

MATEMATIK „A” 9. évfolyam

3. modul: KOMBINATORIKA

KÉSZÍTETTE: KOVÁCS KÁROLYNÉ

MODULLEÍRÁS

A modul célja	A kombinatorikus gondolkodásmód, a rendszerezés különböző módjainak kialakítása. A permutáció, variáció és kombináció fogalmának előkészítése feladatokon keresztül. A Pascal-háromszögben szereplő számok értelmezése.
Időkeret	6 óra
Ajánlott korosztály	9. évfolyam
Modulkapcsolódási pontok	A 8. évfolyam kombinatorika modulja. Feladatokban: algebra, geometria, koordináta-geometria, halmazelmélet, számelmélet.
A képességfejlesztés fókuszai	Rendszerezés, kombinativitás, mennyiségi következtetés. Szövegértés és szövegértelmezés. Analitikus gondolkodásmód fejlesztése. Metakogníció. A felvetett problémákban megjelenő kapcsolatok modellezése. Párban, csoportban dolgozva az együttműködési készség fejlesztése.

AJÁNLÁS

A modulban szereplő „mintapéldák” elsősorban a tanóráról hiányzó tanuló otthoni felkészülését segítik elő. Tanórai feldolgozásra azok a feladatok javasoltak, amelyeknek megoldását részleteztük. Ezek sorrendje egy lehetséges feldolgozást is mutat. Természetesen a tanár ettől eltérhet. A további feladatok akár tanórán (ha marad rá idő), akár otthoni munkára is kitűzhetők. A Pascal-háromszög ismerete nem szerepel a középszintű érettségi követelményrendszerében, de jól előkészíti a majd 11. osztályban sorra kerülő binomiális együttható fogalmát (ez már része a középszintű érettségi követelményrendszernek) és annak tulajdonságait.

TÁMOGATÓ RENDSZER

A tanórai feldolgozásra javasolt feladatok mindegyike szerepel a tanulói munkafüzetben is. Néhány további – a tanulócsoport érdeklődésétől, felkészültségétől függően felhasználásra javasolt – feladat szerepel a tanári modulban, annak módszertani megjegyzésében. A tanári modul végén a témakör befejezésekor diagnosztikai méréshez felhasználható feladatlap szerepel (sokszorosítható formában is).

ÉRTÉKELÉS

A témakör tanulási folyamata során nem javasoljuk az osztályzattal (különösen rossz osztályzattal) értékelést. A modulban szereplő csoportok közötti „verseny” erősítheti a csoportok önbizalmát, tudatosíthatja együttműködésük sikerességét, miközben elkerülhető a kevésbé sikeres csoportok „megszégyenülése”. A témakör végén megírt mérőlap egyéni feldolgozásra javasolt, de megoldatható párokban is, hiszen az addig együttműködő párok számára ekkorra már kiderülhetett, hogy jól tudnak-e együtt dolgozni.

A TANANYAG JAVASOLT ÓRABEOSZTÁSA

1. óra	Hányféle?	A feladat feltételeinek eleget tevő megoldások rendszerezése. A rendszerbe foglalás igényének kialakítása. „A kapott megoldások mindegyike jó, és más megoldás nincs” vizsgálat szükségességének felismertetése.
2. óra	Egy 5-tagú társaságról	Mintapéldák (otthoni tanulmányozásra); különböző, 5 elemre vonatkozó kombinatorikai feladatok (csoportmunka, megbeszélés szakértői mozaik módszerrel).
3. óra	Tapasztalatok gyűjtése	Mintapéldák (otthoni tanulmányozásra), egyenesek kölcsönös elhelyezkedése síkban (munka párban), feladatok (egyéni munka, a modul feladatai).
4. óra	További tapasztalatok gyűjtése	Tapasztalatszerzés (párban, csoportban, a modul feladatai), mintapéldák (otthoni tanulmányozásra), feladatok (önálló munka).
5. óra	Útban a Pascal-háromszög felé	Pascal-háromszöghöz vezető feladatsor (párban, majd csoportmunkával), a Pascal-féle háromszög megismerése (frontális).
6. óra	Rendszerezés	Az eddig megoldott feladatok rendszerezésével a permutáció, variáció, kombináció fogalmának kialakítása a fogalmak pontos megfogalmazása és elnevezése nélkül (csoportmunka), mérés (feladatlappal).

ÉRETTSÉGI KÖVETELMÉNYEK

Kombinatorika

Középszint

Tudjon egyszerű sorbarendezési, kiválasztási és egyéb kombinatorikai feladatokat megoldani.

Tudja kiszámolni a binomiális együtthatókat.

Emelt szint

Ismerje, bizonyítsa és alkalmazza a permutációk, variációk (ismétlés nélkül és ismétléssel), kombinációk (ismétlés nélkül) kiszámítására vonatkozó képleteket.

Ismerje és alkalmazza a binomiális tételt.

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszköz/ Feladat/ Gyűjtemény
I. Hányféle?			
1	Zászló tervezése meghatározott feltételek mellett (munka párban)	Rendszerezés, kombinatív gondolkodás, induktív következtetés, elvonatkoztatás	1. feladat
2	Párok munkájának begyűjtése. Az igény felkeltése egy rendszer kialakítására (frontális)	Metakogníció, érvelés	
3	A feladat módosítására tett javaslatok összegyűjtése	Kreativitás, eredetiség, probléma-érzékenység, nyelvi fejlettség	
4	Módosított feladat megoldása	Metakogníció	1/a, vagy 1/b, 1/c
5	Új probléma felvetése, majd hasonló módszerrel megoldható feladat megfogalmaztatása (párban)	Kreativitás, eredetiség, probléma-érzékenység, metakogníció, szókincs, analógia felismerése	2. feladat

II. Egy 5-tagú társaságról			
1	Öt elemre vonatkozó, módszeres összeszámolást igénylő feladat	Kombinatív gondolkodás	3. feladat
2	Öt elem permutációinak (nem az összesnek) előállítás, megszámlálása. (csoportmunka)	Kooperáció, metakogníció, szövegértés, szövegértelmezés, kombinatív gondolkodás.	4. feladat
3	Verseny a csoportok között	Gondolkodási sebesség, analógiás gondolkodás, kombinativitás	5. feladat
4	Egy n szám faktoriálisának bevezetése (frontális), további tapasztalatszerzés 5 elemre vonatkozó feladatokon keresztül (párban)	Kooperáció, metakogníció, szövegértés, szövegértelmezés, kombinatív gondolkodás.	6., 7., 8. feladat

III. Tapasztalatok gyűjtése			
1	Egymásra épülő kérdések 4, egy síkban lévő egyenes metszéspontjai számának meghatározására (párban)	Kreativitás, rendszeresség	9., 10., 11. feladat
2	Öt síkbeli egyenes lehetséges metszéspontjai számának meghatározása (csoportmunka)	Metakogníció, kombinatív gondolkodás, rendszerezés, módszeres gondolkodás	12. feladat
3	Kombinációk, variációk összeszámlálása (párban)	Kombinatív gondolkodás, szövegértés, szövegértelmezés, rendszerezés	13–19. feladat

IV. További tapasztalatok gyűjtése			
1	Tapasztalatszerzés: ciklikus permutációk, mátrixba rendezési megoldási mód, ismétlés és ismétlés nélküli variációk (párban)	Kombinatív gondolkodás, szövegértés, szövegértelmezés, rendszerezés, metakogníció	20–23. feladatok
2	Szöveges feladat íratása (csoportmunka)	Analógiás gondolkodás, metakogníció, nyelvi fejlettség, kreativitás, eredetiség, problémaérzékenység	24. feladat
3	További tapasztalatok gyűjtése	Kombinatív gondolkodás, szövegértés, szövegértelmezés, rendszerezés	25., 26. feladat

V. Útban a Pascal-háromszög felé			
1	Bolyongás a koordinátasíkon (párban)	Kombinatív gondolkodás, induktív következtetés.	27. feladat
2	Tapasztalatok, majd a továbblépésre tett javaslatok összegyűjtése (frontális)	Induktív következtetés, szövegértés	
3	További feladatok, kombinációk megszámlálása (csoportmunka)	Metakogníció, kombinatív gondolkodás, induktív következtetés, együttműködési készség	28., 29. feladat
4	Pascal-féle háromszög megismerése (frontális)	Tanulási sebesség	
5	Hasonló megoldási móddal megoldott feladatok összehasonlítása (csoportmunka)	Analógiás gondolkodási mód, rendszerezés, metakogníció	30–33. feladat

VI. Rendszerezés			
1	A már megoldott feladatok összehasonlítása, közöttük analóg feladatok keresése, azok átfogalmazása halmazelméleti fogalmak alkalmazásával (csoportmunka) Egy feladat hibás megoldásában hibakeresetítés	Kooperáció, metakogníció, rendszerezés	34–41. feladat
2	Diagnosztikai mérés (önálló munka, vagy párban)	Metakogníció	Feladatlap