

---

# SZÖVEGES FELADATOK

## Szöveges feladatok II.

---

KÉSZÍTETTE: MENDELOVICS ZSUZSA

## MODULLEÍRÁS

<b>A modul célja</b>	Az eddig megszerzett ismereteket, gondolatmeneteket, eljárásokat összetettebb problémák megoldásánál alkalmazzuk. A feladatok szövege kapcsolódik a gyakorlati élethez, így erősen épít a gyerekek tapasztalataira. A feladatok megoldása közben gyakorolják a tanulók a lényegkiemelést. A szöveges feladat típusok segítik a logikus gondolkodás fejlődését, bizonyos sémák felfedezését, alkalmazását. A vegyesen kitűzött feladatok segítik azt, hogy ne csak sémákban tudjanak a gyerekek gondolkodni.
<b>Időkeret</b>	8 óra
<b>Ajánlott korosztály</b>	8. évfolyam
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	<p><i>Tágabb környezet:</i> Természettudományok, gazdasági számítások, magyar nyelv ismerete, szövegértés</p> <p><i>Szűkebb környezet:</i> A hetedik és nyolcadikos algebra és függvénytan fejezetek, műveletek algebrai kifejezésekkel, százalékszámítás, grafikonok, szöveghez kapcsolódó rajzok és táblázatok készítése.</p> <p><i>Ajánlott megelőző tevékenységek:</i> Szövegek fordítása az algebra nyelvére, százalékszámítás, grafikonok rajzolása, könnyebb szöveges feladatok és egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.</p> <p><i>Ajánlott követő tevékenységek:</i> Összetett szöveges feladatok, egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása, függvénygörbe grafikonjának ábrázolása, sorozatok.</p>
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	<p><i>Számlálás, számolás:</i> behelyettesítések, mellékszámítások, a feladatok ellenőrzése</p> <p><i>Mennyiségi következtetés:</i> arányos következtetések, az út–idő–sebesség, munka–teljesítmény, százalékszámítás fogalomkörben. Egyenes és fordított arányosság.</p> <p><i>Becslés, mérés, valószínűségi következtetés:</i> az eredmények becslése, ellenőrzése.</p> <p><i>Problémamegoldó gondolkodás fejlesztése szöveges feladatok megoldásával.</i> A valóság és a matematika kapcsolata; összefüggés felismerő képesség fejlesztése.</p> <p><i>Rendszerezés, kombinatívitas:</i> az adatok és az összefüggések rendszerezése.</p> <p><i>Deduktív következtetés, induktív következtetés:</i> egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető szöveges feladatok (százalékos, számjegyes, kamatos, keveréses, mozgásos, gyakorlatias, fizikai, kémiai, furfangos, stb.)</p>

## AJÁNLÁS

A feladatokat kerettörténetbe ágyztuk. Ezzel a történettel azt szeretnénk erősíteni, hogy a matematikai ismeretek alkalmazhatók a való életben. A feladatok többségében megfogalmazott problémák bármikor előkerülhetnek. A modul feldolgozása során a gyerekek csoportban, párban, önállóan és frontálisan dolgoznak.

A csoportmunka során kooperatív módszereket alkalmazunk, mellyel az a célunk, hogy a matematika tanulással együtt bizonyos szociális képességek is fejlődjenek. A munka során fejlesztjük nem csak a probléma megértő és megoldó, absztrakciós, logikus gondolkodási képességüket, hanem gyakorolják és fejlesztik az elfogadási, az érvelő, vitázó képességeket, az egymás iránt érzett felelősséget is. Megtanulják tisztelni egymás munkáját, megérteni társaik gondolatmenetét, elfogadni mások segítségét. A frontális munka során tisztázódnak a problémák, a meg nem értett eljárások, megoldási módszerek, miközben a feladatot jól megoldók megerősítést kapnak a tanártól.

## TÁMOGATÓ RENDSZER

A szöveges feladatok megjelenítése tárgyakkal, a szöveg eljátszásával, lerajzolásával. Lehet használni számlakivonatokat, áruházi prospektusokat. Az előző modulban a könnyebb szöveges feladatok megoldásához segítségül hívtuk a rajz, a táblázat készítését, eljátszottuk a szövegek tartalmát. Ezeket az ismereteket, eljárásokat alkalmazzuk a modulban lévők megoldásához. Javasoljuk, mielőtt a bonyolultabbak megoldásához kezdünk, térjünk vissza és elevenítsük fel az előző modulban tanult megfelelő ismereteket, eljárásokat.

## ÉRTÉKELÉS

A tanár járkál a gyerekek között. Figyeli a munkájukat, ha hibát észlel, kijavítja; a továbbhaladni nem tudóknak segít a feladat megoldásában. A témakör végén felmérő feladatsorral ellenőrizni lehet, milyen mélységben sajátították el a gyerekek a fejezetet.

# MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, Feladatok
<b>I. Bevásárlás (százalékszámítás, számjegyes feladatok)</b> (Ezen az órán megismerkednek a gyerekek a kerettörténettel, amelynek kapcsán százalékszámításos és számjegyes feladatokat oldanak meg.)			
1.	Bevásárlás, százalékszámítás	Számlálás, számolás., mennyiségi következtetés, becslés, mérés, táblázatkészítés	1. Feladatlap
2.	Számjegyes feladatok		2. Feladatlap
<b>II. Arányos osztás, arányossági, mozgásos feladatok</b> (A tavaly tanult arányos osztást, egyenes és fordított arányosságot ismétlik át a feladatok)			
1.	Arányosság	Szövegértés, lényegkiemelés, problémamegoldás, mennyiségi következtetés, becslés, grafikonkészítés	3. Feladatlap
2.	Mozgásos szöveges feladatok		4. Feladatlap
<b>III. Munkavégzéses, keveréses feladatok</b> (Az előző modulban már a gyerekek eljátszották az együttes munkavégzéssel foglalkozó feladatok tartalmát. Érdeemes ezt újból feleleveníteni.)			
1.	Munkavégzéssel kapcsolatos feladatok	Szövegértés, becslés, lényegkiemelés, deduktív, induktív következtetés, számolás	5. Feladatlap
2.	Keveréses feladatok		6. Feladatlap

**IV. Évszám, életkoros feladatok** (A kerettörténetben az esti játékos feladatok megoldásához értünk. Ezek közé soroljuk az évszámok kitalálásával foglalkozó és rejtvénytartó feladatok megoldását.)

		Induktív, absztrakciós, becslés, mennyiségi következtetés, szövegértés	7. Feladatlap
--	--	--	---------------

**V–VI. Vegyes feladatok, gyakorlás** (Az eddig előforduló szöveges feladat típusok matematikai modelljeinek gyakorlása. Természetesen más a feladatok szövegkörnyezete.)

		Számolás, számlálás, szövegértés, problémamegoldás, lényegkiemelés, mennyiségi következtetés, deduktív, induktív következtetés, metakogníció, grafikonszerkesztés, absztrakció, táblázatszerkesztés	8. Feladatlap + Feladatgyűjtemény
--	--	---	-----------------------------------

**VII.-VIII. felmérés**

# A FELDOLGOZÁS MENETE

## I. Bevásárlás (százalékszámítás, számjegyes feladatok)

A kerettörténet, amelyben az ismert szöveges feladatfajtákkal foglalkozunk. (Időnként kilépünk a történetből a gyakorlás vagy a megszerzett tudás ellenőrzése céljából). A kerettörténet, amely minden csoportra vonatkozik, azért szükséges, hogy a gyerekek a szövegben leírt problémákat ne érezzék légből kapottnak, a valóságtól idegennek. Természetesen vannak köztük olyanok is, amelyeket a gyerekek majd mondvacsinált problémáknak gondolnak, de a gyakorlás szempontjából szükségesek. A feldolgozás során azt szeretnénk elérni, hogy a gyerekek a tőlük elvárható maximális önállósággal, saját ötleteik és ismereteik segítségével oldják meg a feladatokat. A tanár a gyerekek ismeretében döntse el, hogy párban vagy csoportban szervezi az órát, dolgoztatja a gyerekeket. Nagyon fontosnak tartjuk, hogy egy-egy új gondolat előkerülése után a feladatnak legyen közös megbeszélése is. Ilyenkor jó, ha megvitatjuk a különböző megoldási ötleteket, rajzokat, táblázatokat. Arra kell törekednünk, hogy a gyerekek füzeté ötlettárként működjön. Ezért a megoldási lépéseket és ezek magyarázatát irassuk le a füzetbe. A gyerekektől mindig követeljük meg, hogy az egyenlet felállítását lépésekre lebontva szövegesen és/vagy rajzzal és/vagy táblázattal indokolják.

### 1. Bevásárlás, százalékszámítás

Újra százalékszámítással foglalkozunk. Ezt talán már jól ismerik a gyerekek, ezért jó bevezető feladatok. Páros munkára ajánljuk. Az eredményeket érdemes közösen ellenőrizni.

#### 1. FELADATLAP

A történet:

*Zsuzsó a szüleiével és a szülők barátaival az utószezonban sietni készül Ausztriába.*

1. Az előző évi tavaszi kiárusításkor megvásárolták Zsuzsó síruháját, sífelszerelését, és a sieléshez szükséges kiegészítőket.

	régi ár	%-os árcsökkentés	új ár
sílécsíkbottal	89000 Ft	35%	57850
síruha	31000 Ft	20%	24800 Ft
sísapka, síkesztyű	5625 Ft	20%	4500 Ft
síszemüveg	4353 Ft	15%	3700 Ft

Így összesen 90850 Ft-ot költöttek.

Hány %-os a megtakarítás?

Ha a régi áron vásároltak volna, akkor 129978 Ft-ot költöttek volna, tehát a megtakarítás 30%-os.

2. A társaságból az egyik család (Kovácsék) még így is sokallta a sífelszerelés árát. Kovácsék találtak egy olyan üzletet, ahol egymás utáni kétszeri árleszállítást hajtottak végre, először 25%-osat, majd 15%-osat. Boldogan értesítette a többieket a remek lehetőségről. (Használd az előző táblázat eredeti árait) Számoljátok ki a kétszeres árcsökkentés utáni új árakat.

	régi ár	új ár
sílécsíkbottal	89000	56738
síruha	31000	19763
sísapka, síkesztyű	5625	3586
síszemüveg	4353	2775

Hány %-os a megtakarítás?

**Tehát összesen 82862 Ft-ba került. A megtakarítás 36,25 %-os.**

3. Kovácséknak 3 gyerekük van, és az egész család most fog életében először síelni. Így azután a síeléshez szükséges dolgokat mindannyiuk számára meg kell vásárolni. Ennyi pénzük azonban nincs a folyószámlájukon, így a tartalékukhoz nyúlnak. Éppen ez év januárjában helyeztek el a bankban 500000 Ft-ot évi 6 %-os kamatra. Most a leértékeléskor még csak 3 hónap telt el az elhelyezés óta. Sajnos ki kell venniük ezt a pénzt. Mennyi pénzhez jutottak?

**A havi kamat  $0,06 : 12$ , a háromhavi kamat  $0,06 : 4 = 0,015$  és  $500 \cdot 1,015 = 507,5$ , tehát három hónap után 507500 Ft-ot kaptak.**

Beszéljük meg a napi kamat fogalmát. Mondjuk el a gyerekeknek, hogy a bankok az éves kamatot 360 napra (egy év) számolják. Azonban nem csak egy éves lekötés után fizetik ki a kamatot a bankok. Ha valaki például egy hónap után kiveszi a pénzét, akkor kifizetik a harminc napra jutó időarányos kamatot. Pl.: Ha 12 hónapos lekötésre 10%-os kamatot adnak, akkor 1 hónapra vagy 1 napra a 10% időarányos része jut, azaz egy hónapra  $0,1 : 12$  vagy egy napra  $0,1 : 360$ .

A következő feladat arra való, hogy a gyerekek ellenőrizzék, megértették-e az árváltozások jelentését. Önálló órai munkára vagy házi feladatra ajánljuk.

4. A következő feladaton lemérheted, hogy megértetted-e az árváltozások jelentését. Ki jár jobban a vevő, vagy az eladó?

Egy árucikk árát kétszer változtatták. Amikor úgy látszott, hogy sokat lehet eladni belőle (nagyobb a kereslet), bizonyos %-kal megemelték az árát; amikor nem fogyott (kisebb a kereslet), akkor csökkentették.

Árváltozás százalékban kifejezve		
Első változás	második változás	végző változás
25%-os emelés	10%-os emelés	37,5%-os emelés
20%-os csökkentés	30%-os növelés	4%-os emelés
10%-os csökkentés	20%-os csökkentés	28%-os csökkentés
15%-os emelés	15%-os csökkentés	2,25%-os csökkentés

Jelöld be, hogy melyik változtatásnál ki járt jobban: a vevő, vagy az eladó.

Ha a tanár az osztály ismeretében úgy ítéli meg, hogy ez a feladat a gyerekek többségének nehéz, akkor adja meg konkrétan az áru árát, pl. 10000 Ft. Így ez a feladat differenciált foglalkozásra is alkalmas.

## 2. Számjegyes feladatok

Számjegyes feladatokról szól. Mielőtt hozzáfogunk, érdemes átismételni az előző (0831 modul) rész III/2-es feladatsorát. Ezt a feladatsort mintapéldaként is használhatjuk. Mutassuk meg újra a táblázatot.

	tízes	egyed	a szám összegalakja
eredeti szám			
felcserélt szám			

Páros munkára ajánljuk. A táblázatok kitöltését a csoportok beszéljék meg. Az egyenlet felállítását az indoklással együtt közösen is beszéljük meg. Az eredményt, az ellenőrzést közösen mondjuk el.

Kérdezzünk rá

- A szövegnek melyik az a része, amelynek alapján kitöltötték a táblázat megfelelő rubrikáját.
- A szövegnek melyik az a része, amelynek alapján felállították az egyenletet?

## 2. FELADATLAP

*Zsuzsáék az újságosnál néhány dolgot vásárolnak.*

### 1. Napilapot.

A napilap ára kétjegyű szám. Annyit tudunk róla, hogy a számjegyek összege 15, és ha felcseréljük a számjegyeket, akkor az eredeti szám értékénél 27-tel kisebb számot kapunk.

Mennyibe kerül az újság? Mielőtt kiszámolnád, becsüld meg az újság árát!

**Próbálkozás:** a számjegyek lehetnek 9 és 6, vagy 8 és 7. Az első esetben az eredeti szám 96, a számjegyek felcserélésével kapott szám 69, a különbségük 27. Tehát ez a jó megoldás.

	tízes	egyed	a szám összegalakja
eredeti szám	$x$	$15 - x$	$10x + (15 - x)$
felcserélt szám	$15 - x$	$x$	$150 - 9x$

Kapcsolat a két szám között:

$$\left| \begin{array}{l} 9x + 15 \\ 27 \end{array} \right| > \left| \begin{array}{l} 150 - 9x \end{array} \right|$$

Ebből felírható az egyenlet:

$$9x + 15 - 27 = 150 - 9x \text{ ahonnan } x = 9.$$

### 2. Papír zsebkendőt.

A tízdarabos papír zsebkendő ára kétjegyű szám. A számjegyek összege 13. Ha felcserélnénk a számjegyeket, akkor 45 Ft-tal többbe kerülne. Mennyibe kerül a papír zsebkendő?

**Próbálkozás:** A számjegyek lehetnek 9 és 4 vagy 8 és 5, vagy 7 és 6. Az eredeti szám 49, a felcserélés után kapott szám 94, a két szám különbsége 45, tehát ez a jó megoldás. A másik két esetben a számok különbsége nem 45.

	Tízes	egyed	a szám összegalakja
eredeti szám	$x$	$13 - x$	$10x + 10 - x$
felcserélt szám	$13 - x$	$x$	$130 - 9x$

Kapcsolat a két szám között:

$$\left| \begin{array}{l} 9x + 13 \\ 45 \end{array} \right| < \left| \begin{array}{l} 130 - 9x \end{array} \right|$$



Ebből felírható az egyenlet:

$$9x + 13 + 45 = 130 - 9x \text{ ahonnan } x = 4.$$

### 3. Csokit.

Zsuzsó egy pici marcipános csokit nézett ki magának. Szülei megvették neki, ha kitalálná, hogy mennyibe kerül. A csoki áráról a következőket tudjuk.

- kétszámjegyű
- az egyik jegye 2-vel kisebb, mint a másik
- a jegyek felcserélése után az ár az eredeti ár kétszeresénél 6-tal kevesebb

Zsuzsó kitalálta. Szerinted mennyibe kerül a csoki?

	Tízes	egyed	a szám összegalakja
eredeti szám	$x$	$x - 2$	$10x + x - 2 = 11x - 2$
felcserélt szám	$x - 2$	$x$	$10(x - 2) + x = 11x - 20$

Kapcsolat a két szám között:

$$\left| \begin{array}{l} 2(11x - 2) \\ 6 \end{array} \right| > \left| \begin{array}{l} 11x - 20 \end{array} \right|$$

Ebből az egyenlet:

$$22x - 4 - 6 = 11x - 20, \text{ amiből: } 11x = -1$$

Ez nem lehet megoldása a feladatnak. Ilyen árú csoki nincs.

	Tízes	egyed	a szám összegalakja
eredeti szám	$x - 2$	$x$	$10x - 20 + x = 11x - 20$
felcserélt szám	$x$	$x - 2$	$10x + x - 2 = 11x - 2$

Kapcsolat a két szám között:

$$\left| \begin{array}{l} 2(11x - 20) \\ 6 \end{array} \right| > \left| \begin{array}{l} 11x - 2 \end{array} \right|$$

Ebből az egyenlet:

$$22x - 40 - 6 = 11x - 2 \quad x = 4$$

Tehát a csoki 24 Ft-ba került.

A következő feladat arra való, hogy a gyerekek ellenőrizzék a számjegyes feladatok megoldásával kapcsolatos ismereteiket. Önálló órai munkára vagy házi feladatra ajánljuk. A számla végösszege azért van megadva, mert az első tételnek több megoldása is van.

4. A következő feladaton ellenőrizheted a számjegyes feladatok megoldásával kapcsolatos ismereteidet.

Ákost szokatlan számla ellenőrzésével bízták meg. A számlán számok helyett valamilyen magyarázó szöveg áll. Ákos valahonnan megtudta, hogy csak kétjegyű számok lehetnek ezen a számlán.

- Dátum
- Számla
- Aláírás

A második számjegy 4-gyel kisebb, mint az első. Ha a számjegyeket felcseréljük, akkor az eredetinel 36-tal kisebb számot kapunk.

84 Ft

	tízes	egyed	a szám összegalakja
eredeti szám	$x$	$x - 4$	$10x + x - 4$
felcserélt szám	$x - 4$	$x$	$11x - 40$

Kapcsolat a két szám között:

$$11x - 4 - 36 = 11x - 40$$

Ez egy azonosság.

Tehát  $x$  bármelyik 4 és 10 közé eső egész szám lehet.

– A második számjegy háromszor akkora, mint az első. Ha a számjegyeket felcseréljük, 36-tal nagyobb számot kapunk.

26 Ft

	tízes	egyed	a szám összegalakja
eredeti szám	$x$	$3x$	$10x + 3x$
felcserélt szám	$3x$	$x$	$31x$

Kapcsolat a két szám között:

$$\left| \begin{array}{ccc} 13x & < & 31x \\ & 36 & \end{array} \right|$$

Ebből az egyenlet:

$$13x + 36 = 31x \quad x = 2$$

Tehát a szám 26.

– A számjegyek összege 12. Ha ezeket felcseréljük, 18-cal nagyobb számot kapunk.

57 Ft

	tízes	egyed	a szám összegalakja
eredeti szám	$x$	$12 - x$	$10x + 12 - x$
felcserélt szám	$12 - x$	$x$	$120 - 9x$

Kapcsolat a két szám között:

$$\left| \begin{array}{ccc} 120 - 9x & > & 9x + 12 \\ & 18 & \end{array} \right|$$

Így az egyenlet:

$$120 - 9x = 9x + 12 \quad x = 5$$

Tehát a szám 57.

– A számjegyek összege 9. Ha kivonjuk belőle a jegyek felcserélésével kapott számot, az

eredeti szám  $\frac{3}{7}$ -ét kapjuk eredményül.

63 Ft

	tízes	egyed	a szám összegalakja
eredeti szám	$x$	$9 - x$	$10x + 9 - x$
felcserélt szám	$9 - x$	$x$	$90 - 9x$

Az egyenlet:

$$10x + 9 - x - (90 - 9x) = \frac{3}{7} (9x + 9)$$

$$x = 6$$

Tehát a szám 63.

$$26 + 57 + 63 = 146$$

$$230 - 146 = 84$$

Így a számla első tétele 84 Ft-ról szól.

Összesen

**230 Ft**

## II. Arányos osztás, arányosság, mozgásos feladatok

### 1. Arányosság

A tavaly tanult arányos osztással, egyenes és fordított arányossággal foglalkozik az öt feladat. Mind az öt feladat megoldását önálló munkára ajánljuk. A megoldás lépéseit és az eredményeket közösen beszéljük meg. A megbeszélés során kerüljön elő, hogy:

- mit jelent az arányos osztás (kérjünk példát is)
- hogyan osztunk fel valamit arányos részekre (kérjünk példát is)
- mit jelent az egyenes és fordított arányosság (mindkettőre kérjünk példát is)

### 3. FELADATLAP

1. A társaság kibérel egy többszobás házat (négy család van).

Kissék családjában 2 gyerek

Kovácsék családjában 3 gyerek

Simonék családjában 5 gyerek

Lakatosék családjában 2 gyerek

A ház bérleti díja naponta 500 euró. Az összesen a családok a gyerekek számának arányában osztoznak. Mennyit fizetnek családonként a szállásért, ha a sielés 5 napig tart? 1 euró = 255 Ft

**637500 Ft-ot fizetnek a házért.**

**Egy gyerek után 53125 Ft-ot kell fizetni.**

**Kissék 106250 Ft-ot, Kovácsék 159375 Ft-ot, Simonék 265625 Ft-ot, Lakatosék 106250 Ft-ot fizetnek.**

Mennyit spóroltak családonként, ha az utószezonban – tehát most – a ház ára 15%-kal olcsóbb?

**Kissék:  $106250 \cdot 0,15$ , így 15937 Ft-ot spóroltak.**

**Kovácsék:  $159375 \cdot 0,15$  Ft-ot, így 23906 Ft-t spóroltak.**

**Simonék:  $265625 \cdot 0,15$  Ft-ot, így 39843 Ft-ot spóroltak.**

**Lakatosék:  $106250 \cdot 0,15$ , így 15937 Ft-ot spóroltak.**

2. Simonék Interneten szállásajánlatot keresnek. Kiválasztják a legolcsóbbat. Így a ház naponta 420 euróba kerül. Mennyi ez az összeg forintba átszámolva?

**$420 \cdot 5 \cdot 255 = 535500$  Ft**

*Ebben a társaságban az a szokás, hogy minden család még itthon az egész vendégsereg számára elkészít egy vacsorát.*

3. Kissék csirkét sütnek. Általában négy főre vásárolnak. 1,2 kg csirkecombot szoktak egyszerre megenni. Mennyit kell vásárolniuk, hogy az egész társaságnak jusson?

**Egy főre  $1,2 : 4 = 0,3$  kg-nyi kell, így 20 főre 6 kg hús kell.**

4. Kovácsék vegetáriánusok. Sült zöldséggel fogják kínálni a társaságot. A zöldség elkészítése sok időt vesz igénybe. Ha hárman együtt tisztítanak, darabolnak a zöldségeket, akkor 45 perc alatt végeznének. Együtt készítik elő a vacsorához valókat. Mennyi idő alatt végeznek?

**Egyedül  $3 \cdot 45$  perc alatt lehet megpucolni. 5 embernek  $3 \cdot 45 : 5 = 27$  perc a tisztítás ideje.**

5. Simonék olyan vacsorával szeretnének kedveskedni a többieknek, amihez sok nyersanyagot kell vásárolni. Ezek beszerzését felosztják maguk között. Tapasztalatból tudják, hogy ha hárman arányosan felosztva szerzik be a vacsorához szükséges nyersanyagot, akkor 54 perc alatt végeznek. Mennyi ideig tart a bevásárlás?

Egyedül  $3 \cdot 54$  percig tart a vásárlás, míg 7 embernek  $3 \cdot 54 : 7 = 23,14$  azaz kb. 24 percig tart.

## 2. Mozgásos szöveges feladatok

Elevenítsük fel az előző (0831 modul) rész III./1. negyedik feladatában szereplő feladatokat és megoldásukat. Ezt a feladatot mintapéldaként is használhatjuk.

Tudatosítsuk újra:

- az egyenes vonalú egyenletes mozgás jelentését
- az út–idő–sebesség közötti összefüggést
- az átlagsebesség fogalmát
- a táblázat elkészítési módját

	út	idő	sebesség
egyik			
másik			

- az ismeretlen megválasztását (legtöbbször azt, választjuk, amelyik a kérdésben szerepel, vagy azt, amelynek az értéke mind a két mozgás során ugyanynyi)
- a rajz elkészítési módját
- a grafikon megrajzolási módját

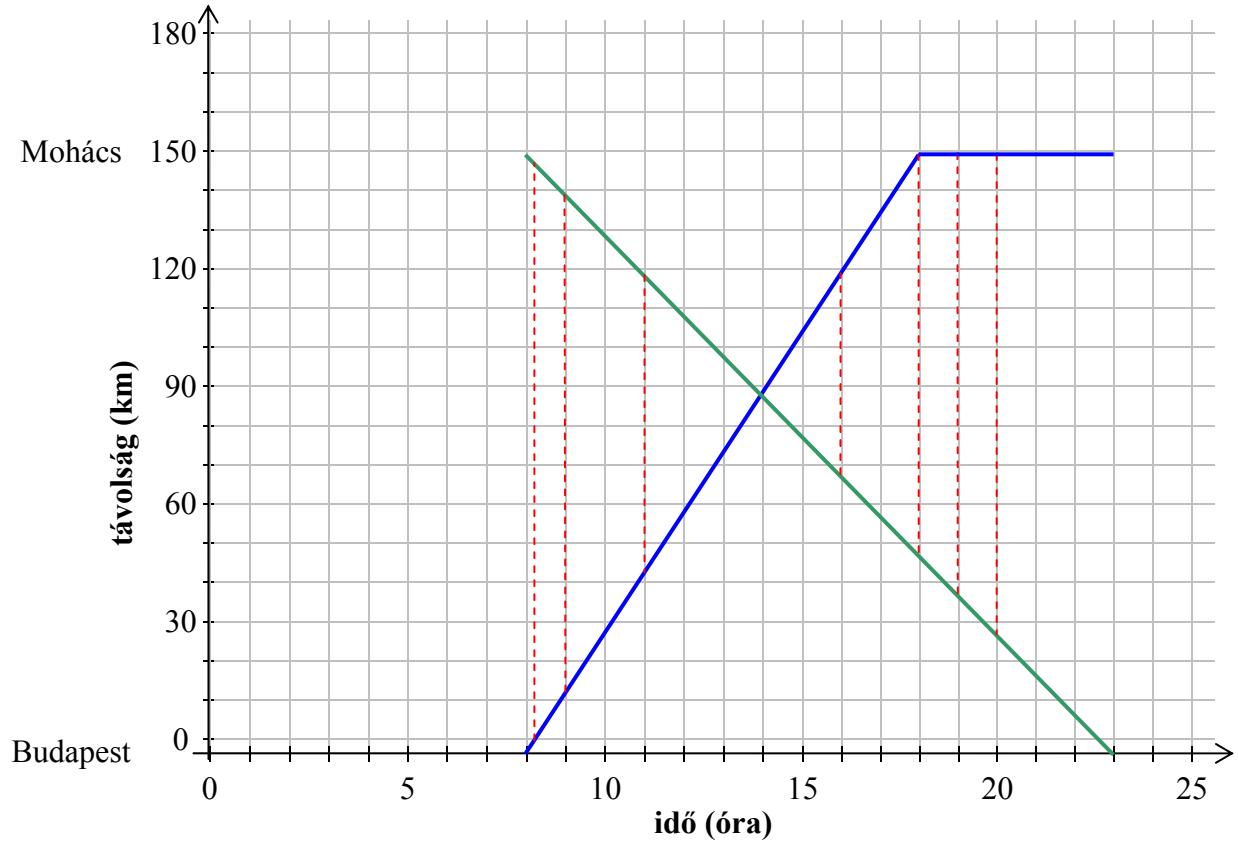
A szöveg elolvasása után becsüljék meg a gyerekek az eredményt, majd párban készítsék el a feladat szövegének megfelelő rajzot, táblázatot, és töltsék is ki. Ezután a csoport közösen beszélje meg a táblázat kitöltését és az egyenlet felírását. Az egyenletet önállóan oldják meg. A részleteket (táblázat, rajz, grafikon, egyenlet, eredmény, ellenőrzés) közösen beszéljük meg. Az eredményt a megbeszéléskor vessük össze a gyakorlattal. Érdemes a részleteket egy-egy gyerekkel egy időben felírni a táblára.

Az osztály felkészültségétől függően a tanár döntse el, hogy a feldolgozást a 4. feladatlappal (ez a nehezebb út), vagy az 1., 2. feladattal folytatja.

1. Reggel 8 órakor elindult egy hajó Budapestről Mohácsra. Az egész úton egyenletesen haladt, óránként 15 km-t tett meg. Ugyanakkor Mohácsról Budapestre is elindult egy hajó, és egyenletes sebességgel haladt. Óránként 10 km-t tett meg. Budapesttől Mohács 150 km-re van.

a) Készítsd el két különböző színnel a hajók mozgásgrafikonját!

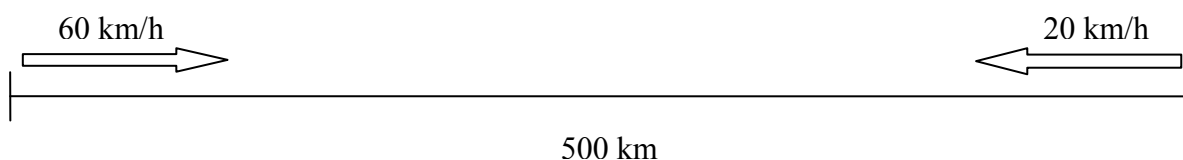
Megoldás:



b) Olvasd le a grafikonról a két hajó távolságát az alábbi időpontokban!

időpont (óra:perc)	8:15	9:00	11:00	14:00	16:00	18:00	19:00	20:00
távolság (km)	≈144	125	75	0	50	100	110	120

2. Egy autó és egy kerékpár egyszerre indul egymással szemben 500 km-nyire egymástól. Az autó 60 km/h, a kerékpár 20 km/h átlagsebességgel halad a találkozásig megállás nélkül. Mennyi idő múlva találkoznak?



a) Határozd meg a rajzon a találkozás helyét!

Segítség:

– Az autós vagy a kerékpáros indulási helyéhez lesz közelebb a találkozás helye?

Az kerékpároséhoz.

– Hányszor akkora utat tesz meg az autó a találkozásig, mint a kerékpár?

3-szor akkora

– Az autó indulási helyétől hány km-re találkozik a két jármű?

375 km

– Mennyi idő alatt teszi meg az autós ezt a távolságot?

6,25 óra

– Mennyi idő múlva találkozik a kerékpáros az autóssal?

6,25 óra

**b)** Oldd meg a feladatot egyenlettel is!

Jelöljük  $t$ -vel a találkozásig eltelt időt. Így:

$$60t + 20t = 500$$

$$t = 6,25 \text{ óra.}$$

## 4. FELADATLAP

A társaság indulási időpontja a megállapodás szerint február 14-e reggel 8 óra. A budaörsi benzinkút parkolójában találkoznak. Simonékat kivéve mindenki pontosan érkezik a találka helyére. Simonék telefonon jelentkeznek. Sajnos az autójuk még tegnap elromlott, így fél órával később érnének a benzinkút parkolójába. Javasolják, hogy a többiek induljanak el, majd utolérják őket.

1. Szerinted hány órakor és hol (melyik kilométerkőnél) érik utol Simonék a társaságot, ha autójuk 130 km/h, a többieké 110 km/h sebességgel megy (az M1-es autópályán mennek, így a sebességüket állandónak lehet tekinteni). Ábrázold grafikonon az autók mozgását.

–  $t$  óra alatt ért a társaság a találkahelyre, útjuk  $110 \cdot t$  km

–  $t - 0,5$  óra alatt ért a Simon család a találkahelyre, útjuk  $130(t - 0,5)$

– mivel az út hossza megegyezik, így  $110t = 130(t - 0,5)$ ,  $t = 3,25$  h

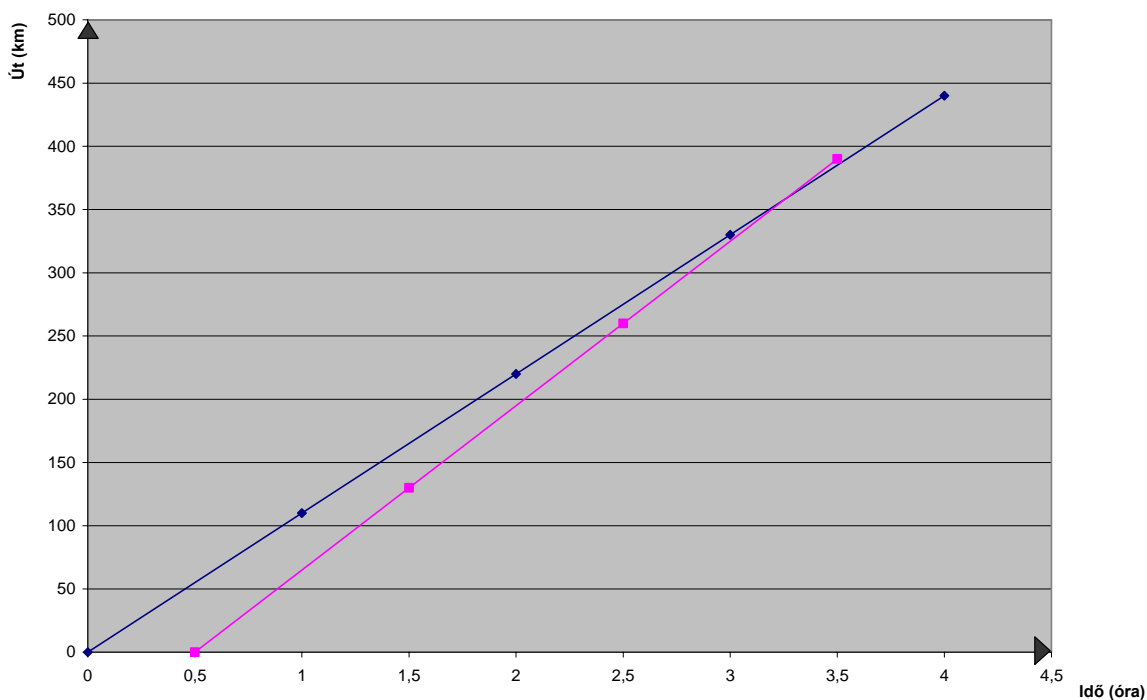
Negyed 12-kor találkoznak kb. a 357-es kilométerkőnél.

Társaság

$t$ (óra)	0	1	2	3	4
$s$ (km)	0	110	220	330	440

Simon

$t$ (óra)	0,5	1,5	2,5	3,5
$s$ (km)	0	130	260	390



2. Hány órákor érnek a szálláshelyre (Budapesttől 550 km), ha sehol sem állnak meg, és tartják a 110 km/h átlagsebességet?

$t = 550 : 110 = 5$  óra, tehát 13 órákor érnek a szálláshelyre.

A következő két feladatot önálló munkára vagy házi feladatra ajánljuk.

3. A társaság természetesen időnként megállt. A részletes útinapló alapján számold ki az átlagsebességüket.

Indulás: 8:00.

Hegyeshalom: 9:45.

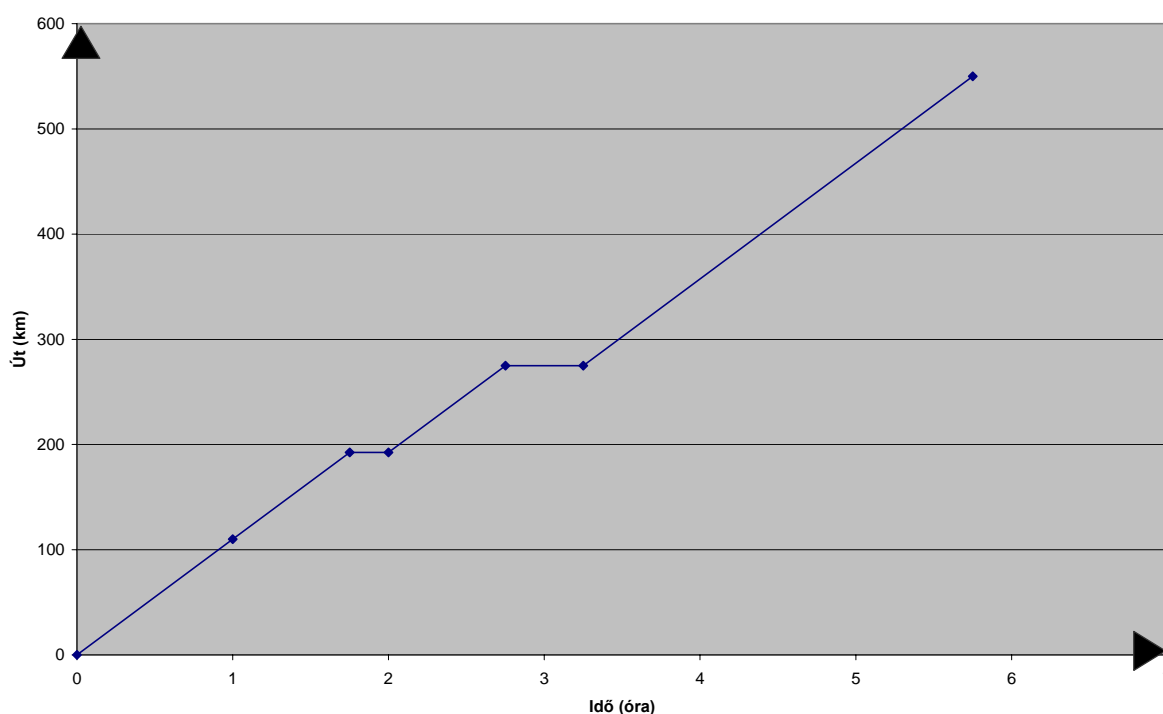
A határnál eltöltött idő: 15 perc.

Étkezés Bécs után, a határtól 82,5 km-re. Itt 30 percet töltöttek.

Ezután sehol sem álltak meg.

Hány órákor érkeztek meg? (13:45) Ábrázold grafikonon az autók útját!

Átlagsebesség:  $v = 550 \text{ km} : 5,75 \text{ óra} = 96,65 \text{ km/h}$ .



$t$ (óra)	1	1,75	2	2,75	3,25	5,75
$s$ (km)	110	192,5	192,5	275	275	550

4. Ahogy megérkeznek, a két legidősebb gyerek már fogja is a felszerelést, és indulnak a sípályákra. Mekkora sebességgel siklanak végig ugyanazon a pályán, ha a fiatalabb sebessége 2,5 km/h-val kisebb, mint az idősebbé, így azután két perccel tovább tart neki a lesiklás, mint az idősebbnek. Az idősebb 28 perc alatt ért le.

	Idő (h)	Sebesség (km/h)	Út (km)
Fiatalabb	0,5	$v - 2,5$	$s = 0,5 (v - 2,5)$
Idősebb	0,47	$v$	$s = 0,47v$

$$0,5 (v - 2,5) = 0,47v$$

$$v = 41,67$$

Az idősebb fiú sebessége: 41,67 km/h, a fiatalabbiké: 39,17 km/h



### III. Munkavégzéses, keveréses feladatok

#### 1. Munkavégzéssel kapcsolatos feladatok

Az ún. munkavégzéses feladat megoldását tanuljuk meg. Mielőtt a gyerekek elkezdik a kidolgozást, elevenítsük fel az előző (0831. modul) rész II. részében lévő feladatokat.

Tudatosítsuk újra:

- egyenletes munkavégzésről van szó, és újra mondjuk el a jelentését
- a munka egész mennyiségét érdemes valamilyen betűvel jelölni
- az egyórai munkamennyiség megállapításának fontosságát
- hogyan lehet ebből következtetni az ismeretlen időegység alatt elvégzett munkára
- mit jelent, ha ketten együtt dolgoznak, és készen vannak az egész munkával
- táblázat segítségével mennyivel átláthatóbbá válik a feladat szövege és megoldása

	egy órányi munka	$x$ órányi munka
Egyik		
Másik		

#### 5. FELADATLAP

A két feladatot páros munkára ajánljuk, a táblázat kitöltését csoportban beszéljék meg. Az egyenlet felállítását, az eredményt, és az ellenőrzést közösen végezzük el. A táblára kerüljön fel mindkét feladathoz tartozó egyenlet részletes megoldása, ugyanis ez az a pillanat, amikor meg kell értetni a gyerekekkel, hogy teljesen mindegy, mekkora az egész munka mennyisége, ugyanis az egyenlet megoldása során egyszerűsíteni lehet vele. Emiatt nyugodtan lehet az egész munka mennyiségét eggyel jelölni. Ez nehéz fogalom, többször is vissza kell térni rá.

MINTAPÉLDA:

A következő feladat mintaként szolgál a munkavégzéses példák megoldásához.

Danit és Marcit édesanyjuk avval bizza meg, hogy magozzák ki a piacon most vásárolt cseresznyét. Tapasztalataik szerint Dani egyedül 5óra alatt, Marci egyedül 3óra alatt készülne el a munkával. Mennyi idő alatt lesznek készen, ha együtt dolgoznak? A cseresznye mennyiségét  $a$ -val jelöljük.

Becslés: Biztos hogy ketten együtt 3óránál rövidebb idő alatt készülnek el. Ha Dani ugyan olyan gyorsan dolgozna mint Marci, akkor 1.5óra elegendő idő lenne. Így azonban biztosan 1.5 óránál több ideig tart a cseresznye kimagozása.

Megoldás következtetéssel: Dani egy óra alatt kimagozná a cseresznye  $\frac{1}{5}$ -öd részét. Marci

egy óra alatt a cseresznye  $\frac{1}{3}$ -ad részét. Ketten együtt egy óra alatt a cseresznye  $\frac{8}{15}$ -öd

részével végeznek. Az egésszel  $1: \frac{8}{15} = \frac{15}{8}$  óra alatt lesznek készen.

Megoldás egyenlettel: Jelöljük  $x$ -szel azt az időtartamot, amennyi idő ahhoz kell, hogy elkészüljenek. A táblázat kitöltése segíti a megoldást.

	egy órányi munka	$x$ órányi munka
Dani	$\frac{a}{5}$	$\frac{a}{5} \cdot x$
Marci	$\frac{a}{3}$	$\frac{a}{3} \cdot x$

Ketten együtt  $x$  óra alatt kimagozzák az  $a$  mennyiségű cseresznyét.

$$\frac{a}{5} \cdot x + \frac{a}{3} \cdot x = a \quad a\text{-val végig lehet osztani az egyenletet.}$$

$$\frac{1}{5}x + \frac{1}{3}x = 1$$

$$8x = 15$$

$$x = \frac{15}{8}$$

Tehát ketten együtt  $\frac{15}{8}$  óra alatt lesznek készen a magozással.

A mintapélda alapján a gyerekek önállóan is meg tudják oldani a következőket.

*Az első este Kissék készítik a vacsorát.*

1. A csirkéhez 5 kg krumplit kell hámozni. A két felnőtt pucolja a krumplit. Mennyi idő alatt lesznek készen együtt, ha ennyi krumplit a mama egyedül 30 perc, a papa egyedül 50 perc alatt pucol meg.

	egy percnyi munka	$x$ percnyi munka
Mama	$\frac{5}{30}$	$\frac{5}{30} \cdot x$
Papa	$\frac{5}{50}$	$\frac{5}{50} \cdot x$

$$\text{Együtt: } \frac{5}{30} \cdot x + \frac{5}{50} \cdot x = 5 \quad \frac{x}{30} + \frac{x}{50} = 1 \quad x = 18,75$$

Tehát együtt 18,75 perc alatt lesznek készen.

*Lakatosék már az első este szégyenkezve vallják be, hogy ők az előző napokban nagyon sokat dolgoztak, így azután semmit sem készítettek. De vállalják azt, hogy a házat minden nap rendbe hozzák.*

2. Tapasztalatból tudják, hogy Lakatos anyuka ekkora közös tér takarításával két óra alatt, az apuka egyedül három óra alatt végez. Most összefognak, és ketten együtt takarítják ki a közös tereket. Mennyi idő alatt lesznek készen, ha a közös tér alapterülete  $80 \text{ m}^2$  ?

Következtetés: 1 óra alatt a ház  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$  részét takarítják ki. Tehát az egészsel  $1 : \frac{5}{6} = \frac{6}{5}$  óra alatt végeznek.

	egy órányi munka	$x$ órányi munka
Mama	$\frac{80}{2}$	$\frac{80}{2} \cdot x$
Papa	$\frac{80}{3}$	$\frac{80}{3} \cdot x$

$$\text{Együtt: } \frac{80}{2} \cdot x + \frac{80}{3} \cdot x = 80 \quad x = \frac{6}{5}$$

A 3. feladatot önálló munkára vagy házi feladatra ajánljuk.

A megoldás menetét, az eredményt, az ellenőrzést közösen beszéljük meg.

3. A házban egy elég nagy méretű,  $a \text{ m}^3$  térfogatú medence is van, amit minden nap fel kell tölteni és le is kell engedni. A víz két csapon keresztül folyik. Az egyik csap két óra alatt, a másik csap másfél óra alatt töltené fel a medencét, ha valamilyen okból csak az egyik működne. Mennyi idő alatt töltődik fel a medence, ha mind a két csap nyitva van?

	egy órányi munka	$x$ órányi munka
Egyik	$\frac{a}{2}$	$\frac{a}{2} \cdot x$
Másik	$\frac{a}{1,5}$	$\frac{a}{1,5} \cdot x$

$$\text{Együtt: } \frac{x}{2} + \frac{x}{1,5} = 1 \quad x = \frac{3}{3,5} \quad x = 0,86$$

Tehát a két csap együtt 0,86 óra alatt tölti fel a medencét.

## 2. Keveréses feladatok

Mielőtt a csoportok közösen megoldják a feladatot, elevenítsük fel az előző (0831 modul) rész II/2-ben lévőket.

Újból tudatosítsuk:

- Mit jelent, ha a gyümölcslé 15%-os, mennyi víz és mennyi gyümölcskoncentrátum van benne?
- A víz hány %-os gyümölcslé?
- Mit jelent a vízzel való hígítás?

A táblázat segítségével átláthatóbbá válik a feladat megoldása.

	mennyiség	%	gyümölcsstartalom
egyik folyadék			
másik folyadék			
keverék			

Az első feladatot olvassák el magukban, majd közösen beszéljék meg az olvasottakat. Ezután a csoportok közösen oldják meg a feladatot. Ha készen vannak, beszéljük meg az egész osztállyal.

A második feladatot önálló megoldásra ajánljuk.

## 6. FELADATLAP

Már mindenki együtt ül a vacsoraasztalnál. Az asztal szépen meg van terítve, és már tálalják is a vacsorát, amikor a gyerekek észreveszik, hogy az innivalók hiányoznak. Gyorsan nekilátnak elkészíteni a szörpöt.

1. A szörp házi készítésű, 80%-nyi gyümölcs van benne. A gyerekek hígítva szeretik. Két liter szörpöz mennyi vizet kell önteniük, hogy az innivalójuk 32%-os gyümölcsital legyen?

	Mennyiség (liter)	%	Gyümölcsstartalom (liter)
egyik folyadék	2	80	$2 \cdot 0,8 = 1,6$
másik folyadék	$x$	0	0
keverék	$2 + x$	32	$0,32(2 + x)$

Mivel a gyümölcsstartalom a keverék készítése közben nem változott, ezért

$$\begin{cases} 1,6 \\ x \end{cases} = \begin{cases} 0,32(2 + x) \\ 3 \end{cases}$$

Tehát a szörpöz 3 l víz kell.

2. A felnőttek néha szeretnek kultúráltnak alkoholt is inni. Ketten is hoztak otthonról pálinkát. Az egyikük 3 dl 40%-ost, a másik 1 l-nyi 8%-ost. Senki sincs meglegedve: a 40%-os nagyon erősnek a 8%-ost nagyon gyengének tartják. Hogy mindenkinek elfogadható legyen, valamilyen arányban összekeverik a két pálinkát. Azt szeretnék, ha a keverék 18%-os lenne. A 40%-os pálinka elég kevés, ezért ezt mind felhasználják a keverékhez. Hány dl-t öntsenek hozzá a 8%-osból?

	Mennyiség (l)	%	Alkoholtartalom (l)
egyik folyadék	0,3	40	$0,3 \cdot 0,4$
másik folyadék	$x$	8	$0,08x$
keverék	$x + 0,3$	18	$0,18(x + 0,3)$

$$0,12 + 0,08x = 0,18 \cdot (x + 0,3) \quad x = 0,66$$

Tehát 6,6 dl kell a 8%-osból.

## IV. Évszám, életkoros feladatok

A kerettörténetben most értünk el az esti játékhoz. A feladatsorban az évszámokon kívül kevés alapismeretet igénylők is vannak. Az első kettő évszámok kitalálásával foglalkozik. Mielőtt hozzáfognának a gyerekek, elevenítsük fel az előző (0831 modul) rész III/3-es feladat segítségével, hogyan lehet következtetni szövegek alapján az életkorokra.

A gyerekek olvassák el az első feladatot, csoporton belül beszéljék meg, hogy mit fognak ismeretlennek választani, és milyen adatokról szól a szöveg. Ezután mutassuk meg, hogyan lehet táblázat segítségével eljutni az egyenlet felírásához.

	most	régen	majd
egyik			
másik			

Beszéljük meg magát az egyenletet, amelynek megoldását önálló munkára ajánljuk. Csoporton belül egyeztessék az eredményeket, és végezzék el az ellenőrzést.

A továbbiak az osztási maradékokra és az oszthatóságra építenek. Következtetéssel könnyen megoldhatók, inkább arra való, hogy az egyenletek felállításával és megoldásával nehezebben birkózó gyerekeknek is legyen sikerélménye.

## 7. FELADATLAP

Vacsora után összeül az egész társaság. A felnőttek „furcsa” feladatokkal szórakoztatják a gyerekeket.

1. Találjátok ki? Három évvel ezelőtt ötször idősebb voltam az unokaöcsémnél. Öt év múlva már csak háromszor leszek nála idősebb. Hány éves vagyok most? – kérdezi Kovács úr.

	most	régen	majd
én	$x$	$x - 3$	$x + 5$
unokaöcs		$(x - 3) : 5$	$(x + 5) \cdot 3$

Régen      Most                      Majd  
 $x - 3$        $x$                                    $x + 5$



$$(x - 3) : 5 + 8 = (x + 5) \cdot 3$$

vagy

$$\left| (x - 3) : 5 \right| < \left| (x + 5) : 3 \right|$$

$$(x - 3) : 5 + 8 = (x + 5) : 3$$

$$x = 43$$

Tehát én most 43 éves vagyok.

A következő feladatokat önálló megoldásra szánjuk.

2. Az unokahúgom éveinek a száma most  $\frac{1}{3}$ -a az én éveim számának. Hat évvel ezelőtt az ő éveinek száma  $\frac{1}{5}$ -e volt az én mostani koromnak. Hány évesek vagyunk most? – kérdezi

Simon néni.

Legyen  $x$  az én éveim száma. Akkor

$$\frac{1}{5} \cdot x = \frac{1}{3} \cdot x - 6 \quad x = 45$$

Tehát én 45 éves vagyok, az unokahúgom 15.

3. Szilváéknál összegyűltek a gyerekek. Szilva néni szilvás gombócot főz nekik. Ha mindenki öt gombócot enne, akkor egy gyereknek eggyel kevesebb jut. Ha azonban mindenki csak négyet enne, akkor a fennmaradó két gombócot Szilva néni enné meg. Hány gyerek van Szilva néninél? – kérdezik Lakatosék.

Szilva néninél  $x$  gyerek van. Akkor

$$5(x - 1) + 4 = 4x + 2 \quad x = 3$$

Tehát Szilva néninél 3 gyerek van.

4. Egy nap az iskolában az egyik szünetben Péter bevásárol barátainak a büfében. Vett 13 limonádét egyenként 108 Ft-ért, 9 adag virslit és 6 szendvicset. Az eladó kiszámolta a számla végösszegét, ez 3904 Ft lett. Pali rávágta, hogy ez nem lehet, pedig nem tudta, hogy darabonként mennyibe kerül a virsli és a szendvics. Miért lehetett biztos a dolgában? – kérdezi Kiss úr.

$13 \cdot 108 + 9x + 6y = 3904$ . Ahol  $x$  az egy adag virsli ára,  $y$  az egy adag szendvics ára. Pali onnan tudta a választ, hogy az egyenlet bal oldala osztható 3-mal, a jobb oldala viszont nem.

## V–VI. Vegyes feladatok, gyakorlás

A továbbiak gyakorló feladatok. Az első kettőt önálló munkára ajánljuk.

### 8. FELADATLAP

*A gyerekek egyik este nagyon unatkoztak. Azt találták ki, hogy különböző gyümölcsstartalmú dobozos italokat összeöntenek. Mivel a kapott keverék gyümölcsstartalmát megmérni nem tudják, kénytelenek kiszámolni azt.*

1. Tehát: volt 5 liter 12%-os, és 3 liter 40%-os ital. Kaptak 8 liter folyadékot, amelynek a gyümölcsstartalma ... %-os. Számold ki, mennyi!

	Mennyiség (liter)	Százalék	Gyümölcsstartalom (liter)
egyik	5	12	$5 \cdot 0,12$
másik	3	40	$3 \cdot 0,4$
keverék	8	$x$	$8x$

$$5 \cdot 0,12 + 3 \cdot 0,4 = 8x \qquad x = 22,5\%$$

Egy mintapélda segítségével értessük meg a gyerekekkel, hogy teljesen mindegy mit keverünk össze, különböző alkoholtartalmú italokat vagy különböző egységárú élelmiszereket.

Közösen oldjuk meg a feladatot.

Mogyoróból és mandulából 4 kg 2 000Ft egységárú keveréket készítünk. A mogyoró kg-ja 1 000 Ft, a manduláé 3 500 Ft. Hány kg mogyorót és mandulát vegyünk?

Becslés: A mogyoró egységára közelebb van a keverékéhez mint a manduláé, ez azt jelenti, hogy 2 kg-nál több mogyorót kell tenni a keverékbe.

Megoldás egyenlet segítségével. Jelöljük  $x$ -szel a mogyoró mennyiségét. Rendezzük táblázatba az adatokat.

	Mennyiség (kg)	Egységár	Ár (forint)
Mogyoró	$x$	1 000	$1\,000x$
Mandula	$4 - x$	3 500	$3\,500 \cdot (4 - x)$
keverék	4	2 000	$2\,000 \cdot 4$

A keverék ára megegyezik a mogyoró és a mandula árának összegével.

$$1000x + 3500(4 - x) = 8000 \qquad x = 2,4$$

Tehát mogyoróból 2,4 kg-ot, mandulából 1,6 kg-ot kell vennünk.

2. Lakatosék meglepetésnek kétféle édes apró süteményt, összesen másfél kilogrammnyit vásároltak. Az egyiknek kg-ja 1700 Ft-ba, a másiknak 2300 Ft-ba került. Az egészért fizettek 3225 Ft-ot. Hány dkg-ot vettek külön-külön az egyikből és a másiktól?

	Mennyiség (kg)	Ár (Ft)
egyik	$x$	$1700x$
másik	$1,5 - x$	$2300 \cdot (1,5 - x)$

$$1700x + 2300(1,5 - x) = 3225$$

$$x = 0,375$$

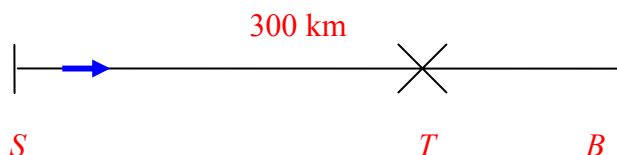
Tehát az egyikből 37,5 dkg-ot, a másiktól 1 kg és 12,5 dkg-ot vettek.

A következő két feladatot önálló megoldásra ajánljuk. A megoldást beszéljük meg közösen. A táblára kerüljön fel az összefüggést leíró egyenlet és az út–idő grafikon. Az ellenőrzést is közösen végezzük. A feladatok eredménye nem egész szám. A kérdésben szereplő helyet csak megközelítőleg érik el az utazók.

Beszeljük meg, hogy mi történhet ebben az esetben:

- nem találkoznak
- mindkettő a saját helyén várja a másikat
- telefonon hívják egymást, és újabb helyet beszélnek meg
- kicsit tovább megy az egyik és így elkerülik egymást

3. Simonék az egyik napon találkozni szeretnének Ausztriában élő ismerősükkel. Telefonon megbeszélik, hogy másnap délelőtt azonos időben elindulnak egymás felé, és majd valahol útközben találkoznak. Simon úr szereti pontosan előre megtervezni a napját, ezért számolni kezd. Azt tudja, hogy egymástól az autópályán 300 km-nyi távolságra vannak. Ismerősük általában 80 km/h-s sebességgel megy. Simon úr mindig a lehető legnagyobb sebességgel megy, ez Ausztriában 130 km/h. Segíts kiszámolni, hogy a találkozásig hány km-t vezetnek külön-külön! Lehetséges-e, hogy abban a parkolóban találkoznak, amelyik Simonék szálláshelyétől 186 km-re van? Rajzold le az autók út–idő grafikonját is!



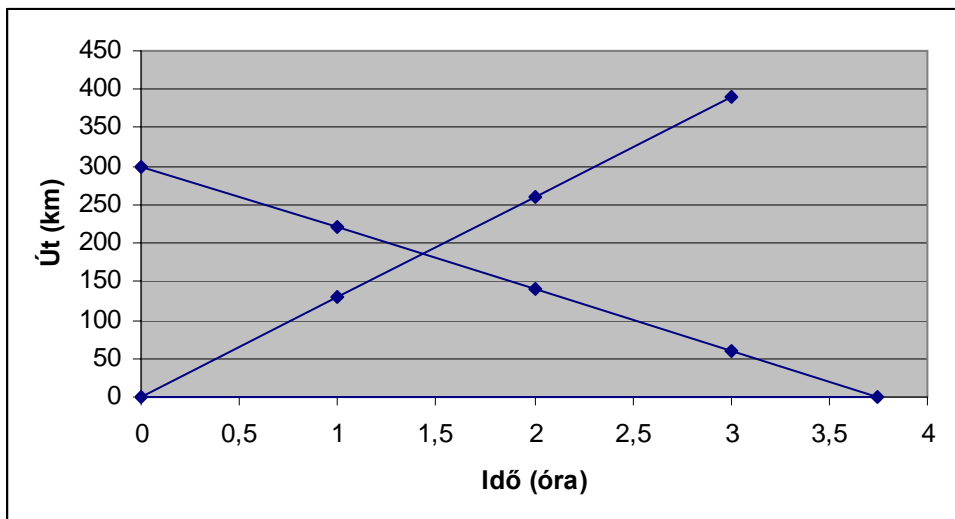
$t$  idő múlva találkoznak.

Simon útja  $130t$ , barátjának az útja  $80t$ . Együtt 300 km-t tesznek meg.

$$210t = 300$$

$$t = 1,43$$

Tehát Simon úr  $1,43 \cdot 130 = 185,7$  km-t tett meg a találkozásig.



ismerős

$t$ (óra)	0	1	2	3
$s$ (km)	300	220	140	60

Simon

$t$ (óra)	0	1	2	3
$s$ (km)	0	130	260	390

4. Másnap reggel Simon úr elaludt, így két órával később indult el. Gyorsan kiszámolta, hogy hány km-t tesz majd meg a találkozásig. Lehetséges-e, hogy a szálláshelytől 87 km-re lévő parkolóban találkoznak? Rajzold le az út–idő grafikont is!

	Idő	Sebesség	Út
barát	$t$	80	$80t$
Simon	$t - 2$	130	$130(t - 2)$

$$80t + 130(t - 2) = 300 \quad t = 2,66$$

Tehát Simon úr  $0,66 \cdot 130 = 86,6$  km-t tett meg a találkozásig.

*A többi nap sieléssel, játékkal, zenehallgatással telt. Bár nagyon jól érezték magukat, mindannyian nagyon örültek annak, hogy végre megint otthon lehetnek.*

A maradék időben válogassunk a feladatgyűjteményből. A feladatok különböző nehézségűek, így alkalmasak a differenciálásra.

A példákat témakörönként gyűjtöttük össze, hogy könnyebb legyen a válogatás. Azt ajánljuk, hogy úgy állítsuk össze a feladatok sorrendjét, hogy az egymás után következők különböző „típusúak” legyenek.

## VII.-VIII. felmérés

A felmérő szövege összefüggő. Mégis nyolc önálló feladatra lehet bontani. Így a javításnál a feladatokat külön-külön lehet értékelni, függetlenül attól, hogy a felhasznált kiinduló adat (amit a gyerek az előzőkben számolt ki) helyes vagy helytelen. Gyengébb képességű osztályoknál a tanár dönthet úgy, hogy az utolsó két feladatot elhagyja.



## FELMÉRŐ

Név: \_\_\_\_\_

## 8. évfolyam, Szöveges feladatok

1. A Fábíán család havi nettó jövedelme 480 000 Ft. Az apa 23%-kal többet keres, mint az anyja. Külön-külön mennyi a nettó jövedelmük?
2. Minden hónapban előre megtervezik, hogy mire mennyit fognak költeni. Számold ki a januári költségvetésük tételeit!
  - Rezsire (fűtés, villany, víz, gáz, csatorna, közös költség, stb.) a jövedelem  $\frac{2}{15}$ -öd részét.
  - Élelemre a jövedelem 55%-át.
  - Mozira a jövedelem 0,5%-át.
  - Ruházkodásra a jövedelem 4%-át.
  - Utazásra (benzin) a jövedelem  $\frac{3}{50}$ -ed részét.
3. A többit a nyaralásra teszik félre. Vajon a megspórolt pénz hány %-a a havi jövedelmüknek?
4. Ha minden hónapban ennyit spórolnának meg, mennyi pénzük gyűlne össze egy év múlva?
5. Ha a következő évben január 3-án az összegyűjtött pénzt egy évre lekötnék az egyik bankban évi 8%-os kamatra, mennyi pénzt kapnának az év végén?
6. Ebből a pénzből nyaralni mennek a nyáron. Autóval kelnek útra. Azonban, mielőtt elindultak volna, az egyik ismerősük megkérte Fábíánékat, hogy egy nagyobb csomagot vigyenek el a zalaegerszegi vasútállomásra. Így a csomag miatt az autóban egy személlyel kevesebben férnek el. Emiatt az idősebb fiú vonattal megy, és a családjával csak Zalaegerszegen találkozik. Mennyivel később indulhat a család az autóval, ha a vonat átlagsebessége 50 km/h, menetideje 3,5 óra, és Fábíánék általában 70 km/h sebességgel mennek (természetesen vigyáznak arra, hogy ne késsék le a vonat érkezését)?
7. A család a nyaralás alatt barlangtúrázni is szeretne. Előre megvásárolnak egy nagy zseblámpát. Óvatosságból visznek magukkal egy tartalék elemet is. Meddig maradhatnak a barlangban a tartalékelemmel, ha a zseblámpájukban egyszerre két izzó ég, és ha csak az egyik izzó égne, akkor 12 óra alatt, ha csak a másik égne, akkor 18 óra alatt merítené ki az elemet?
8. Az útra kétféle pogácsát visznek magukkal. Az egyiknek kilogrammja 1 200 Ft, a másiké 900 Ft. Összesen 3 kg-ot vásároltak, és 3 100 Ft-ot fizettek. Mennyit vettek külön az egyikből és külön a másiktól?

FELMÉRŐ (MEGOLDÁS) Név: \_\_\_\_\_

### 8. évfolyam, Szöveges feladatok

1. A Fábrián család havi nettó jövedelme 480000 Ft. Az apa 23%-kal többet keres, mint az anyja. Külön-külön mennyi a nettó jövedelmük?

Jelöljük  $x$ -szel az anyja jövedelmét, így az apáé  $1,23x$ .

$x + 1,23x = 480\,000$ , ahonnan  $x = 215\,247$  Ft,

Tehát az anyja jövedelme 215 247 Ft, az apáé 264 753 Ft.

2. Minden hónapban előre megtervezik, hogy mire mennyit fognak költeni. Számold ki a januári költségvetésük tételeit!

– Rezsire (fűtés, villany, víz, gáz, csatorna, közös költség, stb.) a jövedelem  $\frac{2}{15}$ -öd részét.

64000 Ft

– Élelemre a jövedelem 55%-át.

264 000 Ft

– Mozira a jövedelem 0,5%-át.

2 400 Ft

– Ruházkodásra a jövedelem 4%-át.

19 200 Ft

– Utazásra (benzin) a jövedelem  $\frac{3}{50}$ -ed részét.

28 800 Ft

3. A többit a nyaralásra teszik félre. Vajon a megspórolt pénz hány %-a a havi jövedelmüknek?

40,3%      193 440 Ft

4. Ha minden hónapban ennyit spórolnának meg, mennyi pénzük gyűlne össze egy év múlva?

2 321 280 Ft.

5. Ha a következő évben január 3-án az összegyűjtött pénzt egy évre lekötnek az egyik bankban évi 8%-os kamatra, mennyi pénzt kapnának az év végén?

2 506 982 Ft.

6. Ebből a pénzből nyaralni mennek a nyáron. Autóval kelnek útra. Azonban, mielőtt elindultak volna, az egyik ismerősük megkérte Fábriánékat, hogy egy nagyobb csomagot vigyenek el a zalaegerszegi vasútállomásra. Így a csomag miatt az autóba egy személlyel kevesebben férnek el. Emiatt az idősebb fiú vonattal megy, és a családjával csak Zalaegerszegen találkozik. Mennyivel később indulhat a család az autóval, ha a vonat átlagsebessége 50 km/h, menetideje 3,5 óra, és Fábriánék általában 70 km/h sebességgel mennek (természetesen vigyáznak arra, hogy ne késsék le a vonat érkezését)?

Mivel a találkozásig elméletileg ugyanazt az utat teszik meg, így

$3,5 \cdot 50 = 70 (3,5 - t)$  ahonnan  $t = 1$ .

Tehát egy órával később indulhatnak el.

7. A család a nyaralás alatt barlangtúrázni is szeretne. Előre megvásárolnak egy nagy zseblámpát. Óvatosságból visznek magukkal egy tartalék elemet is. Meddig maradhatnak a barlangban a tartalékelemmel, ha a zseblámpájukban egyszerre két izzó ég, és ha csak az egyik izzó égne, akkor 12 óra alatt, ha csak a másik égne, akkor 18 óra alatt merítené ki az elemet?

Tekintsük az elem összes elektromos energiáját egységnyinek.

(izzó)	Összes elektromos energia (1 Wh)	Egy órányi fogyasztás	$x$ órányi fogyasztás
1.	12	$\frac{1}{12}$	$\frac{x}{12}$
2.	18	$\frac{1}{18}$	$\frac{x}{18}$

$$\frac{x}{12} + \frac{x}{18} = 1, \text{ ahonnan } x = 7,2$$

Tehát a tartalék elemmel 7,2 óráig maradhatnak a barlangban.

8. Az útra kétféle pogácsát visznek magukkal. Az egyiknek kilogrammja 1200 Ft, a másiké 900 Ft. Összesen 3 kg-ot vásároltak, és 3100 Ft-ot fizettek. Mennyit vettek külön az egyikből és külön a másiktól?

Jelöljük  $x$  - szel a drágább pogácsából vett mennyiséget. Így

$$1200x + 900(3 - x) = 3100, \text{ ahonnan } x = \frac{4}{3}$$

Tehát a drágábbból 1,3 kg-ot, az olcsóbból 1,7 kg-ot vettek.

## FELADATGYŰJTEMÉNY

### VEGYES FELADATOK

1. Hány kg sárgabarackot vett anyu a hétvégére?

Anyu elment a piacra bevásárolni. Már mindent megvett, amit szeretett volna, amikor hirtelen eszébe jutott, hogy a lánya, Zsuzsi, nagyon szereti a sárgabarackot. Az erszényében sajnos csak 200 Ft maradt, ezt mind barackra akarta költeni.

Gyorsan körberohanta még egyszer a piacot, de csak ilyen ártáblákat talált:

7 kg 280 Ft

11 kg 600 Ft

9 kg 900 Ft

Nem talált nagy minőségi különbséget az áruban, megvette az egyik helyen a barackot.

Hány kg-ot vásárolt?

**Az első helyen 40 Ft, a másodikon kb. 51 Ft, a harmadikon 100 Ft kg-ja a baracknak. Így az első helyen vásárolt 5 kg-ot.**

2. A nomád táborba 35 kg gyümölcsöt (almát és körtét) vásároltak a konyhások. Jucika nagyon szereti a körtét, és tudni szeretné, hogy van-e belőle elegendő mennyiség. (Jucika egy ültő helyében 0,75 kg körtét tud megenni.) Megkérdezi a konyhásokat, hány kg körtét vettek.

Válaszként azt kapja, hogy az alma  $\frac{5}{7}$ -e megegyezik a körte  $\frac{2}{3}$ -ával.

Szerinted Jucika elégedett-e a körte mennyiségével? (A táborban 48-an vannak.)

**Legyen az alma  $x$  kg, akkor a körte  $35 - x$  kg. Így**

$$\frac{5}{7}x = \frac{2}{3}(35 - x) \quad x = 16,9 \text{ kg}$$

**Tehát 16,9 kg almát és 18,1 kg körtét vásároltak.**

**Jucika nem volt elégedett, mert  $18,1 : 48$  kg körte = 0,38 kg körte jutna neki, ha mindenki egyforma adagot kapna.**

3. Ljubjana és Maribor (melyik országban van?) között fizetős autópálya van. 1996 nyarán az autópálya 67%-a autóútként működött. Az autópálya kapujában 350 tolát kellett fizetni. Mennyit kellene fizetni, ha a teljes út autópálya lenne?

**Ha 33% kerül 350 tolarba, akkor az egész út 1060 tolarba került volna.**

4. Három nadrágot vásároltunk 24000 Ft-ért. Az első háromnegyed része, a másodiké kétszerese volt a harmadik árának. Mennyibe kerültek a nadrágok külön-külön?

**A harmadik nadrág árát jelöljük  $x$ -szel. Így**

$$\frac{3}{4}x + 2x + x = 24000, \text{ ahonnan } x = 6400.$$

**Tehát az első nadrág 4800 Ft, a második 12800 Ft, a harmadik pedig 6400 Ft.**

5. Mennyi pénze van Juditnak, ha pénzének négyötöd része 140 Ft-tal több, mint az egyharmad része?

Judit pénzét jelöljük  $x$ -szel. Így

$$\left| \begin{array}{l} \frac{4}{5}x \\ 140 \end{array} \right| > \left| \begin{array}{l} \frac{1}{3}x \\ \end{array} \right|$$

$$\frac{4}{5}x = \frac{1}{3}x + 140, \text{ ahonnan } x = 300$$

Tehát Juditnak 300 Ft-ja volt.

6. Az FTC–MTK meccsen 3 mozgóárus peracet árult, 100 Ft-ért darabját. Átlagos jövedelmük egyik este 22680 Ft volt. Az árusok közül az első 50%-kal, a második 70%-kal nagyobb forgalmat bonyolított le, mint a harmadik.

Hány peracet adtak el külön-külön?

A harmadik árus eladott pereceinek száma legyen  $x$ . Így az elsőé  $1,5x$ , a másodiké  $1,7x$ . Tehát  $4,2x \cdot 100 = 22680$ , ahonnan  $x = 54$ . Így külön-külön az első 81-et, a második kb. 92-t, a harmadik 54-et adott el.

7. Mennyivel nő vállalkozásod 27000000 Ft-os tőkéje 2 év alatt, ha egyharmadát részvényekbe fekteted, kétötödét betétkönyvekben kamatoztatod, befektetési jegyet egynegyedéért vásárolsz, a fennmaradó részt otthon tartod?

A részvények 30%-os osztalékot fizetnek, betétkönyv évente 15%-ot kamatozik, a befektetési jegy évi 18%-ot hoz.

$$\text{részvény: } 27\,000\,000 \cdot \frac{1}{3} = 9\,000\,000$$

$$\text{betétkönyv: } 27\,000\,000 \cdot \frac{2}{5} = 10\,800\,000$$

$$\text{befektetési jegy: } 27\,000\,000 \cdot \frac{1}{4} = 6\,750\,000$$

$$\text{osztalék: } 9\,000\,000 \cdot 0,3 = 2\,700\,000$$

$$\text{kamatos kamat: } 1\,080\,000 \cdot 1,15^2 - 10\,800\,000 = 3\,483\,000$$

$$\text{befektetési jegy: } 6\,750\,000 \cdot 1,18^2 - 6\,750\,000 = 2\,648\,700$$

A tőke összesen 8 831 700 Ft-tal nőtt.

Mekkora volt a tőkéd, ha egy év alatt 2400000 Ft-tal változott?

Legyen a tőke  $x$  Ft.

$$0,3 \cdot \frac{1}{3}x + 0,15 \cdot \frac{2}{5}x + 0,18 \cdot \frac{1}{4}x = 2400000 \quad x = 14400000$$

Tehát a befektetett tőke 14 400 000 Ft volt.

**8.** Kati és Laci testvérek. Kati zsebpénze  $\frac{2}{3}$  része Laciénak, és Laci havonta 250 Ft-tal kap többet szüleitől, mint Kati. Kettőjüknek összesen mennyi zsebpénzük van?

Laci pénze legyen  $x$ , Katié  $\frac{2}{3}x$

$$x > \frac{2}{3}x$$

$$250$$

$$x = \frac{2}{3}x + 250$$

$$x = 750$$

Tehát Lacinak 750 Ft, Katinak 500 Ft a zsebpénze.

$$\text{Vagy } \frac{1}{3}x = 250$$

$$x = 750.$$

**9.** Tamás vidéki rokonát budapesti sétára vitte. Előre megbeszélték, hogy a felmerülő költségeket együtt vállalják. Mennyit költött Tamás, ha induláskor 300 Ft-tal volt több pénze, mint rokonának, és az összes pénzüket – 950 Ft-ot – elköltötték?

Következtetéssel: Ha 950 Ft-ból levonjuk a 300 Ft-ot és elosztjuk 2-vel, akkor ugyannyi pénzüket van. Így Tamásnak 625, és a rokonának 325 Ft-ja volt.

**10.** A málna felvásárlási ára 80 Ft/kg. A felvásárló haszna 68%-os. A kiskereskedő haszonkulcsa 35%-os. Mennyibe kerül egy kiló málna a piacon?

$$80 \cdot 1,68 \cdot 1,35 = 181,44$$

Tehát a málna ára a piacon 182 Ft.

**11.** Mennyi lesz annak a ruhának a fogyasztói ára, melynek termelői ára 3846 Ft, a nagykereskedelmi haszonkulcs 14%, a kiskereskedelmi haszonkulcs 18%, a forgalmi adó pedig 20%?

$$3846 \cdot 1,18 \cdot 1,14 \cdot 1,2 = 6\,208$$

Így a ruha ára 6200 Ft.

**12.** Egy kávéfőző fogyasztói ára 16900 Ft, a nagykereskedelmi árrés 1330 Ft, a kiskereskedelmi haszonkulcs 18%, a forgalmi adó 20%. Határozd meg a termelői árat!

$$1,2(1,18x + 1330) = 16\,900 \quad x = 10\,808$$

Tehát a kávéfőző termelői ára 10 808 Ft.

**13.** A Balatonon a szél sebességének mérésére új rendszert dolgoztak ki. A képzeletbeli jelzőrendszer kiírja a szél sebességét, és melléírja, hogy az elkövetkező időszakban hány százalékkal fog változni. (A meteorológusok a légköri adatokból, a műholdas megfigyelésekből rövid időszakon belül következtetni tudnak pl. a szél sebességére.) A jelzőberendezést figyelőnek az a dolga, hogy továbbítsa a szél sebességének értékét.

2006. július 7-én 13 órakor a szél sebessége 83 km/h volt.

A kijelzőn a következőket olvasta:

idő	változás	
13:12	+23%	$83 \cdot 1,23 = 102,09$
13:20	+16%	$83 \cdot 1,23 \cdot 1,16 = 118,42$
13:25	+21%	$83 \cdot 1,23 \cdot 1,16 \cdot 1,21 = 143,3$

A megfigyelőnek már régen jelentenie kellett volna, hogy pillanatokon belül nagy vihar lesz, de képtelen volt gyorsan kiszámolni a szél sebességét. Hirtelen eszébe jutott, hogy nem kell mást tennie, mint összeadni a százalékokat ( $23 + 16 + 21$ ), és akkor egy szorzás segítségével megkaphatja a szél várható sebességét. Igaza van-e?

**14.** Szép úr elégedetlen a fizetésével (havi 183 000 Ft). Főnökétől azt az ígéretet kapja, hogy a következő év januárjában fizetését  $\frac{1}{5}$ -ével, majd májusban 7,2%-kal megemeli. Elégedett lehet-e Szép úr az ajánlattal?

A januári emelés  $183000 \cdot \frac{1}{5}$ , tehát a fizetése 219600 Ft.

A májusi emelés utáni fizetése:  $219\,600 \cdot 1,072 = 235\,411$  Ft.

**15.** Marietta megnőtt, így szobája szűk lett. Szülei elhatározták, hogy az erkély beépítésével megnagyobbítják a helyiséget. Hány százalékkal nőtt az alapterülete, ha a szoba méretei: 3,5 m · 2,5 m, és az erkély méretei: 1,2 m · 2,5 m.

A szoba területe  $3,5 \cdot 2,5 = 8,74$  m<sup>2</sup>. Az erkély területe  $1,2 \cdot 2,5 = 3$  m<sup>2</sup>

$(8,74 + 3) : 8,74 = 1,34$

Tehát a terület 34%-kal nőtt.

**16.** Mekkora az a szám, amelynek 25%-a 42,5-del nagyobb, mint a szám 20%-a?

Legyen a szám  $x$ , akkor  $0,25x - 42,5 = 0,2x$

$x = 850$

**17.** Az új nyugdíjtörvény alapján a kezdő szakemberek jövedelmük 6%-át valamelyik nyugdíjpénztárba fizetik. (Ezzel leendő nyugdíjuk egy részét alapozzák meg.) Számold ki, mekkora jövedelem esetén lesz a befizetett összeg 13400 Ft!

Az 1%  $13\,400 : 6 = 2\,233,33$ . Így az összeg 223 333 Ft.

**18.** Forintosék hirtelen nagy összegű pénzhez, 1,2 M Ft-hoz jutnak. Mivel most nem akarják elkölteni, évi 9%-os kamatra lekötik. Ha három hónap múlva szükségük lenne a pénzre, szerinted mennyi kamatot kapnának? Egy év múlva mennyi pénzük lenne?

3 hónap múlva  $1\,200\,000 \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot 0,09\right) = 27\,000$  Ft-ot kapnak.

1 év múlva  $1\,200\,000 \cdot 1,09 = 1\,308\,000$  Ft-ot kapnának.

**19.** Zoli négy hónap múlva 50000 Ft-ot fog kapni. Mennyit kérhet most kölcsön, ha négy hónap múlva az 50000 Ft-ból a kölcsönkért pénz kamataival együtt kell visszafizetnie? Az évi kamat 25%-os.

Ha az évi kamat 25%-os, akkor a havi kamat  $0,25 : 12$ , a négyhavi kamat  $0,25 : 12 \cdot 4 = 0,083$ .

Most  $x$  Ft-ot kért kölcsön, így

$$x \cdot 1,083 = 50000$$

Tehát a kölcsönkért pénz 46 168 Ft.

**20.** Egy kabát árát 25%-kal felemelték, de nem volt elég kelendő, ezért az új árat 25%-kal csökkentették. Ki járt jobban az eladó vagy a vevő?

Ha a kabát ára  $a$  Ft, akkor  $1,25 \cdot 0,75 \cdot a = 0,9375a$ . Tehát a vevő járt jobban, kb. 6%-al csökkentették az árat.

**21.** Ki járt jobban: Marci, Ági vagy Tamás? A három testvér (Marci, Ági, Tamás) 1,8 milliót örökölt. A végrendelet szerint: Ági 0,3 millióval többet örökölt, mint Marci. Tamás pedig Ági és Marci örökségének számítani közepét örökölte. Mielőtt felolvasnák a végrendeletet, a testvérek azt hitték, hogy a vagyont a végrendelező egyenlő arányban osztja szét közöttük. Szerinted kinek kedvezett az örökség ilyen módon való felosztása ahhoz képest, mint ha egyenlően osztották volna szét azt?

Ha Marci  $x$  Ft-ot örökölt, akkor Ági  $x + 0,3$ -et, Tamás  $(x + x + 0,3) : 2 = x + 0,15$  Ft-ot örökölt.

Tehát  $3x + 0,45 = 1,8$ , így  $x = 0,45$ .

Azaz Marci 0,45 millió Ft-ot, Ági 0,75 millió Ft-ot, Tamás 0,7 millió Ft-ot örökölt.

Ha egyenlően osztották volna el, akkor mindenki 0,6 millió Ft-ot kapott volna, így Ági és Tamás jobban járt.

## MUNKAVÉGZÉSES FELADATOK

**22.** A kertetet a barátoddal együtt ásod fel. Te egyedül 10 óra, a barátod egyedül 12 óra alatt ásná fel a kertet. Hamar szeretnél kész lenni, ezért megkéred a barátodat, hogy segítsen, így együtt ássátok fel a kertet. Hány óra alatt lesztek készen?

A kert területe legyen  $a$  m<sup>2</sup>.

És hány óra alatt lesztek készen, ha barátod 2 órával később kezdi az ásást, mint te?

Jelöljük  $t$ -vel az ásás idejét.  $t \left( \frac{a}{10} + \frac{a}{12} \right) = a$ , ahonnan  $t = \frac{60}{11}$

Tehát együtt kb 5,5 óra alatt lesznek készen.



## ÉVSZÁMOS FELADATOK

**23.** Hány éves Jutka édesapja? Ha az éveinek számát megkétszerezed és ehhez a felét, majd a negyedét még hozzáadod, akkor egy híján 100-at kapsz.

Jutka édesapja legyen  $x$  éves. Akkor

$2x + 0,5x + 0,25x = 99$ , ahonnan  $x = 36$ . Tehát 36 éves.

**24.** Három évvel ezelőtt az apa 5-ször idősebb volt fiánál. Öt év múlva már csak 3-szor lesz nála idősebb. Hány évesek most? Megint segítségedre lehet a táblázat elkészítése.

	Apa kora	Fia kora
Három évvel ezelőtt	$5(x - 3)$	$x - 3$
Most	$5(x - 3) + 3$ vagy $3(x + 5) - 5$	$x$
Öt év múlva	$3(x + 5)$	$x + 5$

Így az egyenlet:  $5(x - 3) + 3 = 3(x + 5) - 5$ , ahonnan  $x = 11$ .

Tehát a fiú 11 éves, az apa 43.

**25.** Hány éves az, aki ezt mondja: „3 év múlva félannyi idős leszek, mint amennyi Péter 6 évvel ezelőtt volt, amikor én harmadannyi éves voltam, mint Péter most.” Elkezdünk egy lejegyzést Péter mostani életkorából kiindulva:

	Én korom	Péter kora
6 éve	$\frac{x}{3}$	$x - 6$
Most	$\frac{x}{3} + 6$	$x$
3 év múlva	$\frac{x}{3} + 9$	$x + 3$

Az egyenlet  $\frac{x}{3} + 9 = \frac{x - 6}{2}$ , ahonnan  $x = 72$

Tehát az illető 30 éves.

## SZÁMJEGYES FELADATOK

**26.** Melyik az a kétjegyű szám, amelyben a számjegyek összege 12, és az egyesek helyén kétszer akkora szám áll, mint a tízesek helyén?

Álljon  $x$  a 10-esek helyén, így  $12 - x$  van az egyesek helyén.

$12 - x = 2x$ , ahonnan  $x = 4$ , tehát a szám 48.

**27.** Melyik az a kétjegyű szám, amelyben a számjegyek összege 9, és az eredeti szám 27-tel kisebb, mint a számjegyek felcserélésével kapott szám?

	tízes	egyek	szám összegalakban
Eredeti	$x$	$9 - x$	$9x + 9$
Felcserélt	$9 - x$	$x$	$90 - 9x$

$$\left| \begin{array}{c} 9x + 9 \\ 27 \end{array} \right| < \left| \begin{array}{c} 90 - 9x \end{array} \right|$$

$9x + 36 = 90 - 9x$ , ahonnan  $x = 3$ . Tehát a szám 36.



**34.** A Magyarországon kapható kávékat különböző minőségű, ebből következően különböző egységárú kávéfajtákból keverik össze. A Fekete nevű fajtát, amelynek kilogrammja 1470 Ft-ba kerül, egy 1800 Ft-os és egy 900 Ft-os egységárú kávéfajtából keverik össze. Hány kg-ot kell venni külön-külön a két fajtából, ha 15 kg Fekete nevű kávénk lett?

Legyen  $x$  az 1800 Ft-os egységárú kávé mennyisége. Így

$$1800x + 900(15 - x) = 1470 \cdot 15. \quad x = 6,16$$

Tehát az 1800 Ft-osból 6,2 kg-ot, a 900 Ft-osból 8,8 kg-ot kell összekeverni.

**35.** Hány liter 60%-os és 80%-os alkohol összekeverésével jutottunk 10 liter 75%-os alkoholhoz? ( $x$  liter)

$$\text{Ági szerint: } \frac{0,6 + 0,8}{2} = 0,75x$$

$$\text{Kati szerint: } 0,6x + 0,8x = 10 \cdot 0,75$$

$$\text{Ili szerint: } 0,6x + 0,8(10 - x) = 10 \cdot 0,75$$

$$\text{Péter szerint: } \frac{0,6x + 0,8(10 - x)}{10} = 0,75$$

Kinek van igaza? Melyik egyetlenel lehet megoldani ezt a feladatot?

Ilinek és Péternek van igaza.

**36.** Háromfajta kekszből készítenek keveréket úgy, hogy annak 90 Ft legyen kg-ja. Az első fajtából, amelynek egységára 56 Ft, 20 kg-ot, a második fajtából, amelynek egységára 80 Ft, 40 kg-ot tesznek a keverékhez. Mennyit tegyenek a keverékhez, a harmadik fajtából, amelynek kg-ja 110 Ft? ( $x$  kg-ot)

$$\text{Ági szerint: } 20 + 40 + 110 + x = 90x;$$

$$\text{Kati szerint: } 56 \cdot 20 + 80 \cdot 40 + 110x = (56 + 80 + x) 90$$

$$\text{Péter szerint: } \frac{56 \cdot 20 + 80 \cdot 40 + 110x}{56 + 80 + x} = 90$$

Kinek van igaza?

Katinak és Péternek van igaza.

**37.** Kétfajta kekszét vásárolunk. Az egyik kg-ja 4 Ft-tal több, mint a másiké. Ha az olcsóbból 5 kg-ot, a drágábból 2 kg-ot vennénk, 350 Ft-nál kevesebbet költenénk. Ha viszont az olcsóbból vennénk 2 kg-ot, a drágábból pedig 5 kg-ot, a 350 Ft kevés lenne. Mennyibe kerül 1 kg az egyes fajtákból?

Jelöljük  $x$ -szel a második keksz mennyiségét. Így az első  $x + 4$  Ft.

Ezért

$$5x + 2(x + 4) < 350$$

$$x < 48,86$$

illetve

$$2x + 5(x + 4) > 350$$

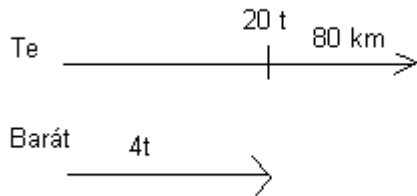
$$x > 47,14$$

Tehát kb. 48 Ft volt a második keksz ára, az elsőé pedig 52 Ft.

## MOZGÁSOS FELADATOK

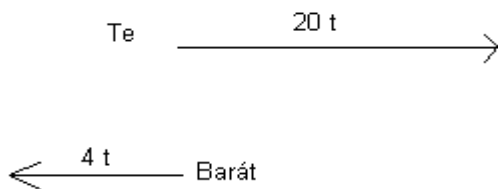
**38.** Barátoddal otthonról elindultatok. Te autóval mész  $20 \text{ m/s}$  átlagsebességgel, a barátod kerékpárral  $4 \text{ m/s}$  átlagsebességgel. Mennyi idő múlva lesztek egymástól  $80 \text{ km}$ -re? Segít a táblázat és a rajz.

1. megoldás



$20t = 4t + 80 \text{ 000}$ , ahonnan  $t = 5 \text{ 000 mp}$   
Tehát  $1,4$  óra múlva lesztek egymástól  $80 \text{ km}$ -re.

2. megoldás



$4t + 20t = 80 \text{ 000}$ , ahonnan  $t = 3 \text{ 333,3}$   
Tehát  $0,92$  óra múlva lesztek egymástól  $80 \text{ km}$ -re.

**39.** Gyalog indultál Pécelre  $4 \text{ km/h}$ -s sebességgel. Az út felénél végre felvett egy autós, aki  $70 \text{ km/h}$ -s sebességgel vitt tovább. Így  $4$  órával a kitűzött idő előtt értél Pécelre. Induláskor milyen messze voltál Péceltől?

A távolság felére vonatkozó adatok:

	Idő (óra)	Sebesség (km/h)	Út (km)
gyalog	$t$	$4$	$4t$
autó	$t - 4$	$70$	$70(t - 4)$

$4t = 70(t - 4)$ , ahonnan  $t \approx 4,24$  tehát a távolság  $\approx 34 \text{ km}$ .

**40.** A Déli pályaudvarról a Balaton felé  $2$  órás különbséggel indul előbb egy személyvonat azután egy gyorsvonat. A személyvonat átlagsebessége  $40 \text{ km/h}$ , a gyorsvonaté  $70 \text{ km/h}$ . Budapesttől hány  $\text{km}$ -re éri utol a gyorsvonat a személyvonatot?

	Idő (óra)	Sebesség (km/h)	Út (km)
személyvonat	$t$	$40$	$40t$
gyorsvonat	$t - 2$	$70$	$70(t - 2)$

$40t = 70(t - 2)$ , ahonnan  $t = 4,66$ , tehát a gyorsvonat  $186,4 \text{ km}$  múlva éri utol a személyvonatot.

41. A hét végére kirándulást szerveztek. A teljes út 43 km, és az út egy sík és egy meredeken emelkedő részből áll. Akik már jártak ezen az úton, azt mesélik, hogy felfelé 2 km/h-s, lefelé 6 km/h-s sebességgel lehet haladni. Odafelé az út 6 órát, visszafelé 4 órát tartott. A mesélők szerint mekkora sebességgel lehetett haladni a vízszintes részen?

		út	sebesség	Idő
oda	sík	$v \cdot t$	$v$	$t$
	emelkedő	$2(6 - t)$	2	$6 - t$
vissza	sík	$v \cdot t$	$v$	$t$
	lejtő	$6(4 - t)$	6	$4 - t$

$$v \cdot t + 2(6 - t) = 21,5 \quad v \cdot t + 6(4 - t) = 21,5 \quad \text{Így } 21,5 - 2(6 - t) + 6(4 - t) = 21,5, \\ \text{ahonnan } t = 3$$

Tehát a vízszintes részen 5,2 km/h-s sebességgel lehet haladni.

42. Két folyami kikötő között a hajó lefelé (folyás irányában) 4 óra, felfelé 5 óra alatt teszi meg az utat. A folyó sebessége 2 km/h. Hány km-re van egymástól a két kikötő?

	Idő (óra)	Sebesség (km/h)	Út (km)
lefelé	4	$v + 2$	$4(v + 2)$
felfelé	5	$v - 2$	$5(v - 2)$

$$4(v + 2) = 5(v - 2) \quad \text{Így } v = 18. \quad \text{Tehát a két kikötő egymástól 80 km-re van.}$$

## VEGYES SZÁZALÉKSZÁMÍTÁSOS FELADATOK

43. Az Alföldi Konzervgyár üveges savanyú uborkát exportál. Az önköltségi ár üvegenként 86 Ft. Az üzletkötő 5000 db-ra köt megállapodást úgy, hogy az egyik részét az angolok veszik meg darabonként 3 fontért, a másik részét az amerikaiak darabonként 6 dollárért. Így a vállalat nyeresége egy üvegen 170 Ft lett.

Hány üveget adott el az üzletkötő az angoloknak?

(1 font = 350 Ft, 1 USD = 205 Ft)

Az angolok  $x$  üveg uborkát rendelnek, így az amerikaiak  $5000 - x$  darabot.

$$1050x + 1230(5000 - x) = 5000 \cdot 256$$

$$x = 2705$$

Tehát az angolok 2705 db üveget rendeltek.

44. A különleges teát kedvelőknek azt mondják, hogy jó teát csak többfajta tea összekeveréséből lehet készíteni. Mennyi kínai teát tettünk a keverékbe, ha 6 dkg ceyloni, 7 dkg indiai és 5 dkg grúz teát kevertünk össze és a keverékből 10 dkg ára 530 Ft lett.

A teaárak 10 dkg-onként: ceyloni 600 Ft, angol 720 Ft, indiai 650 Ft, grúz 500 Ft, kínai 450 Ft.

A kínai tea mennyisége legyen  $x$ .

$$6 \cdot 60 + 7 \cdot 65 + 5 \cdot 50 + 45x = 53(10 + x)$$

$$x \approx 14$$

Tehát körülbelül 14 dkg kínai teát kell tenni a keverékbe.

45. Egy kereskedő, hogy üzletét fellendítse, két új árucikket: márkás dezodort és borotvahabot vásárol. A vásárlásra legfeljebb 9900 Ft-ja van, és mivel kicsi táskát visz magával, emiatt legfeljebb 18 db-ot vehet összesen. A dezodort 450 Ft-ért, a borotvahabot 600 Ft-ért vásárolja meg. A dezodort 650 Ft-ért, a borotvahabot 900 Ft-ért tudja eladni.

Mennyit vegyen külön-külön belőlük, hogy a lehető legnagyobb haszonra tegyen szert?

Jelöljük  $x$ -szel a dezodorok számát, így a borotvahabé  $18 - x$ .

$450x + 600(18 - x) \leq 9900$ , ahonnan  $x \geq 6$

A haszon tehát akkor a legnagyobb, ha 6 dezodort és 12 borotvahabot vesz.