\frac{8}{13}$ világos; h) $\frac{4}{10}$ lila és $\frac{6}{10}$ fehér; i) $\frac{4}{10}$ sötét és $\frac{6}{10}$ világos;

j) $\frac{16}{24}$ kék és $\frac{8}{24}$ fehér; k) $\frac{14}{26}$ kék és $\frac{12}{26}$ fehér; l) $\frac{8}{13}$ piros és $\frac{5}{13}$ kék;

m) $\frac{8}{13}$ lila és $\frac{5}{13}$ fehér; n) $\frac{6}{10}$ piros és $\frac{4}{10}$ kék; o) $\frac{6}{13}$ sötét és $\frac{7}{13}$ világos;

p) $\frac{4}{12}$ lila és $\frac{8}{12}$ fehér;

3. Írd fel az összetartozó ábrákon szereplő egyenlő értékű törteket!

Például: az e) ábrán a sötétebb színű rész $\frac{2}{6}$, a világosabb $\frac{4}{6}$. A p) ábrán a lila rész $\frac{4}{12}$, a fehér rész $\frac{8}{12}$. Látható, hogy $\frac{2}{6} = \frac{4}{12}$ és $\frac{4}{6} = \frac{8}{12}$.

Megoldás:

a); d); k); o) ábra: $\frac{12}{26} = \frac{6}{13}$ és $\frac{14}{26} = \frac{7}{13}$;

b); h); i); n) ábra: $\frac{18}{30} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ és $\frac{12}{30} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$;

c); e); j); p) ábra: $\frac{16}{24} = \frac{8}{12} = \frac{6}{9} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ és $\frac{8}{24} = \frac{4}{12} = \frac{3}{9} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$;

f); g); l); m) ábra: $\frac{16}{26} = \frac{8}{13}$ és $\frac{10}{26} = \frac{5}{13}$.

Ugyanaz a tört többféle alakban is felírható.

A tört értéke nem változik, ha számlálóját és nevezőjét ugyanazzal a (nem nulla) számmal szorozzuk vagy osztjuk.

Bővítésnek nevezzük, ha a tört számlálóját és nevezőjét ugyanazzal a számmal szorozzuk, és **egyszerűsítésnek**, ha ugyanazzal a (nem nulla) számmal osztjuk.

Módszertani megjegyzés:

Folytasd a sort! A tanár utasítást ad: írd le a kettőt, adj hozzá hármat, szorozd meg kettővel, adj hozzá hármat, szorozd meg kettővel…folytasd a sort a füzetedben! 1 percet kapsz rá. Aki a legtovább jut, pontot kap.

Folytasd a sort! A tanár utasítást ad: írd le a hármat, vonj ki belőle ötöt, szorozd meg kettővel, vonj ki belőle ötöt, szorozd meg kettővel… folytasd a sort a füzetedben! 1 percet kapsz rá. Aki a legtovább jut, pontot kap.

Hasonló fejben számolásokat minden óra elején végezhetünk.

Folytasd a sort! (kerekasztal-módszerrel egyszerű törtek bővítésének, egyszerűsítésének gyakorlása).

A feladat: 2 perc alatt a csoport minél több törtet gyűjtsön össze. A kezdő tanuló felír egy törtet a papírra, és továbbadja a mellette ülő társának. Neki, és ebben a körben minden tanulónak ugyanazon értékű, de más számokkal felírt törtet kell a papírra írnia (az előző bővítésével vagy egyszerűsítésével kapott törtet), az előző tört mellé. A 4. tanuló után az előző kört elkezdő tanuló kimarad, és az ír fel egy új (az előzőtől különböző) törtet a papírra egy új sorba, aki előbb a 2. volt. Megint felírják mind a négyen az azonos értékű törtet, és így folytatódnak a körök, amíg a két perc le nem jár. A végén a megtett teljes körök száma alapján állítunk fel sorrendet a csoportoknál.

4. Bővítsd az adott törteket a megadott számláló, vagy nevező szerint!

$$\frac{2}{3}=\frac{4}{\ }=\frac{\ }{9}=\frac{7}{\ }=\frac{\ }{27}=\frac{20}{\ };\qquad \frac{5}{11}=\frac{10}{\ }=\frac{\ }{55}=\frac{15}{\ }=\frac{\ }{121}=\frac{72}{\ }.$$

Minden esetben el tudtuk végezni a bővítést?

Megoldás:

$$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{6}{9}=\frac{7}{\ }=\frac{18}{27}=\frac{20}{30};\qquad \frac{5}{11}=\frac{10}{22}=\frac{25}{55}=\frac{15}{33}=\frac{55}{121}=\frac{72}{\ }$$

Nem minden esetben. Például nincs olyan egész szám, amellyel 2-t megszorozva 7-et kapunk. 7 nem többszöröse 2-nek.

5. Egyszerűsítsd az adott törteket a megadott számláló és nevező szerint!

$$\frac{18}{42}=\frac{\ }{21}=\frac{6}{\ }=\frac{\ }{7}=\frac{25}{\ };\qquad \frac{60}{210}=\frac{30}{1}=\frac{\ }{21}=\frac{2}{\ }=\frac{\ }{13}.$$

Minden esetben el tudtuk végezni az egyszerűsítést?

Megoldás:

$$\frac{18}{42}=\frac{9}{21}=\frac{6}{14}=\frac{3}{7}=\frac{25}{\ };\qquad \frac{60}{210}=\frac{30}{105}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}=\frac{\ }{13}.$$

Nem minden esetben tudunk egyszerűsíteni.

Egyszerűsíteni csak akkor tudunk, ha a számlálónak és nevezőnek van közös osztója, vagyis olyan szám, ami a számlálóban és nevezőben is egész számszor, maradék nélkül van meg.

Az egyszerűsítést megkönnyíti, ha ismerjük a legegyszerűbb **oszthatósági szabályokat**:

1-gyel és **önmagával** minden szám osztható. Vannak számok, amelyek csak 1-gyel és önmagukkal oszthatók. Ezek a **prímszámok.** Ilyen számok a 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17…

-vel a páros számok oszthatók,

5-tel az 5-re és 0-ra végződő számok,

10-zel a nullára végződő számok,

4-gyel azok a számok, amelyeknek két utolsó számjegyéből (változatlan sorrenddel) alkotott szám osztható 4-gyel. Például: 21748 utolsó két jegyéből alkotott szám a 48. 48 osztható 4-**gyel**, így 21748 is osztható vele.

8-cal azok a számok oszthatók, amelyeknek három utolsó számjegyéből (változatlan sorrenddel) alkotott szám osztható 8-cal. Például: 921832 utolsó három jegyéből alkotott szám a 832. A 832 osztható 8-cal, így 921832 is osztható vele.

3-mal azok a számok oszthatók, amelyek számjegyeiből alkotott összeg osztható 3-mal. Például: 131223, a számjegyeinek összege: 1 + 3 + 1 +2 + 2 + 3 = 12.

12 osztható 3-mal, 131223 is oszható 3-mal.

9-cel azok a számok oszthatók, amelyek számjegyeiből alkotott összeg osztható 9-cel.

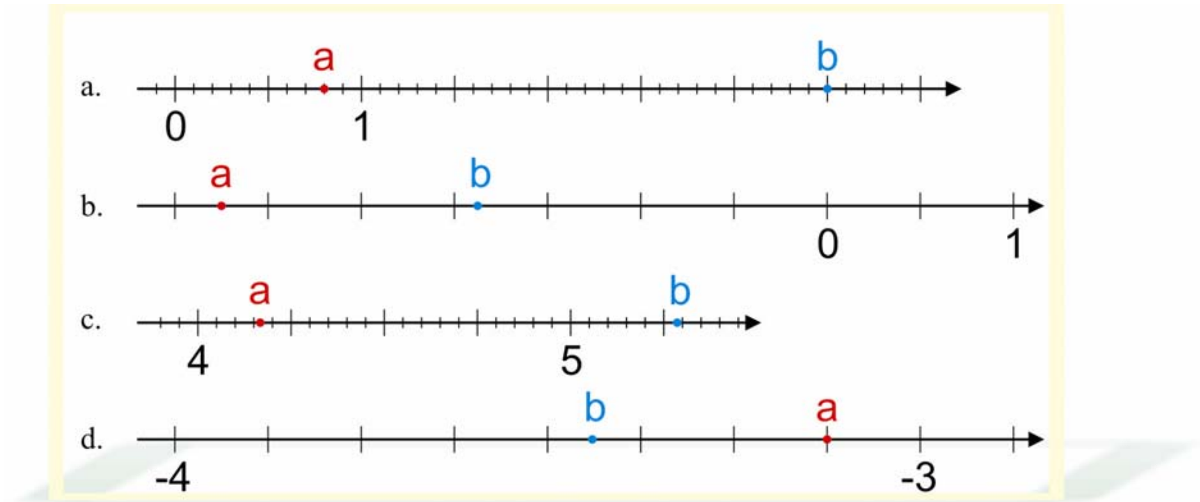
Például: 131229, számjegyei összege: 1 + 3 + 1 +2 + 2 + 9 = 18. 18 osztható 9-cel, 131229 is oszható 9-cel.

6-tal a 3-mal osztható páros számok oszthatók.

A felsoroltakon kívül még más oszthatósági szabályokat is ismerünk, de azok meglehetősen bonyolultak, ezért használatuk is nehéz. Nem létezik minden számra oszthatósági szabály.

Módszertani megjegyzés: a 6. feladathoz: ellenőrzés párban, a 7. feladathoz: diákkvartett módszert használhatunk.

6. A számegyenesen törtek helyét adtuk meg. Határozd meg *a* és *b* értékét! Ha nem tudod pontosan leolvasni, akkor végezz méréseket és becsüld meg a lehető legpontosabban a számokat!



Megoldás:

a) $\frac{4}{5}$; $\frac{7}{2}$; b) $-\frac{7}{2}$; $-\frac{15}{8}$; c) $\frac{37}{7}$; $\frac{25}{6}$;

d) $-3\frac{1}{8}$; $-3\frac{7}{16}$.

7. Melyik állítás igaz, melyik hamis?

a) A 10 nem racionális szám, hanem egész szám.

b) A 0 racionális szám.

c) Két negatív egész szám átlaga mindig racionális számot ad eredményül.

d) Bármely két racionális szám között még van további racionális szám.

e) Két racionális szám összege csak akkor racionális, ha nem egész számot ad eredményül.

f) Ha 100-nak veszem a nyolcadrészét, akkor racionális számot kapok.

Megoldás: Igaz: b); c); d); f).

Számok írása tízes számrendszerben

8. Amikor a bankban több pénzt szeretnénk befizetni, akkor el kell készítenünk egy címletező táblázatot. Ebben fel kell tüntetnünk, hogy milyen címletből hány darabot adunk át a befizetéskor.

Címletezés		
db	bankjegy	összeg
2	20000 Ft-os	
3	10000 Ft-os	
1	5000 Ft-os	
0	2000 Ft-os	
4	1000 Ft-os	
5	500 Ft-os	
0	200 Ft-os	
0	100 Ft-os	
8	50 Ft-os	
9	20 Ft-os	
0	10 Ft-os	
0	5 Ft-os	
0	2 Ft-os	
0	1 Ft-os	
Összesen Ft:		

Megoldás: 82080Ft.

9. Címletezz egyedül![1]

A feladat megoldása egyéni munkával, a ***2. 5 melléklet*** címletezőivel történik. Minden tanuló kap egy ilyen lapot.

Amikor nagyobb pénzösszeget szeretnél feladni a bankban, akkor kapsz egy üres címletező táblázatot, amelyet neked, mint ügyfélnek kell kitöltened.

Írj tetszőleges számokat a db rovatba és számold ki a befizetett összeget! Töltsd ki mind két lapot!

[1] A feladat megírásakor még forgalomban volt az 1, és 2 forintos érme.

Címletezés		
db	bankjegy	összeg
	20000 Ft-os	
	10000 Ft-os	
	5000 Ft-os	
	2000 Ft-os	
	1000 Ft-os	
	500 Ft-os	
	200 Ft-os	
	100 Ft-os	
	50 Ft-os	
	20 Ft-os	
	10 Ft-os	
	5 Ft-os	
	2 Ft-os	
	1 Ft-os	
Összesen Ft:		

Befizetésnél a postán a pénztáros a befizetendő összeget címletezve kéri. Feladatunkban most minden pénzösszeget a **lehető legkevesebb rendelkezésünkre álló bankjeggyel (érmével) szeretnénk befizetni.** A rendelkezésünkre álló címletek: 1000 Ft, 100 Ft, 10 Ft, 1 Ft. A táblázatba beírt összegeket írd fel címletezett, szorzat és összeg alakban!

	1000 Ft	100 Ft	10 Ft	1 Ft	Összegként felírva
49					$49 = 4 \cdot 10 + 9 \cdot 1$
376					376 =
728					728 =
2132					2132 =
1234					1234 =
432					432 =
2005					2005 =
806					806 =
5678					5678 =
3020					3020 =
307					307 =

Megoldás:

	1000 Ft	100 Ft	10 Ft	1 Ft	Összegként felírva
49			4	9	$49 = 4 \cdot 10 + 9 \cdot 1$
376		3	7	6	$376 = 3 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 6 \cdot 1$
728		7	2	8	$728 = 7 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 8 \cdot 1$
2132	2	1	3	2	$2132 = 2 \cdot 1000 + 1 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 2 \cdot 1$
1234	1	2	3	4	$1234 = 1 \cdot 1000 +2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 1$
432		4	3	2	$432 = 4 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 2 \cdot 1$
2005	2	0	0	5	$2005 = 2 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 0 \cdot 10 +5 \cdot 1$
806		8	0	6	$806 = 8 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 6 \cdot 1$
5678	5	6	7	8	$5678 = 1 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 1$
3020	3	0	2	0	$3020 = 1 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 1$
307		3	0	7	$307 = 3 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 7 \cdot 1$

A feladat megoldása egyéni vagy csoportos munkával a füzetbe rajzolt táblázatban is történhet. Minden jól megoldott sorért egy pontot adhatunk.

A tízes számrendszerben 10 számjegyet használunk: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9.

Ahhoz, hogy ezzel a tíz számjeggyel bármilyen nagy, vagy kicsi számot le tudjunk írni, tízes csoportokat kell létrehoznunk 10 db egyes az 1 tízes csoport, 10 darab 10-es csoport az egy 100-as, 10 db 100-as az egy 1000-es csoport, stb.

Felállítunk egy sorrendet, és ebben az egyes csoportoknak meghatározott helye van.

2 db 1000-es csoport + 3 db 100-as + 6 db 10-es csoport és 4 db 1-es. Ezt így írjuk: 2364.

Ebben a tízes számrendszerben minden számjegynek helyi értéke van.

csoportok	. . . .	tízezresek	ezresek	százasok	tízesek	egyesek
			2	3	6	4

Csoportokban dolgozunk tovább. A négy csoport mindegyike kap 30 db üres kártyalapot, amelyre felírja a tízes számrendszer alapszámait. Minden szám háromszor szerepeljen! Ezután az egyes csoportok megkeverik a kártyacsomagjukat, majd a feladatnak megfelelő számú kártyát húznak. Ezután elvégzik a kitűzött feladatokat.

A csoport	Húzz a számkártyákból 3 számot! Képezd ezekből a számokból a legnagyobb, és a legkisebb egész számot! Milyen háromjegyű számok írhatók még fel ezekből a számokból?
B csoport	Húzz a számkártyákból 4 számot! Írd fel a legkisebb és a legnagyobb négyjegyű számot a kihúzott számok segítségével! Milyen lehetőséget találsz még?
C csoport	Húzz a számkártyákból 2 számot! Írd fel az ezekből a számokból képezhető 3 jegyű legkisebb és 3 jegyű legnagyobb számot! Egy kihúzott szám többször is felhasználható. Írd fel a többi lehetőséget is!

D csoport	Húzz a számkártyákból 4 számot! Képezd ezekből a számokból a legnagyobb, és a legkisebb 2 jegyű egész számot! Egy kihúzott szám csak egyszer használható.

A feladat megoldása és megbeszélése után érdemes megismételni a játékot úgy, hogy minden csoport egy másik feladatát oldja meg.

10. Ágota édesanyjával vásárolni ment. Az anya pénztárcájában 10, 100 és 1000 Ft-os bankjegyek voltak. Az egyes címletek száma 3, 4, 8, de nem tudja, hogy melyikből mennyi van. Ki tudja-e fizetni a 8880 Ft-os számlát?

Legfeljebb mennyi pénzért vásárolhat?

Megoldás: nem tudja kifizetni a számlát, mert legfeljebb 8430 Ft-ot tud fizetni.

11. A 23456 egész számban mennyi az egyes számok alaki értéke?

Megoldás: a 2-tes tízezreseket ér, a 3-as ezreseket, a 4-es százasokat, az 5-ös tízeseket, a 6-os egyeseket ér.

Ha csekket töltünk ki, vagy szerződésekben összeget jelölünk meg, a számokkal leírt összeget betűkkel is le kell írnunk. A számok betűvel történő leírására fontos nyelvtani szabályok vonatkoznak:

a) Ha a számokat betűkkel írjuk le, kétezerig egybeírjuk a tagjait.
Például: 936=kilencszázharminchat

b) Kétezren felül csak a kerek ezreseket és a milliósokat írjuk egybe.
Például: 7000 = hétezer, 74000 = hetvennégyezer, 2000000 = kétmillió.

c) A kétezren felüli egyéb számokban a millió és az ezer szó után kötőjelet teszünk.
Például: 5321016 = ötmillió-háromszázhuszonegyezer-tizenhat.

12. Írd le az adott számokat betűkkel**!**

Alkalmazd a megadott nyelvtani szabályt! Írj négy példát!

a) 971, b) 1531; c) 2805; d) 8000; e) 65000, f) 2000000; g) 1027435.

Megoldás:

a) kilencszázhetvenegy; b) egyezerötszázharmincegy; c) kettőezer-nyolcszázöt;

d) nyolcezer; e) hatvanötezer; f) kettőmillió

g) egymillió-huszonhetesezer-négyszázharmincöt.

Megjegyzés: A „két” helyett célszerű „kettő”-t, a „hét” helyett „hetes”-t írni, mert könnyen összetéveszthetők.

13. A befizetési csekken a következő szöveg olvasható: hatezer-kettőszáznyolcvanegy.

a) Írd le számokkal az összeget!
b) Mennyi az ezresek száma?
c) Mennyi a százasok száma?
d) Mennyi a tízesek száma?
e) Mennyi az egyesek száma?

Megoldás:

a)	A szám:	6281
b)	Az ezresek száma:	6
c)	A százasok száma.	2
d)	A tízesek száma:	8
e)	Az egyesek száma:	1

14. Olvasd el az alábbi szöveget! Keresd meg, majd írd le számjegyekkel szövegekben található számokat!

A belvízi utakon közlekedő hajók szállítóképessége a víz mélységétől függ.

A terhelés általában ötven tonnától háromszáz tonnáig terjed. A Dunán kettőszáz és ezerkettőszáz tonnás, az alsó szakaszon kettőezer és kétezer-ötszáz tonnás uszályok is tudnak közlekedni.

Megoldás: 50; 300; 200; 1200; 2000; 2500.

Az első működőképes benzinmotor ezernyolcszázhetvenhatban készült.

Megoldás: 1876.

Ezernyolcszázkilencvenhétben készítette el az első üzemképes dízelmotort R. Diesel. A dízel motor a beszívott levegőt összenyomja olyan mértékben, hogy a hőmérséklet az ötszáz °C-t meghaladja.

Megoldás: 1897; 500.

A nándorfehérvári diadal ezernégyszázötvenhatban volt

Megoldás: 1456.

A telefon-előfizetés költsége tizenötezer- tizenöt forint volt decemberben.

Megoldás: 15015.

15. Az osztálykirándulásról elkészült az összesítő beszámoló, de pontatlanul. A számmal beírt összegeket be kellett volna írni szöveggel is. Értelemszerűen töltsd ki az üresen hagyott helyeket!

25, azaz .... fő vett részt a kiránduláson.

Az összes befizetett összeg: 265750Ft, azaz .... Ft volt.

Az utazási költségre 38400 Ft-ot, azaz.. Ft-ot számoltunk.

A vacsora ára: 40250 Ft, azaz .... Ft volt.

Szállásunk költsége: 67500 Ft, azaz.. Ft volt.

A reggeliért 16750 Ft-ot, azaz.. Ft-ot fizettünk.

Az ebédért kifizettünk: 45200 Ft-ot, azaz .... Ft-ot

Képtári belépőre 12800 Ft, azaz .... Ft került kifizetésre.

Megoldás:

25, azaz huszonöt fő vett részt a kiránduláson.
Az összes befizetett összeg: 265750Ft, azaz kettöszázhatvanötezer-hetesszázötven Ft.
Az utazási költségre: 38400 Ft-ot, azaz harmincnyolcezer-négyszáz Ft-ot számoltunk.
A vacsora ára: 40250 Ft, azaz negyvenezer-kettőszázötven Ft volt.
Szállásunk költsége: 67500 Ft, azaz hatvanhetesezer-ötszáz Ft volt .
A reggeliért 16750 Ft-ot, azaz tizenhatezer-hetesszázötven Ft-ot fizettünk.
Az ebédért kifizettünk 45200 Ft-ot, azaz negyvenötezer-kettőszáz Ft-ot.
Képtári belépőre: 12800 Ft, azaz tizenkettőezer-nyolcszáz Ft került kifizetésre.

A törtszámok is felírhatók ilyen helyiértékes rendszerben, tízes nevezőjű törtekké alakítva.

16. Írd fel a következő törteket 10-; 100-; 1000-es, stb. nevezőjű tört alakban!

$$\frac{1}{2}=\frac{\quad}{10};\qquad \frac{4}{5}=\frac{\quad}{10};\qquad \frac{6}{20}=\frac{\quad}{100};\qquad \frac{3}{25}=\frac{\quad}{100};\qquad \frac{7}{125}=\frac{\quad}{1000}.$$

Megoldás: $\frac{1}{2}=\frac{5}{10}$; $\frac{4}{5}=\frac{8}{10}$; $\frac{6}{20}=\frac{30}{100}$; $\frac{3}{25}=\frac{12}{100}$; $\frac{7}{125}=\frac{56}{1000}$.

Egészítsük ki a helyiértékes táblázatunkat a tizedestörtekre is!

Csopor-tok	…	10000	1000	100	10	1		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10000}$	…
							,					

17. Írd be a táblázatba a következő törteket!

$\frac{1205}{1000}$; $\frac{326}{100}$; $\frac{26075}{1000}$; $\frac{2051}{1000}$; $\frac{4395}{100}$; $\frac{156}{10}$.

Megoldás:

csopor-tok	…	10000	1000	100	10	1		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10000}$	
						1	,	2	0	5		
						3	,	2	6			
					2	6	,	0	7	5		
						2	,	0	5	1		
					4	3	,	95				
					1	5	,	6				

18. Olvasd el hangosan a következő számokat!

25,32; 167,8; 3045,07; 123,018; 3456129,563; 67,2306.

Mintapélda₃

Alakítsuk tizedestörtté a következő számokat!

$\frac{3}{8}$; $\frac{31}{16}$; $\frac{459}{24}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{25}{6}$; $\frac{12}{7}$.

Megoldás:

$\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0{,}375$, ugyanígy: $\frac{31}{16} = 1{,}9375$; $\frac{459}{24} = 19{,}125$;

Ha a törtalakú számok számlálóját elosztjuk a nevezőjével, a szám tizedestört-alakját kapjuk. Ez az osztás bizonyos lépések után véget ér, ekkor **véges tizedestörtet** kapunk eredményül.

$\frac{2}{3} = 0{,}66666...$; $\frac{25}{6} = 4{,}16666...$; $\frac{12}{7} = 1{,}714285714285…$

Az osztások nem mindig érnek véget, egy idő után az osztásnál fellépő maradékok ismétlődnek. Ez esetben az eredmény **végtelen tizedestört**.

Minden racionális szám felírható egész szám, vagy **véges tizedestört, vagy szakaszos tizedestört alakban** is. A végtelen, nem szakaszos tizedestörtek nem racionális számok (ezeket *irracionális számoknak* nevezzük).

Ilyen szám az általános iskolából ismert $\pi \approx 3{,}141592654.\,.\,.\,.\,.$

Mi magunk is egyszerűen létrehozhatunk végtelen, nem szakaszos tizedestörteket.

Például: 1,01001000100001. . . . . Ezt folytathatjuk a végtelenségig: minden 1-es után eggyel több nullát írunk. Ez végtelenül folytatható, és nincs benne ismétlődő szakasz.

19. Sorold két csoportba a következő racionális számokat aszerint, hogy véges, vagy végtelen tizedestört-alakban írhatók fel!

$\frac{5}{3};\ -5,\ -\frac{12}{6};\ -\frac{30}{9};\ 0{,}15;\ \frac{12}{36};\ \frac{35}{17};\ \frac{19}{8};\ \frac{35}{2}.$

Megoldás:

Véges tizedestörtek: $\frac{10}{4};\ \frac{20}{10};-5;-\frac{12}{6};0{,}15;\frac{19}{8};\ \frac{35}{2}.$

Végtelen tizedestörtek: $\frac{5}{3};-\frac{30}{9};\frac{12}{36};\ \frac{35}{17}.$

II. Számolás racionális számokkal

Számoláskor több műveletet is el kell végeznünk. Megállapodás szerint a műveletek elvégzésének sorrendje a következő:

Először, ha van zárójel, akkor a zárójelben lévő műveleteket végezzük el.

Például: $8-(4+1)=8-5=3$.

Másodszor, ha már nincs zárójel, és a műveletek közt van szorzás vagy osztás, akkor azt végezzük el.

Például: $6+5\cdot 2-8:4=6+10-2=14$.

Harmadszor, ha a szorzást osztást már elvégeztük és a műveletek közt van összeadás vagy kivonás, akkor azt balról jobbra haladva végezzük el.

Például: $5-3+8+2-4=8$.

Ezeket a szabályokat figyelembe véve állítsátok elő a megadott számokat zárójelekkel, műveleti jelekkel!

Feladatok

20. Tedd ki a műveleti jeleket, hogy az egyenlőség igaz legyen!

987654321 = 99 (például: 9+8+7+65+4+3+2+1 = 99)

987654321 = 100

123456789 = 100

1234567 = 100

Megoldás: 98 – 76 + 54 + 3 + 21 = 100,

123 + 4 – 5 + 67 – 89 = 100,

1 + 2 + 34 + 56 + 7 = 100 vagy 1 + 23 + 4 + 5 + 67 = 100.

21. Tegyél a számok közé olyan műveleti jeleket és zárójeleket, hogy az egyenlőség igaz legyen!

0 = 5 5 5 (például: $0=(5-5)\cdot 5$)

2 = 5   5   5

4 = 5   5   5

5 = 5   5   5

Készíts te is a három egyforma szám segítségével hasonló feladatokat!

Megoldás: 0 = (5 – 5) · 5

2 = (5 + 5) : 5

4 = 5 – (5 : 5)

5 = 5 · 5 : 5

22. Állítsd elő 5 db 2-es felhasználásával az alábbi számokat! (Tetszőleges műveletekkel és zárójelekkel.)

(például: 1 = 2 + 2 – 2 – (2 : 2))

1 = 2   2   2   2   2
2 = 2   2   2   2   2
3 = 2   2   2   2   2
4 = 2   2   2   2   2
5 = 2   2   2   2   2
6 = 2   2   2   2   2
7 = 2   2   2   2   2
8 = 2   2   2   2   2
9 = 2   2   2   2   2
10 = 2   2   2   2   2

Megoldás: 1 = 2 + 2 – 2 – (2 : 2)
2 = 2 + 2 + 2 – 2 – 2
3 = 2 + 2 – 2 + (2 : 2)
4 = (2 +2) · 2 – 2 – 2
5 = 2 + 2 + 2 – (2 : 2)
6 = (2 : 2) · 2 + 2 + 2
7 = 22 : 2 – 2 – 2
8 = 2 · 2 · 2 – 2 + 2
9 = 2 · 2 · 2 + 2 : 2
10 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2

23. Állítsd elő az első tíz számot 4 db 4-es felhasználásával! (Tetszőleges művelettel és zárójelekkel.)

(például: 1 = (4 : 4) · (4 : 4)

1 = 4   4   4   4
2 = 4   4   4   4
3 = 4   4   4   4
4 = 4   4   4   4
5 = 4   4   4   4
6 = 4   4   4   4
7 = 4   4   4   4
8 = 4   4   4   4
9 = 4   4   4   4
10 = 4   4   4   4

Megoldás:

1 = (4 : 4) · (4 : 4)
2 = (4 : 4) + (4 : 4)
3 = (4 + 4 + 4) : 4
4 = (4 – 4) · 4 + 4
5 = (4 · 4 + 4) : 4)
6 = (4 + 4) : 4 + 4
7 = 4 + 4 – (4 : 4)
8 = 4 + 4 + 4 – 4
9 = 4 + 4 + (4 : 4)
10 = (44 – 4) : 4

24. Hány olyan négyjegyű szám van, amelynek számjegyei között a 2; 4; 7; és 9 mindegyike szerepel?

Megoldás: Egy négyjegyű számban négy helyiértékű hely van. Ezekre a helyekre helyezzük el a számokat. Az elsőnek választott helyre 4-féle számot tehetünk, a másodikra a megmaradó 3-féle számból választhatunk, a harmadikra más csak kettőből választhatunk. Az utolsó helyre a megmaradt egy szám kerülhet.
A lehetőségek száma: 4 · 3 · 2 · 1 = 24.

25. Egy kilátóhoz a turistaházból 4 különböző ösvény vezet. A kiránduló felmegy a kilátó hoz, majd visszamegy a turistaházhoz.

a) Hányféleképpen teheti meg ezt az utat, ha ugyanazon az úton jön vissza, amin felfelé ment?

b) Hányféleképpen ha nem azon az úton jön vissza, amin felfele ment?

c) Hányféleképpen teheti meg ezt az utat, ha bármelyik úton visszajöhet?

Megoldás:
a) Négyféleképpen teheti meg az utat.
b) Négyféleképpen mehet felfelé, és háromféleképpen lefelé. A lehetőségek száma 4 · 3 = 12.
c) Négyféleképpen fel és négyféleképpen lefelé. A lehetőségek száma: 4 · 4 = 16.

26. A moziba egy 7-tagú társaság érkezik. A moziban a székek számozottak és egymás mellett vannak.

a) Hányféleképpen foglalhatnak helyet?

b) Hányféleképpen foglalhatnak helyet, ha a társaságban egy házaspár is van, és ők egymás mellé szeretnének ülni?

Megoldás:
a) A lehetőségek száma: 7 · 6 · 5 · 4 · 3 · 2 ·1 = 5040.
b) A házaspár 2 egymás mellett lévő helyet foglal el, ezt hatféleképpen teheti. További két lehetőség, hogy a feleség a férj jobb, vagy bal oldalán foglal helyet, ez összesen

$6 \cdot 2 = 12$ lehetőség. Ha a házaspár leül, a társaság többi tagja a maradó 5 helyen helyezkedhet el. Ez $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 180$ lehetőség. A lehetőségek száma: $12 \cdot 180 = 2160$.

27. Egy buszmegállóban 10 felszálló van. 4 férfi és 6 nő. Hányféle sorrendben szállhatnak fel a buszra, ha a férfiak a nőket előreengedik?

Megoldás:

A három nő $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$-féle sorrendben szállhat fel a buszra. A férfiak $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$-féleképpen. A lehetőségek száma: $6 \cdot 24 = 144$.

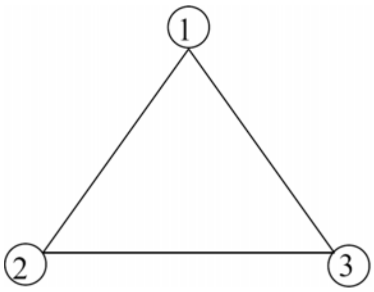
28. Hatan várnak egy négyszemélyes liftre. Köztük egy kisgyermekes anyuka.

Hányféleképpen mehetnek el a lifttel, ha az anyukát mindenképpen előreengedik? (A kisgyerek nem számít külön személynek.)

Megoldás: A lehetőségek száma: $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 180$.

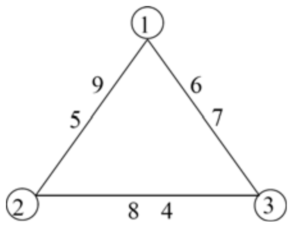
Módszertani megjegyzés: Csoportmunkában adjuk ki a bűvös háromszögekre, négyszögekre vonatkozó feladatokat:

Előfordul, hogy síkidomok oldalaira, négyzetrácsos táblázatba számokat valamilyen szabályok szerint helyezünk el, ilyenkor bűvös háromszögekről, négyzetekről beszélünk.



Írjuk a 4, 5, 6, 7, 8, 9 számokat párosával a háromszög oldalaira úgy, hogy a csúcsokat is beleszámítva a számok összege mindhárom oldalon összesen 17 legyen! A csúcsokban az 1, 2, 3 szám rögzített.

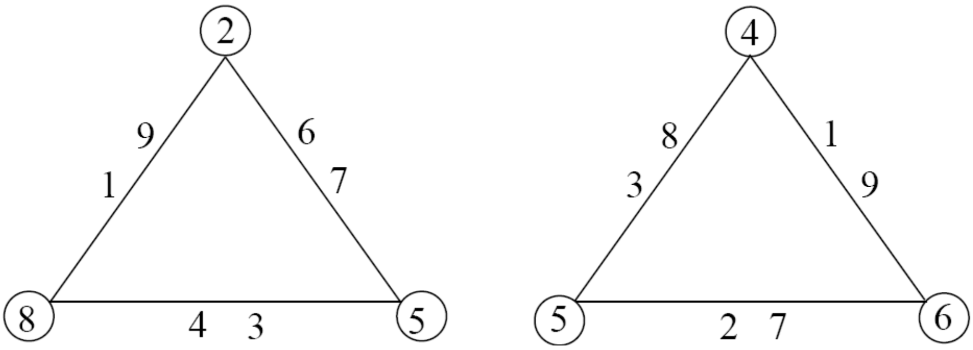
Így:



29. Készíts bűvös háromszöget!

Írd az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számjegyeket a háromszög csúcsain és oldalain úgy, hogy a csúcsokat is beleszámítva a számok összege mindhárom oldalon összesen 20 legyen! A csúcsokban nincsenek előre rögzített számok, azokat is te helyezd el!

Két lehetséges megoldás:



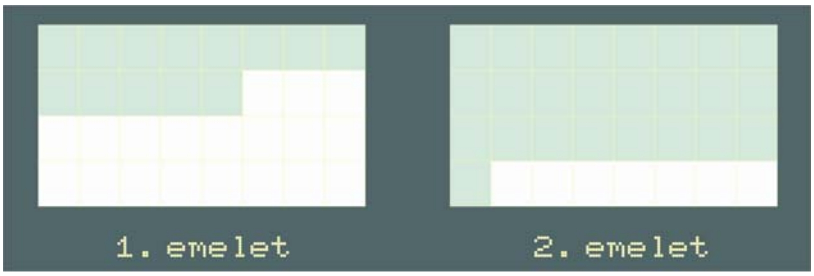
30. Írd be a számokat 1-től 9 -ig egy 3 × 3 –as négyzetbe úgy, hogy a sorok, az oszlopok és az átlók összege 15 legyen!

Megoldás:

2	9	4
7	5	3
6	1	8

A törtek ismétléséhez a csoportoknak kioszthatjuk a ***2.4 kártyakészlet*** dominóit: a hagyományos dominó szabályai szerint játsszanak!

31. Egy parkolóház két emeletének telítettségét külön-külön jelzik. A következő ábrát mutatja a jelzőrendszer:



a) Ha az emeleteken ugyanannyi autó számára van hely és összesen 160 autó tárolható, akkor körülbelül hány szabad hely van az egyes emeleteken?

b) Ha az 1. emeleten 96, a 2. emeleten 78 autó részére van parkolóhely, akkor összesen körülbelül hány szabad hely van a parkolóházban?

c) Nem tudjuk, hogy hány autót tudnak elhelyezni az egyes szinteken, de azt írta egy újság, hogy a két szinten ugyanannyi hely van. Ekkor hányadrésze telített a parkolóháznak?

Megoldás:

a) Az 1. emeleten a szabad helyek aránya $\frac{19}{32}$. 80 autónak van hely, így a szabad helyek száma $\frac{19}{32}\cdot 80 = 47{,}5 \approx 48$. A második emeleten $\frac{7}{32}\cdot 80 = 17{,}5 \approx 18$ szabad hely van.

b) Az előzőhöz hasonlóan $\frac{19}{32}\cdot 96 + \frac{7}{32}\cdot 78 \approx 74$ a szabad helyek száma.

c) $\frac{\frac{19}{32}+\frac{7}{32}}{2} = \frac{13}{32}$ rész szabad, a parkolóház $\frac{19}{32}$ részben telített.

Mintapélda$_4$

Milyen előjelű a művelet eredménye: $\frac{5}{27}+\frac{4}{9}-\frac{1}{2}$?

Megoldás:

$$\frac{5}{27}+\frac{4}{9}-\frac{1}{2} = \frac{10}{54}+\frac{24}{54}-\frac{27}{54} = \frac{10+24-27}{54} = \frac{7}{54}$$, vagyis pozitív az előjel.

Mintapélda$_5$

Egy végkiárusítás alkalmával az egyik héten eladták a készlet harmadrészét, a másik héten az eredeti készlet egynegyedét. A készletnek hányad részét adták el? Az eredeti mennyiség hányadrésze vár ezután eladásra?

Megoldás:

$\frac{1}{3}+\frac{1}{4} = \frac{4+3}{12} = \frac{7}{12}$ részét adták el. Megmaradt a készlet $1-\frac{7}{12} = \frac{5}{12} \approx 0{,}4167$ része.

A példában szükség volt törtek összeadására, kivonására.

A különböző nevezőjű törtek összeadása során az első lépés a **közös nevezőre hozás**.

A törteket úgy bővítjük, vagy egyszerűsítjük, hogy nevezőjük azonos legyen.

Mintapélda$_6$

Végezzük el a következő műveleteket!

a) $\frac{5}{8}\cdot 4$ b) $\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{3}$ c) $4:\frac{5}{8}$ d) $\frac{5}{8}:4$ e) $\frac{3}{7}:\frac{2}{3}$

Megoldás:

a) **Ha törtet szorzunk egész számmal**, akkor **vagy a számlálót szorozzuk** a szorzó egész számmal: $\frac{5}{8}\cdot 4=\frac{5\cdot 4}{8}=\frac{20}{8}=\frac{5}{2}$, **vagy** ha lehetséges, **a nevezőt osztjuk** a szorzóval (most éppen 4-gyel): $\frac{5}{8}\cdot 4=\frac{5\cdot{}^{1}\cancel{4}}{\cancel{8}_2}=\frac{5}{2}$.

b) **Törtek szorzásakor a számlálót a számlálóval, nevezőt a nevezővel szorozzuk.**

$\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{3}=\frac{3\cdot 2}{7\cdot 3}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$, ha van rá lehetőség, a szorzás elvégzése előtt egyszerűsítsünk:

$\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{3}=\frac{{}^{1}\cancel{3}}{7}\cdot\frac{2}{\cancel{3}_1}=\frac{2}{7}$. Az eredményt mindig egyszerűsítsük, amennyire csak lehet!

c) **Ha törtet osztunk egész számmal, a nevezőt megszorozzuk az osztóval**: $\frac{5}{8}:4=\frac{5}{8\cdot 4}=\frac{5}{32}$.

Ha a tört számlálója osztható az osztóval, akkor az osztást úgy is elvégezhetjük, hogy **a számlálót osztjuk az osztóval**: $\frac{9}{7}:3=\frac{9:3}{7}=\frac{3}{7}$.

d) **Törtet törttel úgy osztunk, hogy az osztandót szorozzuk az osztó reciprokával** (a tört reciprokát kapjuk, ha a számlálót és a nevezőt felcseréljük**):**

$\frac{3}{7}:\frac{2}{3}=\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{2}=\frac{9}{14}$.

e) **Egész számot törttel úgy osztunk, hogy az osztandót szorozzuk az osztó reciprokával:** $4:\frac{5}{8}=4\cdot\frac{8}{5}=\frac{32}{5}$.

Mintapélda$_7$

Végezzük el a következő műveleteket!

a) $\frac{5}{8}-4$; b) $\frac{10}{3}+\frac{5}{2}-\frac{4}{10}+2$; c) $\frac{5}{3}\cdot 3\frac{7}{5}\cdot\frac{10}{7}$; d) $\left(-\frac{2}{7}\right)\cdot\frac{13}{10}\cdot\left(-\frac{7}{8}\right)\cdot\left(-\frac{12}{26}\right)$.

Megoldás:

a) Ha a kivonásban vagy összeadásban előfordul tört, először közös nevezőre hozunk:

$\frac{5}{8}-4=\frac{5}{8}-\frac{32}{8}=\frac{5-32}{8}=-\frac{27}{8}$.

b) Több tört esetén közös nevezőre hozzuk a törteket, azután összeadjuk a számlálókat:

$$\frac{10}{3}+\frac{5}{2}-\frac{4}{10}+2=\frac{10\cdot 5+5\cdot 15-4\cdot 5}{30}+2=\frac{50+75-20}{30}+2=\frac{105}{30}+2=$$

$$=\frac{105}{30}+2=\frac{105+60}{30}=\frac{165}{30}=\frac{11}{2}$$

c) Ha több törtet és egész számot adunk össze, alkalmazzuk a tanult szabályokat (az egész számot a számlálóval szorozzuk, tört esetén pedig számlálót a számlálóval, nevezőt a nevezővel szorzunk), és közben egyszerűsítünk, ha lehet:

$$\frac{5}{3}\cdot 3\cdot\frac{7}{5}\cdot\frac{10}{7}=\frac{4\cdot 3\cdot 7\cdot 10}{3\cdot 5\cdot 7}=\frac{4\cdot{}^{1}\cancel{3}\cdot{}^{1}\cancel{7}\cdot{}^{2}\cancel{10}}{{}^{1}\cancel{3}\cdot{}^{1}\cancel{5}\cdot{}^{1}\cancel{7}}=4\cdot 2=8$$

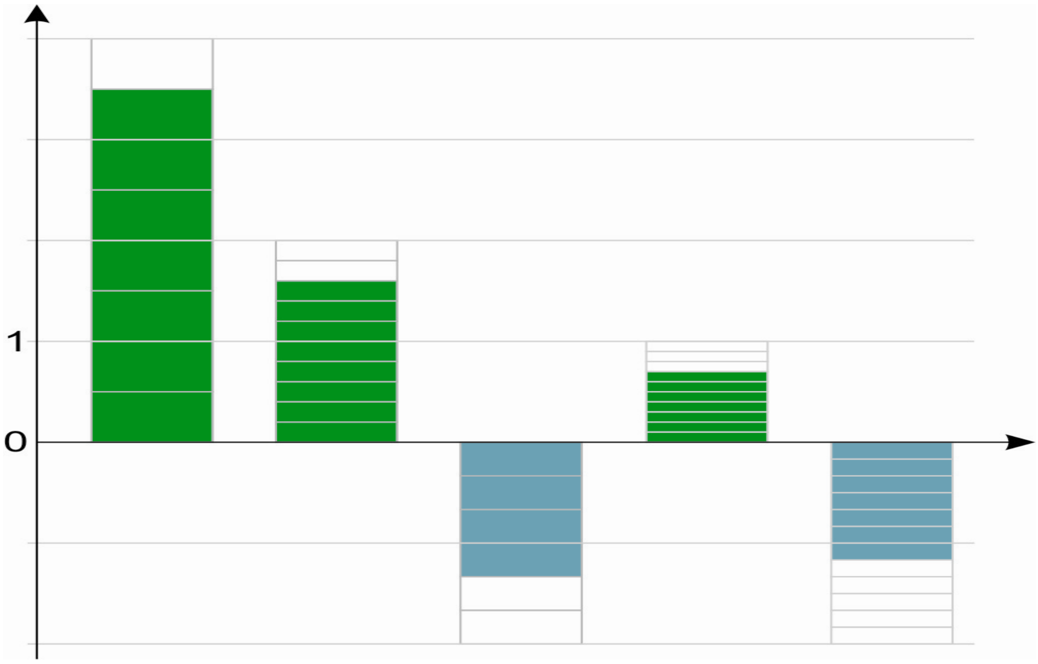
d) A feladatban különböző előjelű számokkal végzünk szorzásokat. Ehhez tudnunk kell, hogy **két azonos előjelű szám szorzata mindig pozitív** előjelű, **két különböző előjelű szám szorzata mindig negatív** előjelű. Ebből következik, több tényező esetén, hogy ha a negatív számok száma páros szám, akkor a szorzat pozitív, ha páratlan, akkor a szorzat negatív előjelű.

$$\left(-\frac{2}{7}\right)\cdot\frac{13}{10}\cdot\left(-\frac{7}{8}\right)\cdot\left(-\frac{12}{26}\right)=-\frac{2}{7}\cdot\frac{13}{10}\cdot\frac{7}{8}\cdot\frac{12}{26}=-\frac{2\cdot 13\cdot 7\cdot 12}{7\cdot 10\cdot 8\cdot 26}=-\frac{{}^{1}\cancel{2}\cdot{}^{1}\cancel{13}\cdot{}^{1}\cancel{7}\cdot{}^{3}\cancel{12}}{{}^{1}\cancel{7}\cdot 10\cdot{}^{2}\cancel{8}\cdot{}^{1}\cancel{26}}=-\frac{3}{20}$$

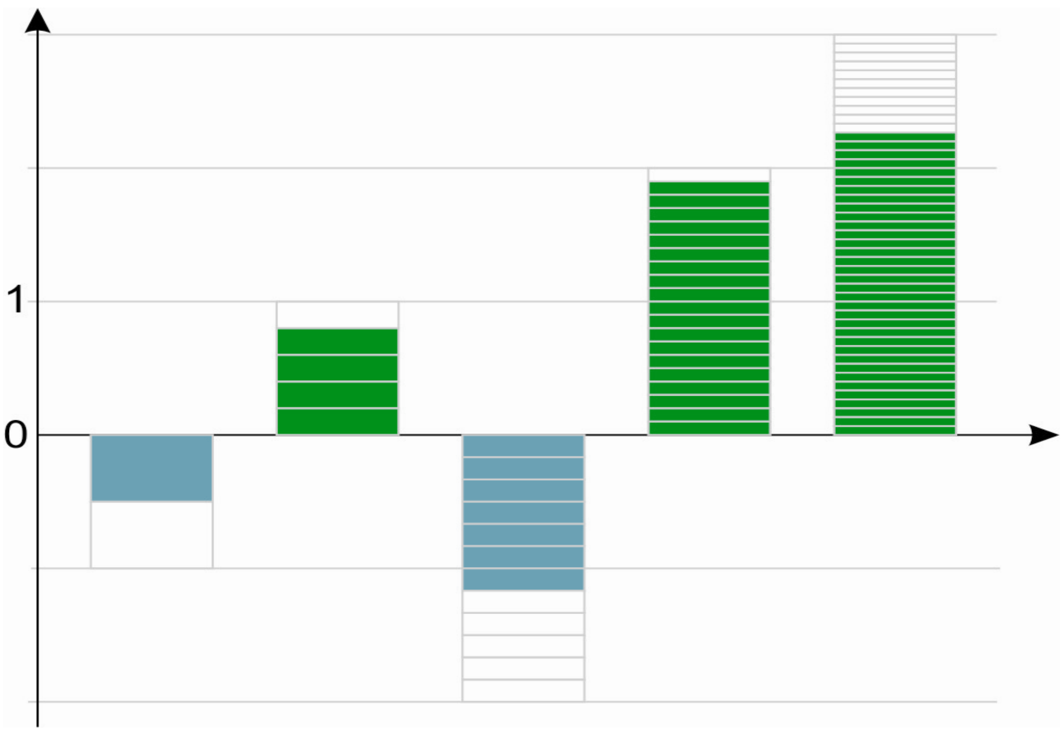
Feladatok

32. Az oszlopgrafikonon különböző törteket ábrázoltunk. Olvassuk le a törtek értékét a grafikonról, és adjuk össze, illetve szorozzuk össze azokat a törteket, amelyek egy grafikonon szerepelnek. (Az oszlopok szélessége megegyező.)

a)



b)

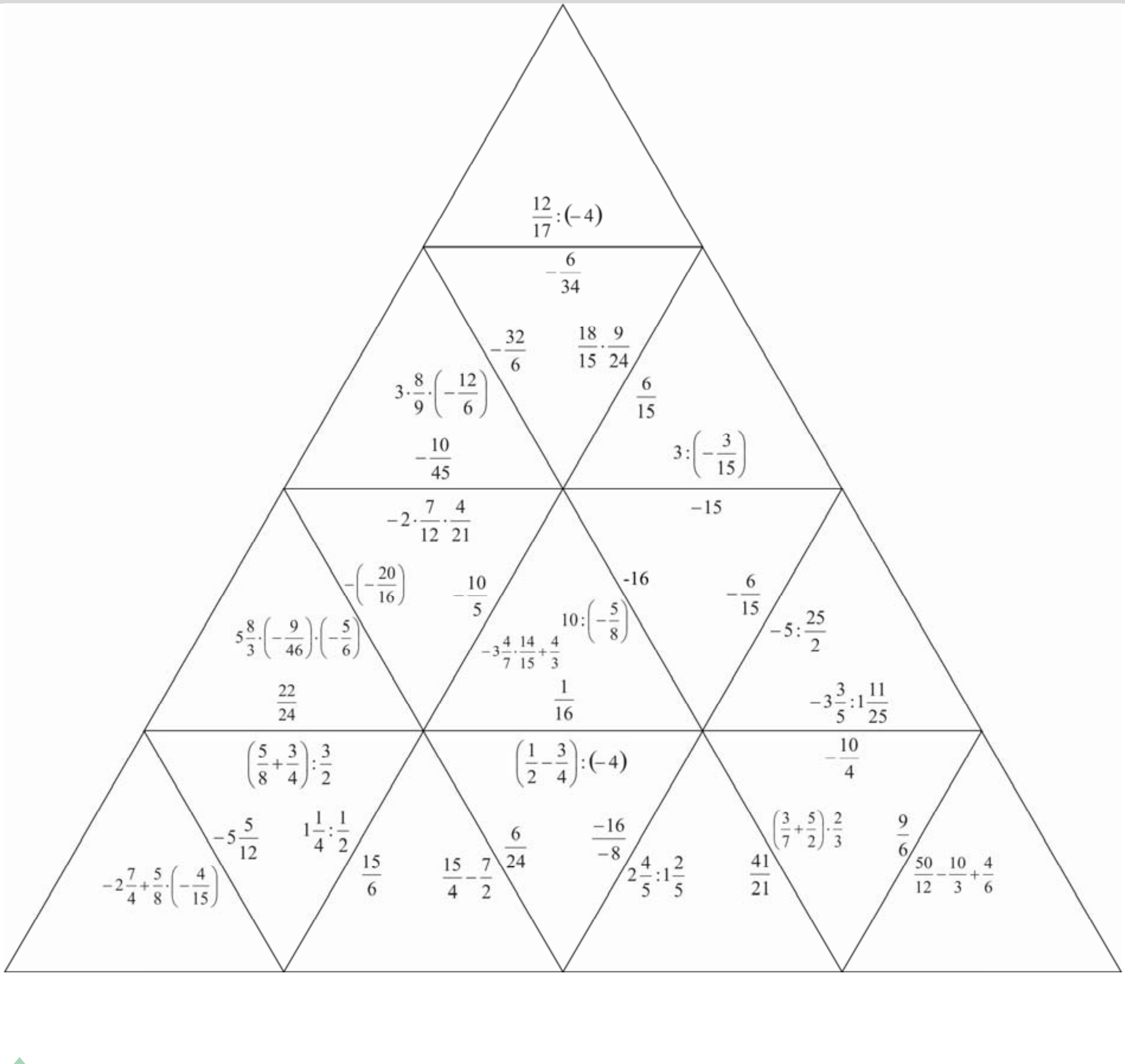


a) $\frac{7}{2}+\frac{8}{10}-\frac{4}{3}+\frac{7}{10}-\frac{7}{12}=\frac{37}{12}=3\frac{1}{12}\approx 3{,}083$; szorzatuk $\frac{343}{225}=1\frac{118}{225}\approx 1{,}5244$.

b) $-\frac{1}{2}+\frac{4}{5}-\frac{7}{12}+\frac{19}{10}+\frac{19}{15}=\frac{173}{60}=2\frac{53}{60}\approx 2{,}8833$; szorzatuk $\frac{2527}{4500}\approx 0{,}5615$.

Módszertani megjegyzés:

Gyakoroljuk a törtműveleteket! Az eszközök között található: ***2. 2 Triminó*** a törtműveletekből (csak összeadás, kivonás, szorzás, osztás).



33. Döntsd el, hogy melyik állítás igaz és melyik hamis. Indokold is meg a választ!

a) $\frac{4}{3}$ és 9 szorzata nem racionális szám.

b) Két racionális szám szorzata szintén racionális szám.

c) Bármely két racionális szám hányadosa mindig racionális szám.

d) Van olyan racionális szám, amellyel osztva nem kapunk racionális számot.

Megoldás: Igaz: b), c).

34. Csoportosítsd a műveleteket aszerint, hogy mely műveletek eredménye azonos?

a) $(-4)\cdot\left(\frac{5}{8}+\frac{7}{12}\right)$ b) $\left(\frac{1}{3}-\frac{4}{9}\right):\frac{2}{5}$ c) $\frac{1}{12}+\frac{1}{4}-\frac{11}{18}$

d) $\frac{9}{7}:\frac{15}{14}-\frac{181}{30}$ e) $(-5)\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{5}{2}\cdot\frac{1}{9}\right)$ f) $\frac{9}{18}+\frac{5}{6}-\frac{74}{12}$

Megoldás: a), d), f) $-\frac{29}{6}$; b), c), e) $-\frac{5}{18}$.

Számolás zsebszámológéppel

Törtműveleteket zsebszámológéppel is számolhatunk. Ebből a szempontból kétféle típust ismerünk:

- az egyik képes közönséges törtekkel számolni (ezen található $a^{b}/_{c}$ vagy $^{a}/_{b}$ gomb),
- a másikon a törtet zárójellel és osztásjellel kell kiszámítanunk.

Számítsuk ki a következő kifejezés értékét számológéppel: $2\frac{3}{7}-\frac{4}{5}$!

- Amelyik gépen található törtet jelző gomb, azt így használjuk:
  2 $\boxed{a^{b}/_{c}}$ 3 $\boxed{a^{b}/_{c}}$ 7 – 4 $\boxed{a^{b}/_{c}}$ 5 $\boxed{=}$.
- Ha gépünkön nincs törtet jelző gomb, akkor $2\frac{3}{7}$-et előbb átváltjuk: $2\frac{3}{7}=\frac{17}{7}$. A műveleti jel után zárójelbe tesszük a törtet helyettesítő osztást (amelyet / vagy ÷ jelöl):
  17 $\boxed{\div}$ 7 $\boxed{-}$ $\boxed{(}$ 4 $\boxed{\div}$ 5 $\boxed{)}$ $\boxed{=}$.

Feladatok

35. Végezd el számológéppel a következő műveleteket!

a) $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{2}{5}$ b) $\left(13-\frac{6}{7}\right)\cdot\frac{2}{3}$ c) $\left(3\frac{1}{9}-1\frac{5}{6}\right):5\frac{4}{7}$ d) $\left(5\frac{1}{2}+3\frac{4}{5}\right)\cdot 3{,}25$.

Megoldás: a) $\frac{13}{30}\approx 0{,}433$; b) $\frac{170}{21}\approx 8{,}095$; c) $\frac{161}{702}\approx 0{,}229$; d) 30,225.

36. Végezd el a következő műveleteket!

a) $\dfrac{a+\dfrac{4}{15}}{2-\dfrac{a}{3}}$, ahol $a=\dfrac{4}{5}$; b) $\dfrac{12}{7}\cdot\left(\dfrac{a+2}{4}\right)$, ahol $a=\dfrac{5}{3}$;

c) $-3\cdot a+\dfrac{5}{9}\cdot\left(a-\dfrac{4}{7}\right)$, ahol $a=\dfrac{7}{5}$.

Ellenőrizd számológéppel is az eredményt!

Megoldás: a) $\dfrac{8}{13}$; b) $\dfrac{11}{7}$; c) $\dfrac{1178}{315}\approx -3{,}74$.

37. Töltsd ki a bűvös négyzeteket! Minden sorban, oszlopban és átlóban a számok összege ugyanannyi legyen!

A.

$\frac{2}{3}$		
$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{6}$

B.

$\frac{3}{14}$	$\frac{1}{28}$	$\frac{2}{7}$
		$\frac{3}{28}$

Megoldás:

A.

$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{6}$
$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{6}$	1

B.

$\frac{3}{14}$	$\frac{1}{28}$	$\frac{2}{7}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{28}$	$\frac{3}{28}$
$\frac{1}{14}$	$\frac{9}{28}$	$\frac{1}{7}$

38. Egy boltba 120 tubus fogkrémet vitt az árufeltöltő. Mennyi maradt, ha eladták a

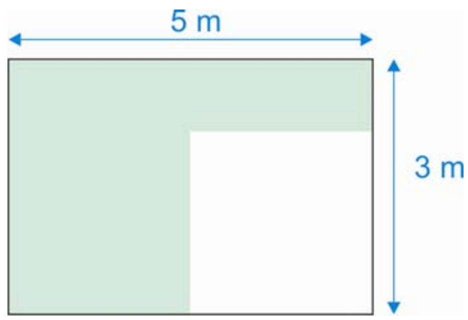
a) $\dfrac{3}{4}$; b) $\dfrac{4}{5}$; c) $\dfrac{3}{8}$ részét?

Megoldás: a) 30; b) 24; c) 75.

39. Mr. Spar havi keresete 30 000 tallér. Mennyit spórol meg havonta, ha fizetésének $\frac{23}{50}$-ed részét élelemre, $\frac{3}{20}$-ad részét lakbérre, $\frac{1}{10}$-ed részét fűtésre és világíásra, $\frac{9}{50}$ -ed részét ruhára költi?

Megoldás: $\frac{23}{50}+\frac{3}{20}+\frac{1}{10}+\frac{9}{50} = \frac{89}{100}$, vagyis megmarad a fizetésének $\frac{11}{100}$ része, ami 3300 tallér.

40. A padló burkolásához vásárolt burkolóanyag az ábrán látható arányban fedte le a szoba padlóját. Becsüld meg, hogy hány doboz burkolóanyagot kell még venni, ha még tartalékba is akarunk az egész szoba mérete kb. egytized részének megfelelő anyagot vásárolni. Egy dobozban 8 darab 40 cm x 40 cm méretű lap található. (A fuga szélességét hanyagoljuk el.)



Megoldás:

A kimaradt rész méretei kb. 2,5 m x 2 m. Ez kb. 35 darab lappal fedhető le. $500:40=12{,}5$, $300:40=7{,}5$. Az egész szoba kb. 100 lappal fedhető le (a félcsempék hasznosítása mellett), vagyis tartaléknak kb. 10 darab lap kell. Ezért kell még vásárolni 45 lapot, ami 6 dobozt jelent.

A kerekítés szabályai pozitív számok esetén

A racionális számok a hétköznapi életben általában mint tizedestörtek jelennek meg. Alkalmazásuk jellegétől függ, hogy milyen pontossággal kell számolni, és milyen mértékben kell kerekíteni az eredményben.

Például egy kőművesnek hiába mondanánk, hogy a fal szélessége 12,63 cm legyen. Ez technikailag nehezen kivitelezhető, másrészt általában nem áll rendelkezésre olyan mérőműszer, amellyel tizedmilliméter pontossággal tudnánk mérni. Más helyeken a pontosságnak nagyobb szerepe van, (például a csapágyakkal kapcsolatos szerelvényekben, vagy az atomfizikában. A hajógyártásban olyan lézeres mérőműszereket is használnak, amelyek mikrométer nagyságrendben is képesek mérni, és így pontosan be tudják állítani a hajócsavar tengelyét tartó bakokat.) A számítás során használt számok és a végeredmény pontosságát általában az határozza meg, hogy **milyen pontosságig van értelme** számolni.

Sok esetben arra van szükségünk, hogy kerekítve adjuk meg a számokat. Például ha egy termék nettó (adó, ÁFA nélküli) ára 30 Ft és a forgalmi adója 34,5 Ft lenne, amit kerekítenünk kell 35 Ft-ra. A kerekítésnél mindig meghatározzuk azt is, hogy hány tizedesjegyre kerekítünk. A példában egészre kellett kerekítenünk, az adót viszont 1000 Ft-ra kerekítjük. A hitelek, kamatok számításánál is fontos a kerekítés.

A kerekítés több dologtól függ:

milyen pontossággal adták meg a kiinduló adatokat,

az adott feladatmegoldáshoz mekkora pontosságra van szükség,

melyek azok a számjegyek, amelyekre már nincs szükség.

Ha az utolsó, elhagyott legmagasabb helyiértékű számjegy 5 vagy annál nagyobb, akkor felfelé kerekítünk (vagyis az utolsó megmaradt számjegyet eggyel növeljük). Ha az utolsó, elhagyott legmagasabb helyiértékű számjegy 5-nél kisebb, akkor lefelé kerekítünk (vagyis az utolsó megmaradt számjegyet változatlanul hagyjuk).
Például:
1,355 két tizedesjegyre kerekítve 1,36, egy tizedesjegyre kerekítve 1,4, egészre kerekítve 1.
1340 két jegyre kerekítve 1300.

Fontos: ha egy feladatban mérési adatokkal számolunk, akkor a kapott eredmény nem lehet pontosabb, mint az adatok közül a legkevésbé pontos adat.

Megjegyzés: Sok számológép beállítható arra, hogy a számolási eredmény adott számú tizedesjeggyel kerekített értékét írja ki (ez nem ugyanaz, mintha kerekített értékkel számolna).

41. Folytasd a sort! Kerekítsük a megadott értékeket egyre kevesebb tizedesjegy pontosságúra!

a) $\pi \approx 3{,}1414592654 \approx 3{,}141459265 \approx \ldots$

b) $\frac{300}{7} \approx 42{,}85714285714 \approx 42{,}857142857 \approx \ldots$

c) $\frac{160}{6} \approx 26{,}66666667 \approx 26{,}666667 \approx \ldots$

d) $\frac{148}{11} \approx 13{,}45454545 \approx 13{,}4545455 \approx \ldots$

Megoldás:

a) $\pi \approx 3{,}1414592654 \approx 3{,}141459265 \approx 3{,}14145927 \approx 3{,}1414593 \approx 3{,}141459 \approx 3{,}14146 \approx$

$\approx 3{,}1415 \approx 3{,}142 \approx 3{,}14 \approx 3{,}1 \approx 3.$

b) $\frac{300}{7} \approx 42{,}85714285714 \approx 42{,}857142857 \approx 42{,}857142857 \approx 42{,}85714286 \approx 42{,}8571429 \approx$

$\approx 42{,}857143 \approx 42{,}85714 \approx 42{,}8571 \approx 42{,}857 \approx 42{,}86\ 42{,}9 \approx 43$

c) $\frac{160}{6} \approx 26{,}66666667 \approx 26{,}6666667 \approx 26{,}666667 \approx 26{,}66667 \approx 26{,}6667 \approx 26{,}667 \approx$

$\approx 26{,}67 \approx 26{,}7 \approx 27$

d) $\frac{148}{11} \approx 13{,}45454545 \approx 13{,}4545455 \approx 13{,}454546 \approx 13{,}454546 \approx 13{,}45455 \approx 13{,}4546 \approx$

$\approx 13{,}455 \approx 13{,}46 \approx 13{,}5 \approx 14.$