0843. MODUL

PITAGORASZ-TÉTEL, GYÖKVONÁS

Vegyes gyakorló feladatok

KÉSZÍTETTE: VÉPY-BENYHE JUDIT

MODULLEÍRÁS

A modul célja	Pitagorasz-tétel begyakoroltatása, a négyzetgyökvonás műveletének alkalmazása készség szinten, a témát egy kisebb számonkéréssel zárjuk
Időkeret	3 tanóra
Ajánlott korosztály	8. osztály
Modulkapcsolódási pontok	*Tágabb környezetben:* fizika (mértékegység átváltások), magyar nyelv (szövegértés), informatika (Pl. Logo programozási nyelvben négyzet átlójának hosszát gyakran ki kell számolni) *Szűkebb környezetben:* Ötödik osztályos derékszögű koordinátarendszer témakör, Hetedik osztályos hatványozás fejezet, Nyolcadik osztályos négyzetgyökvonás témakör, szintén nyolcadik osztályos kiemelés, beszorzás témakör, ötödik osztályos háromszögek csoportosítása témakör, kombinatorika. *Ajánlott megelőző tevékenység:* Négyzetgyökvonás és négyzetre emelés gyakorlása, derékszögű koordináta rendszerben eligazodás felidézése, Pitagorasz-tétel *Ajánlott követő tevékenység:* Pitagorasz-tétel térgeometriai alkalmazásai: hasáb, henger, gúla, kúp adatainak kiszámításához.
A képességfejlesztés fókuszai	*Számlálás, számolás:* Mélyítjük a hatványozás ismeretét, kitekintünk az irracionális számok világába. *Mennyiségi következtetés:* Az oldalak négyzetösszegéből következtetünk a háromszög alakjára. *Becslés, mérés, valószínűségi következtetés:* Mért adatok alapján végezünk számításokat. *Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció:* Matematikatörténeti érdekességek gyűjtésére bíztatjuk a gyerekeket, olvasnivalókat kínálunk ebben a témában. Pitagorasz tételének használatát igénylő szöveges feladatokat oldunk meg.

AJÁNLÁS

A tanulók többnyire négyes csoportokban dolgoznak, de fontos, hogy egyéni feladattal is kipróbálhassák magukat. A modulban két leggyakrabban használt kooperatív módszer a „szakértői mozaik”, és a „fordított szakértői mozaik”. Nagyon fontos a csoportokon belül kialakuló vita, érvelések, ellenérvek, a gondolkodás szabadsága, a másik véleményének figyelembevétele, egymás tisztelete. Az egyén szerepe fontosságának megtapasztalása a közösségben. A tanulói tapasztalatcsere hangsúlyozása mellett ugyanilyen fontosnak kell lennie a frontális tanári munkának, amelynek folyamán a tanulók megerősítést kapnak a továbbhaladásuk szempontjából legfontosabb ismeretekben, illetőleg tisztázódnak meg nem értett anyagrészek.

TÁMOGATÓ RENDSZER

Feladatlapok, feladatgyűjtemény, mellékletek, a modulhoz tartozó eszközök (lásd eszközlista), négyzethálós füzet és tábla, írásvetítő, körző, vonalzó, számológép (A számológép használata indokolt, hiszen nem tudnak hiszen nem tudnak kellő sebességgel négyzetgyököt vonni másképp. Ebben a modulban tudjuk a számológép használatát készséggé fejleszteni.)

ÉRTÉKELÉS

Folyamatos szóbeli értékelés, a hiányosságok pótlására, hibák javíttatására is kiterjedően. Egyéni- és csoporteredmények pozitív értékelése. Ösztönözzünk arra, hogy a tanulók egymás munkáját is értékeljék, megbecsüljék, megdicsérjék. A csoportmunkákat lehet értékelni a csoportok által gyűjtött pontszámok alapján. Pontszámokat a jól megoldott feladatokért adhat a tanár, illetve a többi csoport. A témakör végén felmérő dolgozatot íratunk, amelyet osztályozunk.

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	**Kiemelt készségek, képességek**	**Eszközök, Feladatok**
I. Szöveges feladatok a Pitagorasz-tétel alkalmazására			
1.	Gyakoroltató példák (Derékszögű háromszög harmadik oldalának kiszámítása, Pitagorasz-tétel gyakorlása, egyenlőszárú háromszög magasságának kiszámítása.)	Számolás	1. feladatlap, számológép
2.	Pitagorasz-tétel alkalmazása a hétköznapi életben (Térképen lévő út valós hossza, létra magassága, koordinátapontok távolsága…)	Számolás	2. feladatlap, vonalzó, füzet, számológép
3.	Keresd a párját! (Egyenlőszárú háromszögek alapjának, szárának, magasságának, kerületének, területének kiszámolását gyakoroltató feladatok, a Pitagorasz-tétel alkalmazásával.)	Számolás, következtetés	1. tanári melléklet, számológép, füzet
II. A Pitagorasz-tétel alkalmazásai			
1.	Pitagorasz-tétel sík- és térgeometriai alkalmazása (Deltoid, rombusz, téglalap átlójának, kör húrjának számolása, téglatest, kocka testátlójának hossza)	Számolás	3. feladatlap, számológép, füzet
2.	Érdekességek Pitagorasz-tételével kapcsolatban	Számolás	4. feladatlap, kb. 25 – 40 cm hosszúságú kötél
3.	Társasjáték (A négyzetgyökvonás, Pitagorasz-tétel és egyáltalán a háromszögről tanultak gyakoroltatása, elmélyítése játékos formában.)	Játék	2. tanári melléklet, bábuk, számológép, füzet

III. Ellenőrző dolgozat Pitagorasz-tétel és a gyökvonás témakörében			
1.	A dolgozat megírása		3/a. tanári melléklet, számológép, papír
2.	A dolgozat feladatainak megbeszélése		3/b. tanári melléklet
3.	Mit tudhatunk Pitagoraszról? (Kutatómunka, matematikatörténeti érdekességek gyűjtése. Könyvtár használata, Interneten böngészés)		számítógép Internet hozzáféréssel, könyvek matematika történetről

A FELDOLGOZÁS MENETE

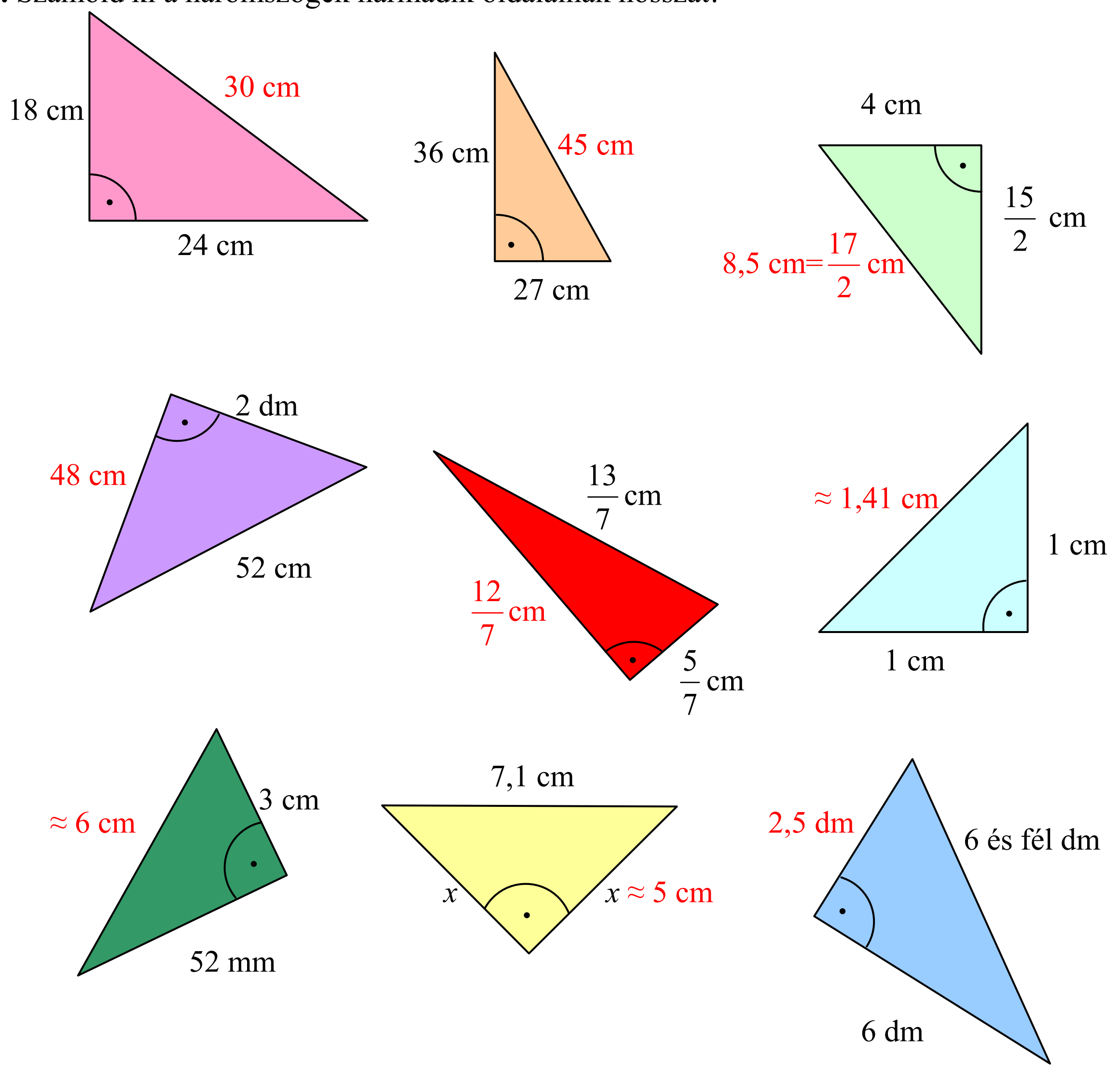
I. Szöveges feladatok a Pitagorasz-tétel alkalmazására

1. Gyakoroltató példák

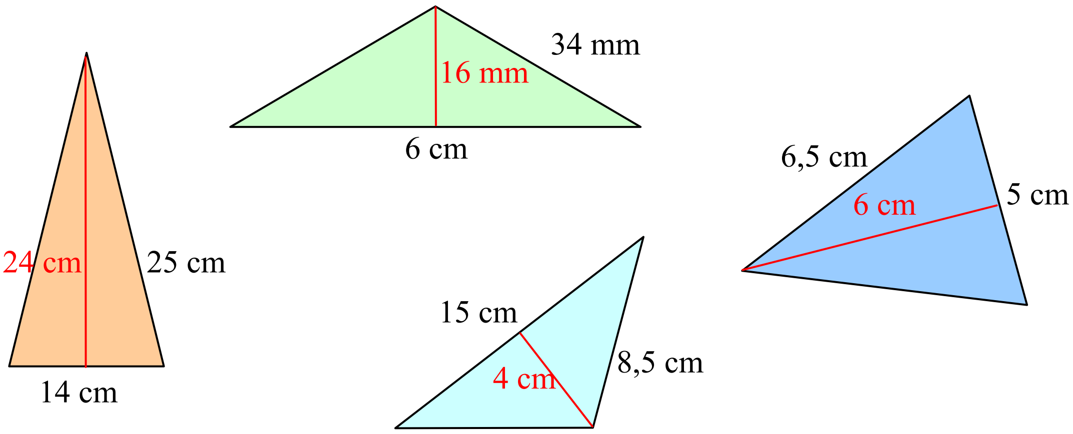
Csak akkor érdemes az összes példát végigcsináltatni a gyerekekkel, ha a tanár szükségét érzi a gyakorlásnak. A példa, vagy egy része házi feladatnak is adható.

1. FELADATLAP

1. Számold ki a háromszögek harmadik oldalainak hosszát!



2. Rajzold be és számold ki az egyenlőszárú háromszögek alaphoz tartozó magasságát!



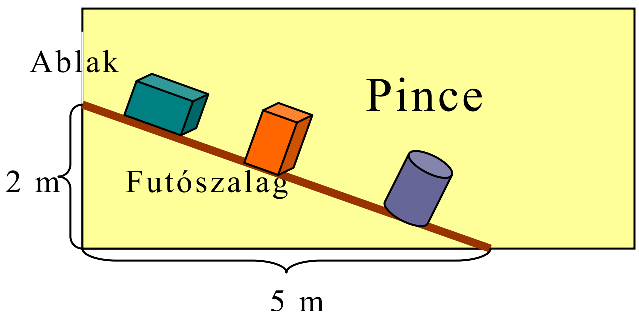
2. Pitagorasz-tétel alkalmazása a hétköznapi életben

A 2., 3. és 4. feladatlapot csoportokban oldhatják meg a gyerekek. Lehet a kooperatív módszerek közül a szakértői mozaik vagy a fordított szakértői mozaik módszerét választani. A másik lehetőség, hogy a csoportok különböző feladatot kapnak, közösen megoldják, és az óra második felében a csoportok képviselői elmondják a táblánál a feladatukat és a megoldást vázlatrajzokkal alátámasztva a többieknek frontálisan. A többi, maradék feladatot lehet házi feladatnak adni.

2. FELADATLAP

1. Egy (egyágú) létra a falnak van támasztva. A hossza 2,6 méter, a létra aljának a faltól való távolsága 1 méter. Hány méter magasra visz fel a létra, ha felmászunk rajta?
2,4 m

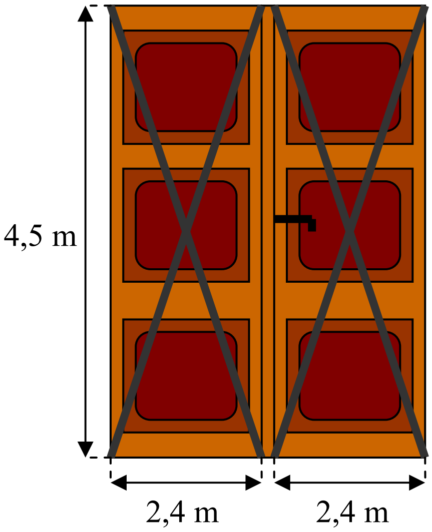
2. Az egerészölyv egy magas mezei juharfa tetején lesett a mezőn eszegető kis pocokra. Mikor lecsapott rá, pontosan 51 métert kellett repülnie. Ekkor a szerencsétlen jószág épp 45 méter távolságra volt a fától. Milyen magas a juharfa?
24 m



3. A csemegebolt pincéjébe egy futószalagot tettek az ablakon át a földig a könnyebb rakodás érdekében. Milyen hosszú a futószalag, ha 2,4 méter mélyre szállítja az árukat és alsó része (ahol leveszik az árut) az ablaktól 4,5 méterre helyezkedik el. (egy tizedes jegy pontossággal számolj!)
5,1 m

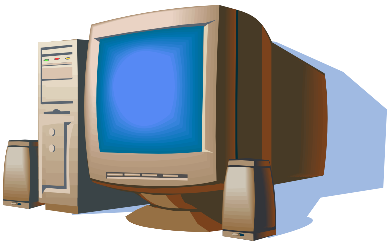
4. Egy kétágú létra ágának hossza 2,5 méter. Milyen magasra lehet rajta mászni, ha a két ágát egymástól 1,4 méterre tudjuk kinyitni? (Feltételezzük, hogy a létra legtetejére lehet mászni)
2,4 m

5. Mekkora távolságra vannak egymástól a derékszögű koordinátarendszer A (14; 7) és B (2; –9) pontjai?
20 egység



6. Egy régi nagy fakapu tönkrement, ezért mindkét szárnyát két keresztpánttal meg akarják erősíteni (átlósan). Milyen hosszú vaslemez kell ehhez a művelethez (a vaslemez vastagságától, szélességétől eltekintünk)? (Adatok az ábrán láthatók.)
$4 \cdot 5,1 = 20,4$ méter

7. Az egyenletesen emelkedő hegyre vezető út hossza 1553 m. Hány méter magasra visz fel, ha másfél km hosszúnak jelöli a térkép? (Kerekíts egészekre!)
402 m

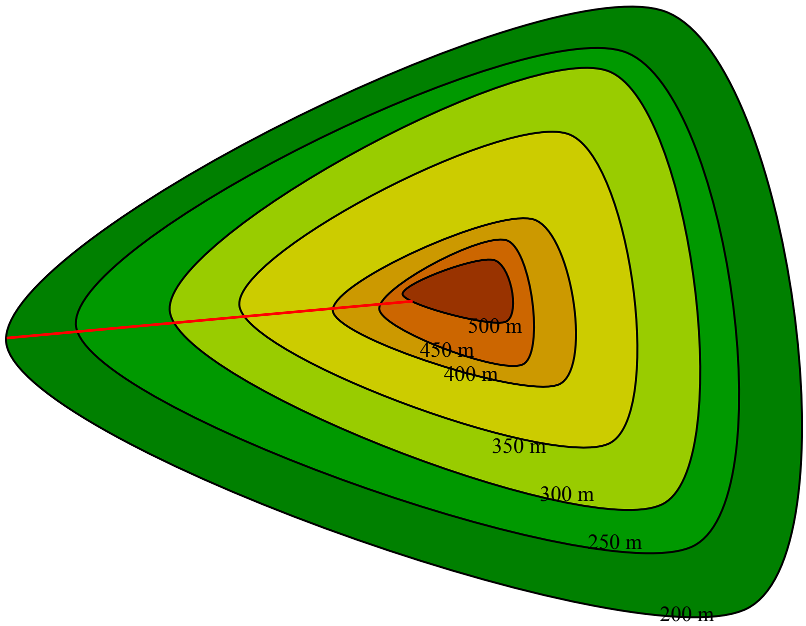


8. A monitorok nagyságát collban mérjük. (Az inch angol hosszmérték, magyarul hüvelyk. Német elnevezése a coll. Jele: ’. 1 inch = 1 coll ≈ 25,4 mm) Ez a képernyő átlójának hosszát jelöli. Tehát a 19 collos (19’) monitor 19 coll átlójú téglalap alakú monitort jelöl. A monitorok oldalainak aránya 3:4. Mekkora a két oldal hossza, ha 1 coll ≈ 25,4 mm.

Számolását méréssel is ellenőrizheti a számítástechnika teremben vagy otthon.

$(3x)^2 + (4x)^2 = 19^2$
$25\,x^2 = 361$
$x^2 = 14,44$
$x = 3,8' \approx 9,652$ cm
$a = 29$ cm
$b = 39$ cm
A képernyő két oldalának hossza 29 cm és 39 cm.

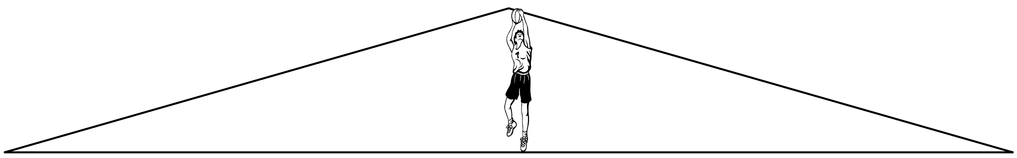
9. A térképen látható hegyre vezető turistautat pirossal jelöltük. Mekkora a tényleges hossza, ha feltételezzük, hogy ez az út egyenletesen emelkedik?



1 : 20 000

A térképen a mért hossz kb. 5,4 cm. → 1080 méter. A szintemelkedés: 300 méter. Pitagorasz-tétellel: Az út hossza: 1121 m.

10. Tegyük fel, hogy a tanterem hosszában kifeszítünk egy kötelet a földre. Ha ezt a kötelet „megtoldjuk” 1 méterrel, átfér-e alatta az osztály legalacsonyabb tanulója? (A tanterem hossza legyen 10 méter.)



10 méter

2,3 m → A legmagasabb gyerek is átfér alatta.

A példában leírt esetet ki is lehet próbálni a tanteremben, ha megfelelő hosszúságú kötél és idő áll rendelkezésre.

Érdemes konkrét példákat nézni a gyerekekkel. Pl. ablak, pad átlójának kiszámolása, stb. Ezeket méréssel ellenőrizni is tudják.

3. Keresd a párját!

Keresd a párját!

1. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

$a = 6$ cm $b = 5$ cm $m_a =$ $K =$ $T =$	$a =$ $b =$ $m_a = 4$ cm $K =$ $T = 12$ cm^2	$a =$ $b = 5$ cm $m_a =$ $K = 18$ cm $T =$	$a = 8$ cm $b =$ $m_a = 3$ cm $K =$ $T =$
$a = 16$ cm $b =$ $m_a =$ $K =$ $T = 120$ cm^2	$a =$ $b = 17$ cm $m_a = 15$ cm $K =$ $T =$	$a = 18$ cm $b =$ $m_a =$ $K = 48$ cm $T =$	$a =$ $b =$ $m_a = 12$ cm $K =$ $T = 108$ cm^2
$a = 12$ cm $b =$ $m_a =$ $K =$ $T = 48$ cm^2	$a =$ $b = 10$ cm $m_a =$ $K = 32$ cm $T =$	$a = 5$ cm $b =$ $m_a =$ $K = 18$ cm $T =$	$a =$ $b =$ $m_a = 6$ cm $K =$ $T = 15$ cm^2
$a = 15$ cm $b =$ $m_a =$ $K =$ $T = 30$ cm^2	$a =$ $b = 8{,}5$ cm $m_a = 4$ cm $K =$ $T =$	$a = 24$ cm $b =$ $m_a =$ $K =$ $T = 192$ cm^2	$a =$ $b = 20$ cm $m_a =$ $K = 64$ cm $T =$

A tanár kiosztja a kártyakészletet a 4–5 fős csoportoknak. A kártyákon egy egyenlőszárú háromszög néhány adatát látják a gyerekek. A feladat az, hogy párosítsák össze a megfelelőket, azaz azokat a kártyákat, melyen ugyanannak a háromszögnek az adatai szerepelnek. Ezen kívül ki kell számítani minden háromszög hiányzó adatát! (a = alap, b = szár, m_a = a oldalhoz tartozó magasság, K = kerület, T = terület.)

Az a csoport nyer, amelyik először elkészül mind a 8 megoldással, vagyis mind a 16 kártyát összepárosította, és kiszámolta a hiányzó adatokat. Ezt jutalmazhatjuk a csoportnak adott pontokkal is. Technikailag szerencsésebb, ha a gyerekek lemosható filccel írnak a laminált kártyákra, vagy a füzetükbe jegyzik le az adatokat, hogy más osztályokban is fel lehessen használni a kártyákat.

Az ellenőrzés megkönnyítése érdekében a megoldás táblázatos formában van megadva, minden első sorban a háromszög összes adata le van írva, második és harmadik sorokban pedig, hogy ezekből az adatokból melyek szerepelnek a kártyákon.

MEGOLDÁS (1. tanári melléklethez):

	a **(cm)**	***b*** **(cm)**	m_a **(cm)**	***K*** **(cm)**	***T*** **(cm²)**
Megoldás	6	5	4	16	12
1. kártya	6	5			
2. kártya			4		12
Megoldás	8	5	3	18	12
1. kártya		5		18	
2. kártya	8		3		
Megoldás	16	17	15	50	120
1. kártya	16				120
2. kártya		17	15		
Megoldás	18	15	12	48	108
1. kártya	18			48	
2. kártya			12		108
Megoldás	12	10	8	32	48
1. kártya	12				48
2. kártya		10		32	
Megoldás	5	6,5	6	18	15
1. kártya	5			18	
2. kártya			6		15
Megoldás	15	8,5	4	32	30
1. kártya	15				30
2. kártya		8,5	4		
Megoldás	24	20	16	64	192
1. kártya	24				192
2. kártya		20		64	

II. A Pitagorasz-tétel alkalmazásai

1. Pitagorasz-tétel sík- és térgeometriai alkalmazása

3. FELADATLAP

1. Mekkora annak a téglalapnak az átlója, melynek oldalai 3,2 cm és 6 cm. Szerkeszd meg a téglalapot, és számolásod ellenőrizd méréssel!
6,8 cm

2. Egy egyenlőszárú derékszögű háromszög átfogója 16 dm. Mekkora a két befogó?
11,3 cm

3. Mekkora annak a rombusznak a hosszabb átlója, melynek oldala 5 dm, rövidebb átlója 6 dm?
8 dm

4. Mekkora annak a deltoidnak a szimmetriaátlója, melynek másik átlója 16 cm, oldalai 10 és 17 cm hosszúak.
6 + 15 = 21 cm

5. Mekkora az oldala a 25 cm hosszú átlójú, 20 cm oldalhosszúságú téglalapnak?
15 cm

6. Milyen hosszú a 8,5 cm sugarú körben a középponttól 7,5 cm távolságba húzott húr?
8 cm

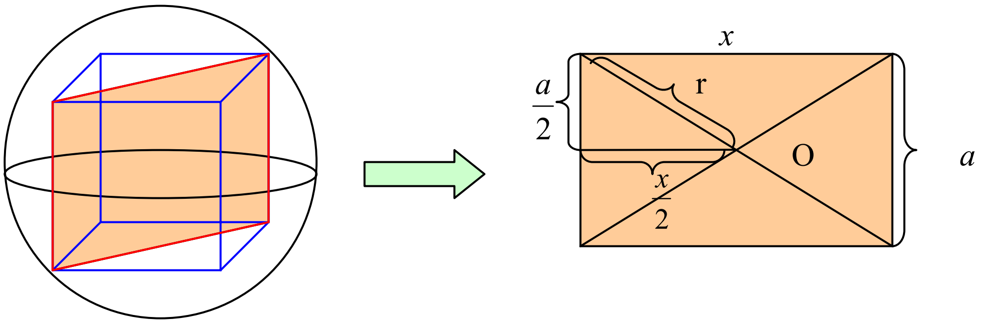
A következő feladatok b) részét csak akkor ajánljuk, ha a tanár szemléltetésként tud mutatni a műanyag testkészletből olyan kockát, illetve téglatestet, melyben lehet látni a derékszögű háromszögeket, melyet a testátló + lapátló + egy oldal alkot.

7. Mekkora a 4 cm élhosszúságú kocka
a) lapátlója;
b) testátlója?
Lapátló: körülbelül: 5,7 cm; testátló: 6,9 cm

8. Mekkorák a 3; 4; 12 cm élhosszúságú téglatest

a) lapátlói;
b) testátlója?
Lapátlók: 5 cm; 12,6 cm; 12,4 cm ; testátló: 13 cm

9. Egy gömb alakú fagolyóból a lehető legnagyobb kockát faragják ki. Mekkora volt a gömb sugara, ha a kocka éle a = 10 cm?



x: kocka oldalnégyzetének átlója. x = 14,1 cm; r = 8,66 cm

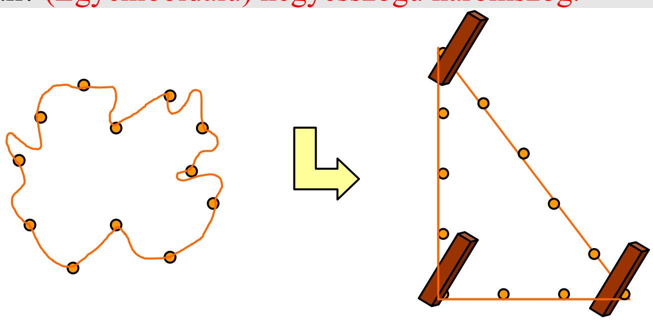
2. Érdekességek Pitagorasz-tételével kapcsolatban

4. FELADATLAP

1. Az ókori Egyiptomban nagy valószínűséggel a következő módszert alkalmazták derékszög szerkesztéséhez: Egy kötélre egyenlő távolságokra egymástól összesen 11 csomót kötöttek, majd a kötél két végét (az adott távolságot itt is tartva) összekötötték egymással. Így kaptak egy olyan kötélből lévő „gyűrűt”, melyen egyenlő távolságban 12 csomó van. Vajon hogyan csináltak derékszöget vele?

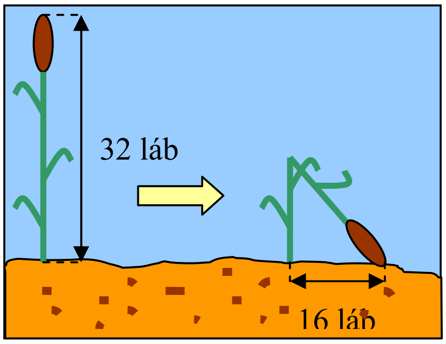
Érdemes a módszert kipróbálni egy valódi kötéllel, melyet készíthetnek a gyerekek is akár házi feladatként. (Elég egy 4 fős csoportnak egy ilyen eszközt gyártania. Jó, ha a tanárnál is van egy nagyobb változata a csomós kötélnek demonstrációs célokra.) A kötelet azonos távolságban 11 helyen meg kell csomózni, vagy jelölni, és a két végét összekötni. Ha ez

megvan – a könyv ábrájának megnézése nélkül – próbálják meg kitalálni a gyerekek, hogyan lesz ebből derékszög. Ki kell feszíteni a kötelet három ponton: az első, az ötödik és a nyolcadik csomónál. (3; 4; 5 egység oldalú derékszögű háromszöget kapunk.)
Ezt természetesen ők is megtehetik a kötéllel (elég, ha két gyerek három ujját felhasználva a megfelelő pontokon kihúzza a kötelet az asztallapon), ellenőrizhetik, hogy derékszöget kaptak-e egy derékszögű háromszögvonalzóval.
A feladat megbeszélése után érdemes egyéb kérdéseket feltenni:
Miért lesz derékszögű a háromszög? Ezt mondja ki a Pitagorasz-tétel megfordítása. (Ez ismét egy jó módszer a tétel megfordításának megtapasztalásához.)
Milyen háromszöget kapok, ha a kötelet nem ezeken a pontokon feszítem ki, hanem más csomóknál (jelöléseknél)? Egyáltalán hány lehetőség van még? (Kombinatorika témakör.)
Az összes lehetőséget az alábbi felsorolás tartalmazza.
Az oldalai lehetnek:
– 1; 1; 10 egység hosszúak? Nem háromszög. (Nagyon jó alkalom, hogy tapasztalja a gyerek a háromszög egyenlőtlenséget gyakorlatban.)
– 1; 2; 9 egység hosszúak? Nem háromszög.
– 1; 3; 8 egység hosszúak? Nem háromszög.
– 1; 4; 7 egység hosszúak? Nem háromszög.
– 1; 5; 6 egység hosszúak? Nem háromszög.
– 2; 2; 8 egység hosszúak? Nem háromszög.
– 2; 3; 7 egység hosszúak? Nem háromszög.
– 2; 4; 6 egység hosszúak? Nem háromszög.
– 2; 5; 5 egység hosszúak? (Egyenlőszárú) hegyesszögű háromszög, hiszen $5^2 + 2^2 > 5^2$
– 3; 3; 6 egység hosszúak? Nem háromszög, hiszen $3 + 3 = 6$
– 3; 4; 5 egység hosszúak? Derékszögű háromszög, hiszen $3^2 + 4^2 = 5^2$
– 4; 4; 4 egység hosszúak? (Egyenlőoldalú) hegyesszögű háromszög.



2. Atsarja Bháskara hindu matematikus könyvéből (XII. század), amit a legenda szerint a pártában maradt lányának írt.
„A szél letörte a 32 láb magas bambusznádat. A törés fölötti rész lehajlott, a vége a talajt a nád tövétől 16 láb távolságra éri. Milyen magasan tört le a nád?”

A feladat nehézségét tekintve csak gyorsabban haladó osztályokban ajánlható. A „Beszorzás, kiemelés” témakörnél tanultakat is fel kell eleveníteni a megoldás során.

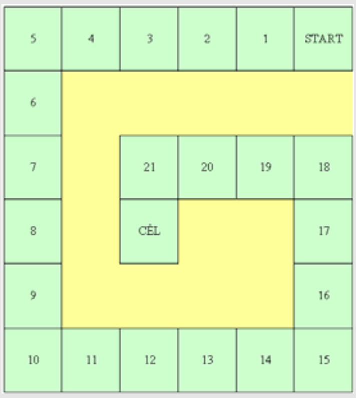


$x^2 + 16^2 = (32 - x)^2$
$x^2 + 256 = 1024 - 64\,x + x^2$
$768 = 64\,x$
$12 = x$
12 láb magasan tört le a nád.

3. Társasjáték

2. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

2/a játékpálya



2/b kártyák

Tartalmaz egy társasjáték pályát (2/a) és kártyákat (2/b, a kártyákat ki kell vágni). A játékot nem dobókockával játsszák! Minden gyereknek van egy bábuja, és ezt a bábuját tolja előre vagy hátra a játéktábla mezőin. Kezdetben a bábuk a start mezőn állnak. A kártyákat megkeverik, és lefordítva az asztalra teszik. Egymás után, sorba következnek a gyerekek. Minden soron következő kap egy kérdést a soron következő kártyáról (A kérdést az egyik gyerek olvassa fel.) Utána 1 perc gondolkodási időt kap maximum. (Ezt egy másik gyerek méri.) A soron lévő gyerek válaszát a kártyáról ellenőrizheti a felolvasó gyerek. Ha jól válaszol egy percen belül, akkor a kártyán lévő mezőszámot lépheti előre. A lépésszám a feladat nehézségi szintjének megfelelő:
- – sárga hátterű kártya: legnehezebb, 5 lépés;
- – zöld hátterű kártya: közepes nehézségű, 2 lépés;
- – kék hátterű kártya: könnyű, 1 lépés.

Ha rosszul válaszol vagy passzol, egy lépést hátra kell lépnie. (A startnál hátrébb nem lép a játékos.) A válaszadó használhat számológépet, táblázatot (**0841.számú modul 1. tanulói melléklet**).
0841. modul 1. tanulói melléklet – Lásd a 0841. sz. modul végén, a tanulói munkafüzetben és a modul eszközei közt!

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	1.000	1.020	1.040	1.061	1.082	1.103	1.124	1.145	1.166	1.188	2	4	6	8	10	13	15	17	19
1.1	1.210	1.232	1.254	1.277	1.300	1.323	1.346	1.369	1.392	1.416	2	5	7	9	11	14	16	18	21
1.2	1.440	1.464	1.488	1.513	1.538	1.563	1.588	1.613	1.638	1.664	2	5	7	10	12	15	17	20	22
1.3	1.690	1.716	1.742	1.769	1.796	1.823	1.850	1.877	1.904	1.932	3	5	8	12	13	16	19	22	24
1.4	1.960	1.988	2.016	2.045	2.074	2.103	2.132	2.161	2.190	2.220	3	6	9	12	14	17	20	23	26
1.5	2.250	2.280	2.310	2.341	2.372	2.403	2.434	2.465	2.496	2.528	3	6	9	12	15	19	22	25	28
1.6	2.560	2.592	2.624	2.657	2.690	2.723	2.756	2.789	2.822	2.856	3	7	10	13	16	20	23	26	30
1.7	2.890	2.924	2.958	2.993	3.028	3.063	3.098	3.133	3.168	3.204	3	7	10	14	17	21	24	28	31
1.8	3.240	3.276	3.312	3.349	3.386	3.423	3.460	3.497	3.534	3.572	4	7	11	15	18	22	26	30	33
1.9	3.610	3.648	3.686	3.725	3.764	3.803	3.842	3.881	3.920	3.960	4	8	12	16	19	23	27	31	35
2.0	4.000	4.040	4.080	4.121	4.162	4.203	4.244	4.285	4.326	4.368	4	8	12	16	20	25	28	33	37
2.1	4.410	4.442	4.494	4.537	4.580	4.623	4.666	4.709	4.752	4.796	4	9	13	17	21	26	30	34	39
2.2	4.840	4.884	4.928	4.973	5.018	5.063	5.108	5.153	5.198	5.244	4	9	13	18	22	27	31	36	40
2.3	5.290	5.336	5.382	5.429	5.476	5.523	5.570	5.617	5.664	5.712	5	9	14	19	23	28	33	38	42
2.4	5.784	5.808	5.856	5.905	5.954	6.003	6.052	6.101	6.150	6.200	5	10	15	20	24	29	34	39	44
2.5	6.250	6.300	6.350	6.401	6.452	6.503	6.554	6.605	6.656	6.708	5	10	15	20	26	31	36	41	46
2.6	6.760	6.812	6.864	6.917	6.970	7.023	7.076	7.129	7.182	7.236	5	11	16	21	26	32	37	42	48
2.7	7.290	7.344	7.398	7.453	7.508	7.563	7.618	7.673	7.728	7.784	5	11	16	22	27	33	38	44	49
2.8	7.840	7.896	7.952	8.009	8.066	8.123	8.180	8.237	8.294	8.352	6	11	17	23	28	34	40	46	51
2.9	8.410	8.468	8.526	8.585	8.644	8.703	8.762	8.821	8.880	8.940	6	12	18	24	29	35	41	47	53
3.0	9.000	9.060	9.120	9.181	9.242	9.303	9.364	9.425	9.486	9.548	6	12	18	24	30	37	43	49	55
3.1	9.610	9.672	9.734	9.797	9.860	9.923	9.986	10.049	10.112	10.176	6	13	19	25	31	38	44	50	57
3.2	10.24	10.30	10.37	10.43	10.50	10.56	10.63	10.69	10.76	10.82	1	1	2	3	3	4	5	5	6
3.3	10.89	10.96	11.02	11.09	11.16	11.22	11.29	11.36	11.42	11.49	1	1	2	3	3	4	5	5	6
3.4	11.56	11.63	11.70	11.76	11.83	11.90	11.97	12.04	12.11	12.18	1	1	2	3	3	4	5	6	6
3.5	12.25	12.32	12.39	12.46	12.53	12.60	12.67	12.74	12.82	12.89	1	1	2	3	4	4	5	6	6
3.6	12.96	13.03	13.10	13.18	13.25	13.32	13.40	13.47	13.54	13.62	1	1	2	3	4	4	5	6	7
3.7	13.69	13.76	13.84	13.91	13.99	14.06	14.14	14.21	14.29	14.36	1	2	2	3	4	5	5	6	7
3.8	14.44	14.52	14.59	14.67	14.75	14.82	14.90	14.98	15.05	15.13	1	2	2	3	4	5	5	6	7
3.9	15.21	15.29	15.37	15.44	15.52	15.60	15.68	15.76	15.84	15.92	1	2	2	3	4	5	6	6	7
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

…

Ha elfogynak a kártyák, keverés után újra lefordítva leteszik az asztalra. Az a gyerek nyer, aki legelőször ér célba, vagy a játék idejének lejártakor (ezt nyilván a tanár dönti el) a legnagyobb sorszámú mezőn van. A sárga hátterű kártyák a legnehezebbek, ezt a tanár lassabban haladó osztályoknál kiveheti a pakliból.

III. Ellenőrző dolgozat Pitagorasz-tétel és a gyökvonás témakörében

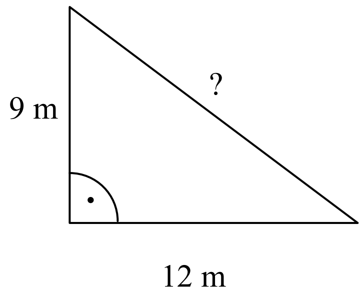
1. A dolgozat megírása

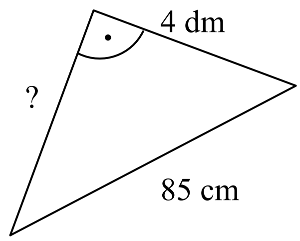
A dolgozatírásra kb. 20 perc álljon a tanuló rendelkezésére. A dolgozat megoldásához számológépet használhatnak a gyerekek. A dolgozatot a 3/a. tanári melléklet tartalmazza. Természetesen a tanulók létszámának megfelelő darabszámban kell fénymásolni.

FELMÉRŐ Név:____________________

Négyzetgyökvonás, Pitagorasz-tétel, 8. évfolyam

1. Mekkora a derékszögű háromszögek harmadik oldala?





2. Mekkora a négyzet átlója, ha oldala 3 m?

3. Milyen messze van egymástól a koordináta rendszerben az *A* (0; 0) és a *B* (5; –12) pont?

4. Egy hosszú létra a falnak van támasztva. A létra alja a faltól 1,1 méterre van. Ha felmászunk a tetejére, a talpunk 3 méter magasan lesz a talajtól. Milyen hosszú a létra?

5. Számolj! Egy tizedes jegy pontosságra kerekíts!

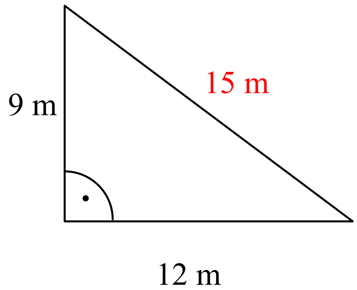
$\sqrt{10000} =$ $\sqrt{540} =$

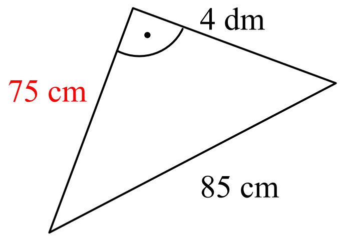
$\sqrt{0,81} =$ $\sqrt{0,023}$

FELMÉRŐ (MEGOLDÁS)

Négyzetgyökvonás, Pitagorasz-tétel, 8. évfolyam

1. Mekkora a derékszögű háromszögek harmadik oldala?





2. Mekkora a négyzet átlója, ha oldala 3 m? 4,2 m

3. Milyen messze van egymástól a koordináta rendszerben az A (0; 0) és a B (5; –12) pont? 13 egység

4. Egy hosszú létra a falnak van támasztva. A létra alja a faltól 1,1 méterre van. Ha felmászunk a tetejére, a talpunk 3 méter magasan lesz a talajtól. Milyen hosszú a létra? 3,2 m

5. Számolj! Egy tizedes jegy pontosságra kerekíts!

$\sqrt{10000} =$ 100 $\sqrt{540} =$ 23,2

$\sqrt{0,81} =$ 0,9 $\sqrt{0,023}$ 0,2

2. A dolgozat feladatainak megbeszélése

A dolgozat megírása után marad annyi idő az órából, hogy megbeszéljék frontálisan a dolgozat feladatainak megoldását.

3. Mit tudhatunk Pitagoraszról?

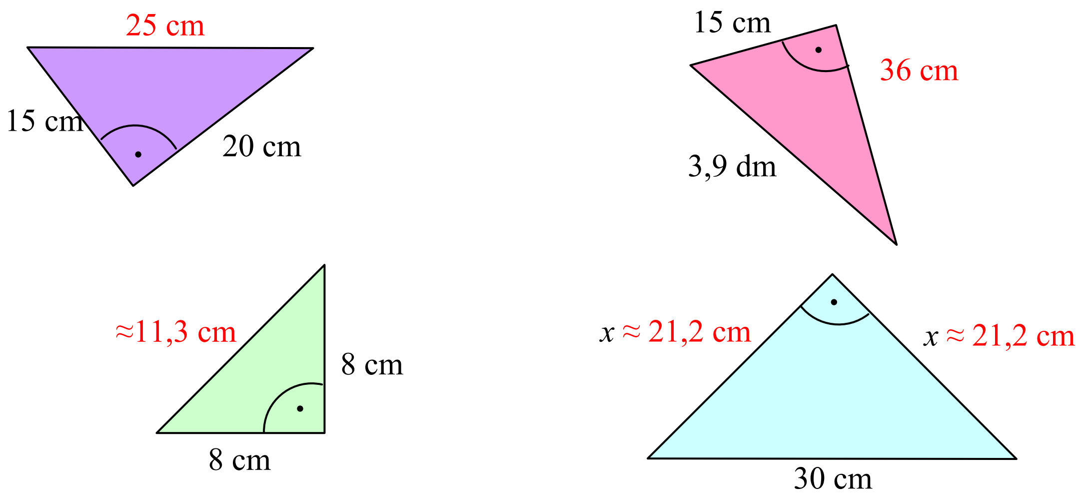
Kutatómunka. A gyerekek dolgozhatnak csoportban, vagy önállóan. Lehet keresni az Interneten (http://www.sulinet.hu/ematek/html/pitagorasz_tetele.html; www.wikipedia.org; (itt rá lehet a *keresés*ben keresni); http://idi.ptmik.hu/IDI/Mathematics/gorog/3.htm; http://www.akg.hu/matek/pita.html ...) vagy a könyvtárban (Sain Márton: Nincs királyi út!, Szabó Árpád: A görög matematika kibontakozása…).

FELADATGYŰJTEMÉNY

1. Egy téglalap két oldala 21 és 28 cm. Mekkora az átlója? 35 cm

2. Milyen messze van az origótól az
a) *A* (3; –4) pont? 5 egység
b) *B* (–8; 6) pont? 10 egység
c) *C* (–24; 10) pont? 26 egység

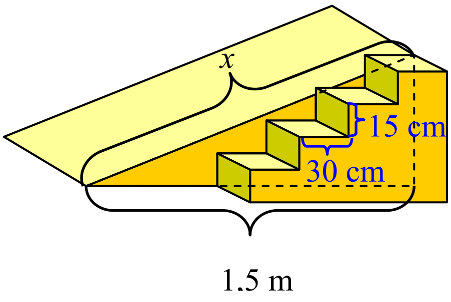
3. Mekkora a derékszögű háromszögek harmadik oldala?



4. Mekkora a 2 egység élhosszúságú kocka
a) lapátlója;
b) testátlója?
Lapátló: körülbelül: 2,8 egység ($\sqrt{8}$ egység); testátló: 3,46 egység ($\sqrt{12}$ egység)

5. Hány méter hosszú az a deszka, amit 3 méter távolságból a falnak támasztottak, és 1,6 méter magasra visz fel.
3,4 m

6. Egy középület tervezése közben felvetül a következő probléma: A középület bejáratához 4 lépcsőfok fog vezetni felfelé. A lépcsőfokok egyenként 15 cm magasak, és 30 cm szélesek lesznek. A lépcső mellé egy egyenletesen emelkedő rámpát terveznek a babakocsival, biciklivel közlekedőknek. A rámpa természetesen ugyanolyan magasra visz, mint a lépcső, és a bejárattól másfél méterre fog elkezdődni. (Lásd ábra!) Milyen hosszú legyen a rámpa?
161,6 cm= 1,62 m



7. Egy rombusz egyik átlója 48 mm, másik átlója 2 cm. Mekkora az oldalhossza?
26 mm

8. Milyen távolságra van a 25 mm sugarú körbe húzott 48 mm hosszú húr?
7 mm

9. Számolj! (2 tizedes jegy pontosságra kerekíts!)

$\sqrt{81}=$	9	$\sqrt{870}=$	29,5
$\sqrt{144}=$	12	$\sqrt{78,9}=$	8,88
$\sqrt{0,01}=$	0,1	$\sqrt{146,5}=$	12,1
$\sqrt{160000}=$	400	$\sqrt{-3,72}=$	Nem értelmezett

0843 – 1. tanári melléklet (16 db kártya)

Osztályonként 8 (csoportonként 1) készlet ebben a méretben vékony kartonlapra nyomva. A fekete vonalak mentén szétvágandó.

a = 6 cm b = 5 cm m_a = K = T =	a = b = m_a = 4 cm K = T = 12 cm^2	a = b = 5 cm m_a = K = 18 cm T =	a = 8 cm b = m_a = 3 cm K = T =
a = 16 cm b = m_a = K = T = 120 cm^2	a = b = 17 cm m_a = 15 cm K = T =	a = 18 cm b = m_a = K = 48 cm T =	a = b = m_a = 12 cm K = T = 108 cm^2
a = 12 cm b = m_a = K = T = 48 cm^2	a = b = 10 cm m_a = K = 32 cm T =	a = 5 cm b = m_a = K = 18 cm T =	a = b = m_a = 6 cm K = T = 15 cm^2
a = 15 cm b = m_a = K = T = 30 cm^2	a = b = 8,5 cm m_a = 4 cm K = T =	a = 24 cm b = m_a = K = T = 192 cm^2	a = b = 20 cm m_a = K = 64 cm T =

0843 – 2/a. tanári melléklet (játéktábla)

Osztályonként 8 (csoportonként 1) készlet ebben a méretben vékony kartonlapra nyomva.

5	4	3	2	1	START
6					
7		21	20	19	18
8		CÉL			17
9					16
10	11	12	13	14	15

0843 – 2/b. tanári melléklet (32 db kártya)

Osztályonként 8 (csoportonként 1) készlet ebben a méretben vékony kartonlapra nyomva, laminálva. A fekete vonalak mentén szétvágandó.

Igaz-e, hogy minden derékszögű háromszög legnagyobb oldala az átfogója? (Igaz: Lépj előre 2 mezőt!)	Mekkora a derékszögű háromszög átfogója, ha befogója 6 és 8 cm? (10 cm. Jó válasz esetén lépj előre 5 mezőt!)	Igaz-e minden valós *a* számra, hogy $\sqrt{a^2} = \left(\sqrt{a}\right)^2$ (Hamis. Lépj előre 2 mezőt!)	Igaz-e, hogy minden derékszögű háromszög egybevágó? (Hamis. Lépj előre 1 mezőt)
Létezik-e egyenlőszárú tompaszögű háromszög? (Létezik: Lépj előre 1 mezőt!)	Létezik-e egyenlőoldalú derékszögű háromszög? (Nem létezik: Lépj előre 1 mezőt!)	Létezik-e egyenlőoldalú hegyesszögű háromszög? (Létezik: Lépj előre 1 mezőt!)	Létezik-e egyenlőszárú derékszögű háromszög? (Létezik: Lépj előre 1 mezőt!)
Létezik-e egyenlőoldalú derékszögű háromszög? (Nem létezik: Lépj előre 1 mezőt!)	Van-e olyan háromszög, melynek oldalai: 6; 9; 11 egység hosszúak? (igen: Lépj előre 1 mezőt!)	Igaz-e, hogy $\sqrt{36} = -6$? (nem: Lépj előre 2 mezőt!)	Mekkora a 4 egység befogójú egyenlőszárú derékszögű háromszög átfogója? (kb. 5,7 egység: Lépj előre 5 mezőt!)
Mekkora a 3,5 és 4 egység befogójú derékszögű háromszög területe? (7 területegység: Lépj előre 5 mezőt!)	Mekkora annak a téglalapnak az átlója, melynek oldalai 12 és 5 cm hosszúak? (13 cm: Lépj előre 5 mezőt!)	Mekkora annak a téglalapnak az egyik oldala, melynek átlója 10 méter, másik oldala 6 méter hosszúak? (8 m: Lépj előre 5 mezőt!)	Mekkora a 4 egység átfogójú egyenlőszárú derékszögű háromszög befogója? (kb. 2,8 egység: Lépj előre 5 mezőt!)

Mekkora a 6 egység oldalú négyzet átlója? (kb. 8,5 egység: Lépj előre 5 mezőt!)	Igaz-e, hogy $\sqrt{81}=9$? (igen: Lépj előre 1 mezőt!)	Igaz-e, hogy az a háromszög melynek oldalai 6; 8; 11 egység hosszúak, tompaszögű? (igen: Lépj előre 2 mezőt!)	Szögei szerint milyen az a háromszög, melynek oldalai 3; 4; 6 egység hosszúak? (tompaszögű: Lépj előre 5 mezőt!)
Szögei szerint milyen az a háromszög, melynek oldalai 3; 4; 4 egység hosszúak? (hegyesszögű: Lépj előre 5 mezőt!)	Szögei szerint milyen az a háromszög, melynek oldalai 6; 8; 9 egység hosszúak? (hegyesszögű: Lépj előre 5 mezőt!)	Szögei szerint milyen az a háromszög, melynek oldalai 32; 60; 68 egység hosszúak? (derékszögű: Lépj előre 5 mezőt!)	Igaz-e, hogy az a háromszög melynek oldalai 3; 4; 7 egység hosszúak, tompaszögű? (nem, (nincs ilyen háromszög): Lépj előre 2 mezőt!)
Mekkora annak a háromszögnek a harmadik oldala, melynek minden oldala egész mérőszámú, és két oldala 1 egység hosszú? (1 egység: Lépj előre 5 mezőt!)	Igaz-e, hogy $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{a+b}$ ha *a* és *b* nem negatív valós számok? (Hamis. Lépj előre 2 mezőt!)	Igaz-e, hogy $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b}$ ha *a* és *b* nem negatív valós számok? (Igaz. Lépj előre 2 mezőt!)	Igaz-e, hogy $\sqrt{a}:\sqrt{b}=\sqrt{a:b}$ ha *a* és *b* pozitív valós számok? (Igaz. Lépj előre 2 mezőt!)
Igaz-e, hogy $\sqrt{4}+\sqrt{9}=\sqrt{13}$? (Hamis. Lépj előre 1 mezőt!)	Igaz-e, hogy $\sqrt{5}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{15}$? (Igaz. Lépj előre 1 mezőt!)	Igaz-e, hogy a derékszögű háromszög minden szöge derékszög? (Hamis. Lépj előre 1 mezőt!)	Igaz-e, hogy a hegyesszögű háromszög belső szögeinek összege 180°? (Igaz. Lépj előre 1 mezőt!)