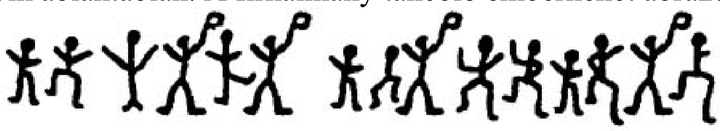
I. Pontok ábrázolása a Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszerben

Titkosírások (olvasmány)

A 9. osztályos informatika tananyag részét képezik a különféle titkosító módszerek. Ez a tananyag egyrészt kiegészíti az ott szerzett tudást, másrészt összekapcsolja a matematika tudományával. Néhány titkosító módszer leírásával szórakoztatóan juthatunk el a címben szereplő összefüggések témakörétől egészen a grafikonokig. Természetesen más témát is választhattam volna akár a fizika, akár a kémia témaköréből, de a fizikai és kémiai folyamatokkal a matematika területén másutt is gyakran találkozhatunk. A titkosító módszerek kevésbé elterjedtek. Eddigi tapasztalataim alapján jól motiválnak, a tanulók általában érdeklődnek a téma iránt. Éppen ezért javaslom, hogy a tanulók nézzenek utána további titkosító módszereknek, és házi dolgozatként adják be. Ehhez a következő könyveket ajánlom: RÉVAY ZOLTÁN: Titkosírások (Zrínyi Katonai Kiadó, 1978); SIMON SINGH: Kódkönyv (Park Könyvkiadó, 2002); MEGYESI ZOLTÁN: Titkosírások (Szalay Könyvkiadó)
Projekt munkaként is kiadható. Az olvasmány feldolgozása nem kötelező, a tanulók figyelmébe ajánlható.

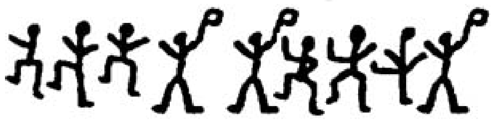
Most a híres angol detektív, **Sherlock Holme**s lesz segítségemre az ismertetésben **„A táncoló emberkék”** c. történetén keresztül (Az idő rövidsége és a történet terjedelme miatt, most csak egy rövid összefoglaló olvasható):

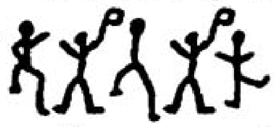
Mr. Hilton Cubitt, egy norfolki major tulajdonosa egy napon furcsa gyermeki firkálmányra lesz figyelmes az egyik ablaktáblán. A firkálmány táncoló emberkéket ábrázol:

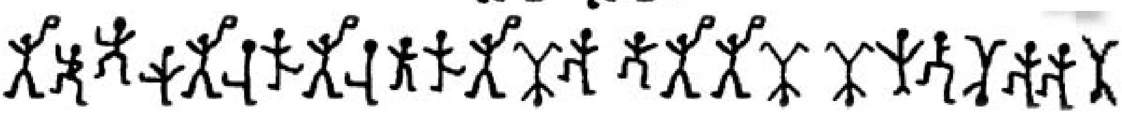
1. 

Az úr felesége, Elsie szemében a firka megjelenése óta halálos félelem tükröződik. Mr. Cubitt Sherlock Holmes segítségét kéri a rejtély felderítésére.
A következő hetekben további firkák jelennek meg a major legkülönfélébb pontjain.

2. 

3. 

4. 

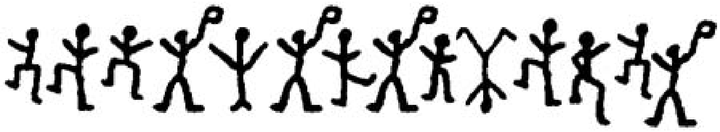
5. 

Mr. Cubitt ezeket minden alkalommal feljegyzi, és továbbítja Mr. Holmesnak, aki nagy szakértője a titkosítási módszereknek is. Holmesnak nem kellett sokat töprengenie azon, hogy rájöjjön, ezek a firkát valamiféle titkos üzeneteket rejtenek. Már csak meg kell fejtenie.
Eközben Holmes igyekezett minél több információt szerezni a házaspár életéről és múltjáról. Ekkor derült ki, Elsie múltja sok meglepetést rejt.
Ahhoz, hogy összeálljon a kép, a következő üzenetek megfejtésére is szükség volt, ugyanis Mr. Cubitt csak ennek tükrében tudta alaposan kifaggatni feleségét a múltjáról.

Sherlock Holmes kezében ezek a jelek kezdtek értelmes szövegekké formálódni:

4. NEVER (Soha)
3. COME ELSIE (Gyere Elsie)
1. AM HERE ABE SLANEY (Itt vagyok Abe Slaney)
2. AT ELRIGES (Ez annak a tanyának a neve, ahol megszállt)
5. ELSIE PREPARE TO MEET THY GOD (Elsie, készülj: találkozol isteneddel)

Kiderült, hogy az üzenetek küldője Abe Slaney, a legveszélyesebb bűnöző Chicagoban. Halálosan megfenyegette Elsiet, aki Amerikában a kedvese volt, de megszökött tőle. Sajnos Holmesnak nem sikerült megakadályoznia a tragédiát, de a kódot felhasználva sikerült elcsípni, és börtönbe juttatni a bűnözőt.
A következő üzenetet küldte neki:



COME HERE AT ONCE (Gyere ide azonnal)

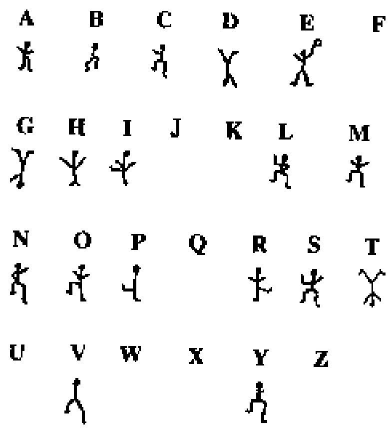
Slaney gyanútlanul átment a birtokra, ahol Holmes már rendőri kísérettel várta.
Holmes a kód megfejtéséhez a gyakorisági analízist használta, ugyanis rájött arra, hogy minden emberke egy-egy betűt kódol. (Nem szavakat, nem szótagokat).
A gyakorisági analízisnek az a lényege, hogy az adott nyelv hangjai előfordulásának gyakoriságát összevetjük a szövegben előforduló jelek gyakoriságával.

1000 betűből

Betűk	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
Angolban	81	16	32	37	123	23	16	51	72	1	5	40	22	72
Magyarban	135	20	5	22	145	9	32	17	46	17	53	59	41	58

Betűk	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Angolban	79	23	2	61	66	96	31	9	20	2	19	1
Magyarban	74	10	–	42	51	78	21	20	–	–	12	33

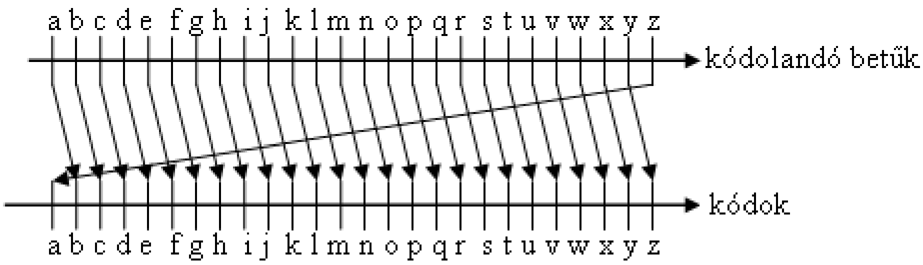
Feltesszük, hogy a kódolt szövegben leggyakrabban előforduló jel a leggyakoribb hangnak felel meg. A 2. leggyakrabban előforduló jel a 2. leggyakoribb hangnak stb.



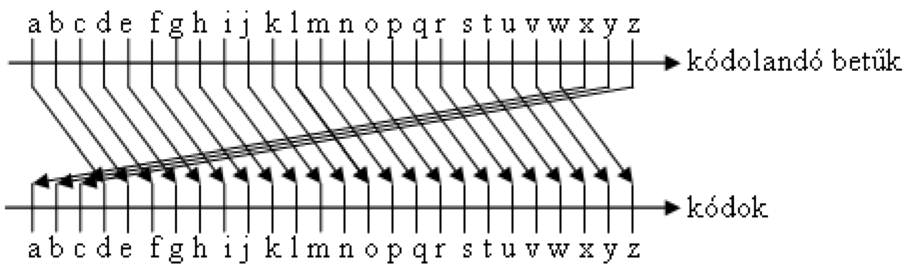
Közben figyelnünk kell az adott nyelv szókincsére, nyelvtani szabályaira is. A szövegben felhasznált szavakat az adott helyzet is jól körülhatárolja.

Feladat: Gyűjtsd össze a tartalmi, logikai összefüggéseket a fenti szövegből! (Pl.: firkák megjelenése → Elsie szemében tükröződő halálfélelem)

Ez a titkosító módszer minden betűhöz egyértelműen hozzárendel egy jelet, amely csakis annak az egy betűnek felel meg. Így könnyen megfejthető. Az a hátránya, hogy minden betű – jel párt meg kell jegyezni ahhoz, hogy alkalmazni lehessen. Leírni nem célszerű, mert ha nem vigyázunk, könnyen nyilvánosságra kerülhet megfeleltetési táblázat.
Olyan kódot kellene kitalálni, ahol elegendő egyetlen szabályt megjegyezni, amelyet bármelyik betűre alkalmazva megkapjuk annak kódját. A szabály fordítottját alkalmazva a kódra pedig könnyen megkaphatjuk az eredeti szöveget.
Az ilyen eljárások közül a legegyszerűbb talán a Caesar-kód, mely Julius Caesarról kapta a nevét. Lényege, hogy egy betű helyére mindig a közvetlenül rákövetkezőt írjuk. Az utolsó betű helyére pedig az ábécé első betűje került. Ez az eljárás olyan, mintha az ábécét elcsúsztatnánk eggyel. Ezt ábrázolja a következő nyíldiagram az angol ábécé kisbetűire:



A Caesar-kód különböző változatait kapjuk, ha megváltoztatjuk ennek a csúsztatásnak a mértékét. Például legyen az eltolás mértéke 3:

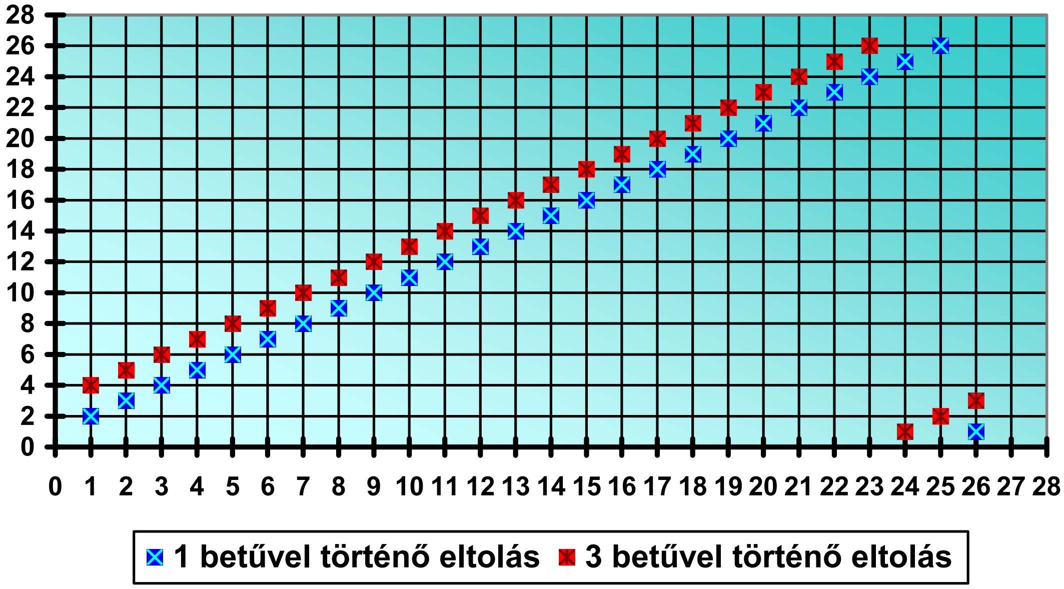


Ezt grafikonnal is ábrázolhatjuk. Az ábrázolást megkönnyítendő, célszerű minden betűhöz hozzárendelni az ábécébeli sorszámát:

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Ábrázolás grafikonnal:
1 4; 2 5; 3 4; ….. ; 22 25; 23 26; 24 1; 25 2; 26 3



Egységes matematikai képlettel is ki lehet fejezni ezt az összefüggést:

i: amihez hozzárendelünk
k: amit hozzárendelünk

$$k = \begin{cases} i+3, & 1 \le i \le 23 \\ (i+3)-26, & i = 24, 25, 26 \end{cases}$$

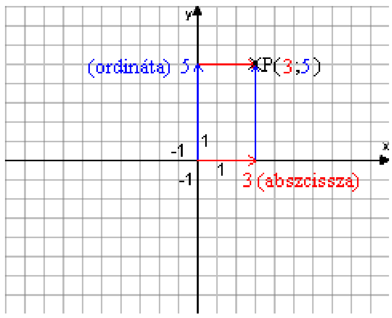
2. A Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszer

A **Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszer** általános iskolából már ismert. Két, egymásra merőleges számegyenest a 0 pontjuknál illesztünk össze. A két számegyenes neve: ***x* tengely**, illetve ***y* tengely**. A tengelyek közös pontja az **origó** vagy kezdőpont.

(A matematikában és a többi tudományágban egyéb koordináta-rendszereket is használnak, itt mi ezekkel nem foglalkozunk.)

A **sík minden pontjának megfeleltetünk egy rendezett számpárt**, ahol az első jelzőszám azt mutatja, milyen távol van a pont az *y* tengelytől, a második jelzőszám pedig azt, milyen távol van az *x* tengelytől. Az, hogy az első (második) jelzőszám pozitív vagy negatív, attól függ, hogy a pont az *y* (illetve az *x*) tengelynek melyik oldalán van.
Ha egy pontból merőlegest húzunk az *x* tengelyre, akkor metszéspontjukban leolvashatjuk a pont 1. jelzőszámát, ha az *y* tengelyre állítunk merőlegest, akkor a 2. jelzőszámát. A jelzőszámokat koordinátáknak (latin szó) szokták nevezni. Az **első koordináta neve abszcissza, a másodiké ordináta**.

A koordináták sorrendjét nem szabad felcserélni.



A pontokat általában az ábécé nagybetűivel jelöljük: P, Q, R…, vagy P_1, P_2, P_3,….

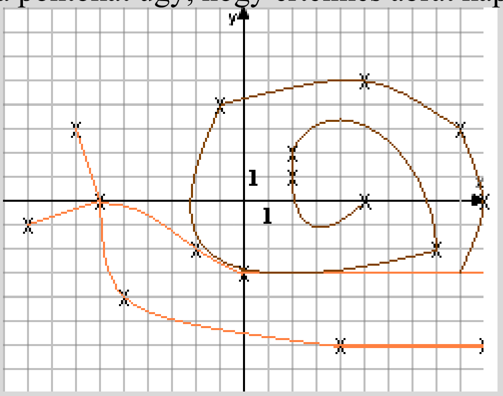
A pontot jelölő betű mögé zárójelben, ;-vel elválasztva írjuk az első koordinátáját (az abszcisszát, a pont *y* tengelytől mért előjeles távolságát), majd a második koordinátát (az ordinátát, az *x* tengelytől vett előjeles távolságát).

Feladatok

1. Ábrázold az alábbi pontokat koordináta-rendszerben!

A (2; 1),	B (–1; 4),	C (5; 5),	D (5; 0),
E (–7; 3),	F (–6; 0),	G (9; 3),	P (10; 0),
Q (–9; –1),	R (8; –2),	S (–2; -2),	T (0; –3),
U (2; 2),	V (4; –6),	K (–5; –4),	L (10; –6).

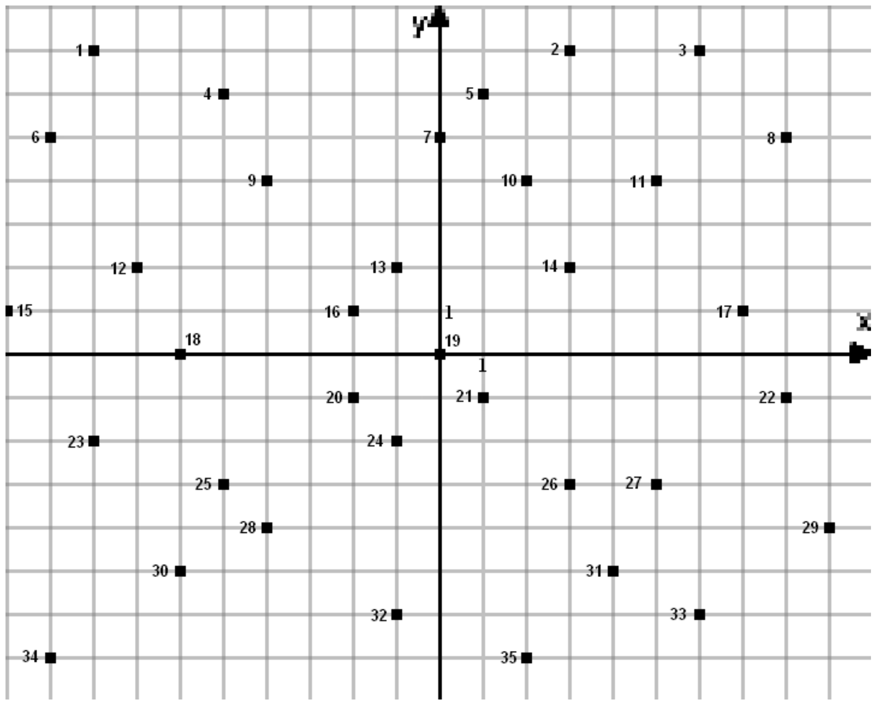
A 9.2 kártyakészlettel megoldandó feladat. Szintén 4 fős csoportokra lesz szükség.
A tanár minden csoportnak odaadja a 9.2 kártyakészlet egy-egy példányát. A kártyákat írással lefelé teszi ki. Minden tanuló húz 4-4 kártyát, és ábrázolja a rajta lévő pontokat a koordináta-rendszeren. Ezek után, ha marad idő, és kedvet éreznek hozzá, a csoportok kreativitásukat felhasználva összeköthetik a pontokat úgy, hogy értelmes ábrát kapjanak. Például:



Kiosztandó koordináta-rendszer szintén a 9_2_kártyakészletben található.

2. A 9.4 kártyakészlettel megoldandó feladat.
A következő ábrán megszámoztunk 35 pontot. Csoportosítsd az ábrán látható pontokat aszerint, hogy koordinátáinak előjele rendre (+..; –..), (+..; +..), (–..; –..), (–..; +..)! Használj célszerű jelölést arra, hogy lejegyezd, amit leolvastál!

A feldolgozás menete:
A tanár minden csoportnak odaadja a 9. 4 kártyakészlet kártyáit és ábráját. A csoport minden tagja választ egy kártyát, majd leolvassa – egyben le is írja a füzetébe a célszerű jelölést használva – az ábráról annak a pontnak a koordinátáit, amely a nála lévő kártyán található előjel-párosításnak megfelel. Majd az eggyel balra ülőnek adja a kártyáját, és ismét leolvas egy-egy, a kártyán lévő előjel-párosításnak megfelelő pontot úgy, hogy egy pont csak egy gyereknél szerepelhet! Ezt addig csinálják, amíg a kártyák legalább egyszer körbe nem értek, vagy az összes pontot ki nem gyűjtötték.

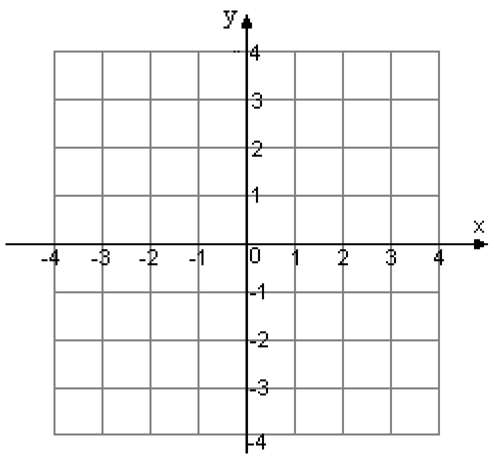


Megjegyzés: **A következő játék nem kötelező**, viszont segít elmélyíteni a koordináta-rendszer tengelyei közötti különbséget, a rendezett számpár fogalmát, illetve a pontokra történő hivatkozást, hiszen itt először tippeléskor is egy értékpárt kell megadni, melynek első tagja az *x* érték, második tagja pedig az *y* érték. A kiosztandó anyagok a 9.8 torpedójáték mellékletben találhatók.

3. Torpedójáték.

Az eredeti játék 8×8-as táblán zajlik, ahol az első érték az {A, B,C,D,E,F,G H}, a második pedig az {1,2,3,4,5,6,7,8} halmazból kerül ki.

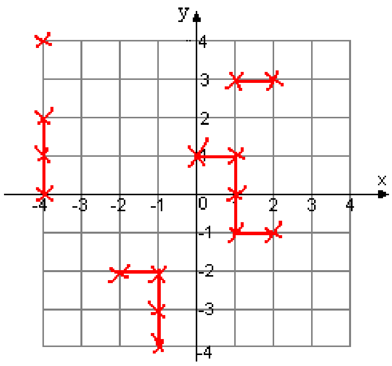
Itt a torpedójáték koordináta-rendszerbeli változatát mutatjuk meg, ahol a vízszintes és a függőleges értékek egyaránt –4 és +4 között fordulhatnak elő.



A torpedójáték szabályai:

Ketten játsszák.

Ötféle típusú hajó lehet: 1, 2, 3, 4 és 5 egymás melletti rácspontból álló. (Rácspontnak nevezik a koordináta-rendszer egész koordinátájú pontjait.) A pontokat csak vízszintes illetve függőleges szakaszokkal lehet összekötni. Mindegyik típusú pontsorozatból („hajóból”) egyet-egyet kell elhelyezni a fenti táblán úgy, hogy az egymás mellett lévő hajók között maradjon legalább egy üresen hagyott pont. Például:



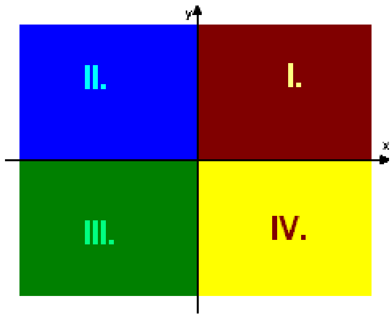
A játékosok felváltva tippelnek. Például: (–4;4), (–4;0), (0;0).

Az egyik játékos megnevez egy pontot a két koordinátájával. A másik játékosnak meg kell mondania, talált-e vagy sem. Ha egy hajó minden pontját eltalálták, akkor „elsüllyed”. Minden játékos két koordináta-rendszert használ, az egyikben a saját hajóit, a másikban a lövéseit jelöli.

Ha a tanár úgy gondolja, hogy az ismétlés az osztálynak vagy egy csoportnak szükséges, most beiktathatja a modul végén levő szabadon választható Játékos feladatok ismétléshez fejezetet.

II. Ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben

A koordinátatengelyek a síkot 4 részre, 4 **síknegyedre** osztják:
- az **első síknegyedet** azon pontok alkotják, melyek koordinátáira teljesül, hogy $x>0$ és $y>0$,
- a **második síknegyed** pontjainak koordinátáira $x<0$ és $y>0$ feltétel teljesül,
- a **harmadik síknegyed** pontjainak koordinátáira $x<0$ és $y<0$,
- a **negyedik síknegyed** pontjainak koordinátáira pedig $x>0$ és $y<0$.



Az x tengelyen levő pontok azok, amelyeknek első koordinátája tetszőleges, második koordinátája pedig 0: $y = 0$.
Az y tengelyen levő pontok azok, amelyeknek első koordinátája 0, második koordinátája pedig tetszőleges: $x = 0$.

A 1 - 4. mintapéldák megoldásai megtalálhatók a 9.7 fóliakészletben.
Feldolgozási javaslat: A tanár az 1. és 2. mintapéldát bemutatja a 9.7 fóliakészlet segítségével. Ezek után a tanulók 2 fős homogén csoportokat alkotnak. Önállóan megoldanak egy-egy, a szintjüknek megfelelő példát, majd cserélnek, és ellenőrzik a másik munkáját.
Javasolt feladatok: 4.(alapszint) — c), d) ; 5. (középszint) — a), e) ; 6. (emelt szint) — c), d).

Mintapélda$_1$

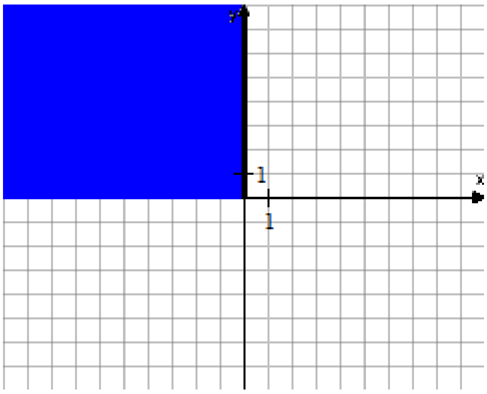
Színezzük ki a koordináta-rendszernek azt a tartományát, amelynek a pontjai megfelelnek az alábbi feltételeknek!

a) $x < 0$ és y 0;
b) $x > 0$ és $y < 0$.

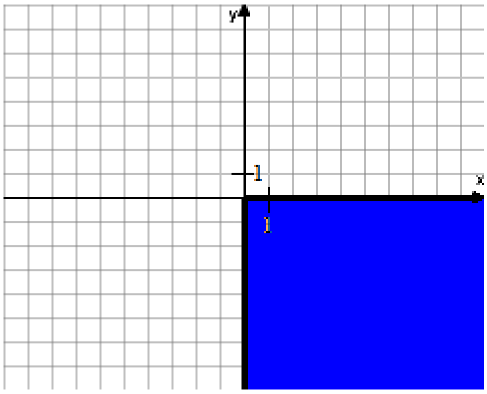
Megjegyzések: ha a határvonal fekete, akkor az <, illetve >, ha a határvonal színe megegyezik a kitöltési színnel, akkor az   illetve   relációs jelet jelent. A további mintapéldákban illetve feladatokban minden négyzet egységnyi oldalú.

Megoldás:

a) $x < 0$ és $y \quad 0$;



b) $x > 0$ és $y < 0$.



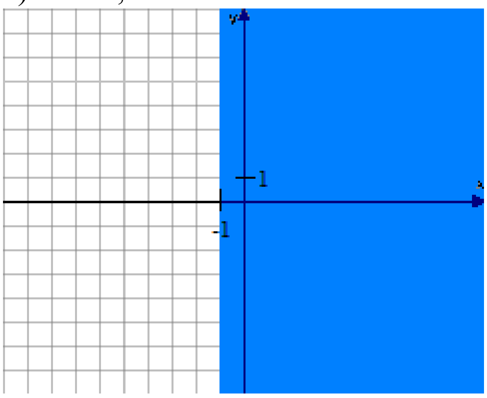
Mintapélda$_2$

Színezzük ki a koordináta-rendszernek azt a tartományát, amelynek a pontjai megfelelnek az alábbi feltételeknek!

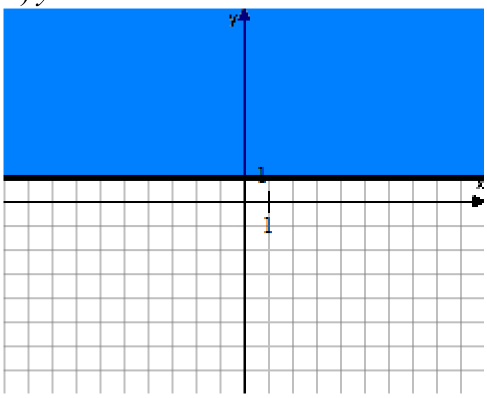
a) $x \quad -1$;
b) $y > 1$.

Megoldás:

a) $x \quad -1$;



b) $y > 1$.



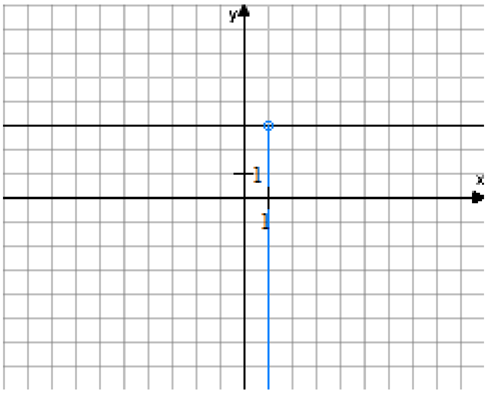
Mintapélda$_3$

Színezzük ki a koordináta-rendszer azon tartományát, amelynek a pontjai megfelelnek az alábbi feltételeknek!

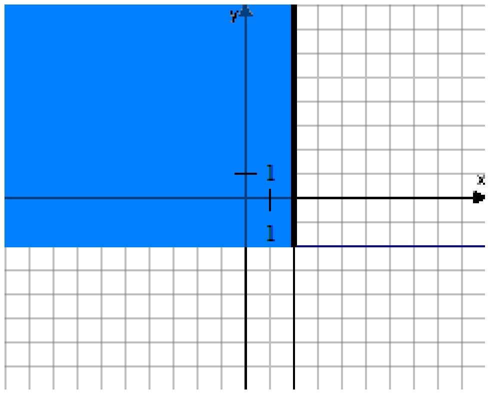
a) $x = 1$ és $y < 3$;
b) $x < 2$ és $y \quad -2$.

Megoldás:

a) $x = 1$ és $y < 3$;



b) $x < 2$ és $y \quad –2$.



Mintapélda4

Színezzük ki a koordináta-rendszernek azt a tartományát, amelynek a pontjai megfelelnek az alábbi feltételeknek!

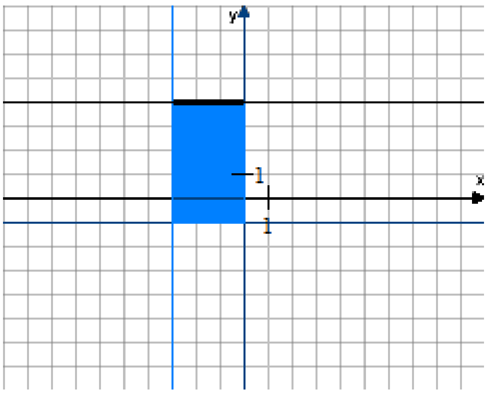
a) $–3 \quad x \quad 0$ és $–1 \quad y < 4$;

b) ($x \quad 2$ vagy $x < –5$) és ($y \quad –4$ vagy $y > 0$).

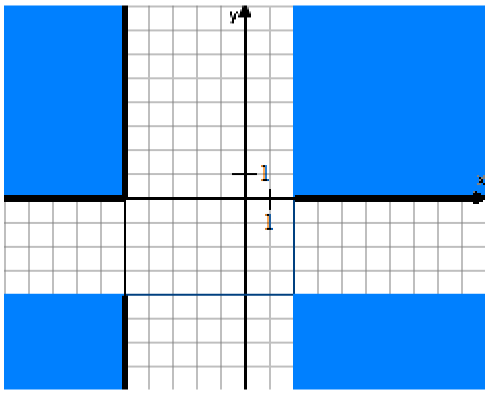
Megjegyzés: Hívjuk fel a tanulók figyelmét az *„és”* és a *„vagy”* közötti különbségre!

Megoldás:

a) $–3 \quad x \quad 0$ és $–1 \quad y < 4$;



b) ($x \quad 2$ vagy $x < –5$) és ($y \quad –4$ vagy $y > 0$).



Feladatok

4. Színezd ki a koordináta-rendszernek azt a tartományát, amelynek a pontjai megfelelnek az alábbi feltételeknek!

a) $x = –2$; b) $x > 5$; c) $x \quad 1$; d) $y = 3$; e) $y < 5$; f) $y \quad –4$.

Megoldási útmutató: Az 2. mintapélda alapján megoldható.

5. Színezd ki a koordináta-rendszernek azt a tartományát, amelynek a pontjai megfelelnek az alábbi feltételeknek!

a) $x = 4$ és y -3; b) x 5 és $y > 2$; c) $x < 3$ és y 1; d) $x > -2$ és $y = 4$;
e) x 1 és $y < -1$; f) x 3 és $y > 2$.

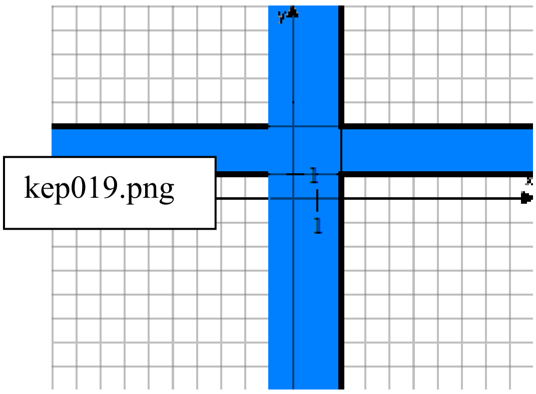
Megoldási útmutató: Az 3. mintapélda alapján megoldható.

6. Színezd ki a koordináta-rendszernek azt a tartományát, amelynek a pontjai megfelelnek az alábbi feltételeknek!

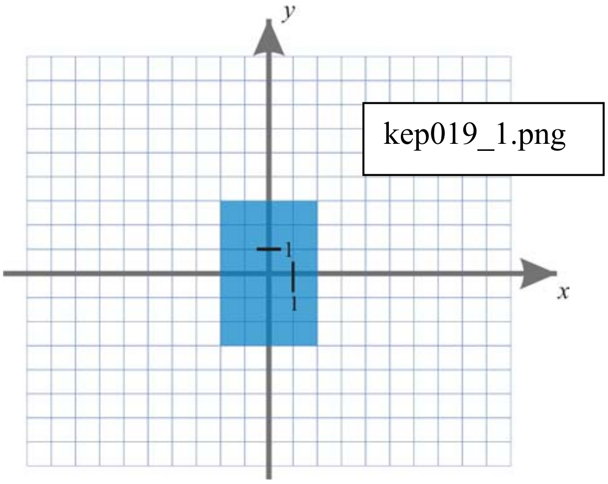
a) $-4 < x < 0$ és $y = 3$ b) $x = 2$ és -2 y 3
c) $1 < x < 3$ és -1 $y < 2$ d) $1 < y < 3$ vagy -1 $x < 2$
e) ($x > 4$ vagy x 2) és (y -1 vagy $y > 3$)
f) $-1 < x$ 2 és (0 y vagy $3 > y$) g) ($x < -5$ vagy $x > -3$) és $-1 < y < 1$
h) $|x|$ 2 és $|y|$ 3 i) $|x|$ 0 és $|y| > 2$

Megoldási útmutató: A d), h) és i) feladat kivételével a többi a 4. mintapélda alapján megoldható.

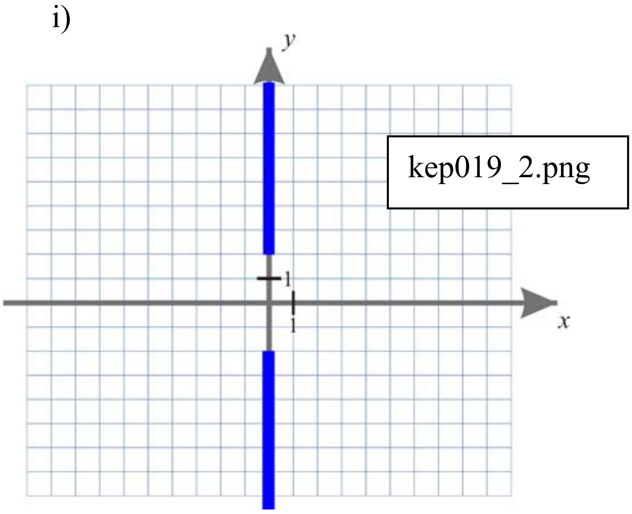
d)



h)



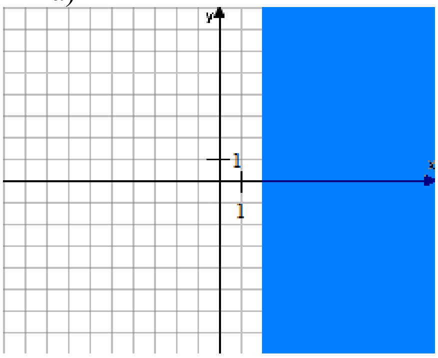
i)



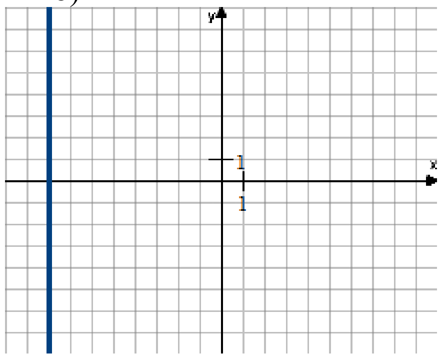
A most következő feladatok a 4-6. feladatok „fordítottjai”.

7. Jellemezd az alábbi tartományokat! Figyelj arra, hol kell   vagy   jeleket írni!

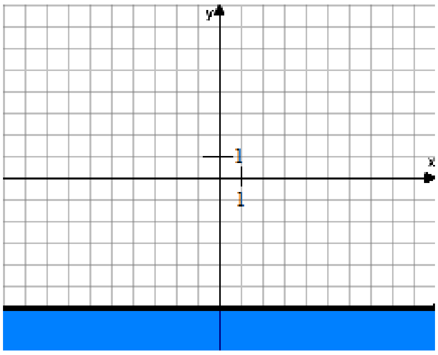
a)



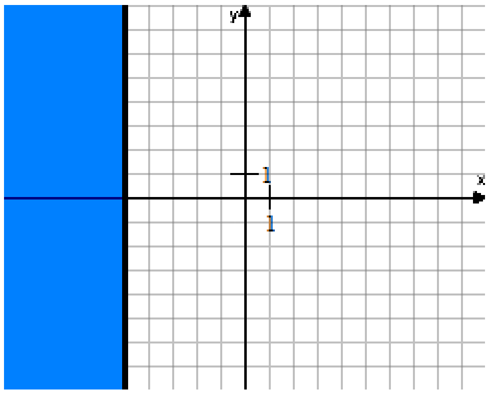
b)



c)



d)

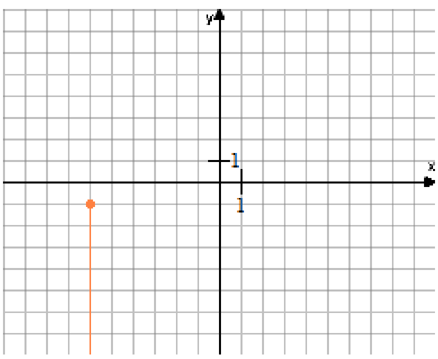


Megoldás:

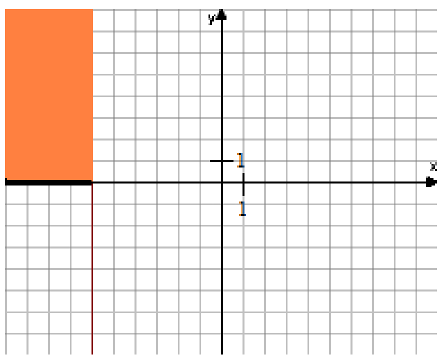
a) $2 \le x$;   b) $x = -8$;   c) $y < -6$;   d) $x < -5$.

8. Jellemezd az alábbi tartományokat! Figyelj arra, hol kell   vagy   jeleket írni!

a)

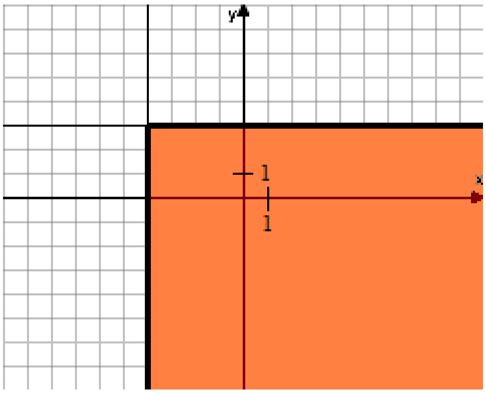


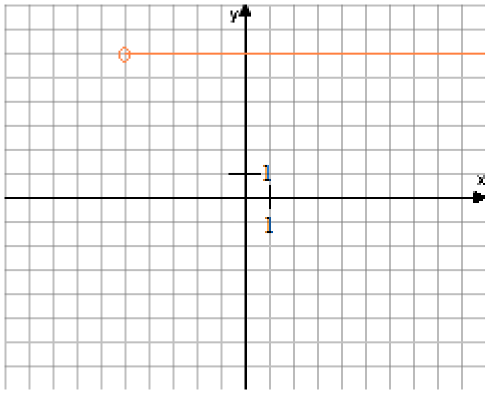
b)



c)

d)

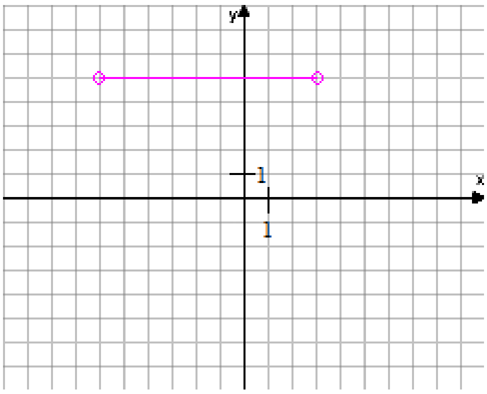




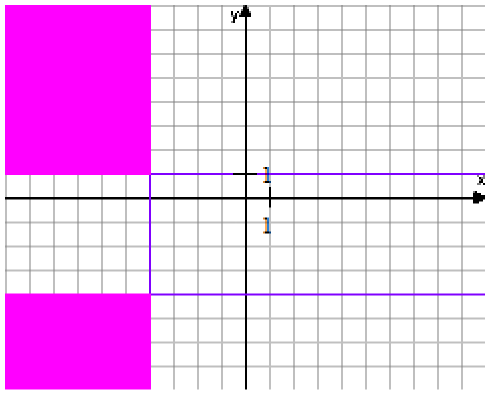
Megoldás:
a) $x = -6$ és $y \quad -1$; b) $x \quad -6$ és $y > 0$; c) $x > -4$ és $y < 3$; d) $x > -5$ és $y = 6$.

9. Jellemezd az alábbi tartományokat! Figyelj arra, hol kell vagy jeleket írni!

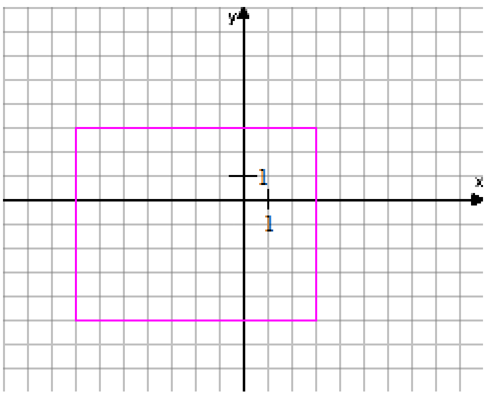
a)



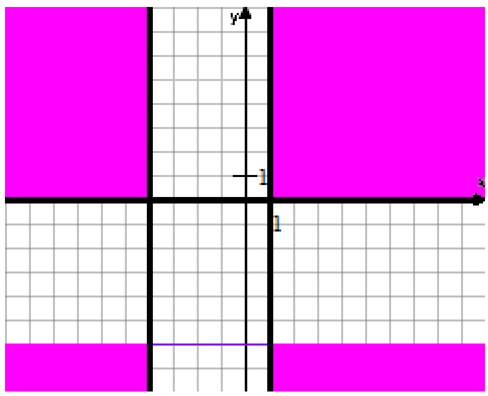
b)



c)



d)



Megoldás:

a) $–6 < x < 3$ és $y = 5$;

b) $x \quad –4$ és ($y \quad –4$ vagy $1 \quad y$);

c) ($x = –7$ vagy $x = 3$) vagy ($y = –5$ vagy $y = 3$);

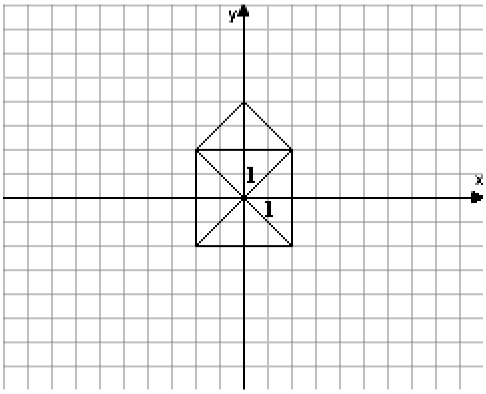
d) ($x < – 4$ vagy $x > 1$) és ($y \quad – 6$ vagy $y > 0$).

Játékos feladatok ismétléshez

10. A ceruza felemelése nélkül kösd össze a koordináta-rendszerben a következő koordinátákkal megadott pontokat:

(–2;-2) (2;2) (2;-2) (–2;-2) (–2;2) (2;2) (0;4) (–2;2) (2; –2)

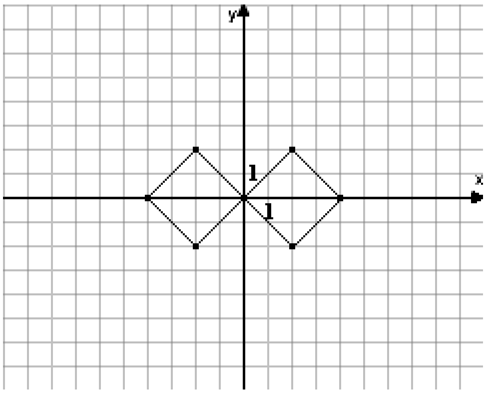
Megoldás:



11. A ceruza felemelése nélkül kösd össze a koordináta-rendszerben a következő koordinátákkal megadott pontokat:

(–4;0) (–2 ;2) (0;0) (2; –2) (4;0) (2 ;2) (0;0) (-2; –2) (–4;0)

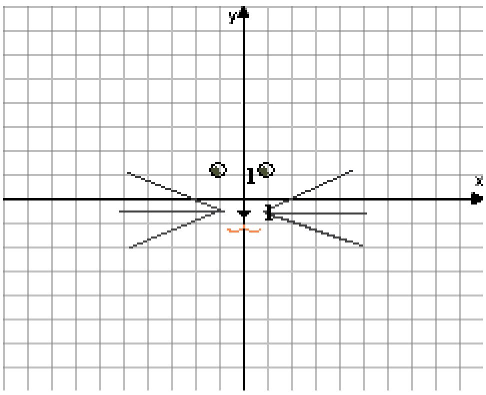
Megoldás:

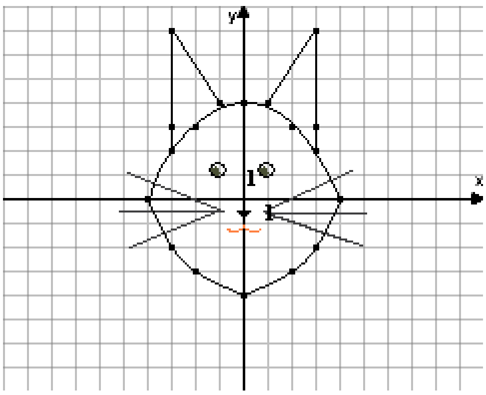


12. Ábrázold a következő pontokat az alábbi koordináta-rendszerben!

A(–3;7), B(3;7), C(0;4), D(–1;4), E(–2;3), F(–3;3), G(–3;2), H(–4;0), K(1;4), L(2;3), M(3;3), N(3;2), O(4;0), P(–3;-2), Q(–2;-3), R(0; –4), S(2; –3), T(3; –2)

Megoldás:

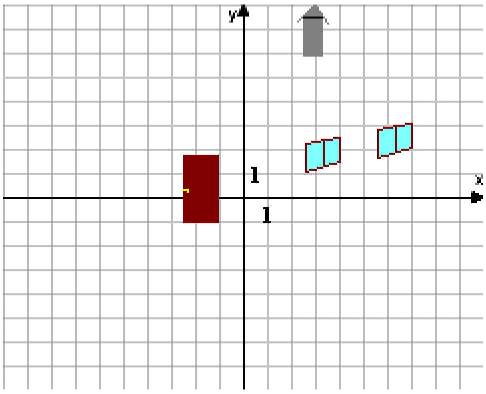


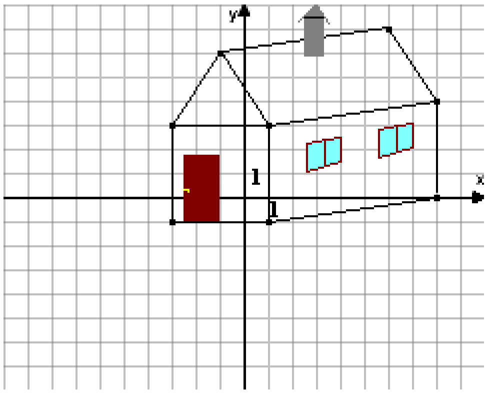


13. Ábrázold a következő pontokat az alábbi koordináta-rendszerben!

A(–1;6), B(–3; 3), C(–3; –1), D(1; –1), E(1;3), F(6;7), G(8;4), H(8;0)

Megoldás:

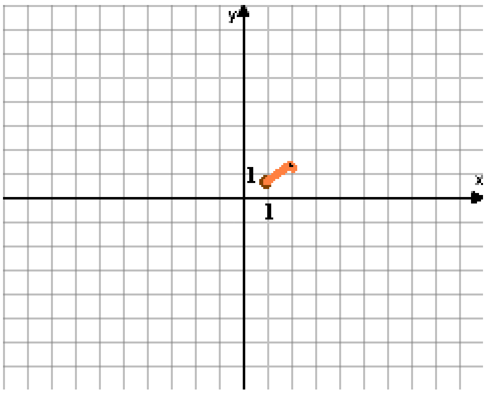


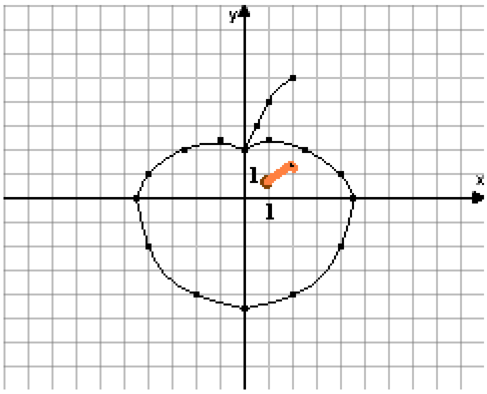


14. Ábrázold a következő pontokat az alábbi koordináta-rendszerben!

A(0;2), B(–1; 2,5), C(–2,5 ; 2), D(–4;1), E(–4,5 ;0), F(–4;-2), G(–2;-4), H(0; –4,5), K(2; –4), L(4; –2), M(4,5; 0), N(4;1), O(2,5 ;2), P(1; 2,5), Q(0,5 ;3), R(1;4), S(2;5)

Megoldás:

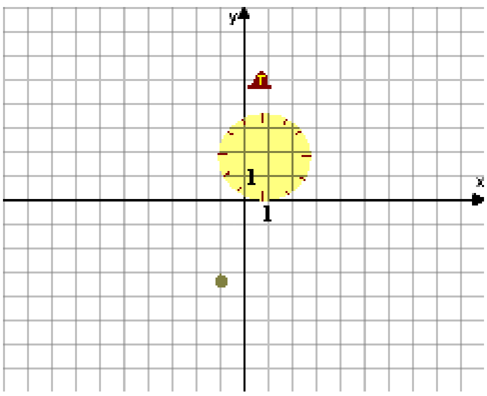


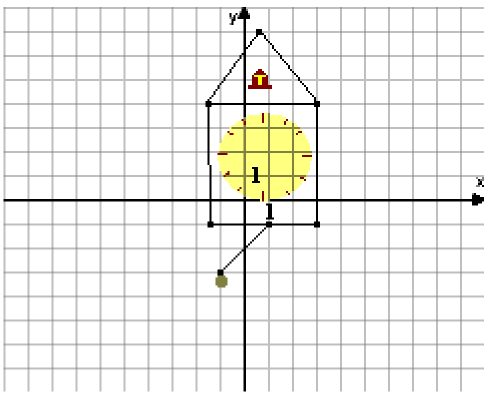


15. Ábrázold a következő pontokat az alábbi koordináta-rendszerben!

A(–1,5 ;4), B(–1,5 ;-1), C(–1;-3), D(1; –1), E(3; –1), F(3;4), G(0,5 ;7)

Megoldás:





16. Föld körüli utazás

A 9.3 kártyakészlettel megoldandó, **nem kötelező** feladat. Ha marad idő, akkor tanórai feldolgozása javasolt, de önálló projektként is kiadható. A feldolgozásához fölrajzi atlasz, valamint 4 fős csoportok szükségesek.
A tanár minden csoportnak odaadja a 9.3 kártyakészletet. A csoport minden tagja húz egy kártyát. A kártyán található név alapján kiválasztják a rájuk vonatkozó útvonalleírást, és felírják, milyen országokat érintettek. Amikor készen vannak, tartsanak élménybeszámolót egymásnak az útjukról. A beszámoló során használják fel az adott területre vonatkozó földrajzi ismereteiket, illetve a korszak történelmi eseményeit, feltéve, hogy vagy az 1700-as évek második felében, vagy az 1800-as évek első felében járunk.
Ezeken túlmenően kiválaszthatnak az érintett országok közül egyet-egyet, és készíthetnek róla egy rövid ismertetőt (földrajzi, gazdasági, kulturális stb. adottságok). Megtervezhetik az utazó egynapi programját az egyik országban (mit nézzen meg, hol egyen, hol szálljon meg stb.).
Matematikai szempontból jellemezzék a körbejárt területet aszerint, hogy az egyenlítőhöz és a greenwichi meridiánhoz képest a Föld mely részén található, valamint konkrétan mely hosszúsági és szélességi körök között helyezkedik el. (Becsüljék meg minél pontosabban ezeket az értékeket!)

Előzmények:
Egy bostoni teadélután alkalmával a négy jóbarát, Willy Fogg, Marco Polo, Vasco de Gama és Erik, a viking, hogy kalandvágyukat kielégítsék, megbeszélték, hogy 1 hónap alatt körbejárják az alábbi földrészeket: Európát, Ázsiát, Afrikát illetve Dél-Amerikát. Remélték, hogy sok izgalmas történetet mesélhetnek majd egymásnak, és szebbnél szebb tájakról készült fényképekkel illusztrálhatják elbeszélésüket. Megállapodtak, hogy 3 hónap múlva ugyanebben a bostoni teaházban találkoznak, és élménybeszámolót tartanak egymásnak. Így mindegyikük bepillantást nyerhet az adott földrész értékeibe.

Feladatok:

1. Járjátok be a földrajzi atlasz segítségével a kihúzott kártyán látható névnek megfelelő útvonalat.
2. Írjátok fel, mikor melyik országokat érintették.
3. Válasszatok ki az érintett országok közül egyet, és a következő órára készítsetek róla egy rövid ismertetőt. (földrajzi, gazdasági, kulturális, stb adottságok)
   Tervezzétek meg az utazó egynapi programját az egyik országban: mit nézzen meg, hol egyen, hol szálljon meg, stb.
4. Jellemezzék a körbejárt területet aszerint, hogy mely hosszúsági és szélességi körök között helyezkednek el. (Becsüljétek meg minél pontosabban ezeket az értékeket!)

Megjegyzés:

A térképen a koordinátákat °-ban adjuk meg. A következő útvonalakban szereplő koordinátapontok egy-egy állomás helyzetét adják meg. Ezek a pontok elsősorban országokat jelölnek, de megfelelő becsléssel az úti célul szolgáló város is megállapítható, ha az atlasz megfelelő felbontású oldalán keresitek a pontot. Ez utóbbi segít a napi program megtervezésében.
Ha az x koordináta előjele pozitív, akkor a pont az északi földgömbön keresendő, ha negatív, akkor a déli földgömbön. Ha az y koordináta pozitív, akkor a Föld keleti féltekéjén, ha negatív, akkor a nyugati féltekén. A térképen a koordináták abszolút értékei találhatóak, ezért

először az előjelnek megfelelően ki kell választani a földgömb megfelelő részét. Utána értelemszerűen minden koordináta abszolút értékét kell megkeresni a térképen.

Útvonalak:

1. Willy Fogg: (– 8°,38°) (2,5° ;42°) (14°; 42°) (21°; 45°) (20°;50°) (18°; 58,5°) (–7°;53°)
2. Marco Polo: (127°; 37,5°) (107°;48°) (72°; 52°) (52°; 36°) (73°; 19°) (101°; 14°) (122°; 25°)
3. Vasco de Gama: (–17°;14°) (15°;12°) (38°; 8,5°) (37°; -2°) (29°; -4°) (28°; –15°) (13°; –8°)
4. Erik, a viking: (–66° ;11°) (–60°; -3°) (–47°; -16°) (–56°; -35°) (–71°; –33°) (–68°; –17°) (–75°; 5°)

Megoldás:

Az érintett országok (városok):

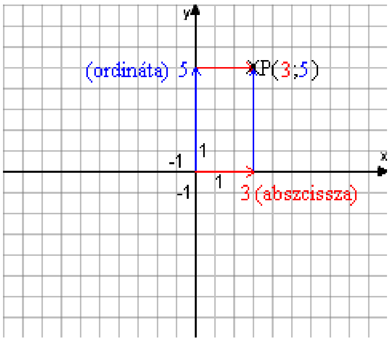
1. Willy Fogg: Portugália (Lisszabon) Spanyolország (Barcelona) Olaszország (Nápoly) Szerbia (Belgrád) Lengyelország (Krakkó) Svédország (Stockholm) Írország (Dublin)
   A bejárt terület: hosszúság: –8° és +21°között; szélesség: +38° és +59° között
2. Marco Polo: Koreai Köztársaság (Szöul) Mongólia (Ulanbator) Kazahsztán (Asztana) Irán (Teherán) India (Mumbai) Thaiföld (Bangkok) Tajvan (Tajpej)
   A bejárt terület: hosszúság: 52° és 127°között; szélesség: 14° és 52° között
3. Vasco de Gama: Szenegál (Dakar) Csád (Ndzsamena) Etiópia (Addisz Abeba) Kenya (Nairobi) Burundi (Bujumbura) Zambia (Lusaka) Angola (Luanda)
   A bejárt terület: hosszúság: –17° és +38°között; szélesség: –15° és +14° között
4. Erik, a viking: Venezuela (Caracas) Brazília (Manaus) Brazília (Brazíliaváros) Urugay (Montevideo) Chile (Santiago) Bolívia (La Paz) Kolumbia (Bogota)
   A bejárt terület: hosszúság: –75° és –47°között; szélesség: –35° és +11° között

A bejárt terület szélességi és hosszúsági körök szerinti behatárolása előkészítése a további munkának, ahol adott típusú ponthalmazoknak megfelelő területek kiszínezése a feladat.

Kislexikon

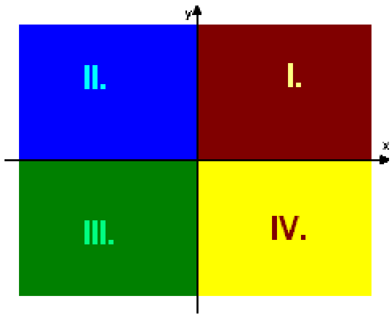
A Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszer:

két, egymásra merőleges számegyenest a 0 pontjánál illesztünk össze. A két számegyenes neve: ***x* tengely,** illetve ***y* tengely**. A tengelyek közös pontja az **origó** vagy kezdőpont.



Koordináták: Ha egy pontból merőlegest húzunk az *x* tengelyre, akkor azon leolvashatjuk a pont 1. jelzőszámát, ha az *y* tengelyre állítunk merőlegest, akkor a 2. jelzőszámát. Minden pontnak két jelzőszáma van, melyek sorrendjét nem szabad felcserélni. A jelzőszámokat koordinátáknak (latin szó) szokták nevezni. Az első koordináta neve abszcissza, a másodiké ordináta.

A koordinátatengelyek a síkot 4 részre, **síknegyedre** osztják.



Az *első síknegyedet* azok a pontok alkotják, melyek koordinátáira teljesül, hogy $x>0$ és $y>0$.

A *második síknegyed* pontjainak koordinátáira $x<0$ és $y>0$ feltétel teljesül,

a *harmadik síknegyed* pontjainak koordinátáira $x<0$ és $y<0$,

a *negyedik síknegyed* pontjainak koordinátáira pedig $x>0$ és $y<0$.