0883. MODUL

GÚLA, KÚP, GÖMB

A gúla, a kúp, a gömb térfogata

KÉSZÍTETTE: VÉPY-BENYHE JUDIT

MODULLEÍRÁS

A modul célja	Gúla, kúp, gömb térfogata, számítása képlettel
Időkeret	5 tanóra
Ajánlott korosztály	8. osztály
Modulkapcsolódási pontok	*Tágabb környezetben:* Építészet *Szűkebb környezetben:* Térgeometria; felszín, térfogat számítás; terület, kerület számítás; Pithagorasz-tétel *Ajánlott megelőző tevékenység:* Hatodik és hetedik osztályos területszámítás témakör (0761); téglatest, kocka felszín, térfogat témakör (0683), 7. osztályos Henger, hasáb témakör (0781–0783), kör területének, kerületének számolása (0762–0763); háromszög, négyszög szerkesztések (0753–0754; 0664); Pithagorasz-tétel (0842–0843); műveletek racionális számokkal (0711–0715), négyzetgyökvonás (0841); körcikk területe, körív hossza (0853) *Ajánlott követő tevékenység:* Csonkagúla, csonkakúp (gimnáziumban)
A képességfejlesztés fókuszai	*Számlálás, számolás:* Terület, kerület, felszín és térfogat-számítási feladatok, fejben és kalkulátor használatával egybekötve. *Becslés, mérés, valószínűségi következtetés:* Méréssel egybekötött problémamegoldások, mértékváltási feladatok. Térfogatok arányának megbecslése *Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció:* Gyakorlati helyzetekben, környezetünkben a gúlák, kúpok felismerése, kapcsolódó számítási feladatok megoldása. *Deduktív következtetés, induktív következtetés:* Általános képletek alkotása a gúlák és kúpok jellemző adatainak meghatározására: térfogat, felszín.

AJÁNLÁS

A tanulók többnyire négyes csoportokban dolgoznak, de fontos, hogy egyéni feladattal is kipróbálhassák magukat. Nagyon fontos a csoportokon belül kialakuló vita, érvelések, ellenérvek, a gondolkodás szabadsága, a másik véleményének figyelembevétele, egymás tisztelete. Az egyén szerepe fontosságának megtapasztalása a közösségben. Pozitív élményeket adhat: pl. poszter készítése az osztállyal. A szociális készség, valamint az esztétikai érzék fejlesztésére is módot adnak ezek az órák.
A tanulói tapasztalatcsere hangsúlyozása mellett ugyanilyen fontosnak kell lennie a frontális tanári munkának, amelynek folyamán a tanulók megerősítést kapnak a továbbhaladásuk szempontjából legfontosabb ismeretekben, illetőleg tisztázódnak meg nem értett anyagrészek.

TÁMOGATÓRENDSZER

Feladatlapok, feladatgyűjtemény, mellékletek, a modulhoz tartozó eszközök (Lásd.: eszközlista), műanyag geometriai testek, körző, vonalzó (táblai is), 0871-es modul 6. tanári melléklete (kastély modell), víz, egyforma magas, egyforma alaplapú gúla és hasáb műanyagból, levehető alaplappal

ÉRTÉKELÉS

Folyamatos szóbeli értékelés, a hiányosságok pótlására, hibák javíttatására is kiterjedően. Egyéni- és csoporteredmények pozitív értékelése. Ösztönözzünk arra, hogy a tanulók egymás munkáját is értékeljék, megbecsüljék, megdicsérjék. A csoportmunkákat lehet értékelni a csoportok által gyűjtött pontszámok alapján. Pontszámokat a jól megoldott feladatokért adhat a tanár, illetve a többi csoport.
A modul után egy gyakorlóóra, majd témazáró dolgozat következik.

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, Feladatok
I. Gúla térfogata			
1.	Hasáb, henger (téglatest, kocka) térfogatáról tanultak felelevenítése	ismétlés, rendszerezés	1. feladatlap, műanyag testek
2.	Gúlák, forgáskúpok térfogata – bemutató	tapasztalatgyűjtés, általánosítás	víz, egyforma magas, egyforma alaplapú gúla és hasáb; valamint egyforma magas és alapterületű körkúp és körhenger műanyagból, levehető alaplappal; 2. tanári melléklet
3.	Kézbe vehető gúlák térfogatának számítása	általánosítás, számolás	0871. 6. tanári melléklet gúlái, műanyag gúlák, gyerekek által készített gúlák, 1. tanári melléklet
4.	Feladatok gúla térfogatának számítására	szövegértés, számolás	2. feladatlap

II. Forgáskúp térfogata			
1.	Kézbe vehető forgáskúpok térfogatának számítása	számolás, általánosítás	műanyag forgáskúpok, 0871. tanári melléklet kúpjai
2.	Feladatok forgáskúp térfogatának számítására	szövegértés, számolás	3. feladatlap

III. A gömb térfogata, gyakorló feladatok térfogatszámításra

1.	A gömb térfogata	tapasztalatgyűjtés	4. feladatlap
2.	Vegyes gyakorló feladatok felszín és térfogatszámításra	szövegértés, számolás	Feladatgyűjtemény

IV. Összefoglalás, gyakorlás

V. Felmérő feladatlap megírása

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. Gúla térfogata

A gúla és kúp térfogatára együtt 2 órát terveztünk. Valószínűleg a gúla térfogatának megbeszélése több időt vesz igénybe, ezért az órák anyagának elosztását kezelheti a tanár belátása szerint, rugalmasan.

1. Hasáb, henger (téglatest, kocka) térfogatáról tanultak felelevenítése

1. FELADATLAP

A térfogat tárgyalása hasonló lesz módszertani szempontból a felszín tárgyalásához. Ez a bemelegítő feladat csoportos vagy önálló munkára ajánlott.

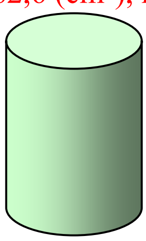
1. Állításokat olvashattok a térfogatról. Próbáljátok elönteni, melyik igaz, melyik hamis!

a) Egy test térfogata az élei hosszának szorzatával egyenlő. Hamis.
b) Ha egy testet több testre szétdarabolok, akkor a kapott testek térfogatainak összege az eredeti test térfogatával egyezik meg. Igaz.
c) A térfogat mérőszáma mindig egész szám. Hamis.
d) Ha két test térfogata egyenlő, akkor a két test egybevágó. Hamis.
e) Egybevágó testek térfogata egyenlő. Igaz.
f) A térfogat mérőszáma mindig pozitív szám. Igaz.
g) Ha egy téglatest éleinek hosszát a kétszeresére változtatom, akkor a test térfogata a nyolcszorosára nő. Igaz.

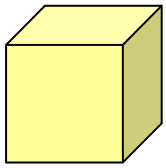
Itt is említésre méltó dolog annak megvitatása, hogy hányszorosára nő a test térfogata, ha éleit kétszeresére, háromszorosára (gyorsabban haladó osztályokban felvetheti a tanár, hogy n-szeresére változtatjuk). Nyolcszorosára, huszonhétszeresére, n^3-szeresére változik.
Van-e olyan test, aminek nincs felszíne? (Pl. a végtelenbe nyúló henger.)

A következő feladatokat szakértői mozaik módszerével oldhatják meg a gyerekek, vagy előző órán házi feladatnak is adható. Ideális lenne, ha nem ugyanazok a gyerekek kapnák ugyanazokat a testeket, mint a felszínszámításnál (Pl. lehet azt kérni, hogy a csoportok ugyanolyan színű testtel dolgozzanak, mint múltkor (a színeket felcseréltük)). Jó, ha minden feladatmegoldó csoportnak kezébe adja a tanár, a test műanyag modelljét, melyről szó van. Házi feladat ellenőrzésekor is legyenek kirakva a testek!

2. A) Egy henger magassága 1 dm, alapkörének átmérője 6 cm. Mekkora a henger térfogata?
$V = r^2\pi \cdot M = 90\pi \approx 282{,}7\ (\text{cm}^3)$, vagy $282{,}6\ (\text{cm}^3)$, ha π értékét 3,14-nak tekintjük.

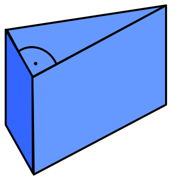


2. B) Egy kocka éle 8 dm. Mekkora a térfogata?
$V = a^3 = 512\ (dm^3)$



3. C) Egy téglatest egy csúcsba futó éleinek hossza: 1 dm, 8 cm, és 0,5 dm. Mekkora a téglatest térfogata?
$V = a \cdot b \cdot c = 400\ (cm^3)$

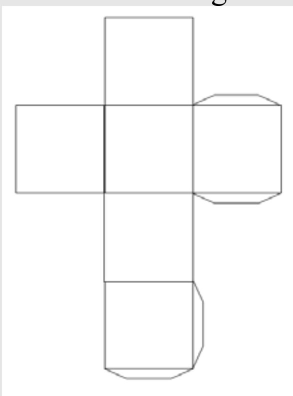
4. D) Egy hasáb magassága 1 dm. Az alaplap derékszögű háromszög, amelynek két befogója 5 és 12 cm hosszú. Mekkora a hasáb térfogata?
$V = \frac{5 \cdot 12}{2} \cdot 10 = 30 \cdot 10 = 300\ (cm^3)$



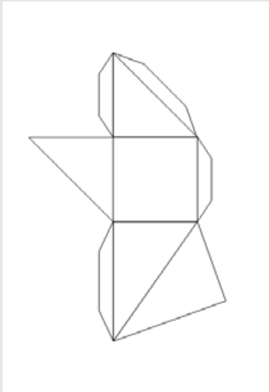
2. Gúlák, forgáskúpok térfogata – bemutató

Szemléltessük frontálisan, hogy a gúla térfogata harmada a vele egyező alapterületű és egyező magasságú hasábéval! (Mivel a tanulók jelenlegi tudásával ezt geometriai úton nem lehet levezetni, nagyon fontos a szemléltetés!)
Az iskolákban van erre megfelelő hasáb és gúla a műanyag testkészletben. Általában levehető aljú négyzet alapú gúla, és ugyanilyen egyenes hasáb. Vízzel töltsük meg a hasábot, és mutassuk meg, hogy pontosan háromszor tudom megtölteni a gúlát ebből a vízmennyiségből. (Vagy fordítva, a gúlát háromszor kell teletöltenem vízzel, és áttöltenem a hasábba, hogy az színültig legyen.) Amennyiben nincsenek ilyen műanyag testek, készítsük el kartonból a megfelelőket, és töltsük meg homokkal, esetleg liszttel a szemléltetéshez.
Egyúttal a körkúppal is bemutathatja a tanár hasonlóképpen, hogy a térfogata harmada a vele egyenlő alapterületű és magasságú henger térfogatával. A gyerekek ezt általában előre „megjósolják”.
Ezután a **2. tanári melléklet** gúláinak és kockájának vizsgálata következhet. (A 2. feladatlap 1. és 2. feladata tartozik ehhez. A mellékletből a tanár megcsinálja a kockát és a gúlákat, vagy kiadhatja előző órán házi feladatként egy gyereknek. A szemléltetés után kiadhatja azt is szorgalmi házi feladatnak a tanár, hogy készítsen otthon mindenki ilyen testeket különböző élhosszúságú kockákkal.)
A készlet 3 egybevágó gúlából áll (II. jelű), melyek éppen beleilleszthetők a kockába (I. jelű), azt teljesen kitöltik. Megállapíthatjuk közösen, hogy a gúlák alaplapja egybevágó a kocka

alaplapjával, magassága a kocka élhosszával. Mivel épp három gúlát tudunk beleilleszteni a kockába, ezért a gúla térfogata épp a kocka térfogatának harmada.
A készlet elemeinek összeillesztéséből tapasztalják a megoldást a gyerekek. A feladat a térlátást fejleszti!
2. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!



I. jelű

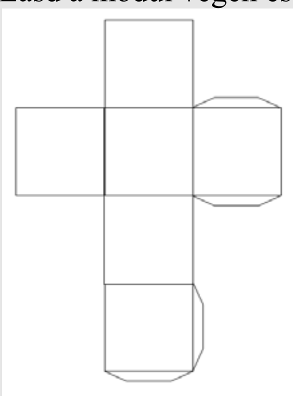


II. jelű

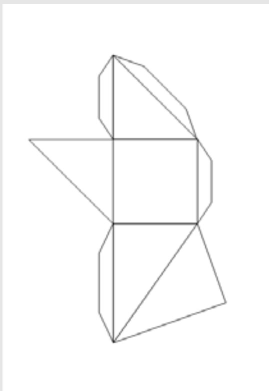
2. FELADATLAP

1. Egy kockát egy csúcsából kiindulva 3 gúlára daraboltunk. Mekkora egy-egy gúla térfogata, ha a kocka éle 6 cm?

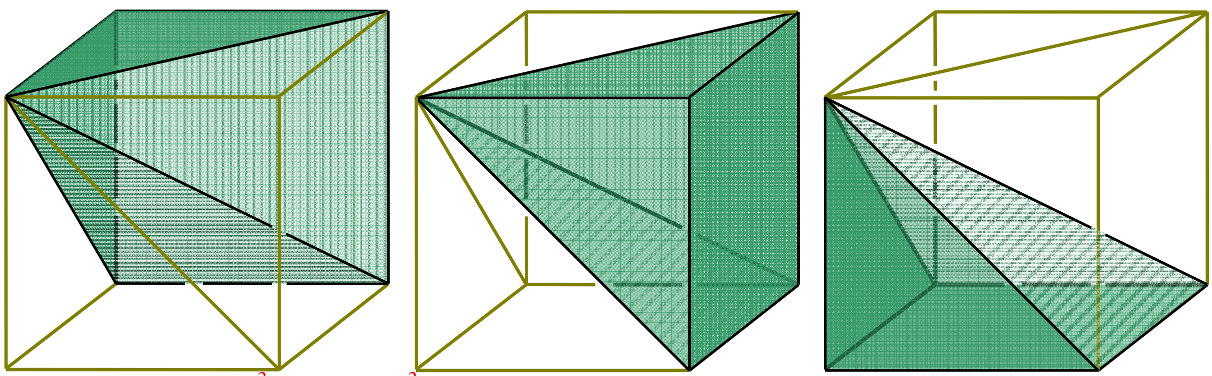
Könnyű feladat, térlátás szükséges megoldásához.
Ehhez a feladathoz tartozik a **2. tanári melléklet** kockája (I. jelű) és 3 egybevágó gúlája (II. jelű).
2. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!



I. jelű



II. jelű



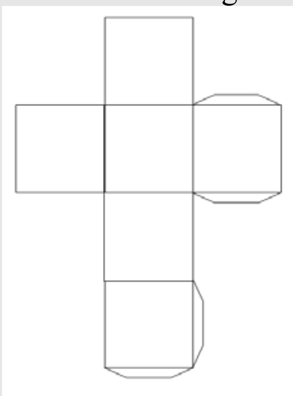
A kocka térfogata $6^3 = 216$ (cm^3); A gúlák egybevágóak, térfogatuk a kockának éppen harmada: $\boldsymbol{V_{gúla} = 72}$ **cm^3**.

A feladat alátámasztja a gúla térfogatképletét. A gúlák alaplapja a kocka egy lapjával egyezik meg, magasságuk a kocka élhossza, térfogatuk a kocka harmada.

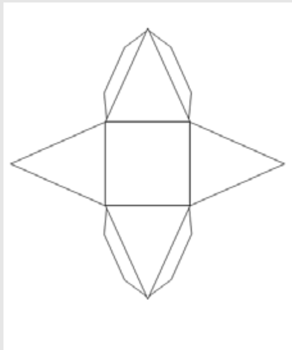
2. Vágjunk szét gúlákra egy 6 cm oldalélű kockát a középpontjából kiindulva! Ez lesz a gúlák csúcsa. A gúlák alapjai a kocka oldallapjai. Hány darab gúlát kapunk? Milyenek ezek? Mekkora a térfogatuk?

Ehhez a feladathoz tartozik a **2. tanári melléklet** kockája (I. jelű) és 6 egybevágó gúlája (III. jelű).

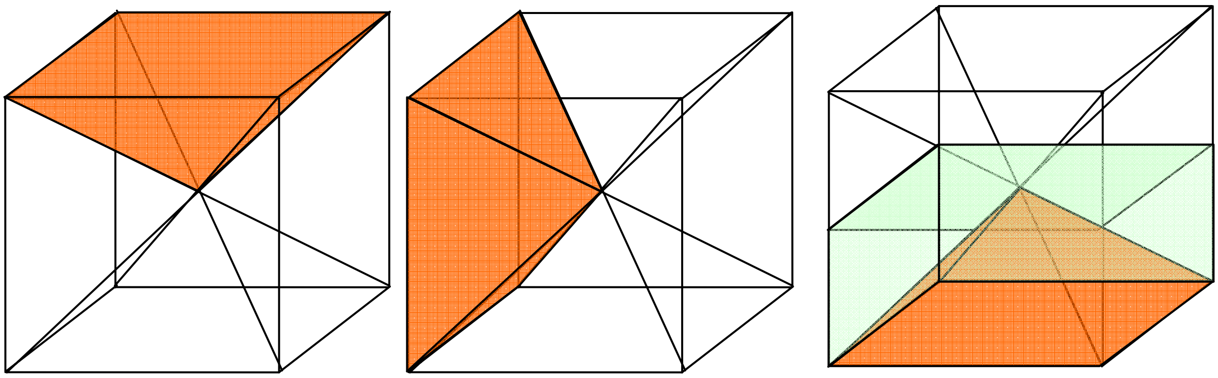
2. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!



I. jelű



III. jelű



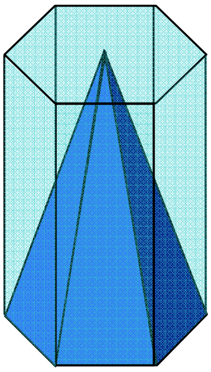
6 db egybevágó szabályos négyoldalú gúlát kapunk, melyek alaplapja egybevágó a kocka lapjaival, magasságuk a kocka élének fele. A gúlák térfogata a kocka térfogatának hatod része: $V_{gúla} = \frac{V_{kocka}}{6} = \frac{216}{6} = 36\ (\text{cm}^3)$.

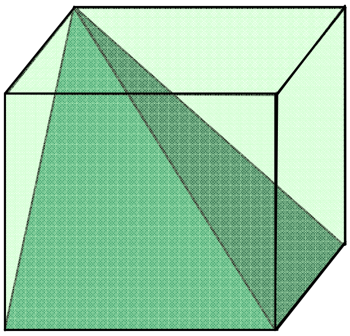
Ebből a feladatból is látható, hogy igaz a gúla térfogatáról tett megállapításunk. Ha tekintjük a kocka felét, a gúlának ezzel egyezik a magassága és az alaplapja. Ennek a téglatestnek a térfogata épp a gúla térfogatának háromszorosa.

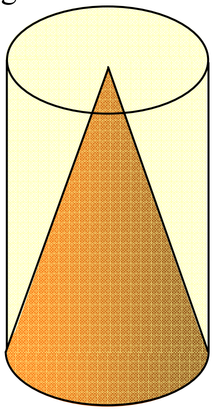
A kiszámítás módját és a képletet próbálják meg a gyerekek megfogalmazni a tapasztalatok alapján. Gyengébb osztályokban ezt a tanár tegye.

TUDNIVALÓ:

A gúla térfogata egy vele egyező alapterületű és magasságú hasáb térfogatának harmada.







Képlettel: $V_{gúla} = \dfrac{T_{alaplap} \cdot M}{3}$

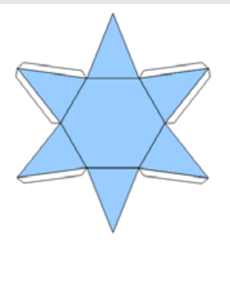
A körkúp térfogata egy vele egyező alapterületű és magasságú körhenger térfogatának harmada.

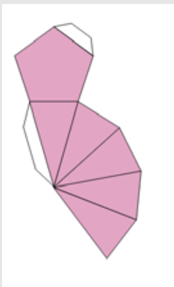
Képlettel: $V_{kúp} = \dfrac{T_{alaplap} \cdot M}{3} = \dfrac{r^2 \pi \cdot M}{3}$

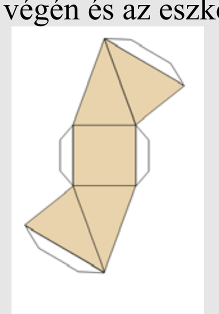
(Megjegyzés: Ez a megállapítás nem csak a szabályos gúlákra igaz.)

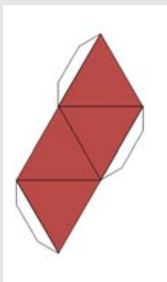
3. Kézbe vehető gúlák térfogatának számítása

Ismét vegyül elő a kastély-modellünk gúláit (**0881. modul 6. tanári melléklet**), és próbáljuk ezek térfogatát számoltatni a csoportokkal.
0881 – 6. tanári melléklet – Lásd a 0881. modul végén és az eszközei közt!









(Jó lenne, ha a csoportok mindegyike minden gúlának kiszámítaná a térfogatát, de – ha ez nem lehetséges – elég, ha egynek, kettőnek.) Rögtön felmerül a kérdés a testmagasság megállapításáról. Hogyan tegyük ezt?
Jó feladat lehet, hogy próbáljuk meg megmérni (a mérés nem egyszerű, hiszen nem tudjuk odailleszteni a vonalzót). A gyerekek kitalálhatnak módszereket, hogyan tudnának minél pontosabban mérni. Megoldás lehet pl. derékszögű vonalzó használata (ahogyan a gyerekeket is meg szokták mérni az ajtófélfához állítva).
Ki tudnánk-e számítani? Természetesen, Pithagorasz-tétellel.
A csoportok maguk is eldönthetik, hogy mérnek, vagy számolnak. A mérés aránylag sziszifuszi, a számolásnál pedig sok dologra kell ügyelni. Az alaplap alakjától függ, hogy mely adatokat kell használni a tétel alkalmazásakor:
– négyzet alapúnál pl. az alaplap fele és az oldalmagasság, vagy az alaplap átlója és az oldalél;

– háromszög, hatszög és ötszögalapúaknál: az oldallap magassága és az alaplap egyenlőszárú háromszögekre bontásakor kapott háromszögek magassága. A háromszögnél vigyázni kell, mert m_a-val nem a kisháromszögek magasságát jelöltük, hanem a teljes alaplapét. A kastélymodellünk szabályos háromoldalú gúlájánál a kisháromszögek magassága kb. 2 cm.

Ugyanúgy, mint a felszínszámításnál, most is van egy hasonlító-táblázat az **1. tanári melléklet**ben, ami tartalmazza a fél cm-ekre kerekített adatokat (testmagasságok, és a már felszínszámításnál is lemért adatok).
1. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

Fél cm-re kerekített értékek	a (alapél)	m_a (alaplap háromszögeinek magassága)	m_o (oldallap magasság)	M (testmagasság)
hatoldalú	4	3,5	5	3,5
háromoldalú	7	6	6	5,5
négyoldalú	5		7	6,5
ötoldalú	4	3 (2,5 is elfogadható)	7	6,5

Természetesen a felszínszámításnál már lemért adatokat nem kell újra mérniük, ha megvannak, sőt, az alapterületek kiszámításával sem kell az időt húzni, hiszen azt is kiszámolták már egyszer.

Jelölések:

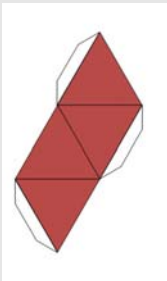
M: testmagasság;

m_o: oldallapot alkotó egyenlőszárú háromszög magassága;

a: alapél;

m_a: az alaplapot alkotó szabályos sokszöget középpontjából egyenlőszárú háromszögekre bontjuk, ezeknek a háromszögeknek a magassága m_a. (Háromszögalapú gúlánál az alaplap magassága.) A tanuló természetesen másképp is darabolhatja az alaplapot!

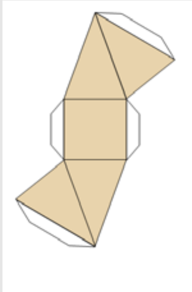
Háromszögalapú szabályos gúla:



$a = 7$ cm; $m_o = m_a = 6$ cm; $m_{kisháromszög} = 2$ cm. $M = 5,5$ cm.

$$V = \frac{T_{háromszög} \cdot M}{3} = \frac{\frac{7 \cdot 6}{2} \cdot 5,5}{3} = \mathbf{38,5}\ (\text{cm}^3).$$

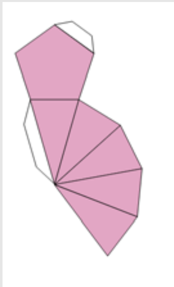
Négyszögalapú szabályos gúla:



$a = 5$ cm; $m_o = 7$ cm; $M = 6{,}5$ cm.

$$V = \frac{T_{négyzet} \cdot M}{3} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 6{,}5}{3} = \mathbf{54{,}2}\ (\text{cm}^3)$$

Ötszögalapú szabályos gúla:

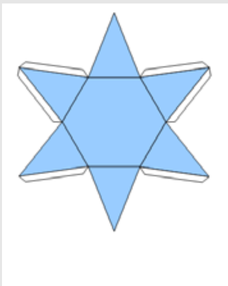


$a = 4$ cm; $m_o = 7$ cm; $m_a \approx 3$ cm (2,75 cm); $M = 6{,}5$ cm. Az alaplapot alkotó kis háromszögek területe $T = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6\ (\text{cm}^2) \rightarrow T_{ötszög} = 5 \cdot 6 = 30\ (\text{cm}^2)$ Az oldallap területe:

$$T_{oldallap} = \frac{4 \cdot 7}{2} = 14\ (\text{cm}^2);$$

$$V = \frac{T_{ötszög} \cdot M}{3} = \frac{30 \cdot 6{,}5}{3} = \mathbf{65}\ (\text{cm}^2).$$

Hatszögalapú szabályos gúla:



$a = 4$ cm; $m_o = 5$ cm; az alaplap 6 db egyenlő oldalú háromszögre bontható. Ennek magassága: $m_a \approx 3{,}5$ cm; $M = 3{,}5$ cm. Az alaplapot alkotó kis háromszögek területe

$$T = \frac{4 \cdot 3{,}5}{2} = 7\ (\text{cm}^2) \rightarrow T_{hatszög} = 6 \cdot 7 = 42\ (\text{cm}^2);$$

$$V = \frac{T_{hatszög} \cdot M}{3} = \frac{42 \cdot 3{,}5}{3} = \mathbf{49}\ (\text{cm}^3).$$

4. Feladatok a gúla térfogatának számítására

A következő feladatokat házi feladatnak (vagy, ha van rá idő az órán) csoportos munkára ajánljuk. (Fontos feladatok, legalább egyet, kettőt csináltassunk meg.)
1. – 5. feladat: A gúlák alaplapját megszerkesztetheti a tanár, ha van rá idő, illetve lassabban haladó osztályokban.

3 – 7. feladat: Számítsd ki a térfogatát a következő gúláknak!

3. Az alaplapja 5 cm oldalhosszúságú négyzet, testmagassága 6 cm.
Egyszerű feladat.

$$V=\frac{a^2\cdot M}{3}=\frac{5^2\cdot 6}{3}=50$$

***V* = 50 cm³.**

4. Az alaplapja egyenlőszárú háromszög, melynek magassága 4 cm, alapja 3 cm. A gúla testmagassága 6 cm.

$$V=\frac{\frac{a\cdot m_a}{2}\cdot M}{3}=\frac{6\cdot 6}{3}=12$$

***V* = 12 cm³.**

5. Alaplapja olyan rombusz, amelynek két átlója 6 és 4 cm, a gúla testmagassága 4 cm.

$$V=\frac{\frac{e\cdot f}{2}\cdot M}{3}=\frac{12\cdot 4}{3}=16$$

***V* = 16 cm³.**

6. Alapéle 6 cm, oldallapjának magassága 5 cm, alaplapja négyzet alakú.
Nehéz feladat, Pithagorasz-tétel kell.

$$m_o{}^2=\left(\frac{a}{2}\right)^2+M^2\rightarrow M=\sqrt{5^2-3^2}\rightarrow M=4cm$$

$$V=\frac{a^2\cdot M}{3}=\frac{6^2\cdot 4}{2}=72$$

***V* = 72 cm³.**

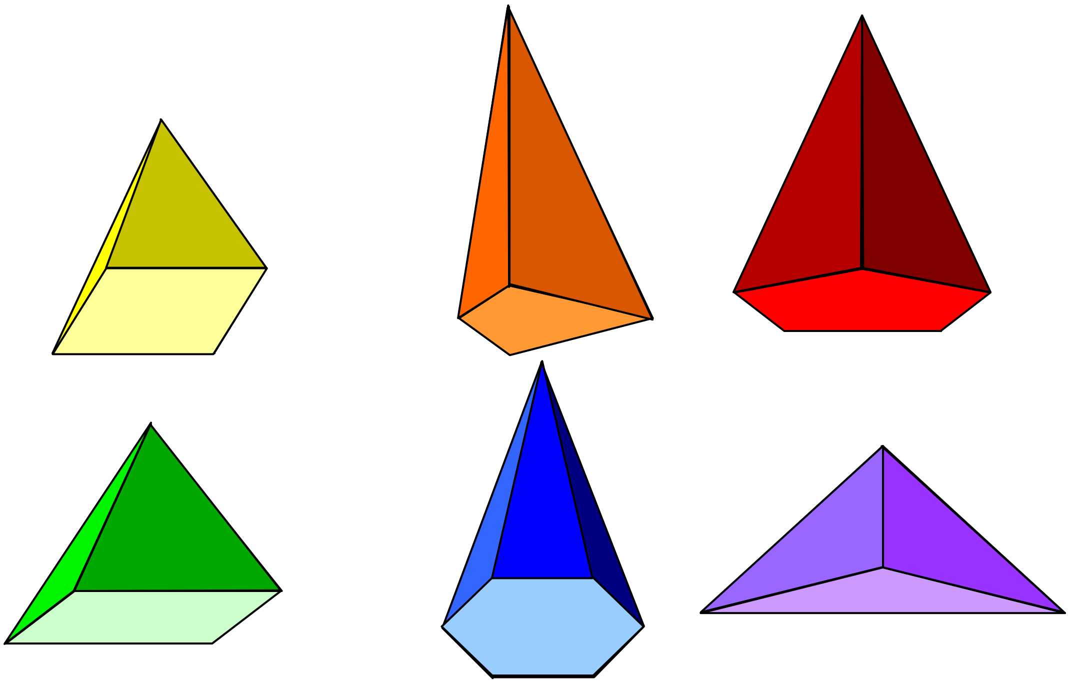
7. Alaplapja 4 cm oldalhosszúságú szabályos háromszög, testmagassága 7 cm. A hiányzó adatokat számítsd ki, vagy – megszerkesztve az alaplapot – mérd le!
Nehezebb feladat, Pithagorasz-tétel kell a kiszámításához, vagy lemért adatokkal számolhat.

$$a^2=\left(\frac{a}{2}\right)^2+m_a{}^2\rightarrow m_a=\sqrt{4^2-2^2}\rightarrow m_a\approx 3{,}5cm$$

$$V=\frac{\frac{a\cdot m_a}{2}\cdot M}{3}=\frac{7\cdot 7}{3}=16{,}3$$

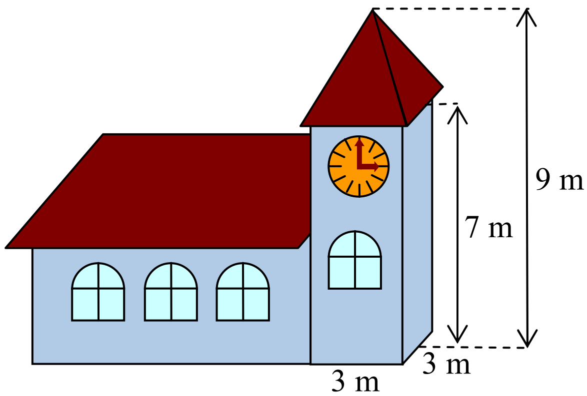
***V* = 16,3 cm³.**

8. A megadott adatok alapján döntsd el, mely gúlák térfogata egyenlő!
Könnyű feladat.



Sárga gúla: négyszögalapú szabályos gúla, melynek alapéle 3 cm, testmagassága 6 cm.
Narancs gúla: 10 cm magasságú gúla, 4 cm és 3 cm átlójú deltoid alappal.
Piros gúla: 9 cm^2 alapterületű ötszögalapú gúla, melynek testmagassága 6 cm.
Zöld gúla: 3 cm és 4 cm oldalú téglalapalapú gúla, melynek magassága 5 cm.
Kék gúla: hatszögalapú szabályos gúla, alaplapjának területe 9 cm^2, magassága 10 cm.
Lila gúla: háromszög alapú szabályos gúla, alaplapjának területe 18 cm^2, testmagassága 0,3 dm.
Sárga = piros = lila (18 cm^3); Narancs = zöld (20 cm^3); Kék (30 cm^3)

9. Egy templomtorony alapja négyzet, melynek oldalhosszúsága 3 m. A magassága a tetőig 7 m, a gúla alakú tetővel együtt 9 m. Mennyi levegő fér bele? (A fal vastagságától eltekintünk.)



A hasáb magassága: $M_1 = 7$ m; a gúla magassága: $M_2 = 9\text{ m} - 7\text{ m} = 2$ m;

$$V = a \cdot a \cdot M_1 + \frac{a \cdot a \cdot M_2}{3} = 3 \cdot 3 \cdot 7 + \frac{3 \cdot 3 \cdot 2}{3} = 63 + 6 = 69$$

***V* = 69 m^3 levegő van a templomtoronyban.**

A következő feladatban sűrűségről lesz szó. Erről mindenképpen beszéljünk kicsit! (Mit jelent a sűrűség? Megmutatja, hogy 1 m^3 anyagnak mennyi a tömege.)

10. A felszínszámításnál már említett Kheopsz fáraó piramisa mészkőből készült. (Magassága 146, 6 m, szélessége 230 m.) Mennyi lehet az össztömege, ha a mészkő sűrűsége $2,7\frac{t}{m^3}$ (a sűrűségadat azt mondja meg, hogy m^3-enként a mészkő tömege 2,7 t)? A piramist tömörnek tekintjük.

Könnyebb feladat, de nagy számokkal kell számolni, és következtetni kell a tömeg, térfogat, sűrűség összefüggésére.

$$V_{piramis} = \frac{T_{négyzet} \cdot M}{3} = \frac{230^2 \cdot 146,6}{3} \approx 2585047$$

Tehát a piramis térfogata 2585047 m^3. $m = \rho \cdot V = 2,7 \cdot 2585047 = 6979626$.

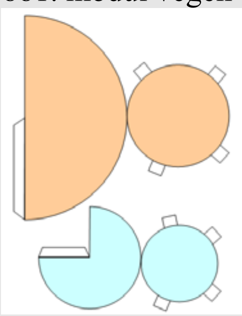
A piramis tömege 6979626 tonna, azaz kb. 7 millió tonna(!).

II. Forgáskúp térfogata

1. Kézbe vehető forgáskúpok térfogatának számítása

Az órát csoportos munkával kezdjük, vegyék kézbe a **0881. modul 6. mellékleté**ben szereplő kastély-modelljének kúpjait, mérjék le, vagy számítsák ki a testmagasságukat (érdemes itt is fél cm-ekre kerekíteni), és határozzák meg térfogatukat. (Természetesen használhatóak az általuk készített kúpok, vagy műanyag testkészlet kúpjai is.)

0881 – 6. tanári melléklet – Lásd a 0881. modul végén és az eszközei közt!



A nagyobb alapkörű kúp adatai: $r = 4$ cm; $a = 8$ cm;

$$a^2 = r^2 + M^2 \rightarrow M = \sqrt{8^2 - 4^2} \rightarrow M \approx 6,9cm \approx 7cm$$

$$V_{kúp} = \frac{T_{alapkör} \cdot M}{3} = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot M}{3} = \frac{112\pi}{3} \approx 37,3\pi \approx 117,3$$

$V = 117{,}3\ \text{cm}^3$

A kisebb alapkörű kúp adatai: $r = 3$ cm; $a = 4$ cm

$$a^2 = r^2 + M^2 \rightarrow M = \sqrt{4^2 - 3^2} \rightarrow M \approx 2{,}6cm \approx 2{,}5cm$$

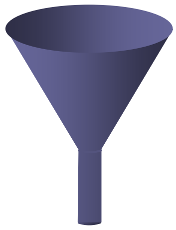
$$V_{kúp} = \frac{T_{alapkör} \cdot M}{3} = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot M}{3} = 7{,}5\pi \approx 23{,}6$$

$V = 23{,}6\ \text{cm}^3$

2. Feladatok forgáskúp térfogatának számítására

3. FELADATLAP

1. Egy szabályos forgáskúp alakú tölcsér alapkörének átmérője 10 cm, a magassága 7 cm. Hányszor kell telitöltenem a tölcsért ahhoz, hogy megtöltsem vele a fél literes palackomat? (Eltekintünk a tölcsér szárától, amit a palackba teszünk. Számoljunk úgy, hogy minden teletöltésnél 10 cm^3 folyadék távozik a tölcsérből!)



$r = 5$ cm; $M = 7$ cm;

$$V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot M}{3} \approx 58{,}3\pi \approx 183{,}3$$

A tölcsérbe 183,3 cm^3 víz fér, és még 10 cm^3 kifolyik. Fél liter = 0,5 dm^3 = 500 cm^3. $\frac{500}{193{,}3} \approx 2{,}6$

A tölcsért több, mint két és félszer kell teletöltenem.

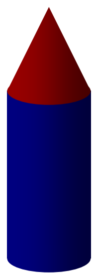
2. Hány m^3 levegő fér a wigwamba, ha alapkörének átmérője és magassága 2 m.

$$V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot M}{3} = \frac{1^2 \cdot \pi \cdot 2}{3} \approx \frac{2}{3}\pi \approx 2{,}1$$

A wigwamba 2,1 m^3 levegő fér.

Forrás: etc.usf.edu/clipart/4200/4283/wigwam_1.htm

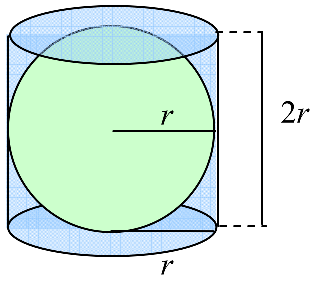
3. Építőkockából tornyot építünk egy forgáskúp alakú és egy forgáshenger alakú építőelemből. Mekkora a térfogata, ha a henger átmérője 4 cm, magassága 8 cm, a kúp éppen ráillik, és magassága 3 cm?



$$V = r^2 \cdot \pi \cdot M_{henger} + \frac{r^2 \cdot \pi \cdot M_{kúp}}{3} = 2^2 \cdot \pi \cdot 8 + \frac{2^2 \cdot \pi \cdot 3}{3} = 36\pi \approx 113{,}1$$

A torony térfogata 113, 1 cm^3.

III. A gömb térfogata, gyakorló feladatok térfogatszámításra



A gömb térfogatának képletétre vonatkozó kísérlet kissé nehézkes, de ahol van idő és megfelelő eszköz, érdemes bemutatni, mivel erre a középiskolába nem lesz alkalom. Szükség van egy üreges forgáshengerre (üveg, vagy műanyag mérőhenger a legalkalmasabb, az oldalán lévő beosztás jól használható), és egy éppen beleillő golyóra (a golyó sugara éppen a forgáshenger alapkörének sugarával egyenlő). Ezzel be lehet mutatni, hogy a golyó mennyi vizet szorít ki (mennyivel emelkedik a vízszint), amikor beleteszem. Nézzük meg a henger térfogatát, melybe éppen beleillik a golyó:

$V_{henger} = 2r^3\pi$. Azt tapasztaljuk, hogy a golyó ennek a $\frac{2}{3}$-részét szorítja ki, tehát a gömb térfogata: $V_{gömb} = \frac{2}{3} \cdot 2r^3\pi = \frac{4}{3}r^3\pi$

1. A gömb térfogata

TUDNIVALÓ:

A gömb térfogata a $\frac{4}{3}r^3\pi$ képlet alapján számolható, melyben r a gömb sugarát jelöli.

4. FELADATLAP

1. Mekkora a labda térfogata, ha sugara 6 cm?

$$V = \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi}{3} = \frac{4 \cdot 6^3 \cdot \pi}{3} = 288\pi \approx 904{,}8$$

V = 904,8 cm^3

2. Hány dm^3 hélium van abban a lufiban, melynek átmérője 60 cm?

$$V = \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi}{3} = \frac{4 \cdot 3^3 \cdot \pi}{3} = 36\pi \approx 113{,}1$$

V = 113,1 dm^3

2. Vegyes gyakorló feladatok felszín – és térfogatszámításra.

FELADATGYŰJTEMÉNY

GÚLA:

1. Szerkeszd meg az alábbi gúlák alaplapját, számítsd ki, vagy mérd le a szükséges hiányzó adatokat, majd határozd meg térfogatukat!

a) Alaplapja téglalap, melynek átlója 5,1 cm, egyik oldala 24 mm. A gúla testmagassága 7 cm.

Közepesen nehéz feladat, Pithagorasz-tétel, vagy mérés szükséges.

Pithagorasz-tétel: 4,5 cm a másik oldala a téglalapnak.

$$V=\frac{a\cdot b\cdot M}{3}=\frac{2,4\cdot 4,5\cdot 7}{3}=25,2\ (\text{cm}^3)$$

b) Alaplapja derékszögű háromszög, amelynek két befogója 4,2 cm és 4,6 cm. A gúla magassága 10 cm.

Könnyű feladat

$$V=\frac{\frac{a\cdot b}{2}\cdot M}{3}=\frac{4,2\cdot 4,6\cdot 10}{3}=64,4\ (\text{cm}^3)$$

c) Az alaplap egy paralelogramma, melynek két oldala 6 cm, és 4 cm, a hosszabbik oldalához tartozó magassága 4,2 cm. A gúla testmagassága 6 cm.

Könnyű feladat

Lehetetlen.

d) Az alaplapja olyan egyenlőszárú trapéz, amelynek három oldala 4 cm; a negyedik oldala 8,8 cm. A gúla testmagassága 6 cm.

Közepesen nehéz feladat, Pithagorasz-tétel, vagy mérés szükséges.

A trapéz magassága Pithagorasz-tétellel vagy leméréssel meghatározható:

$$m=\sqrt{4^2-2,4^2}=3,2;\ V=\frac{\frac{a+c}{2}\cdot m\cdot M}{3}=\frac{\frac{8,8+4}{2}\cdot 3,2\cdot 6}{3}=40,96\ (\text{cm}^3)$$

2. Egy gúla alaplapja szabályos hatszög, amelynek oldalhossza 3 cm, oldallapjainak magassága 5 cm. Mekkora a térfogata?

Nehéz feladat, Pithagorasz-tétel kell a kiszámításához.

$$a^2=\left(\frac{a}{2}\right)^2+m_a{}^2\to m_a=\sqrt{3^2-1,5^2}\to m_a\approx 2,6cm$$

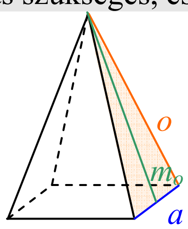
$$m_o{}^2=m_a{}^2+M^2\to M=\sqrt{5^2-2,6^2}\to m_a\approx 4,3cm$$

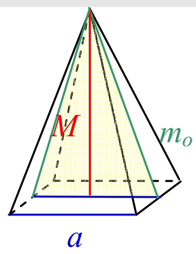
$$V=\frac{6\cdot\frac{a\cdot m_a}{2}\cdot M}{3}=\frac{23,4\cdot 4,3}{3}=33,5$$

***V* = 33,5 cm^3.**

3. Egy gúla alaplapja négyzet, alapélei 12 dm, oldalélei 10 dm hosszúak. Mekkora a térfogata? Segít az alábbi ábra.

Nehezebb feladat, térlátás szükséges, és Pithagorasz-tétel.





$$o^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + m_o{}^2 \rightarrow m_o = \sqrt{10^2 - 6^2} \rightarrow m_o = 8dm$$

$$m_o{}^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + M^2 \rightarrow M = \sqrt{8^2 - 6^2} \rightarrow M = 5,3dm$$

$$V = \frac{a^2 \cdot M}{3} = \frac{144 \cdot 5,3}{3} = 254,4$$

***V* = 254,4 dm^3.**

Ezt a feladatot (a testmagasság, oldalél, és az oldalmagasság összefüggését) szemléltessük megfelelő műanyag testen frontálisan.

4. Egy gúla alaplapja szabályos háromszög. A gúla minden éle 9 m. Mekkora a térfogata?

Nehezebb feladat, térlátás szükséges és Pithagorasz-tétel.

$$a^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + m_a{}^2 \rightarrow m_a = \sqrt{9^2 - 4,5^2} \rightarrow m_a \approx 7,8m$$

Mivel a gúla minden oldallapja egybevágó: $m_o = m_a \approx 7,8m$

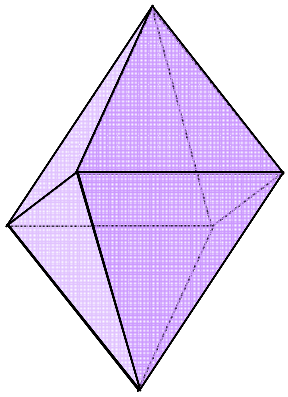
$$m_o{}^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + M^2 \rightarrow M = \sqrt{7,8^2 - 4,5^2} \rightarrow M \approx 6,4m$$

$$V = \frac{\frac{a \cdot m_a}{2} \cdot M}{3} = \frac{35,1 \cdot 6,4}{3} = 74,9$$

***V* = 74,9 m^3.**

5. Mekkora az oktaéder felszíne, térfogata, ha élei 8 cm hosszúak? Szerkeszd meg egy lapját! (Az oktaéder szabályos test, melynek 8 lapja szabályos háromszög. Lásd a képen!)

Nehezebb feladat, Pithagorasz-tétel szükséges a megoldáshoz.



$$a^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + m_a^2 \rightarrow m_a = \sqrt{8^2 - 4^2} \rightarrow m_a = 6,9cm$$

$$A = 8 \cdot \frac{a \cdot m_a}{2} = 4 \cdot 8 \cdot 6,9 = 220,8cm^2$$

A = 220,8 cm^2.

$$m_a^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + M^2 \rightarrow M = \sqrt{6,9^2 - 4^2} \rightarrow M = 5,7cm$$

$$V = 2 \cdot \frac{a^2 \cdot M}{3} = 2 \cdot \frac{64 \cdot 32}{3} = 1365,3$$

V = 1365,3 cm^3.

FORGÁSKÚP:

6. Mennyi víz fér pontosan „A kúp, a gúla, a gömb felszíne” c. modul 3. feladatlap 4. feladatában szereplő tölcsérbe? (Adatai: Szájának átmérője 18 cm, torkolatának átmérője 2 cm, az egész tölcsér hossza 22 cm, amiből a bevezető cső hossza 10 cm. Úgy tekintjük, hogy a tölcsér szája teljes kúp.)

Könnyű összetett feladat.

$r_{kúp}$ = 9 cm; $M_{kúp}$ = 12 cm; r_{henger} = 1 cm; M_{henger} = 10 cm.

$$V = \frac{r_{kúp}^2 \cdot \pi \cdot M_{kúp}}{3} + r_{henger}^2 \cdot \pi \cdot M_{henger} = 324\pi + 10\pi = 334\pi \approx 1049,3$$

1049,3 cm^3 víz fér pontosan a tölcsérbe (kicsit több, mint 1 liter).

7. Belefér-e ebbe a pohárba 3 dl ital, ha színültig töltjük? A szájának átmérője 8 cm, magassága 17 cm. (Úgy tekintjük, a pohár teljes kúp, nincs az alja lekerekítve.)

$$V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot M}{3} = \frac{4^2 \cdot \pi \cdot 17}{3} \approx 90,7\pi \approx 284,8$$

A pohárba 282,8 cm^3 víz fér, azaz 0,28 l, azaz 2,8 dl. Tehát **nem fér bele 3 dl folyadék**.

8. Mekkora a kúp alakú sóderhegy térfogata, ha magassága 4 méter, és a talajon 2 méter sugarú kört foglal el? Hány teherautóval tudják elszállítani, ha egy kis teherautó maximális terhelhetősége 1,4 tonna? A sóder sűrűsége 1600 kg/m^3.

Forrás: www.kavicsker.hu/Wings_page2.htm

$$V=\frac{r^2\cdot\pi\cdot M}{3}=\frac{2^2\cdot\pi\cdot 4}{3}\approx 16,8$$

A sóderhegy tömege: 16,8 · 1600 ≈ 26880 kg ≈ 27 t

27 : 1,4 ≈ 19,3

Tehát 20 teherautó szükséges.

GÖMB:

9. Egy 4 cm sugarú kört az átmérője mentén megforgatok. Mekkora lesz az így kapott gömb felszíne és térfogata?

Könnyű feladat.

$$A=4\cdot r^2\cdot\pi=64\pi\approx 201,1$$

$\boldsymbol{A = 201,1}$ **dm^2**

$$V=\frac{4\cdot r^3\cdot\pi}{3}=\frac{4\cdot 4^3\cdot\pi}{3}\approx 268,1$$

$\boldsymbol{V = 268,1}$ **dm^3**

10.

a) Körülbelül mekkora a területe az alma héjának, ha átmérője körülbelül 7 cm? Becsüld meg aztán számítsd ki!

b) Mennyi az almának az 1 cm^3-ére jutó tömege, vagyis a sűrűsége, ha éppen 15 dkg a tömege? Elsüllyed-e ez az alma a vízben? (Az almát gömbnek tekintjük.)

Könnyebb feladat, de következtetni kell a tömeg, térfogat, sűrűség összefüggésére.
A feladat megoldása előtt beszéljük meg, hogy egy tárgy akkor úszik a vízen, ha sűrűsége kevesebb, mint a vízé, ami $1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

a) $r = 3,5$ cm;

$$A=4\cdot r^2\cdot\pi=49\pi\approx 153,9$$

153,9 dm^2 héj borítja az almát.

b) $V=\frac{4\cdot r^3\cdot\pi}{3}=\frac{4\cdot 3,5^3\cdot\pi}{3}\approx 179,6$

$V = 179,6$ dm^3; $\rho=\frac{m}{V}=\frac{0,15kg}{0,1796m^3}\approx 0,84\frac{kg}{m^3}$. Mivel minden, aminek $1\frac{kg}{m^3}$-nél kisebb a sűrűsége, úszik a vízen, ezért ez **az alma nem süllyed el**.

Forrás: nisu.blogia.com/temas/palabras-.php

11. Az eszkimók háza a félgömb alakú, jégből épített iglu. Hány m^3 levegő fér bele, ha az iglu belső átmérője 3 méter? Hány köbméter jégből épült, ha a fal vastagsága fél méter?

$$V = \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi}{3} : 2 = \frac{4 \cdot 1{,}5^3 \cdot \pi}{3} : 2 \approx 7{,}1$$

Kb. 7 m^3 levegő fér az igluba.

$$V_{külső} = \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi}{3} : 2 = \frac{4 \cdot 2^3 \cdot \pi}{3} : 2 \approx 16{,}8$$

$16{,}8 – 7{,}1 = 9{,}7$

Az iglu 9,7 m^3 jégből épült.

12. Panni anyukája egy körülbelül 8 cm átmérőjű almát reszelt le uzsonnára. A reszelt alma belefér-e egy 3 cm sugarú henger alakú üveg tálkába, melynek magassága 4 cm?

$$V_{alma} = \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi}{3} = \frac{4 \cdot 4^3 \cdot \pi}{3} \approx 268{,}1$$

$$V_{tálka} = r^2 \cdot \pi \cdot M = 36\pi \approx 113{,}1$$

A tálka térfogata csak 113,1 cm^3, míg a reszelt alma térfogata 268 cm^3. **Nem fér bele.**

13. Juli lufikat vásárolt a születésnapi bulijára. Lemérte egy lufi tömegét, mielőtt felfújta volna: 17 gramm volt. Mekkora lesz a lufi tömege, ha héliummal töltik, és 20 cm sugarú gömb alakúra fújják fel? A hélium sűrűsége 179 g/m^3.

$$V_{lufi} = \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi}{3} = \frac{4 \cdot 20^3 \cdot \pi}{3} \approx 33510{,}3$$

A lufi térfogata 33510 $cm^3 \approx 33{,}5\ dm^3 \approx 0{,}0335\ m^3$.

A lufiban lévő hélium tömege: $0{,}0335 \cdot 179 \approx 6$, azaz 6 gramm.

A lufi tömege tehát: $17 + 6 = 23$, azaz **23 gramm.**

IV. Összefoglalás, gyakorlás

A gyakorlóórára válogathat a tanár a feladatgyűjtemény feladatai közül az osztály képességeinek megfelelően.

V. Felmérő feladatlap megírása

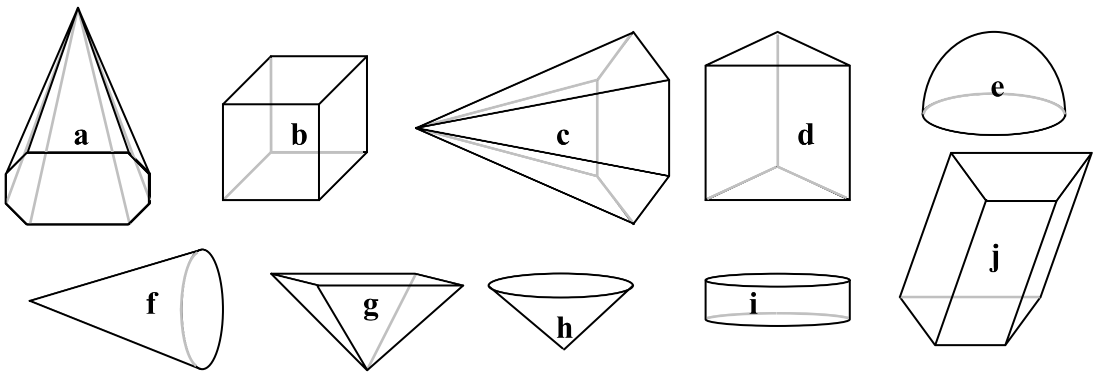
A témazáró dolgozathoz a gyerekeknek segítségül fent lehet a táblán, vagy plakáton a gömb felszínének, térfogatának képlete. Az A csoport könnyebb, a B csoport nehezebb feladatsort tartalmaz.

A B csoport 4. feladatának b) része nehéz feladat, azoknak a gyerekeknek érdemes feladni, akik hamar készen vannak a feladatsorral. Külön jutalmazható.

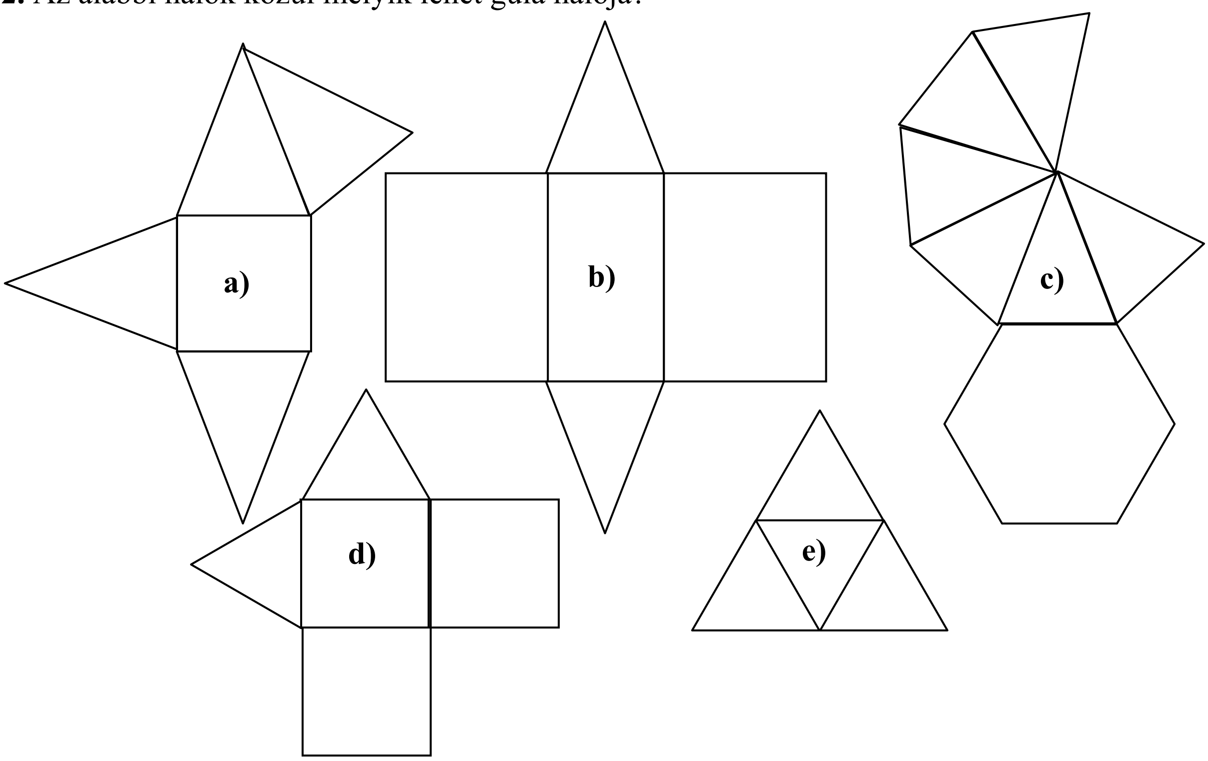
FELMÉRŐ – A CSOPORT

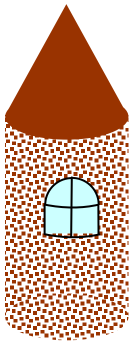
Gúla, kúp, gömb; 8. évfolyam

1. Az alábbi testek közül melyik gúla? Melyik forgáskúp?



2. Az alábbi hálók közül melyik lehet gúla hálója?





3. Hány lapja, éle, csúcsa van egy ötszögalapú gúlának?

4. A képen látható lakótorony magassága 7 méter, (ebből a tető 2 méter magas), átmérője 24 deciméter. Hány m^3 levegő van benne összesen? (A falak vastagságát, a berendezést, lépcsőt, stb. elhanyagoljuk.)

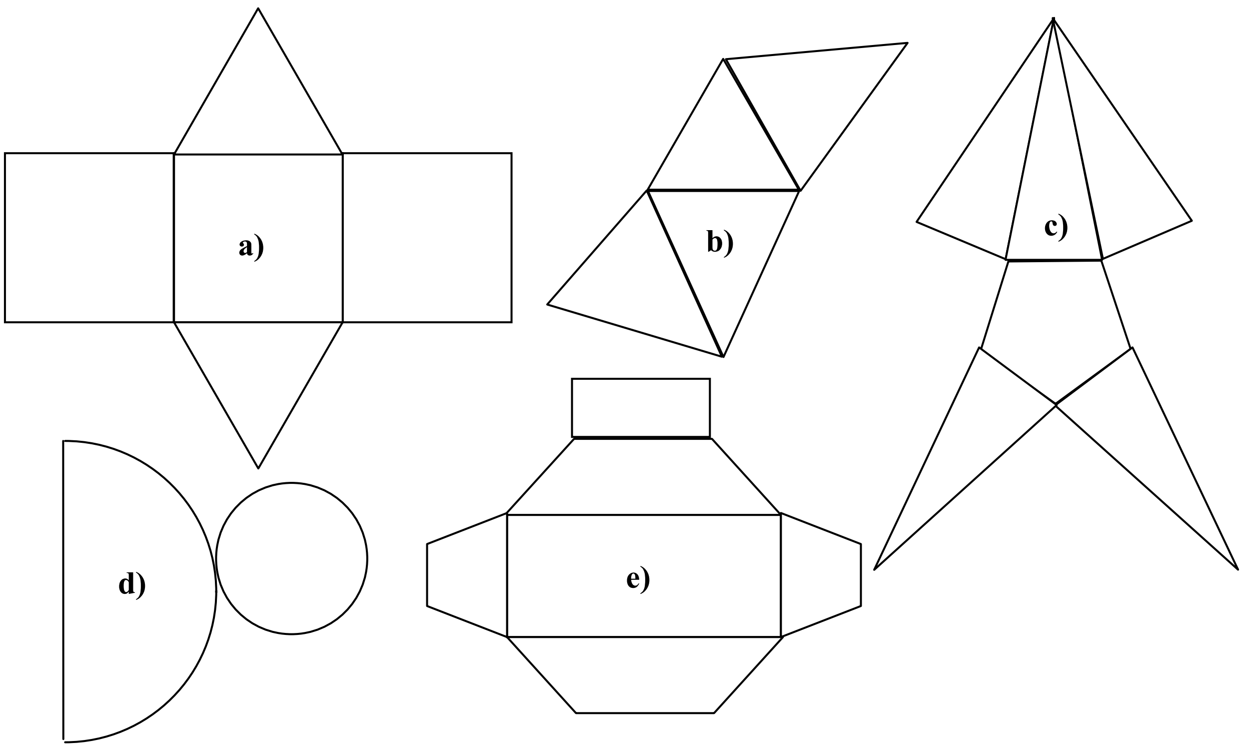
5. Egy félgömb alakú iglusátor átmérője 1,6 méter. Mekkora ponyvából varrták a sátrat? (Van alja is a sátornak.) Hány m^3 levegő fér bele?

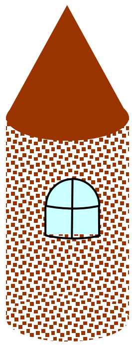
FELMÉRŐ – B CSOPORT

Gúla, kúp, gömb; 8. évfolyam

1. Egy mandarin átmérője 5,4 cm. Mennyi a területű héj borítja? Mekkora a sűrűsége, ha tömege 6 dkg? Úszik-e a vízen? (A víz sűrűsége 1 $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$, a mandarint szabályos gömb alakúnak tekintjük.)

2. Az alábbi hálózatok közül melyik lehet gúla hálója?



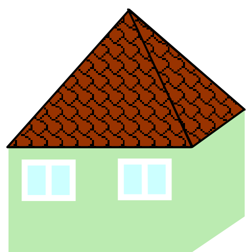


3. A képen látható lakótorony magassága 7 méter, (ebből a tető 1,6 méter magas), átmérője 24 deciméter. Hány m^3 levegő van benne összesen? Hány m^2 a tetőn lévő bádog? Hány m^2 területre vegyünk festéket, ha szeretnénk a falat kifesteni?

4. Van egy 8 méter hosszú, 5 méter széles téglaház. A tetőszerkezete gúla alakú. A ház magassága tetővel együtt 6 méter, tetőt leszámítva 4 m.

a) Mekkora a ház térfogata (padlástérrel együtt)?

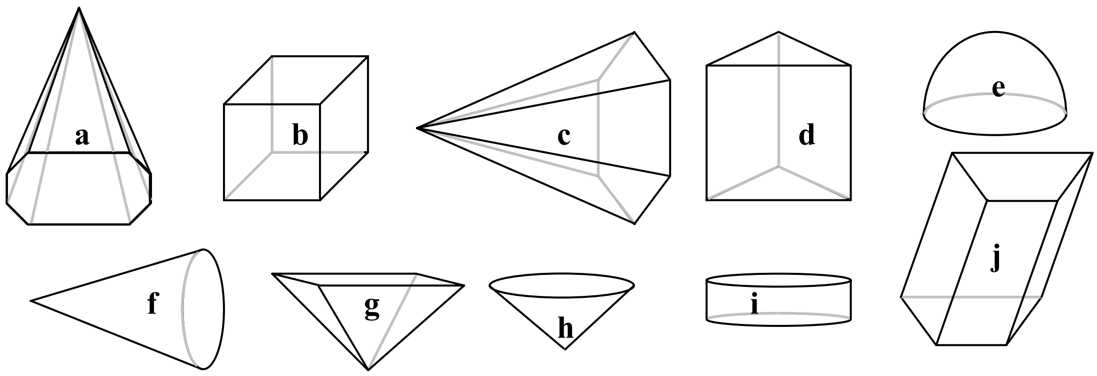
b) A tetőt szeretnék új cseréppel borítani. Mekkora a tetőszerkezet felszíne?



FELMÉRŐ – A CSOPORT (MEGOLDÁSOK)

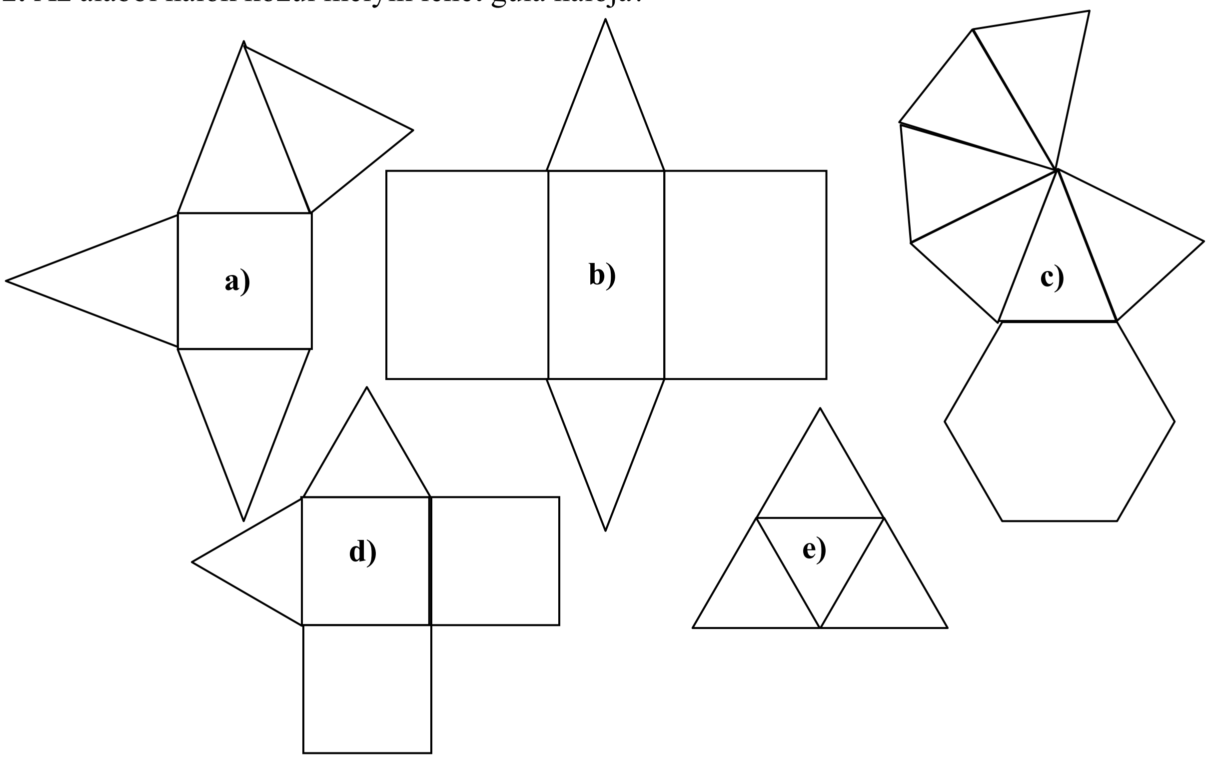
Gúla, kúp, gömb; 8. évfolyam

1. Az alábbi testek közül melyik gúla? Melyik forgáskúp?



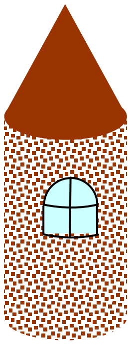
Gúlák: *a*, *c*, *g*
Forgáskúpok: *f*, *h*

2. Az alábbi hálók közül melyik lehet gúla hálója?



a), c), e).

3. Hány lapja, éle, csúcsa van egy ötszögalapú gúlának?
Élek száma: 10, lapok száma: 6, csúcsok száma: 6.



4. A képen látható lakótorony magassága 7 méter, (ebből a tető 2 méter magas), átmérője 24 deciméter. Hány m^3 levegő van benne összesen? (A falak vastagságát, a berendezést, lépcsőt, stb. elhanyagoljuk.)

$r = 1,2$ m; $M_{henger} = 5$ m; $M_{kúp} = 2$ m.

$$V = T_{alapkör} \cdot M_{henger} + \frac{T_{alapkör} \cdot M_{kúp}}{3} = 1,2^2 \pi \cdot 5 + \frac{1,2^2 \pi \cdot 2}{3} = 7,2\pi + 0,96\pi \approx 22,6 + 3 = 25,6$$

25,6 m^3 levegő van benne.

5. Egy félgömb alakú iglusátor átmérője 1,6 méter. Mekkora ponyvából varrták a sátrat? (Van alja is a sátornak.) Hány m^3 levegő fér bele?

$$A = \frac{4 \cdot r^2 \cdot \pi}{2} + r^2\pi = \frac{4 \cdot 0,8^2 \cdot \pi}{2} + 0,8^2 \cdot \pi \approx 4 + 2 = 6$$

6 m^2 ponyvából varrták a sátrat.

$$V = \frac{4 \cdot 0,8^3 \cdot \pi}{3} : 2 \approx 1,1$$

1,1 m^3 levegő van benne.

FELMÉRŐ – B CSOPORT (MEGOLDÁSOK)

Gúla, kúp, gömb; 8. évfolyam

1. Egy mandarin átmérője 5,4 cm. Mennyi a területű héj borítja? Mekkora a sűrűsége, ha tömege 6 dkg? Úszik-e a vízen? (A víz sűrűsége 1 $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$, a mandarint szabályos gömb alakúnak tekintjük.)

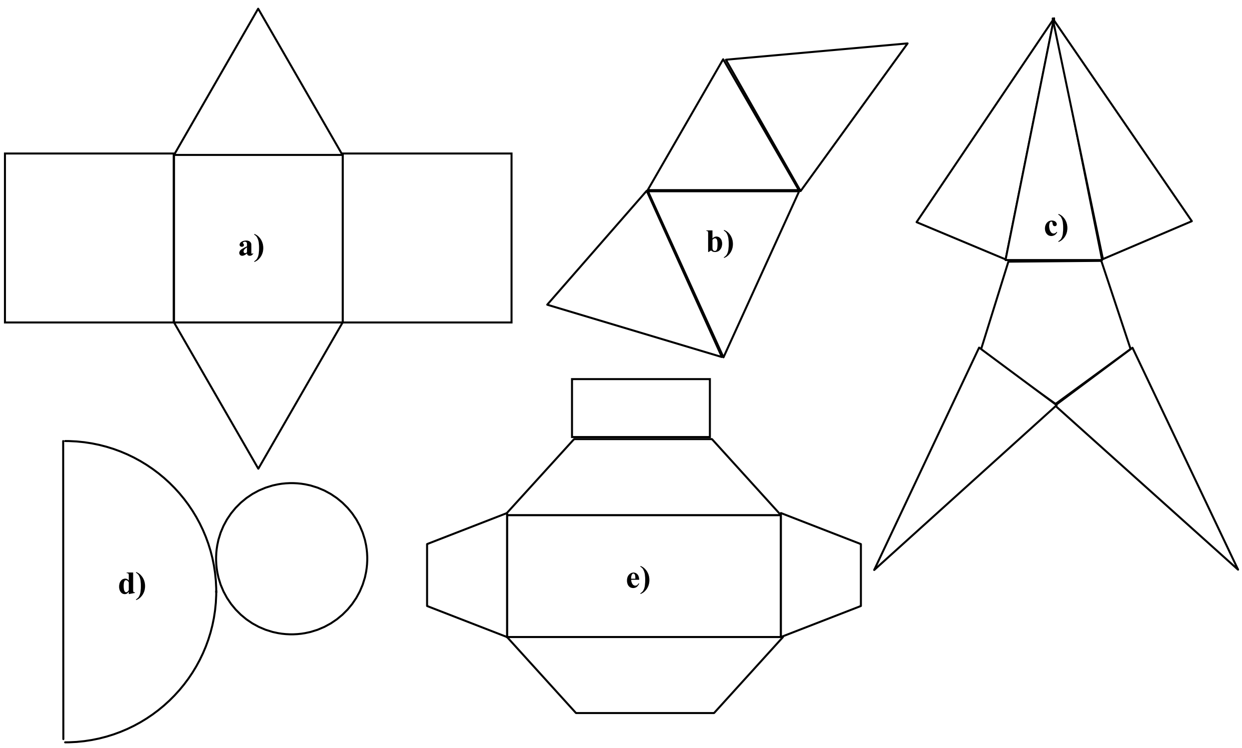
$A = 4r^2\pi = 4\cdot 2{,}7^2\cdot\pi \approx 91{,}6$

91,6 cm² héj borítja.

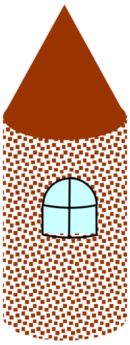
$V = \frac{4\cdot r^3\cdot\pi}{3} = \frac{4\cdot 2{,}7^3\cdot\pi}{3} \approx 82{,}4$; $\rho = \frac{m}{V} = \frac{60}{82{,}4}\frac{g}{cm^3} = \frac{0{,}06}{0{,}0824}\frac{kg}{dm^3} \approx 0{,}7\frac{kg}{dm^3}$

Úszik a vízen.

2. Az alábbi hálózatok közül melyik lehet gúla hálója?



b), c).



3. A képen látható lakótorony magassága 7 méter, (ebből a tető 1,6 méter magas), átmérője 24 deciméter. Hány m^3 levegő van benne összesen? Mekkora a tetőn lévő bádog? Hány m^2 területre vegyünk festéket, ha szeretnénk a falat kifesteni?

$r = 1{,}2$ m; $M_{henger} = 5{,}4$ m; $M_{kúp} = 1{,}6$ m.

$$a^2 = r^2 + M^2 \rightarrow a = \sqrt{1{,}2^2 + 1{,}6^2} \rightarrow a = 2m$$

$$A_{tető} = \frac{K_{alapkör} \cdot a}{2} = \frac{2{,}4\pi \cdot 2}{2} = 2{,}4\pi \approx 7{,}5$$

A bádog 7,5 m².

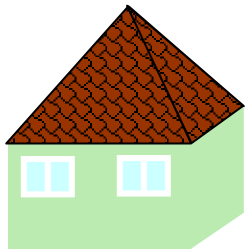
$$A_{fal} = K_{alapkör} \cdot M_{henger} = 2{,}4\pi \cdot 5{,}4 \approx 40{,}7$$

40,7 m² felületet kell befesteni.

$$V = T_{alapkör} \cdot M_{henger} + \frac{T_{alapkör} \cdot M_{kúp}}{3} = 1{,}2^2\pi \cdot 5{,}4 + \frac{1{,}2^2\pi \cdot 1{,}6}{3} = 7{,}8\pi + 0{,}77\pi \approx 24{,}5 + 2{,}4 = 26{,}9$$

26,9 m³ levegő van benne.

4. Van egy 8 méter hosszú, 5 méter széles téglaház. A tetőszerkezete gúla alakú. A ház magassága tetővel együtt 6 méter, tetőt leszámítva 4 m.



a) Mekkora a térfogata (padlástérrel együtt)?

$a = 8$ m; $b = 5$ m; $M_{téglatest} = 4$ m, $M_{tető} = 2$ m

$$V = a \cdot b \cdot M_{téglatest} + \frac{a \cdot b \cdot M_{tető}}{3} = 8 \cdot 5 \cdot 4 + \frac{8 \cdot 5 \cdot 2}{3} = 160 + 26{,}7 = 186{,}7$$

V = 186,7 m³

b) A tetőt szeretnék új cseréppel borítani. Mekkora a tetőszerkezet felszíne?

$$m_a^{\,2} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + M^2 \rightarrow m_a = \sqrt{2{,}5^2 + 2^2} \rightarrow m_a = 3{,}2m$$

$$m_b^{\,2} = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + M^2 \rightarrow m_b = \sqrt{4^2 + 2^2} \rightarrow m_b = 4{,}5m$$

$$A = 2 \cdot \frac{a \cdot m_a}{2} + 2 \cdot \frac{b \cdot m_b}{2} = 2 \cdot \frac{8 \cdot 3{,}2}{2} + 2 \cdot \frac{5 \cdot 4{,}5}{2} = 25{,}6 + 22{,}5 = 48{,}1$$

A = 48,1 m²

0883 – 1. tanári melléklet

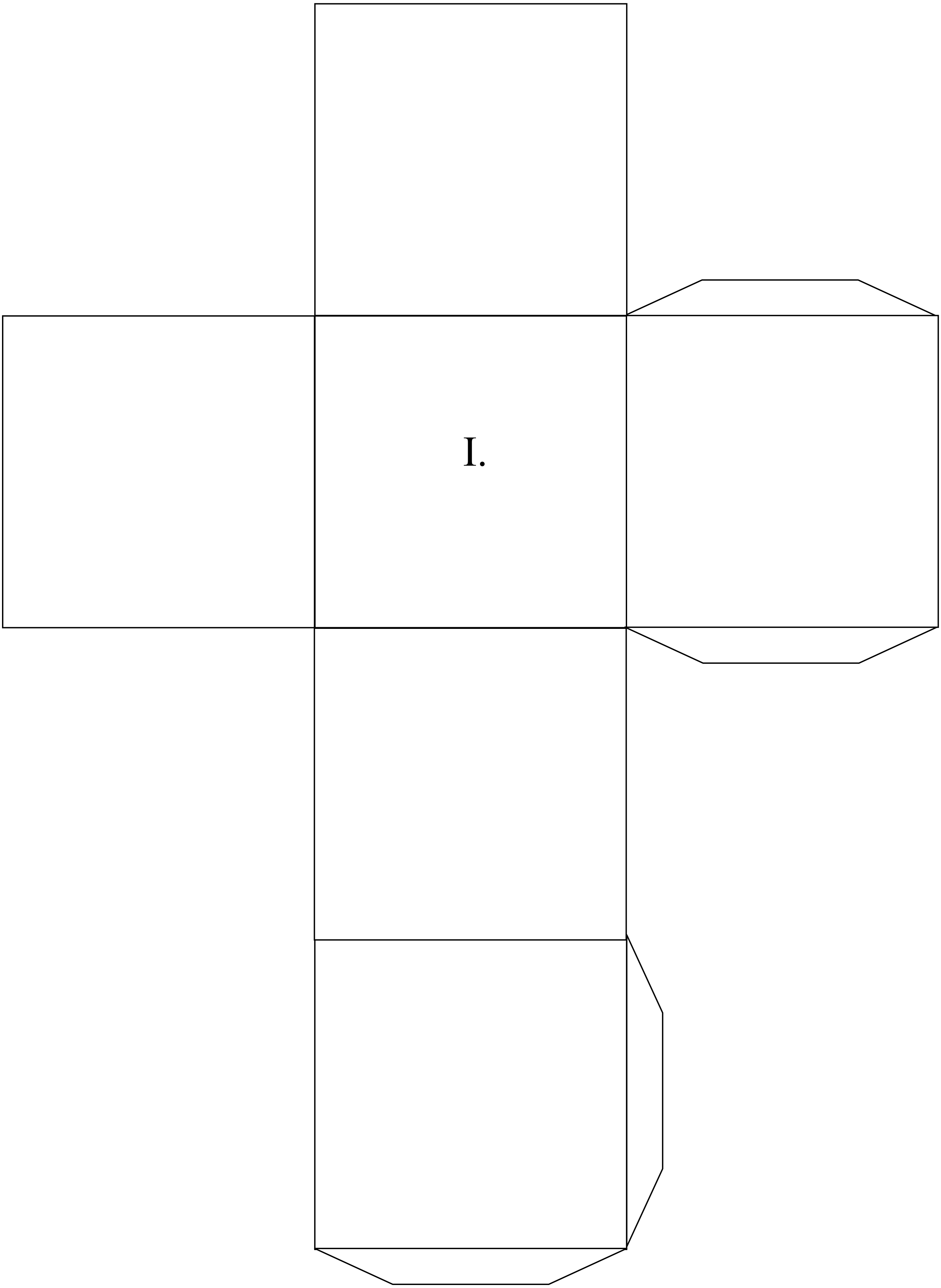
Csoportonként 1 db ebben a méretben sima lapon.

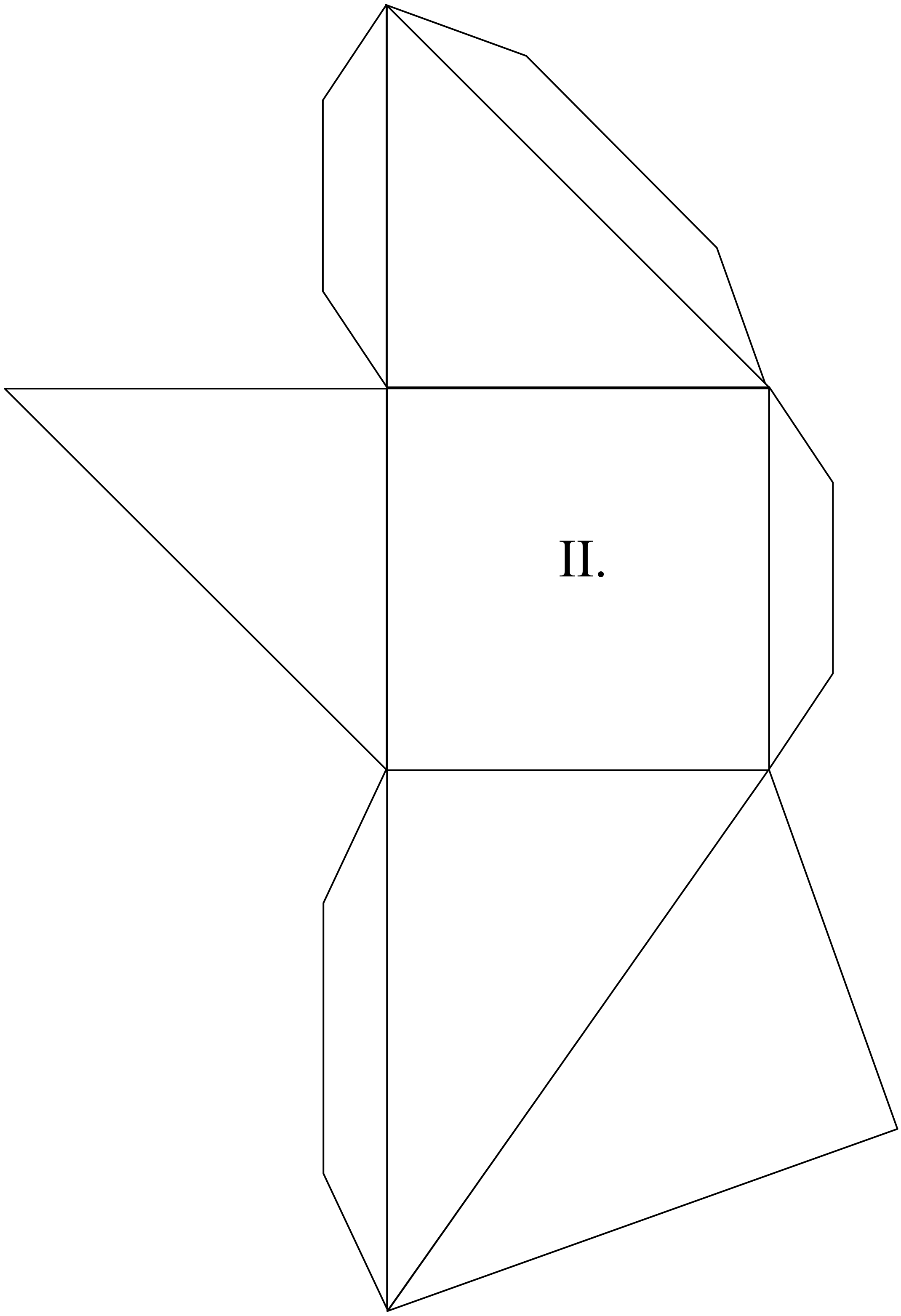
0881. modul 6. tanári mellékletében szereplő gúlák oldalhosszai, egyéb adatai a felszínszámításhoz

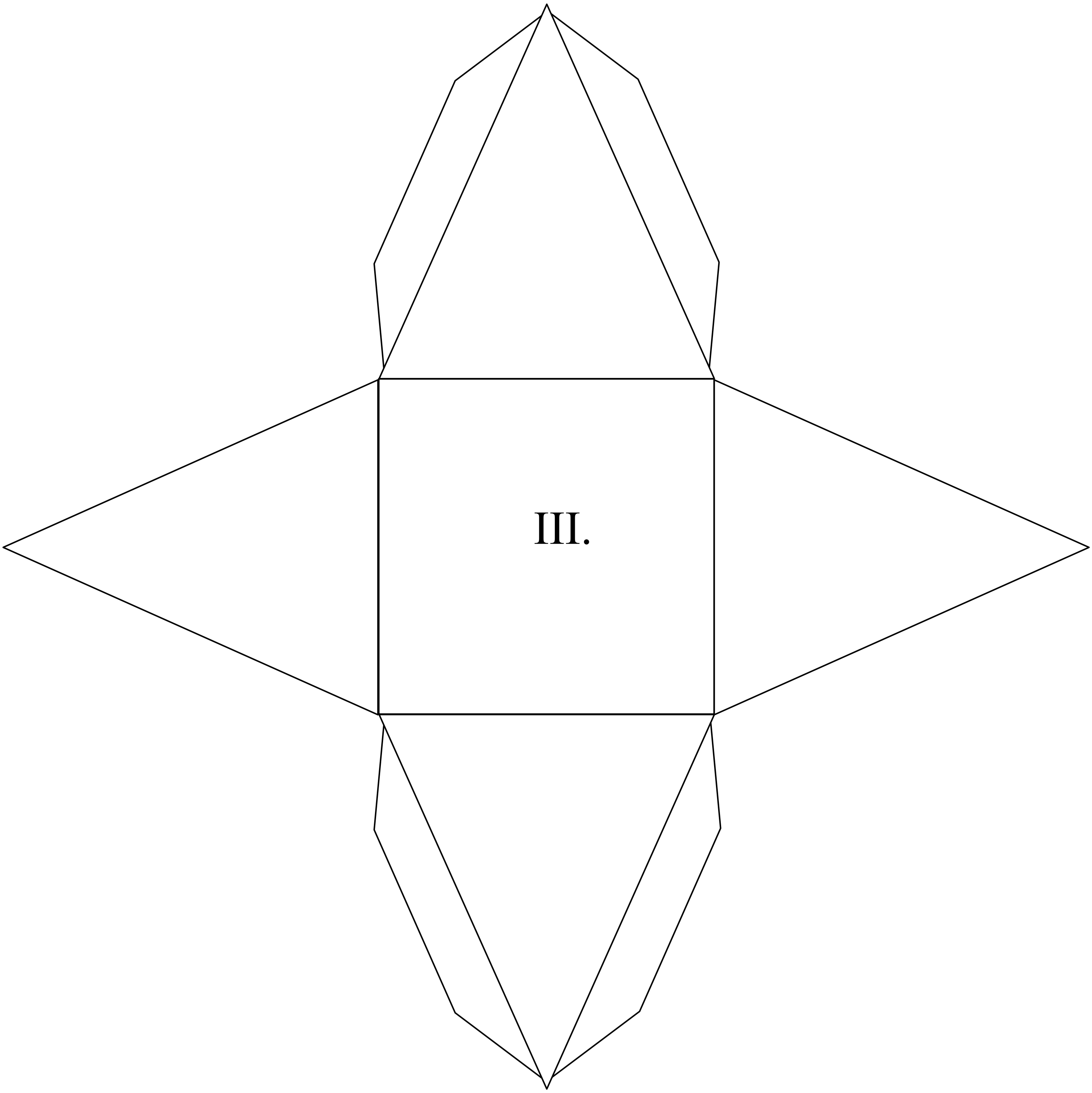
Fél cm-re kerekített értékek	a (alapél)	m_a (alaplap háromszögeinek magassága)	m_o (oldallap magasság)	M (testmagasság)
hatoldalú	4	3,5	5	3,5
háromoldalú	7	6	6	5,5
négyoldalú	5		7	6,5
ötoldalú	4	3 (2,5 is elfogadható)	7	6,5

0883 – 2. tanári melléklet

Darabszám: Kocka és beleillő 3 db, illetve beleillő 6 db gúla hálója (Az első hálót (I. jelű) egyszer, a másodikat (II. jelű) háromszor, a harmadikat (III. jelű) hatszor kell kinyomtatni.) Osztályonként 1 készlet
Anyag: erős (ha lehet színes) kartonpapírra nyomva.


I.


II.


III.