

---

# GEOMETRIAI TRANSZFORMÁCIÓ

A pont körüli elforgatás

---

KÉSZÍTETTE: BIRLONI SZILVIA

## MODULLEÍRÁS

<b>A modul célja</b>	Tapasztalatok gyűjtése a pont körüli elforgatásról, másolópapír, pontrács és koordinátarendszer használatával. Ismerkedés a merőleges szárú szögekkel.
<b>Időkeret</b>	2 óra
<b>Ajánlott korosztály</b>	8. osztály
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	<i>Tágabb környezetben:</i> művészetek területén: építészet, festészet, biológia, technika, fizika. <i>Szűkebb környezetben:</i> Geometriai ismétlés modul. <i>Ajánlott követő tevékenységek:</i> 0873. modul (hasonlóság).
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	<i>Számolás kompetencia:</i> koordinátarendszer használata, műveletek koordinátákkal, arányok megállapítása. <i>Mérés, becslés:</i> alakzatok méretének becslése, mérése. Méretek változása különböző transzformációk során. <i>Kombináció rendszerezés kompetencia:</i> transzformációk rendszerezése. <i>Indukció dedukció:</i> transzformációk megfigyelése, konkrét esetekből általános tulajdonságok megfogalmazása, azonosságok és különbözőségek megfigyelése. <i>Szövegértés kompetencia:</i> tulajdonságok, eljárások megfogalmazása, állítások értelmezése, igazságtartalmuk megállapítása.

## AJÁNLÁS

A diákok négyfős csoportokban ülnek, olyan elrendezésben, hogy minden diák kényelmesen lássa a táblát is. A munkaformák egy része kooperatívan szervezett, ezért a tanárnak célszerű ennek módszertanát továbbképzés keretében elsajátítani. Ez a forma lehetővé teszi, hogy a matematikai kompetenciák mellett a diákok szociális készségeit is fejlesszük. Érdemes hangsúlyt fektetni a csoportépítésre és az együttműködési szándék kialakítására, mert a ráfordított idő a későbbi együttműködést kívánó feladatok megoldásánál megtérül. Idővel a gyerekeknek természetessé válik az együttműködés. Támogassuk őket, ha a feladatok megoldásánál a csoportokon belül szívesen segítik egymást, megbeszélik feladataik végeredményét.

## TÁMOGATÓ RENDSZER

A modulban előforduló kooperatív módszerek részletes leírása, illetve további módszerek és útmutatások: Dr. S. Kagan: Kooperatív tanulás. c. könyvében található.

A geometriai transzformációk témájának feldolgozásához tanári demonstráció céljára ajánlom a Balázs-Diák Kft. Geometriai transzformációk c. matematika fólia mappáját. Ezek illusztrációs, applikációs fóliákat és feladatlapokat és tanári útmutatókat is tartalmaznak, melyek jól használhatók a modul kiegészítésére, szemléltetésre.

## ÉRTÉKELÉS

A tanár a csoportok munkáját folyamatosan figyelemmel kíséri, szükség esetén segíti, illetve javítja a feladatok megoldását. Visszajelzést ad a csoportok együttműködéséről. Az egyéni, páros és csoportos feladatok megoldása pontozható, szükség esetén osztályzattá váltható. A téma egésze kiegészítő anyag.

# MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, Feladatok
<b>I. Pont körüli elforgatás</b>			
1.	Ráhangelődés: játék az órával	Szövegértelmezés.	Nagyméretű óra
2.	Elforgatás	Megfigyelés, dedukció.	1. feladatlap, másolópapír
<b>II. Merőleges szárú szögek</b>			
1.	Ráhangelődés	Megfigyelés.	
2.	Merőleges szárú szögek megfigyelése	Induktív és deduktív gondolkodás.	2. feladatlap
3.	Tapasztalatok alkalmazása		3. feladatlap

# A FELDOLGOZÁS MENETE

## I. Pont körüli elforgatás

### 1. Ráhangolódás: játék az órával

Mennyi az idő? Déli 12 órától indulunk, utána mindig az előző állapothoz képet adom meg az óramutatók elfordulását. Rajzold le, hogyan állnak a mutatók, és add meg, hány óra van!

A nagymutató helyben marad, a kismutató  $90^\circ$ -kal elfordul.

A kismutató alig mozdul, a nagymutató  $30^\circ$ -kal elfordul.

A kismutató alig mozdul, a nagymutató  $60^\circ$ -kal elfordul.

Ha a három feladatot megbeszéltük, akkor a gyerekek a csoportokon belül folytathatják úgy, hogy egymásnak adják fel a rejtvényt, sorban egymás után.

### 2. Elforgatás

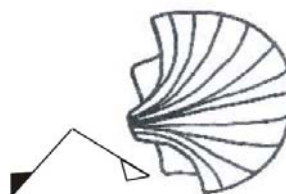
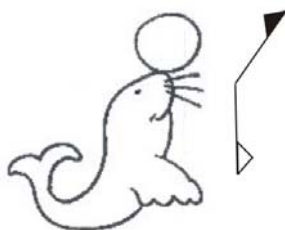
A következő feladatok célja, hogy a gyerekek ismerkedjenek az elforgatással, és a  $90^\circ$ -os elforgatásról szerezzenek tapasztalatokat, a merőleges szárú szögek tárgyalásához.

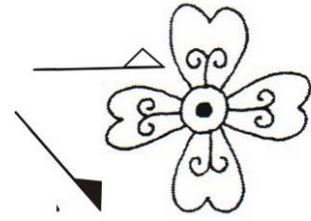
## 1. FELADATLAP

Figyeljük meg az óramutatók mozgását!



1. Másolópapírral, a zászlós mutatók segítségével végezd el az elforgatásokat! Minden esetben keresd meg a forgatás középpontját, vagyis azt a pontot, ahová a körződet besúrva el tudod forgatni a rajzot úgy, hogy a fehér zászló a feketére kerüljön!





2. Ábrázold koordináta-rendszerben a következő alakzatokat: pont  $P(2; 5)$ , szakasz:  $A(-2; -2)$  és  $B(8; -2)$ , téglalap:  $R(6; 1)$ ,  $S(11; 1)$ ,  $T(11; 3)$ ,  $V(6; 3)$ !

a) Forgasd el az alakzatokat az origó körül az óra járásával ellentétes irányban derékszöggel! Ha szükséges, használj másolópapírt!

b) Olvasd le a betűvel jelzett pontok és elforgatottjaik jelzőszámát!

$P'(-5; 2)$ ,  $A'(2; -2)$ ,  $B'(2; 8)$ ,  $R'(-1; 6)$ ,  $S'(-1; 11)$ ,  $T'(-3; 11)$ ,  $V'(-3; 6)$

c) Hova kerültek az elforgatással azok az alakzatok, amelyek eredetileg az I. síknegyedben voltak?

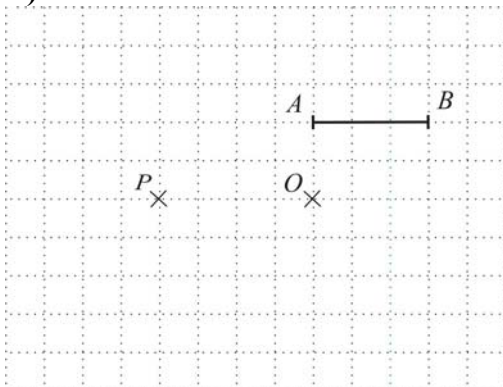
A második síknegyedbe.

d) Mit mondhatunk el az alakzatok formájáról? És méretükről?

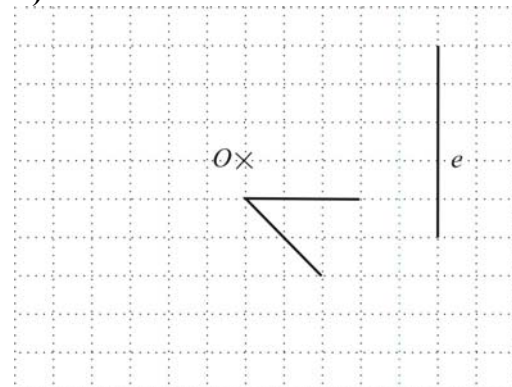
Nem változott.

3. A pontrács segítségével forgasd el az egyeneseket, szakaszokat és szögeket az O pont körül derékszöggel, az óramutató járásával egyező irányba! Ha szükséges használj másolópapírt!

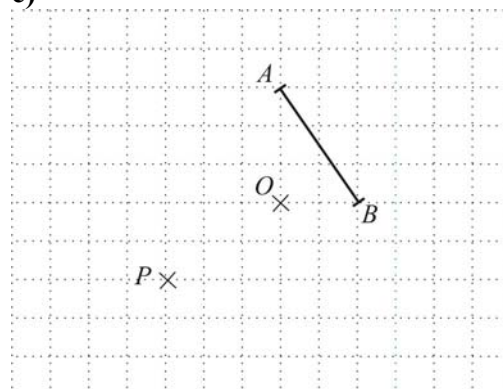
a)



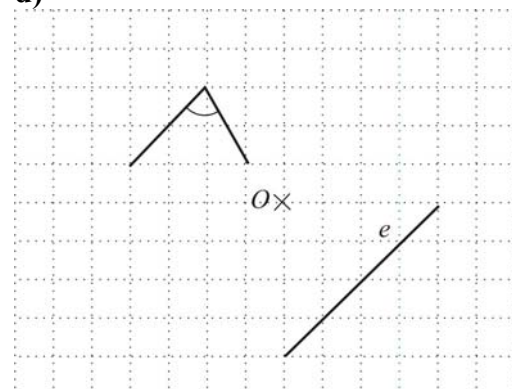
b)



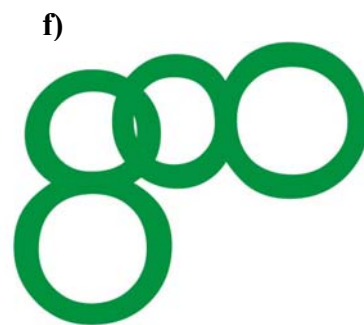
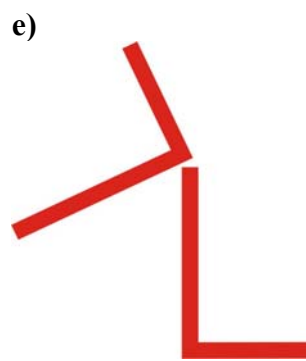
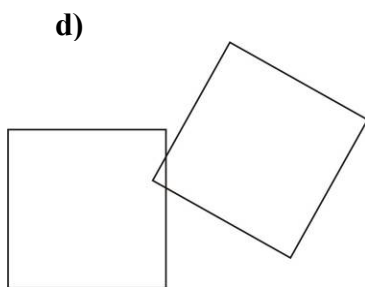
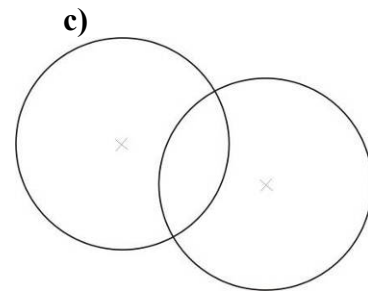
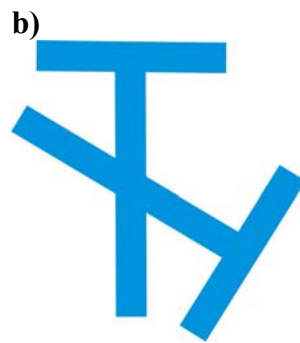
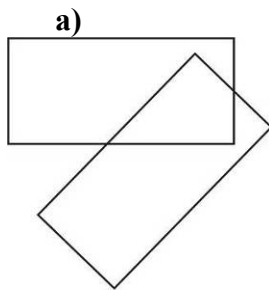
c)



d)



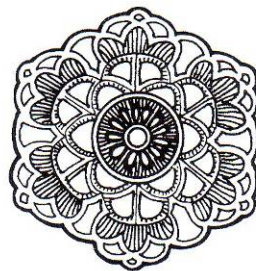
4. A képen látható alakzat párok elforgatással készültek. Másold át az egyik alakzatot pauszpapírra, és keresd meg a körződ hegyének beszúrásával azt a pontot, amely körül elforgatva a másik alakzatot megkapod!



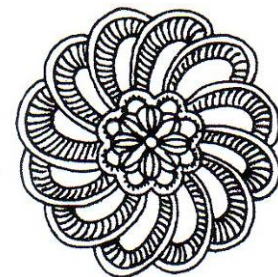
5. A következő rajzok kínai porcelánrajz motívumokat ábrázolnak. Ezek forgásszimmetrikus alakzatok. Ez azt jelenti, hogy találsz olyan középpontot, amely körül elforgatva az alakzatot valamekkora szöggel, az önmagába megy át. Jelöld meg a középpontot, és számítsd ki, hogy mekkora szöggel lehet elforgatni!



90, 180, 270°

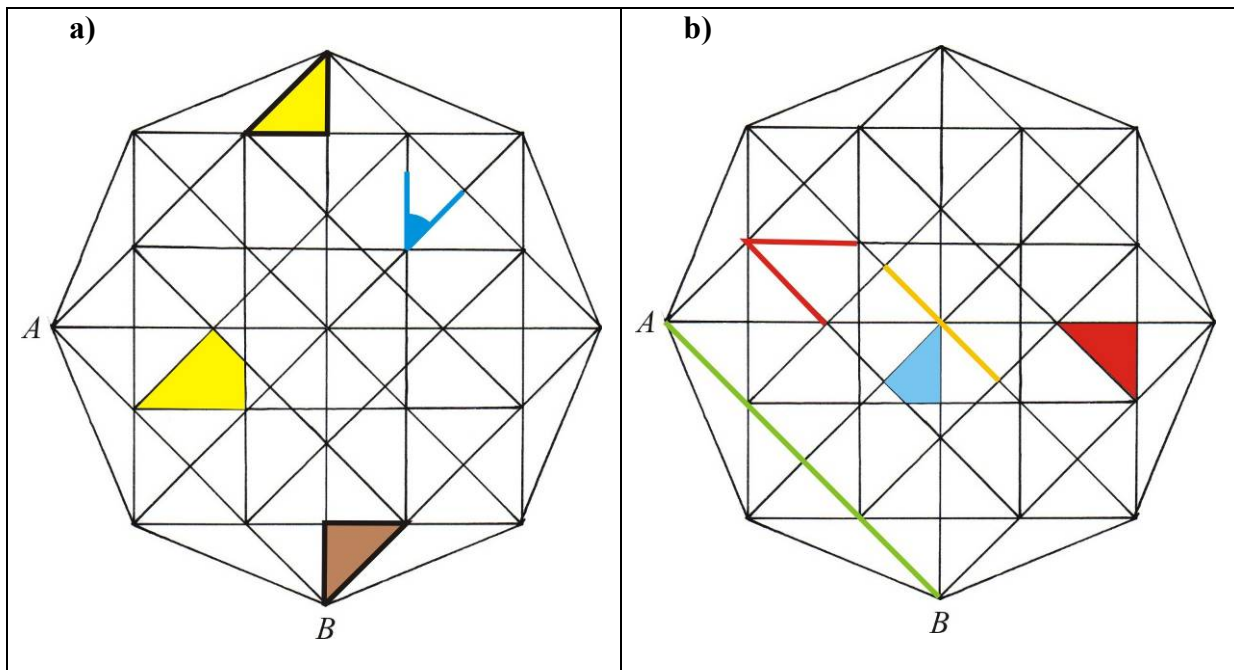


60, 120, 180, 240, 300°

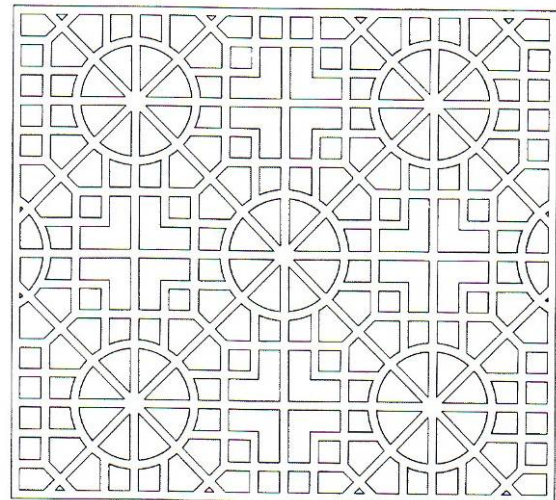


30, 60, 90, 120, 150, 180,  
210, 240, 270, 300, 330°

6. Az ábrákat elforgatjuk a középpontjuk körül  $90^\circ$ -kal úgy, hogy az  $A$  pont a  $B$  pontba kerüljön. Színezd megfelelő színnel az elforgatott képrészleteket!



7. Ez a minta egy kínai ablakrács rajzolata. Keress rajta olyan pontokat, mely körül  $90^\circ$ -kal elforgatva a minta önmagába megy át! Jelöld ezeket a pontokat pirossal! Válassz ki közülük egyet, és színezd ki négyféle színessel a rajzot úgy, hogy a kiválasztott pont körül az óra mutató járásával ellentétesen  $90^\circ$ -kal elforgatva az azonos színű részletek kerüljenek fedésbe! Ha szükséges használj másolópapírt!



## II. Merőleges szárú szögek

### 1. Ráhangolódás:

Merőleges egyenesek, félegyenesek keresése a teremben. A tanár megad egy egyenest, például a tábla felső szélének egyenesét. A csoportok gyűjtsenek olyan egyeneseket a teremben, amelyek erre merőlegesek! Emlékeztessünk arra, hogy az egyenes végtelen hosszú! Adjunk meg időhatárt (pl.: fél perc); amelyik csoport ez alatt az idő alatt a legtöbb helyes megoldást gyűjti, az adhatja fel a következő feladat kiindulási egyenesét.

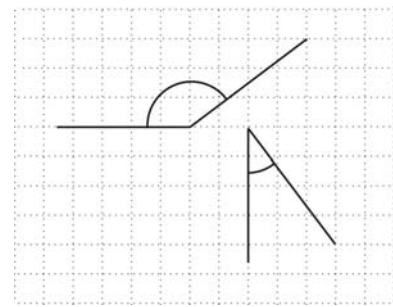
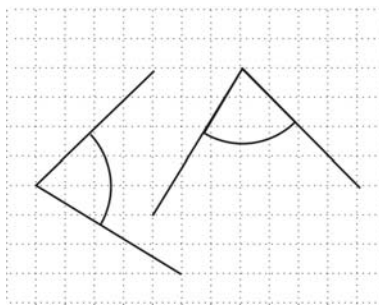
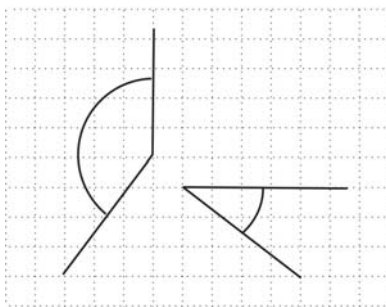
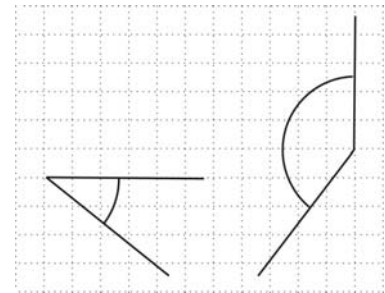
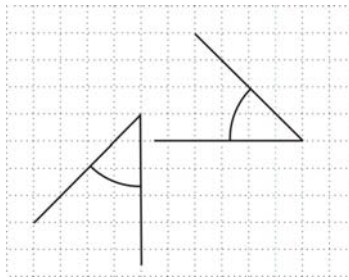
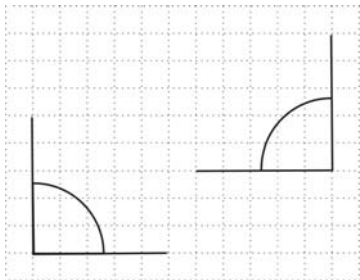


## 2. Merőleges szárú szögek megfigyelése

A következő feladatsor a merőleges szárú szögek felismerésére, fajtáinak megkülönböztetésére vezeti rá a gyerekeket. A feladatlapot önállóan oldják meg a gyerekek, és a csoporton belül egyeztetik eredményeiket társaikkal. A tanár körbejárva segítse a megoldást!

### 2. FELADATLAP

1. Figyeld meg a következő szögpárokat! Színezd egyforma színnel azokat a szögszárakat, amelyek merőlegesek egymásra!

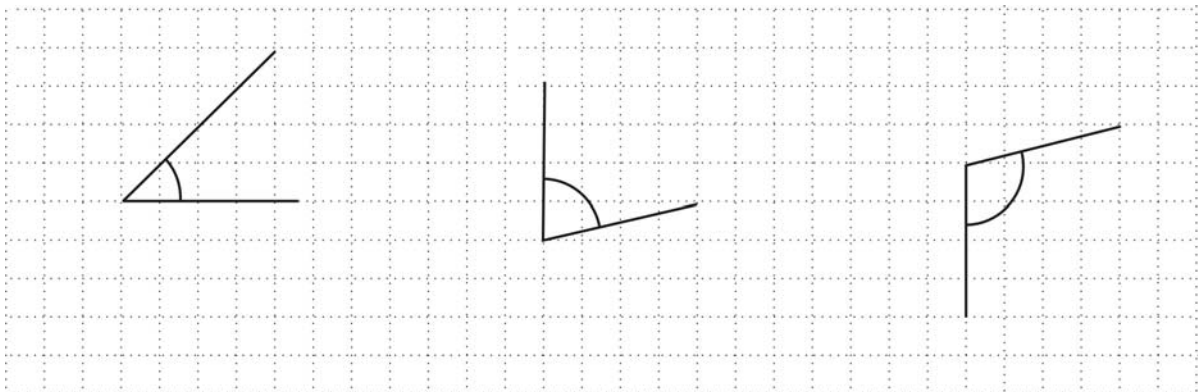


a) Karikázd be azokat a szögpárokat, amelyek derékszögű elforgatással egymásba vihetők! Próbáld megkeresni az elforgatás középpontját másolópapír segítségével. Mit lehet elmondani ezeknek a szögeknek a nagyságáról? **egyenlő**

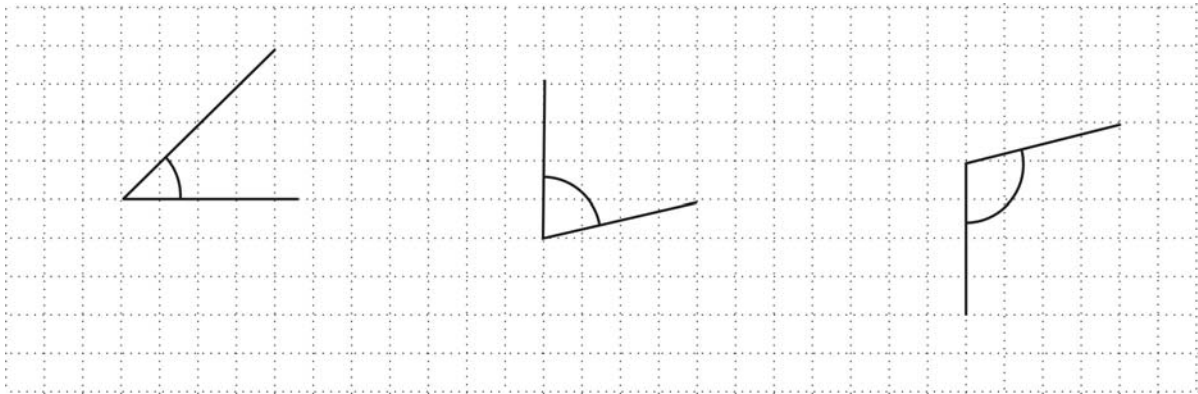
b) Mérd le azoknak a szögpároknak a nagyságát, amelyek szárai merőlegesek, de nem lehet őket elforgatással egymásba vinni! Mit tapasztalsz? **Összegük 180 fok**

2. Rajzolj a következő szögekhez merőleges szárú párokat úgy, hogy

a) az eredeti szöggel azonos nagyságú legyen a rajzolt szög!



b) az eredetitől eltérő nagyságú legyen a rajzolt szög!



c) Mérd le a b) feladatban szereplő eredeti és általad rajzolt szögek nagyságát! Mit tapasztalsz? **Összegük 180 fok**

Felhasználva az előző feladatok tapasztalatait ismertessük a merőleges szárú szögekkel kapcsolatos tudnivalókat.

### TUDNIVALÓ:

Azokat a szögeket, melyek szárai páronként merőlegesek egymásra, **merőleges szárú szögek**nek nevezzük. Vannak olyan merőleges szárú szögek, melyek elforgatással egymásba vihetők, ezek egyenlő nagyságúak. Ha van két merőleges szárú szög, és mindkettő hegyesszög (vagy tompaszög), akkor elforgatással egymásba vihetők, tehát egyforma nagyságúak.

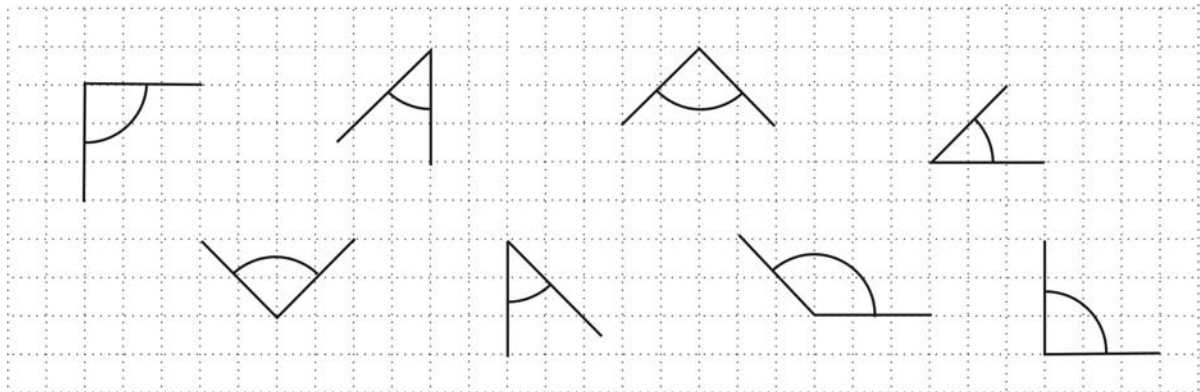


### 3. Tapasztalatok alkalmazása

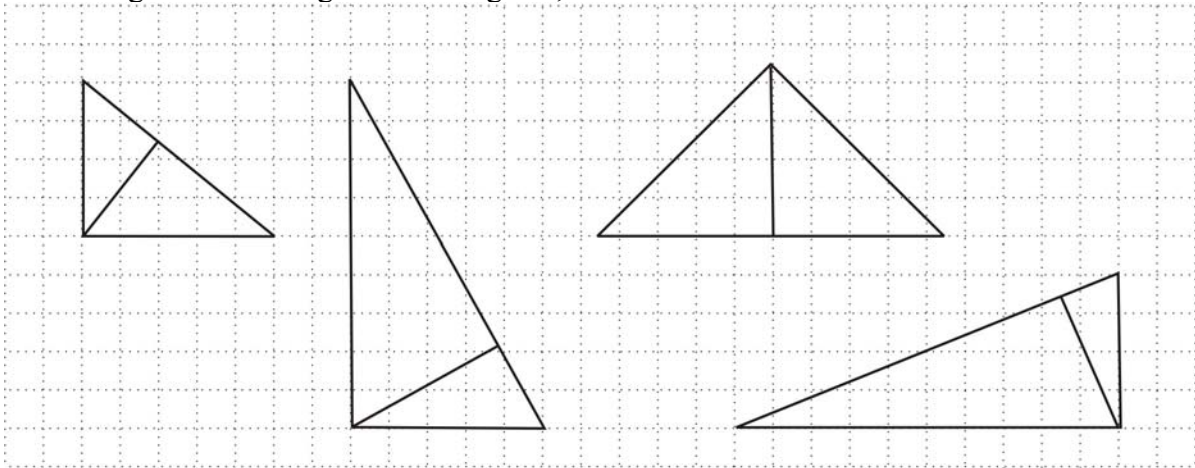
A következő feladatlapot a gyerekek önállóan oldják meg, párban megbeszélve, ellenőrizve megoldásaikat.

### 3. FELADATLAP

1. Keres az ábrán merőleges szárú szögeket, és az azonos nagyságúakat színezd egyforma színnel!



2. A rajzokon derékszögű háromszögeket látsz, az átfogóhoz tartozó magasságukkal. Keres a háromszögekben merőleges szárú szögeket, és színezd őket azonos színnel!

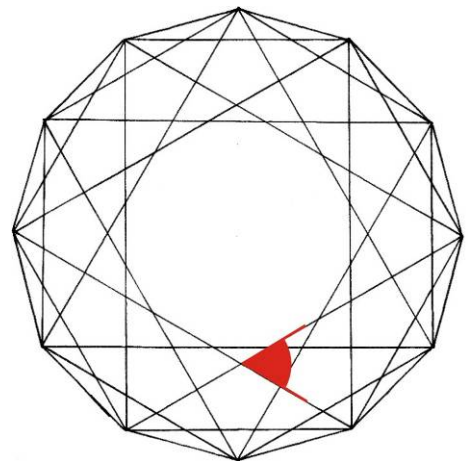


3. a) Keres a rajzon olyan szöget, amelyik a pirossal egyállású, és színezd kékre!

b) Keres a rajzon olyan szöget, amelyik a pirossal fordított állású szögpárt alkot, és színezd zöldre!

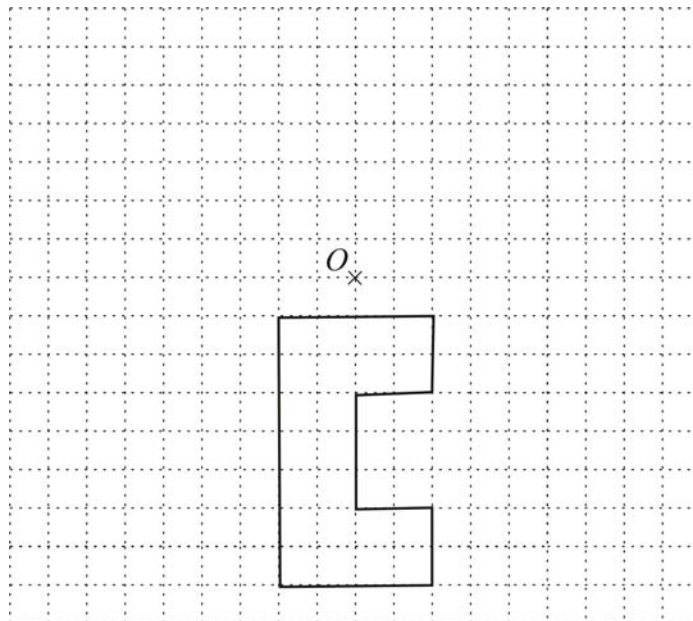
c) Keres a rajzon olyan szöget, amelyik a pirossal merőleges szárú szögpárt alkot, és ugyanakkora, és színezd sárgára!

d) Keres a rajzon olyan szöget, amelyik a pirossal merőleges szárú szögpárt alkot, és nem ugyanakkora, és színezd feketére!



## FELADATGYŰJTEMÉNY

1. Forgasd el az alakzatot az  $O$  pont körül  $90^\circ$ -kal az óramutató járásával ellentétes, majd egyező irányban! Az első esetben legyen az elforgatott alakzatok színe piros, a második esetben kék!



2. Rajzolj egy iránytűt, jelöld be a mutatóját a szöveg szerint, és add meg, hogy milyen irányt jelez!

- Az északi irányhoz képest  $45^\circ$ -kal fordult el az óramutató járásával egyező irányban.
- A keleti irányhoz képest  $90^\circ$ -kal fordult el az óramutató járásával ellentétes irányban.
- A déli irányhoz képest  $90^\circ$ -kal fordult el az óramutató járásával egyező irányban.
- Az északnyugati irányhoz képest  $45^\circ$ -kal fordult el az óramutató járásával egyező irányban.

3. a) Rajzold meg koordinátarendszerben azt a háromszöget, melynek csúcsai:

$A(2; 3)$ ,  $B(4; 3)$ ,  $C(4; 7)$ !

b) Rajzolj háromszöget, amit derékszögű elforgatással lehet megkapni az előzőből! (Használhatsz másolópapírt.) Add meg az elforgatás középpontjának koordinátáit! Olvasd le az elforgatott háromszög csúcsainak koordinátáit!

**Két megoldás van:**  $A'(3; -2)$ ,  $B'(3; -4)$ ,  $C'(4; -7)$  és  $A''(-3; 2)$ ,  $B''(-3; 4)$ ,  $C''(-4; 7)$ .

c) Keress az ábrádon merőleges szárú szögeket!

4. Rajzold meg a koordinátarendszerben azt a vektort, melynek kezdőpontja az origó, végpontja a  $(4; 5)$  pont!

a) Forgasd el a vektort az origó körül az óramutató járásával ellentétes irányba  $90$  fokkal! Van olyan pontja, amelyik helyben maradt? **Igen, a kezdőpontja az origóban.** Olvasd le a végpontjának koordinátáit!  $(-5; 4)$

b) Forgasd el az eredeti vektort az origó körül az óramutató járásával egyező irányba  $90$  fokkal! Olvasd le a végpontjának koordinátáit!  $(5; -4)$

c) Forgasd el a b) feladatban kapott vektort az origó körül az óramutató járásával egyező irányba  $90$  fokkal! Olvasd le a végpontjának koordinátáit!  $(-4; -5)$