
GEOMETRIAI TRANSZFORMÁCIÓ

Rendszerező ismétlés

KÉSZÍTETTE: BIRLONI SZILVIA

MODULLEÍRÁS

| | |
|--------------------------------------|---|
| A modul célja | A tanult transzformációk rendszerező ismétlése. A transzformáció szemlélet fejlesztése. Ismeretek rendszerezése gondolattérkép módszerével. Felmérés. |
| Időkeret | 3 óra |
| Ajánlott korosztály | 8. osztály |
| Modulkapcsolódási pontok | <i>Tágabb környezetben:</i> művészetek területén: építészet, festészet, biológia, technika, fizika. <i>Szűkebb környezetben:</i> Geometriai ismétlés modul. |
| A képességfejlesztés fókuszai | <i>Számolás kompetencia:</i> Koordinátarendszer használata, műveletek koordinátákkal, arányok megállapítása. <i>Mérés, becslés:</i> Alakzatok méretének becslése, mérése. Méretek változása különböző transzformációk során. <i>Kombináció rendszerezés kompetencia:</i> Csoportosítás, kategorizálás. Transzformációk rendszerezése. <i>Indukció dedukció:</i> Transzformációk megfigyelése, konkrét esetekből általános tulajdonságok megfogalmazása, azonosságok és különbözőségek megfigyelése. <i>Szövegértés kompetencia:</i> tulajdonságok, eljárások megfogalmazása, állítások értelmezése, igazságtartalmuk megállapítása. |

AJÁNLÁS

A diákok négyfős csoportokban ülnek, olyan elrendezésben, hogy minden diák kényelmesen lássa a táblát is. A munkaformák egy része kooperatívan szervezett, ezért a tanárnak célszerű ennek módszertanát továbbképzés keretében elsajátítani. Ez a forma lehetővé teszi, hogy a matematikai kompetenciák mellett a diákok szociális készségeit is fejlesszük. Érdemes hangsúlyt fektetni a csoportépítésre és az együttműködési szándék kialakítására, mert a ráfordított idő a későbbi együttműködést kívánó feladatok megoldásánál megtérül. Idővel a gyerekeknek természetessé válik az együttműködés. Támogassuk őket, ha a feladatok megoldásánál a csoportokon belül szívesen segítik egymást, megbeszélik feladataik végeredményét.

TÁMOGATÓ RENDSZER

A modulban előforduló kooperatív módszerek részletes leírása, illetve további módszerek és útmutatások: Dr. S. Kagan: Kooperatív tanulás. c. könyvében található.

A geometriai transzformációk témájának feldolgozásához tanári demonstráció céljára ajánlom a Balázs-Diák Kft. Geometriai transzformációk c. matematika fólia mappáját. Ezek illusztrációs, applikációs fóliákat és feladatlapokat és tanári útmutatókat is tartalmaznak, melyek jól használhatók a modul kiegészítésére, szemléltetésre.

ÉRTÉKELÉS

A tanár a csoportok munkáját folyamatosan figyelemmel kíséri, szükség esetén segíti, illetve javítja a feladatok megoldását. Visszajelzést ad a csoportok együttműködéséről. Az egyéni, páros és csoportos feladatok megoldása pontozható, szükség esetén osztályzattá váltható. A téma lezárásaként ajánljuk a felmérő megíratását.

MODULVÁZLAT

| Lépések, tevékenységek | | Kiemelt készségek, képeségek | Eszközök, Feladatok |
|--|----------------------------------|---------------------------------|------------------------|
| I. A transzformációk összefoglalása I. | | | |
| 1. | A szempontok összegyűjtése | | |
| 2. | Strukturálás | rendszerezés | |
| 3. | Témák kiosztása | | |
| 4. | Kidolgozás | kreativitás | Csomagolópapír, filcek |
| II. A transzformációk összefoglalása II | | | |
| 1. | Bemutatók | kommunikáció | |
| 2. | Fülldöntés | szövegalkotás | |
| 3. | Gyakorlás | | 1. feladatlap |
| III. Felmérés | | | |
| 1. | Tanultak diagnosztikus felmérése | | Felmérő feladatlap |

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. A transzformációk összefoglalása I.

1. A szempontok összegyűjtése

Mondjuk el, hogy ezen az órán a csoportok különböző geometriai transzformációkkal fognak dolgozni! Az a cél, hogy rendszerezzék a témában meglévő ismereteiket. Ehhez szükség van arra, hogy összegyűjtsük, mik azok az alapvető információk, tulajdonságok, amiket meg szoktunk vizsgálni egy geometriai transzformáció leírásánál. A csoportok a szóforgó szabálya szerint készítsenek egy írott listát ezekről az információkról! Hangsúlyozzuk, hogy még ne gondolkodjanak konkrét transzformációban, csak információkban illetve vizsgálandó tulajdonságban! Például szerepelhet a listán a szerkesztési eljárás, vagy az, hogy meg kell vizsgálni szakasz és képeinek hosszát...

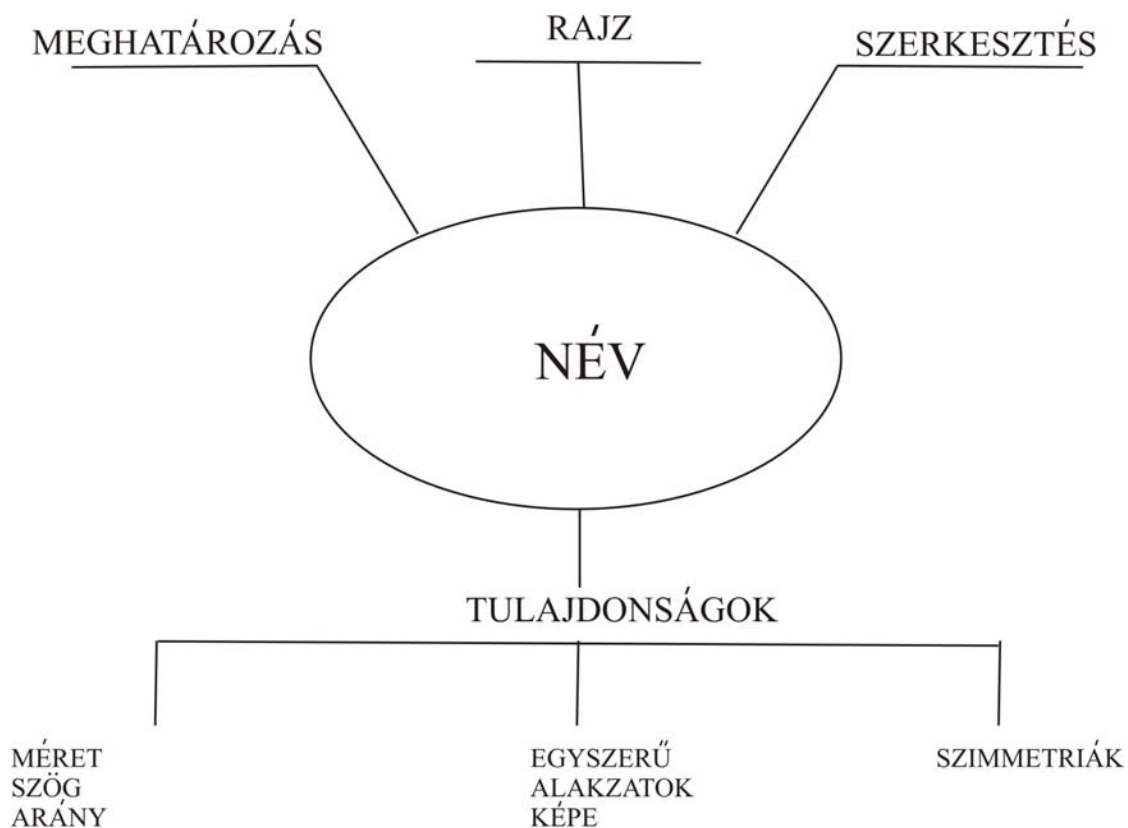
Adjunk meghatározott időt a csoportokon belüli gyűjtésre (kb. 10 perc)!

A megadott idő elteltével a csoportforgó szabályai szerint – egymás után minden csoport egy-egy információt felolvas a listájáról, ügyelve arra, hogy a már elhangzottakat ne ismétlje – közös listát készítsünk a táblára. Itt alkalmazzunk rajzos jeleket, illetve rövidítéseket!

2. Strukturálás

A közös lista bizonyára elég „fésületlen” lesz, ezért kérjük meg a csoportokat, hogy próbálják meg a táblán lévő fogalmakat csoportosítani, és tematizálni (vagyis az azonos csoportba kerülőket közös címkével ellátni)! A cél, hogy 3-5 csoportnál ne legyen több. Ezekben a csoportokban lehet különböző mennyiségű fogalom. Ezeket a fogalmakat helyezték el egy A4-es lapon úgy, hogy az egymáshoz való viszonyuk is megjelenjen (fogalomtérkép)! A tanár körbejárva segítse a csoportok munkáját!

Amennyiben a gyerekek járatlanok az ilyen feladatok megoldásában, és nem boldogulnak, frontálisan is megoldhatjuk a fogalomtérkép készítését. Javaslatokat kérünk az összetartozó fogalmakra, és ezeket a táblán azonos színnel aláhúzzuk. Ha már a fogalmak többségét így megjelöltük, akkor kérjük javaslatot az azonos színűek elnevezésére, és ezt írjuk le külön, nyomtatott nagybetűkkel! Ha minden fogalmat besoroltunk a listából, akkor elég csak a nagybetűsökkal tovább dolgozni, és ezeket elhelyezni, egymáshoz való viszonyuk alapján. Végül eljutunk egy ehhez hasonló ábrához:



3. Témák kiosztása

Ennek szervezése az osztály létszámától és a gyerekek tudásától illetve önállóságától függ. Négy csoportra mindenképp szükség van, a négy alapvető geometriai transzformáció feldolgozásához (ezek: tengelyes és középpontos tükrözés, eltolás és középpontos hasonlóság). Ha az osztály létszáma nagy, akkor tervezhetünk nyolc csoportot, és minden témán két csoport dolgozik. Fontos, hogy egy csoportban lehetőleg ne legyenek ötnél többen, mert akkor nem jön létre valódi együttműködés. Azt is megtehetjük, hogy a négy témához még választunk egyet vagy kettőt (például az elforgatást és egy torzító transzformációt), ha öt vagy hat csoport megszervezése szükséges.

Ha megszerveződtek a csoportok, osszuk ki közöttük a témákat! (Lehet sorsolással, de megfelelő előkészítés esetén lehet érdeklődés szerint.)

4. Kidolgozás

A csoportok feladata egy plakát készítése, amely tartalmazza az adott transzformációval kapcsolatos fontos tudnivalókat, lehetőleg átlátható, beszédes illusztrációkkal ellátott formában. Az elkészítés során használhatják könyveiket, füzeteket. (A korábbi könyvekről gondoskodhat a tanár, vagy előző órán kell szólni, hogy hozzák magukkal.)

A kidolgozásnál tartsák szem előtt az óra első felében elkészített segédletet, és fogalomgyűjteményt!

Ha szükséges, a plakátok befejezését adjuk fel házi feladatnak.

II. A transzformációk összefoglalása II.

1. Bemutatók

A csoportok megismertetik egymást plakátjaik tartalmával. Ezt szervezhetjük úgy, hogy minden csoportból a szóvivő kimegy a táblához a plakáttal, és elmagyarázza. Szervezhetünk magyarázó csoportokat is a fordított szakértői mozaik módszerével – vagyis minden magyarázó csoport úgy áll össze, hogy az összes plakáttól van benne egy ember. Ekkor a magyarázat forgószínpadszerűen, a csoportok plakáttól plakátig történő vándorlásával történhet meg. A gyerekek a füzetükbe készítsék el minden geometriai transzformáció vázlatát!

2. Füllentős

A magyarázatok után, ellenőrzésként játszunk egy füllentöst. Minden csoport a saját maga által kidolgozott geometriai transzformációval kapcsolatosan fogalmazzon meg két igaz és egy hamis állítást. A többieknek ki kell találni, hogy melyik a hamis állítás.

TUDNIVALÓ:

A tanult síkbeli geometriai transzformációk közül a tengelyes és középpontos tükrözés, eltolás valamint az elforgatás egybevágósági transzformáció. Ez azt jelenti, hogy bármely alakzat és képe esetén a megfelelő szakaszok hossza egyenlő. Ez azt is jelenti, hogy az alakzat és a képe mozgatással fedésbe hozható. Az ilyen geometriai transzformációk szögtartók is.

3. Gyakorlás

Párban dolgozva oldják meg a gyerekek a következő vegyes feladatokat tartalmazó feladatsort! A tanár körbejárva segítse munkájukat! Ha szükségesnek látja, akkor a lemaradó, illetve nagyon ügyes gyerekeknek differenciáltan jelöljön ki feladatokat a feladatgyűjteményből!

1. FELADATLAP

1. A következő táblázatban vektorok kezdőpontjait illetve végpontjait adtuk meg. Ábrázold ezeket koordináta-rendszerben, és színezd egyformára az azonosakat!

| név | <i>a</i> | <i>b</i> | <i>c</i> | <i>d</i> | <i>e</i> | <i>f</i> | <i>g</i> | <i>h</i> |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| kezdőpont | (-2; 5) | (5; 8) | (0; 3) | (4; -3) | (7; 5) | (-6; 2) | (-4; 6) | (-1; -5) |
| végpont | (1; 3) | (2; 6) | (3; 1) | (7; -1) | (10; 7) | (-3; 0) | (-7; 4) | (2; 7) |

2. Rajzold meg a koordináta-rendszerben azt a négyszöget, melynek csúcsai a következők:

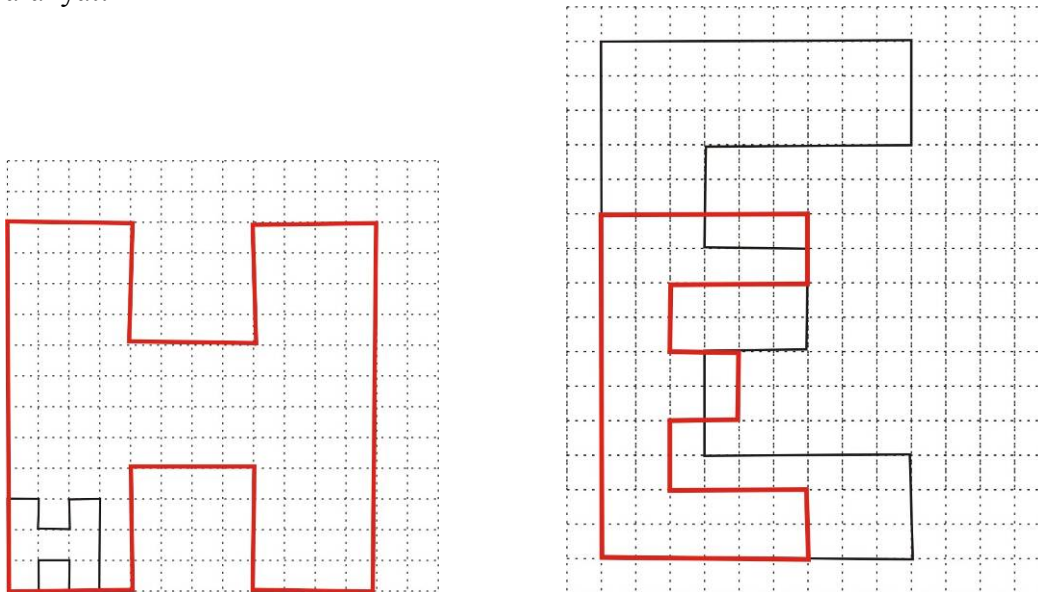
$A(-7; 1)$, $B(-3; 1)$, $C(0; 7)$, $D(-4; 7)$! Milyen négyszöget kaptál? **Paralelogrammát.**

- Tükrözd a négyszöget az y tengelyre, és olvasd le a koordinátáit! Mit tapasztalsz?
- Told el a négyszöget úgy, hogy az A csúcsa a $(-3; -2)$ pontba kerüljön! Olvasd le a többi csúcs koordinátáját! Mit tapasztalsz?
- Keress a rajzodon egyállású és fordított állású szögeket, és színezd őket azonos színűre!

3. Rajzold meg a koordináta-rendszerben azt a négyszöget, melynek csúcsai a következők: $A(-7; 1)$, $B(-3; 1)$, $C(-1; 5)$, $D(-9; 5)$. Milyen négyszöget kaptál? **Húrtrapéz.**

- Tükrözd a négyszöget az origóra, és olvasd le a koordinátáit! Mit tapasztalsz?
- Forgasd el az eredeti négyszöget az origó körül 90° fokkal, az óramutató járásával egyező irányba! Olvasd le a koordinátáit. Mit tapasztalsz?
- Keress a rajzodon egyforma nagyságú merőleges szárú szöveget, és színezd őket azonos színnel!

4. A piros betűk a feketékből középpontos hasonlósággal készültek. Olvasd le a hasonlóság arányát!



5. Rajzolj a füzetedbe egy konkáv deltoidot!

- Nagyítsd az egyik csúcsából háromszorosára!
- Nagyítsd ugyanabból a csúcsából $\frac{3}{2}$ -szeresére!

6. Szerkessz egyenlőszárú háromszöget, melynek szárai 5 cm-esek, alapja 6 cm! Rajzolj fel egy vektort, és szerkeszd meg az háromszög eltolt képét!

III. Felmérő

1. Tanultak diagnosztikus felmérése

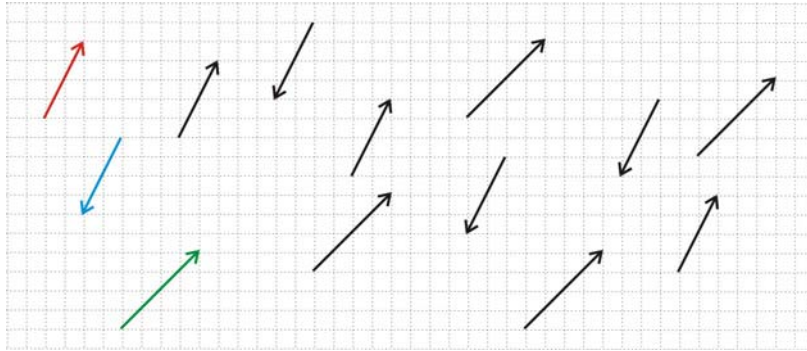
FELMÉRŐ

Név: _____

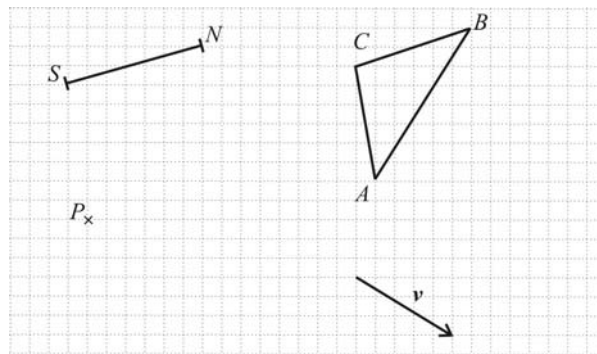
8. évfolyam, Geometriai transzformációk

A CSOPORT

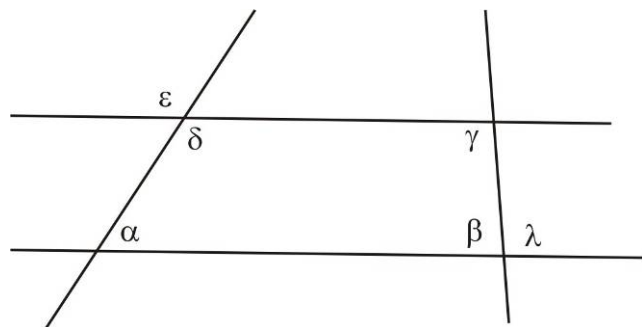
1. Keresd meg a színesekkel azonos vektorokat és színezd őket azonos színnel!



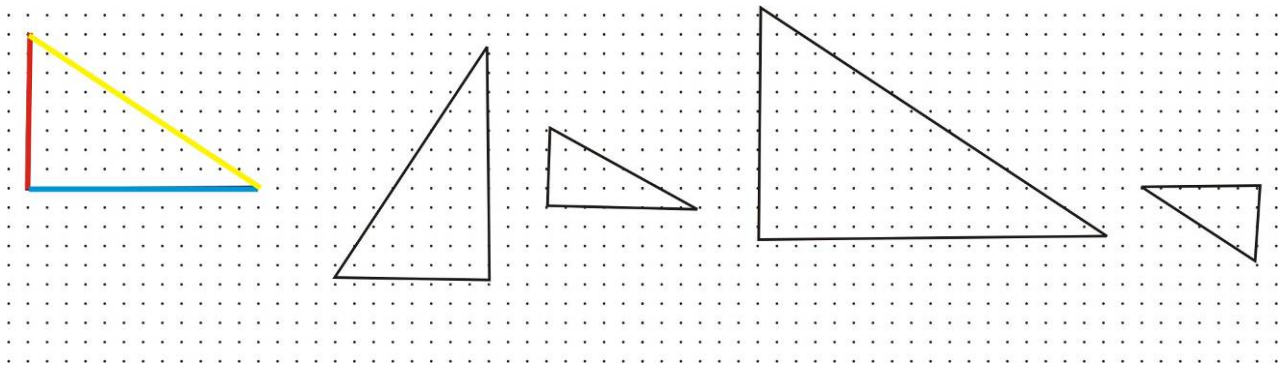
2. Told el a pontot, a szakaszt és a háromszöget a megadott vektorral!



3. Színezd az α szöggel egyállású szögeket pirossal, és az α -val fordított állású szögeket kékkel! Számítsd ki a trapéz szögeit, ha tudod, hogy $\varepsilon = 107^\circ$ és $\lambda = 98^\circ$!

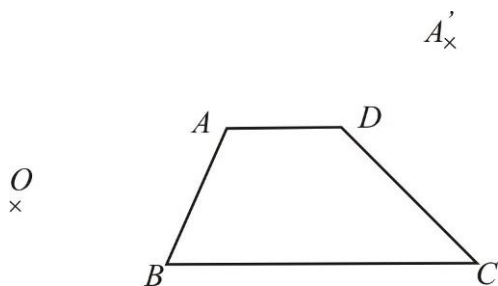


4. Keresd a színes háromszöghöz hasonló háromszögeket, és színezd az oldalait megfelelő színnel! Mindegyik esetben add meg a hasonlóság arányát! Azt is jelezd, ha nem hasonló a háromszög a színes háromszöggel!



5. Szerkessz háromszöget, melynek oldalai $AB = 4,2$ cm, $BC = 5,4$ cm és $AC = 2,8$ cm! Vegyél fel egy O pontot a háromszögon kívül, és szerkeszd meg a háromszög középpontosan hasonló képét, ha O a középpont, és a hasonlóság aránya 3.

6. Készítsd el az $ABCD$ trapéz középpontosan hasonló képét úgy, hogy az A csúcs képe A' legyen!



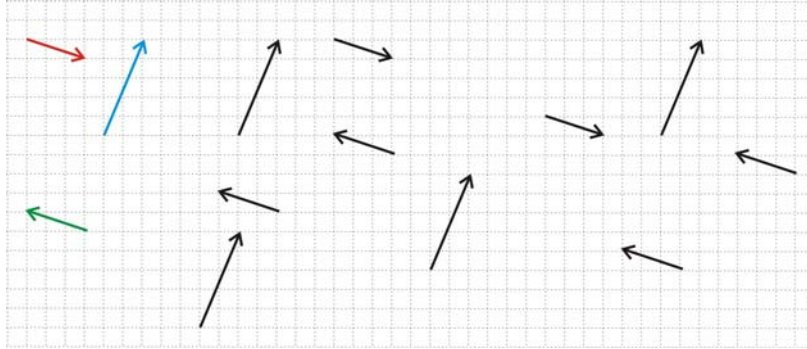
FELMÉRŐ

Név: _____

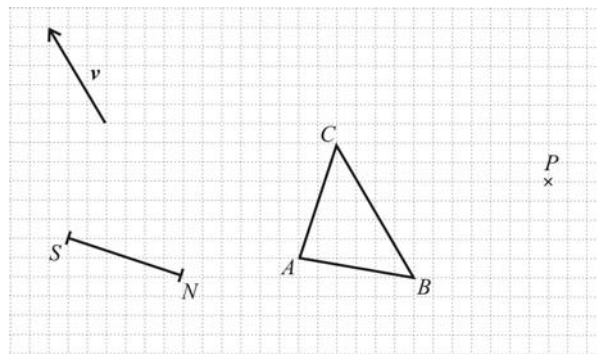
8. évfolyam, Geometriai transzformációk

B CSOPORT

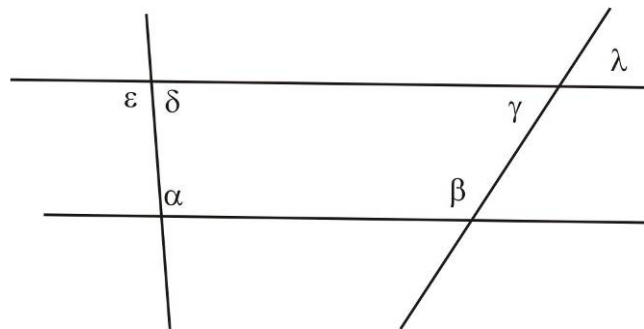
1. Keresd meg a színesekkel azonos vektorokat és színezd őket azonos színnel!



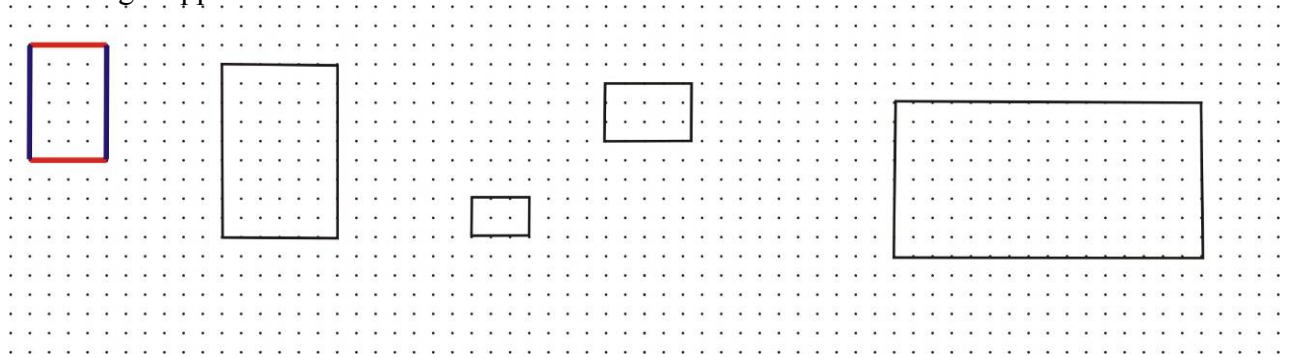
2. Told el a pontot, a szakaszt és a háromszöget a megadott vektorral!



3. Színezd az α szöggel egyállású szöveget pirossal, és az α -val fordított állású szöveget kékkel! Számítsd ki a trapéz szögeit, ha tudod, hogy $\varepsilon = 93^\circ$ és $\lambda = 46^\circ$!



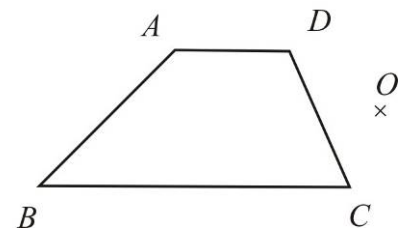
4. Keres a színes téglalaphoz hasonló téglalapokat, és színezd az oldalait megfelelő színnel! Mindegyik esetben add meg a hasonlóság arányát! Azt is jelezd, ha nem hasonló a téglalap a színes téglalappal!



5. Szerkessz háromszöget, melynek oldalai $AB = 5,2$ cm, $BC = 3,8$ cm és $AC = 6,5$ cm! Vegyél fel egy O pontot a háromszögön kívül, és szerkessz meg a háromszög középpontosan hasonló képét, ha O a középpont, és a hasonlóság aránya 3.

6. Készítsd el az $ABCD$ trapéz középpontosan hasonló képét úgy, hogy az A csúcs képe A' legyen!

A'_x



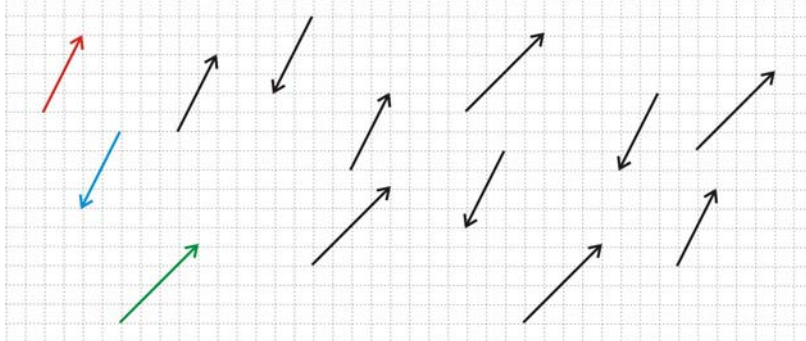
FELMÉRŐ

Név: _____

8. évfolyam, Geometriai transzformációk

A CSOPORT (MEGOLDÁS)

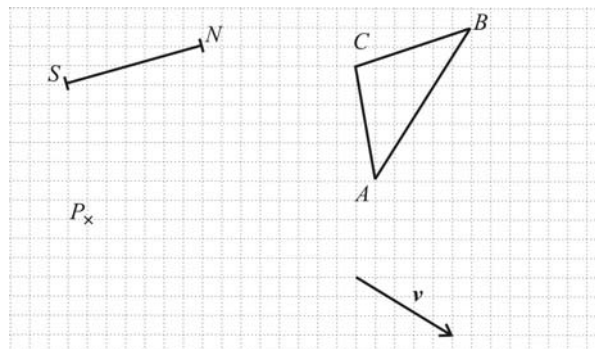
1. Keresd meg a színesekkel azonos vektorokat és színezd őket azonos színnel!



Helyesen színezett vektoronként 0,5 pont.

5 pont

2. Told el a pontot, a szakaszt és a háromszöget a megadott vektorral!

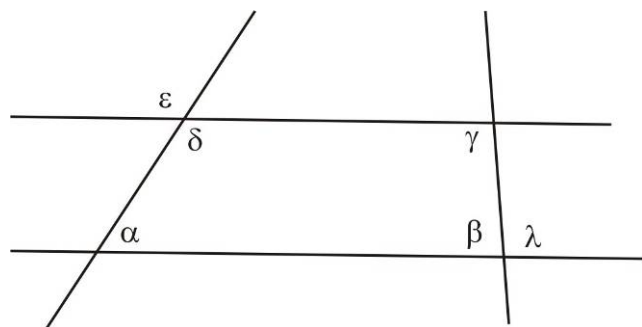


Pont: 1 pont, szakasz: 2 pont, háromszög: 3 pont.

6 pont

3. Színezd az α szöggel egyállású szögeket pirossal, és az α -val fordított állású szögeket kékkel! Számítsd ki a trapéz szögeit, ha tudod, hogy $\varepsilon = 107^\circ$ és $\lambda = 98^\circ$!

$$\alpha = 73^\circ \quad \beta = 82^\circ \quad \gamma = 98^\circ \quad \delta = 107^\circ$$

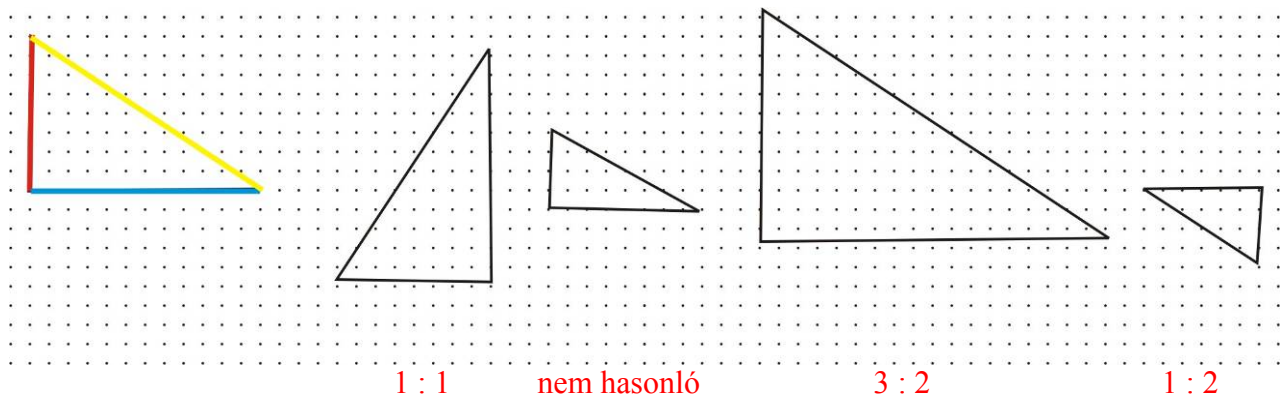


Egyállású: 1 pont, fordított állású: 1-1 pont (összesen 2 pont). A trapéz szögei 1-1 pont (összesen 4 pont).

7 pont

-

4. Keres a színes háromszöghöz hasonló háromszögeket, és színezd az oldalait megfelelő színnel! Mindegyik esetben add meg a hasonlóság arányát! Azt is jelezd, ha nem hasonló a háromszög a színes háromszöggel!



Minden helyes színezésért 1 pont, megfelelő arányok 1-1 pont.

6 pont

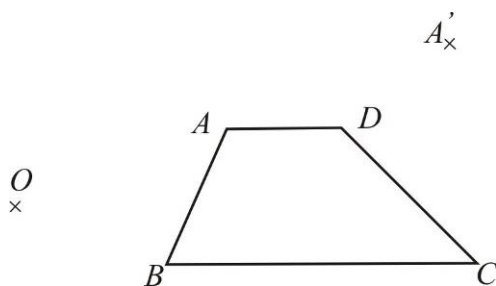
5. Szerkessz háromszöget, melynek oldalai $AB = 4,2$ cm, $BC = 5,4$ cm és $AC = 2,8$ cm!

Vegyél fel egy O pontot a háromszögön kívül, és szerkeszd meg a háromszög középpontosan hasonló képét, ha O a középpont, és a hasonlóság aránya 3.

Háromszög megszerkesztése 2 pont, hasonló kép 3 pont.

5 pont

6. Készítsd el az $ABCD$ trapéz középpontosan hasonló képét úgy, hogy az A csúcs képe A' legyen!



Csúcsenként 2-2 pont.

6 pont

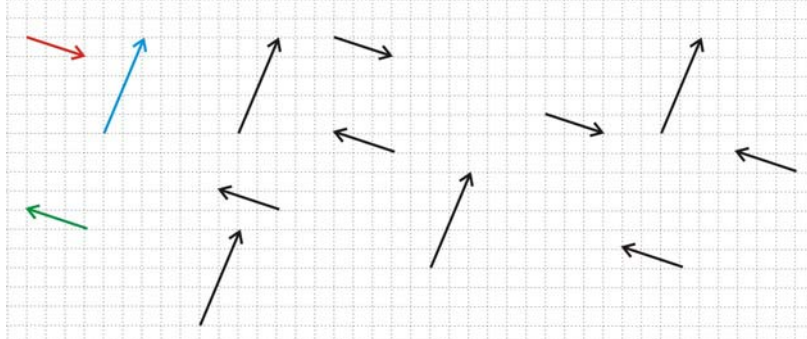
FELMÉRŐ

Név: _____

8. évfolyam, Geometriai transzformációk

B CSOPORT (MEGOLDÁS)

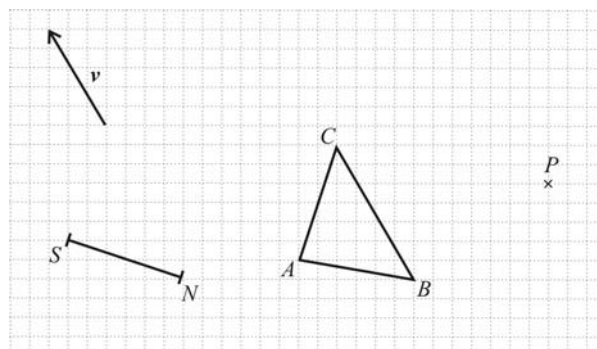
1. Keresd meg a színesekkel azonos vektorokat és színezd őket azonos színnel!



Helyesen színezett vektoronként 0,5 pont.

5 pont

2. Told el a pontot, a szakaszt és a háromszöget a megadott vektorral!

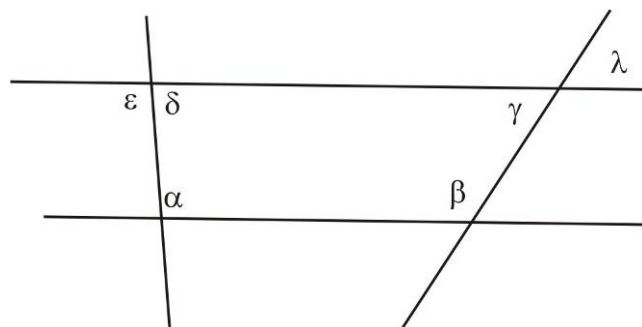


Pont: 1 pont, szakasz: 2 pont, háromszög: 3 pont.

6 pont

3. Színezd az α szöggel egyállású szöveget pirossal, és az α -val fordított állású szöveget kékkel! Számítsd ki a trapéz szögeit, ha tudod, hogy $\varepsilon = 93^\circ$ és $\lambda = 46^\circ$!

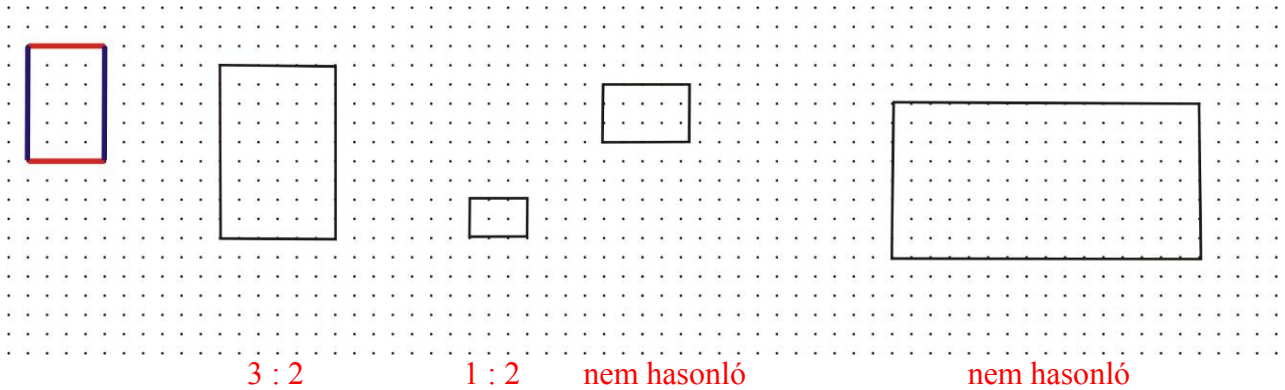
$$\alpha = 93^\circ \quad \beta = 134^\circ \quad \gamma = 46^\circ \quad \delta = 87^\circ$$



Egyállású: 1 pont, fordított állású: 1-1 pont (összesen 2 pont). A trapéz szögei 1-1 pont (összesen 4 pont).

7 pont

4. Keresd a színes téglalaphoz hasonló téglalapokat, és színezd az oldalait megfelelő színnel! Mindegyik esetben add meg a hasonlóság arányát! Azt is jelezd, ha nem hasonló a téglalap a színes téglalappal!



Minden helyes színezésért 1 pont, megfelelő arányok 1-1 pont.

6 pont

5. Szerkessz háromszöget, melynek oldalai $AB = 5,2$ cm, $BC = 3,8$ cm és $AC = 6,5$ cm!

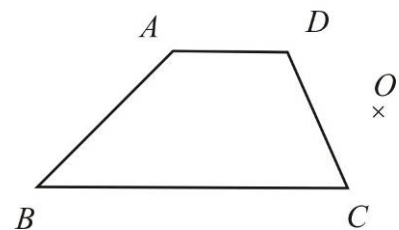
Vegyél fel egy O pontot a háromszögon kívül, és szerkessz meg a háromszög középpontosan hasonló képét, ha O a középpont, és a hasonlóság aránya 3.

Háromszög megszerkesztése 2 pont, hasonló kép 3 pont.

5 pont

6. Készítsd el az $ABCD$ trapéz középpontosan hasonló képét úgy, hogy az A csúcs képe A' legyen!

A'_x



Csúcsenként 2-2 pont.

6 pont