
ARITMETIKA ÉS ALGEBRA ISMÉTLÉS

Egyenletek, egyenlőtlenségek

KÉSZÍTETTE: OROSHÁZI KATALIN

MODULLEÍRÁS

A modul célja	A műveletekben szereplő mennyiségek nevének, a műveleti összefüggéseknek az ismétlése. Az egyenlet – azonosság, egyenlőtlenség – azonos egyenlőtlenség fogalmának a felelevenítése. Az egyenletek és egyenlőtlenségek megoldásának gyakorlása lebontogatással és mérlegelvével. Az ellenőrzés fontosságának beláttatása, és helyes elvégzésének ismétlése. Egyszerű szöveges feladatok adatai közötti összefüggések felismertetése és matematikai megfogalmazása. Szöveges feladatok megoldása egyenlettel, egyenlőtlenséggel
Időkeret	5 óra
Ajánlott korosztály	8. o.
Modulkapcsolódási pontok	<i>Szűkebb környezetben:</i> műveletek racionális számokkal és algebrai kifejezésekkel. Azonosságok. Kiemelés, beszorzás. Szöveges feladatok. Ellenőrzés. Algebrai kifejezések helyettesítési értéke. <i>Tágabb környezetben:</i> problémamegoldás számszerű adatokkal a mindennapi életben és a tudományokban.
A képességfejlesztés fókuszai	Szövegelemzés, értelmezés, szöveg lefordítása a matematika nyelvére. Az ellenőrzés igényének fejlesztése. Deduktív következtetés. Az ismeretek tudatos felidézése. Becslés.

AJÁNLÁS

Vigyük tovább az előző órán történtek felelevenítésének szokását. Az egyéni, a frontális és a csoportmunka (páros és négyes) váltakozzon, de a csoportmunka legyen a meghatározó. Használjuk a „kiállítás” módszerét - egy-egy feladat megoldásának és a házi feladatnak a bemutatásában - a tanítva tanulást és a csoportok közötti feladat átadást. Ha lehet, adjunk lehetőséget a csoportoknak arra, hogy a tagok megfigyeléseik alapján mondják el társaiknak, miben látták őket nagyon jónak, miben kell még fejlődniük.

TÁMOGATÓ RENDSZER:

Kérdések és válaszok cédulák, önértékelő táblázat, dominó az ekvivalens egyenletekhez, feladatlapok, feladatgyűjtemény, fólia, faliújság.

ÉRTÉKELÉS:

Folyamatos megfigyelés alapján. Irányított önértékelés. Csoportok egymás közötti értékelése. Felmérés.

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, Feladatok
I. Egyenlet, egyenlőtlenség, azonosság, azonos egyenlőtlenség			
1.	Ráhangolás: az előző óra felidézése, kérdőív a csoportmunkáról; a házi feladat ellenőrzése	Önvizsgálat, önértékelés.	1. tanulói melléklet: Kérdőív a csoportmunkáról
2.	Egyszerű egyenletek megoldása kérdés – felelet cédulákkal	Műveleti összefüggések felismerése és alkalmazása.	2. tanári melléklet: Kérdés–felelet cédulák/ 1–2.
3.	Fordítás a matematika nyelvére – egyenletek, egyenlőtlenségek	Összefüggések matematikai megfogalmazása. Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása	1. feladatlap 1.
4.	A témához kapcsolódó fogalmak felidézése	Ismeretek tudatos felidézése.	
5.	A házi feladat előkészítése		1. feladatlap 2.

II. Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása; mérlegelv			
1.	Ráhangolás; a házi feladat ellenőrzése	Megfigyelés. Következtetés. Egymás gondolatmenetének megértése.	Diákok főlíái 2. feladatlap 1.
2.	Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása mérlegelvvel	Tanult algoritmus felidézése. Együttműködés. Műveletek számokkal, algebrai kifejezésekkel.	2. feladatlap 2.
3.	Gyakorlás	Sorba rendezés. Műveletek számokkal, algebrai kifejezésekkel.	2. feladatlap 3. 4.
4.	A házi feladat kijelölése		2. feladatlap 5.
III. Törtegyütthatós egyenletek és egyenlőtlenségek megoldásának ismétlése			
1.	Ráhangolás; a szakértő csoport kijelölése	Figyelem. Önismeret, önértékelés.	Tanulók főlíái
2.	Differenciált felkészülés	Megfigyelések. Következtetés. Általánosítás. A korábbi ismeretek tudatos felidézése. Mások gondolatainak megértésére törekvés.	3. tanári melléklet: Mintapéldák a szakértői csoportoknak 3. feladatlap 1.
3.	Törtegyütthatós egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása	Analógiás gondolkodás. Saját gondolatok megértetésére való törekvés	3. feladatlap 2.
4.	A házi feladat előkészítése		Feladatgyűjtemény 9., 10., 11.

IV. Egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása; gyakorlás			
1.	Ráhangolás; felidézés, a házi feladat ellenőrzése	Írásbeli levezetés.	Faliújságra kiállított feladatok
2.	Gyakorlás – feladatok továbbküldése (ekvivalens egyenletek, a hatványozás azonosságai, szövegírás, szöveges feladat megoldása, hibakeresés, egész- és törtegyütthatós egyenletek megoldása)	Projektben való együttműködés. Tolerancia, egymás segítése. Közös munka tervezése, szervezése, megosztása az egyéni fejlődés szolgálatában.	4. tanári melléklet: Borítékos feladatsor A–G
3.	A felmérés – lélektani – előkészítése; irányított önértékelés	Önértékelés. Önmotiválás. Saját értékek és korlátok felismerése és tudatosítása.	5. tanulói melléklet: Önértékelő lap

V. Felmérő			
1.	Relaxációs gyakorlat	Stresszkezelés	Relaxációs zenekazetta
2.	A felmérő feladatsor megoldása	Önállóság. Időbeosztás.	6. tanári melléklet: Felmérő feladatsor
3.	Tartalék kitekintő feladatok		Feladatgyűjtemény 12.

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. Egyenlet, egyenlőtlenség, azonosság, azonos egyenlőtlenség

1. Ráhangelés: az előző óra felidézése, kérdőív a csoportmunkáról; a házi feladat ellenőrzése

Az előző óra felidézése

Kiosztjuk a gyerekeknek a csoportmunkára vonatkozó kérdőívet (**1. tanári melléklet**), és arra kérjük őket, hogy a rájuk legjellemzőbb rubrikába tegyenek jelet. A kérdőívek alapján a következő órától módosíthatjuk a csoportmunka jellemzőit. Változtathatunk a csoportok összetételén, pedagógiai megfontolásból oszthatunk ki szerepeket, vagy beiktathatunk a kommunikációt fejlesztő egyszerű gyakorlatot.

A csoportmunkáról szóló értékelő lap kitöltése.

1. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

	gyakran	néha	soha	mindig
Elmondtam csoporttársaimnak a véleményemet, az ötleteimet				
Kértem a csoporttársaimtól tanácsot, véleményt, ötletet				
Összefoglaltam a csoport véleményét, gondolatait az osztály számára				
Segítettem a tanulásban a csoport más tagját				
Jól éreztem magam a csoportmunka során				
Úgy éreztem, hogy könnyebben tanulok csoportban, mint egyedül				
Új órán új tanulópárral dolgoztam				

A házi feladat ellenőrzése:

Egyénileg javít mindenki. Adjunk lehetőséget a kérdezésre! Ez a beszélgetés jól előkészíti a következő feladatot.

2. Egyszerű egyenletek megoldása kérdés – felelet cédulákkal.

Kétszer 14 cédulánk van (**2. tanári melléklet**).

2. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

$x + 7 = 12$	$x = 5$	$x - 3 = 5$	$x = 8$
$\frac{4}{5} + x = 1$	$x = \frac{1}{5}$	$x - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$	$x = 1$
$4 - x = 2$	$x = 2$	$1 - x = \frac{5}{6}$	$x = \frac{1}{6}$
$-5 + x = 6$	$x = 11$	$\frac{3}{7} \cdot x = 3$	$x = 7$
$\frac{4}{5} : x = \frac{1}{5}$	$x = 4$	$\frac{x}{3} = 4$	$x = 12$
$-3 \cdot x = 9$	$x = -3$	$x : 3 = \frac{1}{9}$	$x = \frac{1}{3}$
$x \cdot 4 = 10$	$x = 2,5$	$0,8 + x = 1,2$	$x = 0,4$
$-7 - x = -10$	$x = 3$	$x : 4 = \frac{1}{8}$	$x = \frac{1}{2}$

Megoldás: Minden egyenlet megoldása a tőle jobbra elhelyezkedő kártyán van.

Ebből 16 lap egyszerű, akár fejben is megoldható egyenleteket tartalmaz, a másik 16 cédulán az egyenletek megoldásai szerepelnek. Minden tanuló pár kap egyet – egyet mindkét fajtából, de nem feltétlenül az összetartozókat. Hagyjunk némi időt a pároknak, hogy a náluk levő egyenlet megoldását átgondolják, hiszen nekik kell majd eldönteniük, hogy a mások által közölt megoldás helyes, vagy nem.

Mondjuk el, hogy szeretnénk, ha minél többen fejben oldanák meg az elhangzó egyenletet, de ha ez túl nehéz a számukra, akkor leírhatják. Gondolnunk kell a vizuális típusú tanulóakra is.

Egy tanuló pár egyik tagja felolvassa a náluk lévő nyitott mondatot, majd az a tanuló pár folytatja, akiknél a megoldás van. Közlük a megoldást, - annak helyességét az egyenletet felolvasó páros bírálja el a saját eredménye vagy behelyettesítéssel való ellenőrzés alapján, majd ismertetik az ő nyitott mondatukat, stb. Ez addig tart, amíg elfogynak az egyenletek és a megoldások.

A feladat előnye, hogy a gyerekek így 14 db egyenletet oldanak meg, hiszen egyikük sem tudhatja, hogy az elhangzó egyenlet megoldása nem éppen az ő birtokában van-e? Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy a lendületes feladatmegoldás nagyfokú koncentrációt igényel.

3. Fordítás a matematika nyelvére – egyenletek, egyenlőtlenségek.

A következőkben viszonylag egyszerű szöveges feladatokat oldunk meg az 1. feladatlapról. A célja az, hogy az egyenletek, és egyenlőtlenségek megoldása ne legyen öncélú. Érezzék meg a gyerekek, hogy bonyolultabb matematikai problémák megoldására is képesek vele. A feladatok között van egyenletre, azonosságra, egyenlőtlenségre, azonos egyenlőtlenségre vezető feladat is. Van olyan, amely lebontogatással és mérlegelvvel egyaránt megoldható, de olyan is, aminél a lebontogatás nem vezet eredményre. Alkalmat kínál a feladatsor annak megbeszélésére is, hogy a szöveges feladatok megoldását a szöveggel kell egybevetni, ugyanis van olyan feladat, amelynél a nyitott mondatnak van megoldása, de a feladatnak nincs, vagy legalábbis nem ugyanaz, mint a nyitott mondaté. Minden esetben beszéljük meg azt is, hogy hány megoldása van az adott feladatnak, hogy természetessé váljon a több megoldás keresése, vagy a több megoldás kizárása. Javasolom, hogy váltakozzon a páros és a frontális munka. Egy-egy feladat elolvasása után adjunk lehetőséget a nyitott mondat felírására és megoldására a pároknak, de feladatonként nagyon alaposan beszéljük meg. Gondoskodjunk róla, hogy a gyerekek minden hibát javítsanak ki a füzetükben.

1. FELADATLAP

1. Fordítsátok a matematika nyelvére, oldjátok meg és ellenőrizték a következő feladatokat! Állapítsátok meg, hogy hány megoldás van!

a) Egy a egész szám és a 7 összege nem nagyobb, mint 16. Mi lehet ez a szám?

$$a + 7 \leq 16$$

$$a \leq 9 \text{ egész szám}$$

Ismételjük át a „nem nagyobb” kifejezés jelentését. Az egyenlőtlenség lebontogatással és mérlegelvvel egyaránt megoldható. Végtelen sok megoldása van, az összes 9-nél nem nagyobb szám. Ezek közül a számok közül azonban csak az egész számok megoldásai a szöveges feladatnak. Ábrázoljuk a megoldáshalmazt számegyenesen. Tudatosítsuk, hogy telt karikák sorozata jelöli a megoldásokat. (Megbeszélhetjük az $a \in \mathbf{Z}$ jelölést)

b) Egy b racionális számot keresünk, amelynek a háromszorosánál 5-tel kisebb szám a 16. Mi lehet ez a racionális szám?

$$3b - 5 = 16$$

$$b = 7$$

Az egyenlet mérlegelvvel és lebontogatással egyaránt megoldható. Az egyenletnek és a feladatnak is egy megoldása van. Számegyenesen egyetlen telt karika jelöli. (Megbeszélhetjük a $b \in \mathbf{Q}$ jelölést)

c) Mi lehet az a c természetes szám, amelyből 5-öt kivonva 3-nál kisebb számhoz jutunk?

$$c - 5 < 3$$

$$c = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$$

Az egyenlőtlenség mérlegelvvel és lebontogatással egyaránt megoldható. Az egyenlőtlenségnek végtelen sok, a feladatnak azonban csupán nyolc megoldása van. Ábrázoljuk számegyenesen a megoldáshalmazt! (Megbeszélhetjük a $c \in \mathbf{N}$ jelölést)

d) Melyik az a d szám, amelynek a felénél 9-cel kisebb szám egyenlő a d szám -4 -szeresével?

$$\frac{d}{2} - 9 = -4d \qquad d = 2$$

A feladat mérlegelvével oldható meg. Az egyenletnek is és a feladatnak is egy megoldása van. ($d \in \mathbb{N}$)

e) Ha egy e szám 5-szöröséből elveszünk egy az e számnál 1-gyel kisebb számot, akkor az e szám négyszeresénél nagyobb számhoz jutunk. Mi lehet ez a szám?

$$5e - (e - 1) > 4e \qquad e = \text{bármely (racionális) szám lehet.}$$

Mérlegelvével megoldható azonos egyenlőtlenséghez jutottunk. A feladatnak és az egyenlőtlenségnek végtelen sok megoldása van. Ha nem jelölünk alaphalmazt, a megoldásokat a racionális számok körében keressük.

f) Melyik az az f szám, amelynek a -3 -szorosához 5-öt adva, az f számnál 1-gyel kisebb szám -3 -szorosánál 2-vel nagyobb számhoz jutunk?

$$-3f + 5 = -3(f - 1) + 2 \qquad f = \text{bármely (racionális) szám lehet.}$$

Az egyenletet mérlegelvével oldhatják meg. Azonosságot kapunk. Az egyenletnek és a feladatnak is végtelen sok megoldása van.

g)

Páros számot választottam,
17-tel megtoldtam,
aztán 10-zel elosztottam,
végül 4-gyel megszoroztam.
Amit kaptam ezután,
nem más, mint a nyolcas szám.

Melyik számot választottam?

$$\frac{g+17}{10} \cdot 4 = 8 \qquad \text{Nincs megoldása a feladatnak.}$$

Az egyenlet lebontogatással és mérlegelvével egyaránt megoldható, egy megoldása van, a 3, ez azonban nem megoldása a szöveges feladatnak, mert nem páros szám.

4. A témához kapcsolódó fogalmak felidézése

Gyűjtsük össze, hogy milyen fogalmak kerültek szóba! Ezután kérjünk példát mindegyikre az előző feladatsorból.

- nyitott mondat
- egyenlet, azonosság
- egyenlőtlenség, azonos egyenlőtlenség
- lebontogatás, mérlegelv
- ellenőrzés a nyitott mondatba való behelyettesítéssel, ellenőrzés szöveg szerint

Egy-egy ügyes tanulót megkérhetünk rá, fogalmazza meg saját szavaival, hogy mit jelentenek ezek a fogalmak. Közösen csiszolhatjuk a megfogalmazásokat, de nem kell leírni azokat. Részletesen beszéljük meg a mérlegelv lehetséges lépéseit egyenleteknél, illetve egyenlőtlenségeknél. Térjünk ki arra, mi a következménye, ha az egyenlőtlenség mindkét oldalát ugyanazzal a negatív számmal szorozzuk vagy osztjuk, és miért.

5. A házi feladat előkészítése

A gyerekek magukban olvassák el a feladatok szövegét. (1. feladatlap 2.) Adjunk lehetőséget a kérdésésre. Ha úgy érezzük, hogy nem elég koncentrált a figyelem, nincs kérdés, kérdezzünk mi. Pl. Melyik feladat vezet egyenletre, melyik egyenlőtlenségre? Van-e olyan szövegrész, ami felkelti a gyanúját annak, hogy esetleg a nyitott mondat megoldása nem egyezik meg a feladat megoldásával? stb. Kérjünk meg három gyereket, hogy fóliára másolja rá a házi feladat egy-egy megoldását!

2. Oldd meg a feladatokat, és ellenőrizd a megoldások helyességét!

a) Gondoltam egy számot. Ha a nála 7-tel kisebb szám négyszereséhez 3-at adok, 15-öt kapok eredményül. Melyik számra gondoltam? (10)

b) Melyik az a természetes szám, amelyhez 7-et adva 5-nél kisebb számhoz jutunk?

(Nincs ilyen természetes szám)

c) A 15 és egy \underline{c} szám összegének a fele 5,5. Melyik ez a \underline{c} szám? (-4)

II. Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása; mérlegelv

1. Ráhangolás; a házi feladat ellenőrzése.

Ráhangolás:

2. FELADATLAP

1.

Mindig az első sorból indulunk ki	$5 < 7$	$-3 < 2$	$-7 < -5$	$5 = 5$	$-7 = -7$
Adj hozzá mindkét oldalhoz 2-t!	$7 < 9$	$-1 < 4$	$-5 < -3$	$7 = 7$	$-5 = -5$
Vonj ki mindkét oldalból 0,5-et!	$4,5 < 6,5$	$-3,5 < 1,5$	$-7,5 < -5,5$	$4,5 = 4,5$	$-7,5 = -7,5$
Szorozd meg mindkét oldalt 3-mal!	$15 < 21$	$-9 < 6$	$-21 < -15$	$15 = 15$	$-21 = -21$
Oszd el mindkét oldalt 2-vel!	$2,5 < 3,5$	$-1,5 < 1$	$-3,5 < -2,5$	$2,5 = 2,5$	$-3,5 = -3,5$
Szorozd meg mindkét oldalt (-3)-mal!	$-15 > -21$	$9 > -6$	$21 > 15$	$-15 = -15$	$21 = 21$
Oszd el mindkét oldalt (-2)-vel!	$-2,5 > -3,5$	$1,5 > -1$	$3,5 > 2,5$	$-2,5 = -2,5$	$3,5 = 3,5$

Ismét tudatosítsuk, hogy ha az egyenlőtlenség mindkét oldalát negatív számmal szorozzuk, vagy osztjuk, akkor a relációs jel iránya megfordul.

A házi feladat megbeszélése

A fóliára írt megoldásokat vetítsük ki, és egy-egy gyerek – nem az, aki fóliára írta – ismertesse a látottak alapján, hogy társa hogyan gondolkodhatott, és mondja el, hogy egyetért-e vele? Ezzel arra nevelhetjük diákjainkat, hogy tudatosan figyeljenek egymásra, akarják, és tudják megérteni egymás gondolkodását.

2. Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása mérlegelvvel

A) Beszélgetés keretében ismételjük át, amit az egyenletek és egyenlőtlenségek megoldásáról tanultak a korábbiakban.

a) Idézzük fel ismét a mérlegelv lehetséges lépéseit!

A zárójelbontás és az összevonás után a két oldal egyenlő változtatásával arra törekszünk, hogy:

- csak az egyik oldalon legyen ismeretlen
- az egyik oldalon csak az ismeretlent tartalmazó kifejezés legyen, a másik oldalon pedig egy szám álljon
- az egyik oldalon az ismeretlen álljon egymagában, a másik oldalon pedig egy szám.

Végül behelyettesítéssel ellenőrizzük a megoldás helyességét.

b) Elevenítsük fel, hogy hogyan történik a zárójelbontás

A zárójel előtti szorzó a zárójel tartalmának egészére vonatkozik, tehát úgy hagyhatjuk el a zárójelet, ha a zárójelbeli kifejezés minden tagját megszoroztuk a szorzóval. A zárójel előtti „–” jelet úgy is értelmezhetjük, hogy a zárójelre vonatkozó szorzó -1 , tehát a zárójelbeli kifejezés minden tagját megszorozzuk vele. Azt is mondhatjuk, hogy az ellentett jele, tehát minden tagot ellentétes előjellel kell leírunk.

B) Feladatmegoldás

Fokozatosan nehezedő feladatokat oldatunk meg az Ellenőrzés párban módszerével.

(2. feladatlap 2.) Mielőtt elkezdenénk, nézzék meg a feladatokat. Kérdezzük meg, hogy mit tennének első lépésként a megoldás során, és hogy hogyan bontanák fel az egyes zárójeleket? Ellenőrzés párban: a négyes csoportok párokra oszlanak. A pár egyik tagja dolgozza ki a feladatot, a másik figyel, és szükség esetén segít illetve ő ellenőrzi a megoldás helyességét, és dicsér. Feladatonként szerepet cserélnek. Ha minden feladattal elkészültek, akkor a négyes csoport dolgozik újra együtt, összehasonlítják a megoldásaikat. Eltérés esetén közösen keresik a hibát, és javítanak. Ha nem tudnak megegyezni, mind a négyen jelentkeznak, ezzel jelezve, hogy külső segítségre van szükségük.

Végül a megoldásokat az egész osztály megbeszéli. A tanár sorra veszi a feladatokat. A megoldás ismertetését – a lépéseket, a megoldáshalmazt és az ellenőrzés helyettesítési értékeit – a diákkvartett szerint is elvégezhetik. Ez azt jelenti, hogy a csoport minden tagja húz egy sorszámot. A tanár rendelkezik egy sorozat csoportnév cédulával és egy sorozat 1-4. sorszámkártyával. Ezekkel sorsolja ki, hogy melyik csoport melyik tagja ismerteti az éppen soros feladat megoldását. A többi csoport zöld lap felmutatásával jelzi, ha egyetért, kézzel, ha kiegészítést szeretne tenni, és piros lapot tart fel, ha hibásnak tartja a megoldást, és javítani szeretne.

2. Oldd meg, és ellenőrizd!

a) $5a - 4 = 6$

$a = 2$

b) $-4b + 9 = b - 6$

$b = 3$

c) $7 - (2c + 5) \leq 8 - c$

$c \geq -6$

d) $2(d - 3) = 2d - (4 - d)$

$d = -2$

e) $9 + (4 - e) - 2(3e + 1) = 5(e - 2) - (5 - e)$

$e = 2$

f) $8 - 3f = 4f + 3$

$f = \frac{5}{7}$

g) $3(g - 1) - (1 - g) > 2g - 5(g - 1) - (1 + g)$

$g > 1$

3. Gyakorlás

A 2. feladatsor megbeszélése után a gyakorlást differenciált feladatokkal folytatjuk. Ideiglenesen átalakíthatjuk a csoportokat, hogy továbbra is párban dolgozhassanak a gyerekek.

A legügyesebbeknek adjuk fel a 3. feladatot, ahol egyenlet illetve egyenlőtlenség megoldásának összekuszálódott sorait kell rendbe tenni. Szükség esetén kérhetnek külső segítséget!

3.

a) Az egyenletmegoldás sorai összekeveredtek. Számold be a sorokat a megoldás sorrendjében, és minden sor mellé írd oda, hogy mi történt!

$$\text{Bal oldal: } 4 \cdot (2 - 7) - (6 \cdot 2 + 3) - 3 \cdot (7 - 2) = -20 - 15 - 15 = -50 \quad /5. \text{ ell.: behelyettesítés}$$

$$4x - 28 - 6x - 3 - 21 + 3x = -50 \quad /2. \text{ zárójelbontás}$$

$$x - 52 = -50 \quad /3. \text{ összevonás}$$

$$4(x - 7) - (6x + 3) - 3(7 - x) = -50 \quad /1.$$

$$x = 2 \quad /4. +52 \text{ mindkét oldalhoz}$$

$$\text{Jobb oldal: } -50 \quad /5. \text{ ell.: behelyettesítés}$$

b) Az egyenlőtlenség megoldásának sorai összekeveredtek. Számold be a sorokat a megoldás sorrendjében, és írd melléjük, hogy mi történt!

$$-4x + 20 \geq 3x - 15 \quad /3. \text{ Összevonás}$$

$$x \leq 5 \quad /6. \text{ mindkét oldalt: } (-7)\text{-tel}$$

$$4x - 12 - 8x + 32 \geq 3x - 15 \quad /2. \text{ zárójelbontás}$$

$$-7x + 20 \geq -15 \quad /4. -3x \text{ mindkét oldalhoz}$$

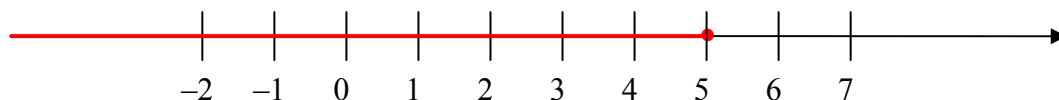
$$4(x - 3) - 8(x - 4) \geq 3(x - 5) \quad /1.$$

$$-7x \geq -35 \quad /5. -20 \text{ mindkét oldalhoz}$$

Végezz ellenőrzést az alábbi táblázat segítségével.

Ábrázold az egyenlőtlenség megoldását számegyenesen!

x	bal oldal	jobb oldal	bal oldal \geq jobb oldal
5	0	0	i
4	4	-3	i
6	-4	3	h



Akiknek még nem megy nagyon jól a feladatmegoldás, tovább folytatják a gyakorlást a 4. feladatsorral. Ha nem okoz nagyobb gondot, szervezzük úgy a csoportokat, hogy párban dolgozhassanak a gyerekek, de a pár mindkét tagja oldja meg a feladatokat felváltva, a másik tag ellenőrzése mellett. Javasoljuk a gyerekeknek, hogy intézzék úgy, hogy a feladatokat ne ugyanaz a gyerek oldja meg elsőként. (Ha A és B a két gyerek, akkor az első feladatot AB, a másodikat BA sorrendben oldják meg stb.) Szükség esetén kérjenek külső segítséget!

4. Oldd meg, és ellenőrizd!

a) $3x - 7 + 4 + 2x - 3 = 2x + 2(x + 1)$

$x = 8$

b) $5(a - 4) - (3 - a) = 2(a + 2) - 3(a + 1) + 4$

$a = 4$

c) $-2 + 4(x + 1) = 5(x - 1) - 1$

$x = 8$

Végül a négyes csoport tagjai számoljanak be egymásnak a végzett munkáról.

4. A házi feladat kijelölése

A 2. feladatlap 5. feladatsorát adhatjuk házi feladatnak. Ha van rá idő, itt is kérdezzünk rá, mi lehetne az első lépés, ill. hogyan bonthatjuk fel a zárójeleket. Ismét kérjünk meg gyerekeket, hogy egy-egy feladatot írjanak át fóliára.

5. Oldd meg, és ellenőrizd!

a) $-8x - 6 + 4x - 3 - 10 = 9 - (x + 4) - 3(4 - x)$

$x = -2$

b) $-4(b + 2) + 3(b - 2) - 2(2 - b) = -(b + 3) + 5(3 - b) + 5b$

$b = 15$

c) $6(a - 3) - 5 = 8 - 3(a + 1) + 2a$

$x = 4$

III. Törtegyütthetős egyenletek és egyenlőtlenségek megoldásának ismétlése

1. Ráhangolás; a szakértő csoport kijelölése

- Az előző óra összefoglalása
- A házi feladat ellenőrzése
- Célkitűzés.
- A szakértő csoport kijelölése.

Közöljük, hogy ezen az órán olyan egyenletek és egyenlőtlenségek megoldását ismételjük át, amelyekben törtek is szerepelnek.

Kérdezzük meg, kik érzik úgy, hogy az ilyen feladatok megoldása jól ment nekik hetedikben, és könnyen fel tudják idézni, ha segítséget kapnak.

Jelöljük ki egy 7 fős „szakértői” csoportot. Ha lehetséges, csoportonként egy tanulót válasszunk ki, ha ez nem lehetséges, kissé alakítsuk át a négyfős csoportokat. A „szakértők” elkülönülten dolgoznak – szabadítsunk fel számukra egy asztalt. Kapnak 3 db törtes egyenletet, és 1 db törtes egyenlőtlenséget, kétféle megoldással együtt (3. tanári melléklet). Ha kéri, kaphatnak még tankönyveket, amelyekből szintén tanulmányozhatják az ilyen feladatok megoldását, de használhatják hetedikes feladatlapjaikat is. A legfontosabb forrás azonban saját tudásuk, emlékeik. Feladatuk: felkészülni arra, hogy egy-egy tanulócsoporthoz rávezessék a többieket az ilyen feladatok megoldására.

2. Differenciált felkészülés

A szakértői csoport felkészül a tanításra.

A csoport minden tagja megkapja a mintapéldákat a megoldásokkal együtt. (**3. tanári melléklet**) Figyelmeztessük őket, hogy a miértekre keressék a választ, hiszen arra kell felkészülniük, hogy társaikat rávezessék az ilyen típusú feladatok megoldására. Egymástól folyamatosan kérhetnek segítséget, de szükség esetén – ekkor mindenki jelentkezik – a külső segítség is rendelkezésükre áll.

3. tanári melléklet (Mintapéldák a szakértői csoportnak) – Lásd a modul végén és az eszközei közt!**1.**

$$\frac{x}{2} - 3 = 4 \quad / + 3$$

$$\frac{x}{2} = 7 \quad / : \frac{1}{2}$$

$$x = 14$$

$$\frac{x}{2} - 3 = 4 \quad / \cdot 2$$

$$x - 6 = 8 \quad / + 6$$

$$x = 14$$

Ellenőrzés:

$$\text{bal oldal: } \frac{14}{2} - 3 = 7 - 3 = 4$$

$$\text{jobb oldal: } 4$$

2.

$$\frac{2}{3}x + \frac{1}{4} = x - 3 \quad / - x$$

$$-\frac{1}{3}x + \frac{1}{4} = -3 \quad / - \frac{1}{4}$$

$$-\frac{1}{3}x = -\frac{13}{4} \quad / : \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$x = \frac{39}{4} = 9\frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{3}x + \frac{1}{4} = x - 3 \quad / \cdot 12$$

$$8x + 3 = 12x - 36 \quad / - 8x$$

$$3 = 4x - 36 \quad / + 36$$

$$4x = 39 \quad / : 4$$

$$x = \frac{39}{4} = 9\frac{3}{4}$$

Ellenőrzés:

$$\text{bal oldal: } \frac{2}{3} \cdot \frac{39}{4} + \frac{1}{4} = \frac{13}{2} + \frac{1}{4} = 6,5 + 0,25 = 6,75$$

$$\text{jobb oldal: } 9\frac{3}{4} - 3 = 6\frac{3}{4} = 6,75$$

3.

$$3 - \frac{x+5}{2} = x+1 \quad / \text{”zárójelbontás”}$$

$$3 - \frac{x+5}{2} = x+1 \quad / \cdot 2$$

$$3 - \frac{x}{2} - \frac{5}{2} = x+1 \quad / \text{összevonás}$$

$$6 - (x+5) = 2(x+1) \quad / \text{”zárójelbontás”}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{x}{2} = x+1 \quad / + \frac{x}{2}$$

$$6 - x - 5 = 2x + 2 \quad / \text{összevonás}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{2}x + 1 \quad / - 1$$

$$1 - x = 2x + 2 \quad / + x \quad / - 2$$

$$-\frac{1}{2} = \frac{3}{2}x \quad / : \frac{3}{2}$$

$$3x = -1 \quad / : 3$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

Ellenőrzés:

$$\text{bal oldal: } 3 - \left(-\frac{1}{3} + 5\right) : 2 = 3 - \frac{14}{3} : 2 = 3 - 2\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{jobb oldal: } -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$$

4.

$$\begin{array}{llll} \frac{4}{5}x - 1 \geq \frac{1}{2} + x & / -x & \frac{4}{5}x - 1 \geq \frac{1}{2} + x & / \cdot 10 \\ -\frac{1}{5}x - 1 \geq \frac{1}{2} & / + 1 & 8x - 10 \geq 5 + 10x & / - 10x \\ -\frac{1}{5}x \geq \frac{3}{2} & / : \left(-\frac{1}{5}\right) & -2x - 10 \geq 5 & / + 10 \\ x \leq -\frac{15}{2} = -7,5 & & -2x \geq 15 & / : (-2) \\ & & x \leq -7,5 & \end{array}$$

Ellenőrzés:

$$x = -7,5$$

$$\text{bal oldal: } \frac{4}{5} \cdot (-7,5) - 1 = -6 - 1 = -7$$

$$\text{jobb oldal: } \frac{1}{2} - 7,5 = 0,5 - 7,5 = -7$$

$$x = -10$$

$$\text{bal oldal: } \frac{4}{5} \cdot (-10) - 1 = -8 - 1 = -9$$

$$\text{jobb oldal: } \frac{1}{2} - 10 = -9,5$$

$$x = -5$$

$$\text{bal oldal: } \frac{4}{5} \cdot (-5) - 1 = -4 - 1 = -5$$

$$\text{jobb oldal: } \frac{1}{2} - 5 = -4,5$$

x	bal oldal	jobb oldal	bal oldal \geq jobb oldal
-7,5	-7	-7	i
-10	-9	-9,5	i
-5	-5	-4,5	h

A többiek hármas csoportokban dolgoznak tovább.

A 3. feladatlap 1. feladatsorának feladatait oldják meg, de más-más kezdőlépés után. Minden új feladat előtt húzzanak a tanulók az 1–3. sorszámkártyákból, és a sorszámuknak megfelelő kezdőlépéssel oldják meg a következő feladatot. Hívjuk fel a figyelmüket arra, hogy a kezdőlépés megtétele után, ha van rá mód, egyszerűsítsenek, majd alkalmazzák a mérlegelvet. Egy időben tehát mindenki ugyanazt az egyenletet oldja meg, de más a kezdőlépés.

Minden feladat megoldását követően beszéljék meg a tapasztalataikat, és a csoportban együtt gondolkodva próbálják meg indokolni. Végezzék el az ellenőrzést is. Szükség esetén – egyszerre jelentkezve – kérjenek külső segítséget.

Beszéljük meg, hogy a b) és c) feladatot más formában is felírhatjuk. Például:

$$\text{b) } \frac{x+3}{2} = \frac{5x}{6}$$

$$\text{c) } \frac{4}{5} + \frac{x}{3} = \frac{7(x+3)}{30}$$

3. FELADATLAP

1. Oldjátok meg a feladatokat más-más kezdőlépés végrehajtása után! Ne feledkezzetek meg az ellenőrzésről sem!

	Az egyenlet	Az 1. tanuló kezdőlépése	A 2. tanuló kezdőlépése	A 3. tanuló kezdőlépése	$x =$
a)	$\frac{2}{3}x = 4 + 2x$	Mindkét oldalt szorozd 3-mal $2x = 12 + 6x$	Mindkét oldalt szorozd 6-tal $4x = 24 + 12x$	Mindkét oldalt szorozd 9-cel $6x = 36 + 18x$	-3
b)	$\frac{1}{2} \cdot (x+3) = \frac{5}{6}x$	Mindkét oldalt szorozd 6-tal $3(x+3) = 5x$	Mindkét oldalt szorozd 12-vel $6(x+3) = 12$	Mindkét oldalt szorozd 30-cal $15(x+3) = 25x$	4,5
c)	$\frac{4}{5} + \frac{x}{3} = \frac{7}{30}(x+3)$	Mindkét oldalt szorozd 30-cal $24 + 10x = 7(x-3)$	Mindkét oldalt szorozd 60-nal $48 + 20x = 14(x+3)$	Mindkét oldalt szorozd 90-nel $72 + 30x = 21(x+3)$	-1

3. Törtegyütthetős egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása

A szakértők beülnek egy-egy csoportba, és vezetésükkel a csoportok megoldják a 3. feladatlap 2. feladatsorát. Minden feladat előtt beszéljék meg, hogy a sok lehetséges kezdőlépés közül melyik a legcélszerűbb. Ezután az ellenőrzés párban módszerrel dolgoznak, de ha kell, igénybe veszik a szakértőt, ha esetleg ő is elakad, akkor külső segítséget.

Itt is beszéljük meg, hogy a hányados szorzat alakban is felírható, ahol az egyik tényező tört.

Például: b) $\frac{2}{3}x - 4 = \frac{x+3}{2}$

c) $\frac{5}{6} - \frac{x}{3} = \frac{3(x-1)}{4} - \frac{7}{12}$

2. Oldd meg, és ellenőrizd! Szükség esetén kérj segítséget a csoport szakértőjétől! Az egyenlőtlenség megoldáshalmazát ábrázold számegyenesen!

a) $\frac{4}{5}x = 7 - 2x$ $x = 2,5$

b) $\frac{2}{3}x - 4 = \frac{1}{2}(x+3)$ $x = 33$

c) $\frac{5}{6} - \frac{x}{3} = \frac{3}{4}(x-1) - \frac{7}{12}$ $x = 2$

d) $\frac{2}{7}x + 2 < \frac{1}{2}x + \frac{2}{7}$ $x > 8$

4. A házi feladat előkészítése

A feladatgyűjtemény 9. 10. 11. példáiból válasszanak maguknak 1-1 egyenletet a gyerekek. Megkérdezhetjük, hogy az egyes feladatokat kik választják. Jó lenne, ha valamennyi feladat megoldása megszületne a következő órára legalább egy példányban. Feltétlenül beszéljük meg, hogy a 10. és a 11. feladatban, ahol egy-egy tört számlálójában összeg ill. különbség szerepel, ha a számlálót szorozzuk, akkor az a számláló minden tagjára vonatkozik. Gyakran

elfelejtik ezt a gyerekek. Ha ez a gyakori hiba az adott osztályban is előfordul, akkor írassuk fel a feladatokat szorzat alakban is. Javasolhatjuk azt is, hogy tegyék zárójelbe a számlálót. Kérjük meg a gyerekeket, hogy külön lapra, szépen írják le a részletesen kidolgozott megoldásokat a következő órára. A legjobbakat a faliújságon kiállítjuk.

IV. Egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása; gyakorlás

1. Ráhangolás; felidézés, a házi feladat ellenőrzése

Az előző óra összefoglalása.

A házi feladat ellenőrzése:

Az otthon elkészített feladatmegoldásokat jól láthatóan elhelyezzük, hogy mindenki tanulmányozhassa. A falon kiállított megoldásokhoz hozzászólhatnak a tanulók. Ha ugyanannak a feladatnak a megoldása többször szerepel, akkor a legjobbat, legszebbet hagyjuk fenn. Bízassuk a gyerekeket arra, hogy szünetekben is tanulmányozzák a kiállított megoldásokat, hiszen mindenki annyival tud többet másoknál, amennyit másoktól tanul.

2. Gyakorlás – feladatok továbbküldése

Hét – betűvel jelzett – borítékban különböző típusú gyakorló feladat van (**4. tanári melléklet** – Borítékos feladatsor). A munkát csoportban célszerű végezni. Mint minden alkalommal, most is hívjuk fel a gyerekek figyelmét arra, hogy minden tanulónak tudnia kell a megoldást. A csoport feladata nem annyi csupán, hogy legyen egy jó megoldása minden feladatra, hanem az, hogy segítsen minden csoporttagnak megérteni ill. megtanulni azt. Itt említhetjük meg, hogy az osztályozásnál csoportjegyet is adunk majd.

A feladatsort tartalmazó borítékokat először sorsoljuk, majd folyamatos továbbadással cseréljük. Az is lehetséges variáció, hogy a kezdő feladatsort kérhetik a csoportok. Ha ugyanarra több csoport pályázik, sorsolás vagy licitálás (korongok) dönthet.

Az osztály képességeinek és fejlettségének függvényében a borítékokban lévő feladatok némelyike alól adhatunk felmentést, vagy használhatjuk differenciálásra is.

4. tanári melléklet (megoldással) – Az eredeti mellékletet lásd a modul végén és az eszközei közt!**A**

Illesszék össze azokat az egyenleteket, amelyeknek ugyanaz a megoldása!

$\frac{3}{4}(x-1) - \frac{1}{2}(5-x) = \frac{1}{2}$	$\frac{5}{6}(x-8) = 6x - \frac{3}{2}$
$\frac{2}{3}x = 1$	$7x - 8 = 4(x-2) + (x+1) + 5$
$-2x + 7 = -9x$	$-5x + 4 = 4x - 11 - 7x + 1$
$\frac{2}{3}x - 4 = \frac{1}{9}(x-1)$	$2x + \frac{3}{2} = 3x - 1,8$
$3,5(x-2) - \frac{1}{2}x = x - \frac{2}{5}$	$\frac{3}{2}x = 1$

Dominó: azokat az egyenleteket kell összeilleszteni, amelyeknek ugyanaz a megoldása. Itt javasoljuk, hogy a csoporttagok osszák fel maguk között az egyenleteket, hogy a megoldások ismeretében ki tudják választani a párokat.

Megoldás:

$$7x - 8 = 4(x-2) + (x+1) + 5 \quad \text{és} \quad \frac{3}{4}(x-1) - \frac{1}{2}(5-x) = \frac{1}{2} \quad x = 3$$

$$\frac{2}{3}x - 4 = \frac{1}{9}(x-1) \quad \text{és} \quad -5x + 4 = 4x - 11 - 7x + 1 \quad x = 7$$

$$\frac{5}{6}(x-8) = 6x - \frac{3}{2} \quad \text{és} \quad -2x + 7 = -9x \quad x = -1$$

$$3,5(x-2) - \frac{1}{2}x = x - \frac{2}{5} \quad \text{és} \quad 2x + \frac{3}{2} = 3x - 1,8 \quad x = 3,3$$

B

1. Határozzátok meg a következő műveletek eredményét a lehető legrövidebb idő alatt!
Számológépet nem, de hatványtáblázatot használhattok.

$$128 \cdot 2187 = 2^7 \cdot 3^7 = 6^7 = 279\,936$$

$$152\,587\,890\,625 : 1\,953\,125 = 5^{16} : 5^9 = 5^7 = 78\,125$$

$$10\,000\,000\,000 : 9\,765\,625 = 10^{10} : 5^{10} = 2^{10} = 1024$$

$$823\,543 \cdot 117\,649 = 7^7 \cdot 7^6 = 7^1 = 96\,889\,010\,407$$

$$2187^3 = (3^7)^3 = 3^{21} = 10\,460\,353\,203$$

2. Állapítsátok meg, hogy milyen számot kell a betűk helyére írni, hogy az állítás igaz legyen?

$$2^8 = a^4$$

$$a = 4$$

$$2^{12} = b^3$$

$$b = 16$$

$$4^c = 8^2$$

$$c = 3$$

$$5^4 = 25^d$$

$$d = 2$$

$$5^6 = 125^e$$

$$e = 2$$

$$3^f = 6^2$$

$$f = \text{nincs ilyen szám}$$

A hatványozásról tanultakat ismétljük át ezzel a feladatsorral. Ha ügyesen használják a hatványtáblázatot, különösebb számolás nélkül kikereshetők az eredmények. Bízassuk a csoportot itt is ügyes munkaszervezésre. A számok hatvány alakjának kikeresését feloszthatják maguk között. A hatványozás azonosságainak alkalmazását azonban beszéljék meg közösen!

C

Írjatok két szöveges feladatot, amelynek matematikai fordítása a következő két egyenlet:

$$1. \quad 2x + x + (2x - 2) + 1 + [(2x - 2) + 1] = 33 \quad x = 5$$

A felírt egyenletekhez kell szöveges feladatot készíteniük a gyerekeknek, és ha az idő engedi, megoldani a szöveges feladatokat, valamint szöveg szerint ellenőrizni a megoldások helyességét. Javasoljuk, hogy a csoport két tandeme ossza fel a feladatot egymás között, azután egymás szöveges feladatait oldják meg.

D

Oldd meg a szöveges feladatokat, és végezd el a szöveg szerinti ellenőrzést!

1. Mint tudjuk, Micimackó volt már szorult helyzetben többször is, sőt! Beszorult helyzetben is volt. Legokosabb barátja Róbert Gida segítségét akarta kérni, de ő nagyon messze tartózkodott a baleset helyszínétől. Az állatok összefogtak, hogy megvigyék a hírt neki. Nyuszi lefutotta az út negyedrésztét, onnan Malacka döcögött tovább, és derekasan megtette az út hatodát. Kiss és üzletfelei az út egyötödén repültek. Még Füles is kivette részét a mentő akcióból, amikor is nagy sóhajtozások közepette ugyan, de megtette az út tizenketted részét. Ám így is maradt Bagolynak 1,2 km. Milyen messze volt Róbert Gida?
4 km-nyire volt Róbert Gida

2. A matematika tanár a három nyolcadik osztályban egy napon íratott dolgozatot. 66 db dolgozat kijavítása várt rá. Még aznap kijavított belőle valamennyit, másnap 5-tel többet, a harmadik napon pedig csak feleannyit, mint az elsőt. Még így is maradt a negyedik nap reggelére 11 db javítanivaló dolgozat. Hány dolgozatot javított az egyes napokon? Ha van idő számold ki azt is, mennyi időt töltött dolgozatjavítással, ha egy dolgozatra átlagosan 15 percet kellett szánnia?

$$1. \text{ n.: } 20 \text{ db}$$

$$2. \text{ n.: } 25 \text{ db}$$

$$3. \text{ n.: } 10 \text{ db}$$

$$4. \text{ n.: } 11 \text{ db}$$

Összesen 16,5 órai munka

Két szöveges feladatot kell lefordítaniuk a matematika nyelvére, majd megoldani, és szöveg szerint ellenőrizni azokat. Javasoljuk, hogy az egyik pár az egyik, a másik pár a másik feladatot írja fel egyenlettel, majd cseréljenek, és a másik páros egyenletét oldják meg valamint ellenőrizzék.

E

Nyitott mondatok hibás megoldásai vannak a borítékban. Fogalmazzátok meg írásban, hogy milyen hibát követett el a megoldó, majd oldjátok meg a nyitott mondatokat helyesen!

1.

$$\begin{aligned} 71 + 9a &= 41 - a && / + a \\ 71 + 9a &= 41 && / - 71 \\ 9a &= -30 && / : 9 \\ a &= -3\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Hiba: Mindkét oldalhoz kellett volna hozzáadni a -t, a megoldó csak a jobb oldalhoz adta hozzá. Helyesen: $a = -3$

2.

$$\begin{aligned} 35 - (2b + 5) + 3b &= 10 - 7(3b - 2) - 5 \\ 35 - 2b + 5 + 3b &= 10 - 21b - 2 - 5 \\ b + 40 &= 3 - 21b \\ 22b &= -30 \\ b &= -1\frac{15}{22} \end{aligned}$$

Hiba: Mindkét oldalon a zárójelbontás.

Helyesen: $35 - 2b - 5 + 3b = 10 - 21b + 14 - 5$; $b = -\frac{1}{2}$

3.

$$\begin{aligned} \frac{2c}{5} - \frac{c}{2} &= \frac{5}{4} - c + 1 \\ 8c - 10c &= 25 - c + 1 \\ -2c &= 26 - c \\ c &= -26 \end{aligned}$$

Hiba: Mindkét oldalt szorozni kellett 20-szal, de nem szorozták mindkét oldalon mindegyik tagot. Helyesen: $8c - 10c = 25 - 20c + 20$; $c = 2,5$

4.

$$\begin{aligned} -2d + 5 &\leq d - 4 \\ -3d + 5 &\leq -4 \\ -3d &\leq -9 \\ d &\leq 3 \end{aligned}$$

Hiba: Mindkét oldalt negatív számmal kellett osztani, de nem fordították meg a relációs jelet. Helyesen: $d \geq 3$

Javasolhatjuk, hogy a párok 2-2 nyitott mondat javítását végezzék el, majd beszéljék meg tapasztalataikat.

F

Oldjátok meg, és ellenőrizétek az egyenleteket!

- a) $5a - 13 = 11 - a$ $a = 4$
 b) $5 - 2b + 7 + 6b = b - 8 + b + 14$ $b = -3$
 c) $3(c + 2) = 2(2 - c) + 27$ $c = 5$
 d) $20(d - 5) + 12d + 11 = 30(d - 4) - 7(d - 4) - 15$ $d = -2$

Javasolhatjuk a párok közötti munkamegosztást, de a megoldók feltétlenül magyarázzák el a csoport többi tagjának, hogy mire kellett vigyázni a megoldás során, és a feladatok mindegyike kerüljön be mindenki füzetébe.

G

Oldjátok meg, és ellenőrizétek a következő egyenleteket!

- a) $a - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}a + 5$ $a = 22$
 b) $b - \frac{5}{4} - \frac{b}{2} = 1 - \frac{2}{5}b$ $b = 2,5$
 c) $c + 6 = \frac{6 - 11c}{25}$ $c = -4$
 d) $\frac{d - 1}{6} + \frac{d + 3}{10} = \frac{12}{15} - \frac{2 - d}{4}$ $d = 10$

Törtegyűthetős egyenletek megoldása és ellenőrzése.

A d) megoldását nem kell feltétlenül elvárni minden csoporttól, ill. egy adott csoport minden tagjától. A csoport ismeretében adhatunk felmentést, de mindig úgy, hogy legalább az ügyesebb gyerekek érezzék, jó lenne ezzel is megbirkózni, tekintsék ezeket a feladatokat kihívásnak. Javasoljuk a munkamegosztást a párok között, de ragaszkodjunk hozzá, hogy a párok tagjai felváltva legyenek megoldók, illetve ellenőrök.

A feladatsorok megoldása után adjunk lehetőséget a kérdésre. A válaszadásra másik csoportból is vállalkozhatnak.

3. A felmérés – lélektani – előkészítése; irányított önértékelés

Arra kérjük a gyerekeket, hogy a lehető legőszintebben töltsék ki a táblázatot (**5. tanári melléklet**).

5 tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

Ismeret	Tudom	Értem, de még gyakorolnom kell	Nem értem, segítséget kérek
Lebontogatással egyenletet, egyenlőtlenség megoldása			
Zárójelbontás			
Összevonás			
A mérlegelv alkalmazása			
Szöveg lefordítása a matematika nyelvére			
Az egyenletmegoldás ellenőrzése			
Az egyenlőtlenség megoldásának ellenőrzése			
Szöveges feladat ellenőrzése szöveg szerint			
A megoldáshalmaz ábrázolása számegyenesen			

Javasoljuk, hogy mindenki a táblázatban adott válaszok alapján válasszon házi feladatot gyakorlásra, a már megoldott és ellenőrzött feladatokból. A megoldást letakarva, oldják meg újra a problémás feladatokat, és az órai hibakeresés mintájára fogalmazzák meg az általuk elkövetett hibát írásban, és javítsák azt.

Olyan csoportokban, ahol az együttműködés már jól megy, és biztosan nem vezet ellenségeskedéshez, próbálkozhatunk az egyéni osztályzat mellett csoportjegy adásával is. A csoport átlagjegyét is beírjuk minden csoportagnak. Ezt közöljük előre, ezzel is bátorítva a csoportos gyakorlást, felkészülést az iskolán kívül is.

Amennyiben azt látjuk, hogy az eddigi munka nem volt elég a témakör elsajátításához, az osztályzattal történő egyéni értékelést elhalaszthatjuk. Ez esetben a következő órán a felmérő feladatsort csoportosan oldják meg. A csoport osztályzata egy a tanár által kiválasztott csoporttag füzeté alapján történhet, fenntartva a jogot arra, hogy a következő órán kérdéseket tegyünk fel a füzet tulajdonosának. Cél: az egymásért vállalt felelősség.

Alkalmazhatjuk a felmérést osztályozás nélkül, diagnosztikus céllal is. Ekkor feltétlenül biztassuk a gyerekeket arra, hogy vessék össze egyéni teljesítményüket az önértékelésükkel.

V. Felmérő

1. Relaxációs gyakorlat

a) Légzés váltott orrlyukkal nyitott ablaknál

b) Csukott szemmel – ha módunk van rá, relaxációs zenével – nagyon precízen elképzeltetjük a sikeres munkát a feladatsor elolvasásától a megoldáson át a jó eredmény okán átélt örömet, a siker tekintélynövelő hatását, a szülői fogadtatást, stb.

2. A felmérő feladatsor megoldása

FELMÉRŐ

Név: _____

8. évfolyam, Egyenletek, egyenlőtlenségek

A CSOPORT

1. Anna és Béla barátok. Ha Annának a Ft-ja van, írd fel algebrai kifejezéssel, hogy mennyi pénze van Bélának, ha

- a) 5 Ft-tal több, mint Annának.
- b) 5-ször annyi, mint Annának.
- c) ketjüknek összesen 450 Ft-juk van.
- d) pénze Anna pénzének 125%-a.

Írd fel a matematika nyelvén, ha

- A) a) és c) állítás egyszerre igaz
- B) b) és c) állítás egyszerre igaz
- C) d) és c) állítás egyszerre igaz

Számítsd ki, hogy ezekben az esetekben külön-külön mennyi pénze volna a két jó barátoknak?

2. Végezd el a lehetséges összevonásokat:

- a) $5a - a^2 + 2a + a^2 - 7 =$
- b) $\frac{2}{3}b - b + \frac{4}{5}b - 3 + \frac{1}{2}x =$

Számítsd ki mindkét algebrai kifejezés helyettesítési értékét, ha

$$a = \frac{5}{7} \quad b = 4\frac{2}{7} \quad x = -2$$

3. Melyik több, mennyivel és hányszor?

- a) $(-2)^3$ $\frac{10^3}{5^3}$
- b) $\frac{5^4}{5^3}$ $\left(\frac{20}{4}\right)^2$
- c) $(3^2)^3$ 3^5

4. Oldd meg és ellenőrizd!

- a) $2(a - 3) - 7 = 3(2 - a) - (a + 1)$
- b) $\frac{3}{4}b + \frac{1}{3} = 2 - \frac{b-1}{6}$

5. Gondoltam egy számot. Ha a kétszeresénél öttel nagyobb számot megszoroztam hárommal, akkor a gondolt szám háromszorosánál 18-cal nagyobb számot kaptam.

Melyik számra gondoltam?

FELMÉRŐ

Név: _____

8. évfolyam, Egyenletek, egyenlőtlenségek

B CSOPORT

1. Csilla és Dénes barátok. Ha Csillának c Ft-ja van, írd fel algebrai kifejezéssel, hogy mennyi pénze van Dénesnek, ha

- a) 3 Ft-tal kevesebb, mint Csillának.
- b) 3-szor annyi, mint Csillának.
- c) kettejüknek összesen 360Ft-juk van.
- d) pénze Csilla pénzének 50%-a.

Írd fel a matematika nyelvén, ha

- A) a) és c) állítás egyszerre igaz
- B) b) és c) állítás egyszerre igaz
- C) d) és c) állítás egyszerre igaz

Számítsd ki, hogy ezekben az esetekben külön-külön mennyi pénze volna a két jó barátoknak?

2. Végezd el a lehetséges összevonásokat:

a) $a^2 - 7a + 14a - 7 - a^2 =$

b) $\frac{4}{5}b - 3 + \frac{2}{3}b + \frac{1}{2}x - b =$

Számítsd ki mindkét algebrai kifejezés helyettesítési értékét, ha

$$a = \frac{5}{7} \quad b = 4\frac{2}{7} \quad x = -2$$

3. Melyik több, mennyivel és hányszor?

a) $\frac{15^3}{5^3}$ $(-3)^2$

b) $\left(\frac{27}{9}\right)^2$ $\frac{3^4}{3^3}$

c) 8^2 $(2^2)^2$

4. Oldd meg és ellenőrizd!

a) $7 - (a + 1) = 2 \quad (a - 3) - 3(2 - a)$

b) $\frac{b-1}{6} + \frac{1}{3} = 2 - \frac{3}{4}b$

5. Gondoltam egy számot. Ha a kilencszeresénél héttel kisebb számot kettővel megszoroztam, akkor a gondolt szám háromszorosánál 4-gyel nagyobb számot kaptam.

Melyik számra gondoltam?

FELMÉRŐ

Név: _____

8. évfolyam, Egyenletek, egyenlőtlenségek

A CSOPORT (MEGOLDÁS)

1. Anna és Béla barátok. Ha Annának a Ft-ja van, írd fel algebrai kifejezéssel, hogy mennyi pénze van Bélának, ha

- | | |
|---|-----------|
| a) 5 Ft-tal több, mint Annának. | $a + 5$ |
| b) 5-ször annyi, mint Annának. | $5a$ |
| c) kettejüknek összesen 450 Ft-juk van. | $450 - a$ |
| d) pénze Anna pénzének 125%-a. | $1,25a$ |

Írd fel a matematika nyelvén, ha

- | | | |
|------------------------------------|---------------------|----------------------|
| A) a) és c) állítás egyszerre igaz | $a + (a + 5) = 450$ | 222,5 Ft és 227,5 Ft |
| B) b) és c) állítás egyszerre igaz | $a + 5a = 450$ | 75 Ft és 375 Ft |
| C) d) és c) állítás egyszerre igaz | $a + 1,25a = 450$ | 200 Ft és 250 Ft |

Számítsd ki, hogy ezekben az esetekben külön-külön mennyi pénze volna a két jó barátoknak?

2. Végezd el a lehetséges összevonásokat:

- | | |
|--|----------------------------|
| a) $5a - a^2 + 2a + a^2 - 7 = 7a - 7$ | helyettesítési érték: -2 |
| b) $\frac{2}{3}b - b + \frac{4}{5}b - 3 + \frac{1}{2}x = \frac{7}{15}b + \frac{1}{2}x - 3$ | helyettesítési érték: -2 |

Számítsd ki mindkét algebrai kifejezés helyettesítési értékét, ha

$$a = \frac{5}{7} \quad b = 4\frac{2}{7} \quad x = -2$$

3. Melyik több, mennyivel és hányszor?

- | | | |
|--|---------|---------|
| a) $(-2)^3 < \frac{10^3}{5^3}$ | 16-tal | -1-szer |
| b) $\frac{5^4}{5^3} < \left(\frac{20}{4}\right)^2$ | 20-szal | 5-ször |
| c) $(3^2)^3 > 3^5$ | 486-tal | 3-szor |

4. Oldd meg és ellenőrizd!

a) $2(a - 3) - 7 = 3(2 - a) - (a + 1)$	b) $\frac{3}{4}b + \frac{1}{3} = 2 - \frac{b-1}{6}$
--	---

$$a=3; \quad \text{bal oldal} = \text{jobb oldal} = -7$$

$$b=2; \quad \text{bal oldal} = \text{jobb oldal} = 1\frac{5}{6}$$

5. Gondoltam egy számot. Ha a kétszeresénél öttel nagyobb számot megszoroztam hárommal, akkor a gondolt szám háromszorosánál 18-cal nagyobb számot kaptam.

Melyik számra gondoltam? $(2x + 5)3 = 3x + 18 \Rightarrow x = 1$

FELMÉRŐ

Név: _____

8. évfolyam, Egyenletek, egyenlőtlenségek

B CSOPORT (MEGOLDÁS)

1. Csilla és Dénes barátok. Ha Csillának c Ft-ja van, írd fel algebrai kifejezéssel, hogy mennyi pénze van Dénesnek, ha

- a) 3 Ft-tal kevesebb, mint Csillának. $c - 3$
 b) 3-szor annyi, mint Csillának. $3c$
 c) kettejüknek összesen 360Ft-juk van. $360 - c$
 d) pénze Csilla pénzének 50%-a. $0,5c$

Írd fel a matematika nyelvén, ha

- A) a) és c) állítás egyszerre igaz $c + (c - 3) = 360$ 181,5 Ft és 179,5 Ft
 B) b) és c) állítás egyszerre igaz $c + 3c = 360$ 90 Ft és 270 Ft
 C) d) és c) állítás egyszerre igaz $c + 0,5c = 360$ 240 Ft és 120 Ft

Számítsd ki, hogy ezekben az esetekben külön-külön mennyi pénze volna a két jó barátoknak?

2. Végezd el a lehetséges összevonásokat:

- a) $a^2 - 7a + 14a - 7 - a^2 = 7a - 7$ helyettesítési érték: -2
 b) $\frac{4}{5}b - 3 + \frac{2}{3}b + \frac{1}{2}x - b = \frac{7}{15}b + \frac{1}{2}x - 3$ helyettesítési érték: -2

Számítsd ki mindkét algebrai kifejezés helyettesítési értékét, ha

$$a = \frac{5}{7} \quad b = 4\frac{2}{7} \quad x = -2$$

3. Melyik több, mennyivel és hányszor?

- a) $\frac{15^3}{5^3} > (-3)^2$ 18-cal 3-szor
 b) $\left(\frac{27}{9}\right)^2 > \frac{3^4}{3^3}$ 6-tal 3-ször
 c) $8^2 > (2^2)^2$ 48-cal 4-szer

4. Oldd meg és ellenőrizd!

a) $7 - (a + 1) = 2 \quad (a - 3) - 3(2 - a)$ b) $\frac{b-1}{6} + \frac{1}{3} = 2 - \frac{3}{4}b$

$a=3$; bal oldal = jobb oldal = 3 $b=2$; bal oldal = jobb oldal = $\frac{1}{2}$

5. Gondoltam egy számot. Ha a kilencszeresénél héttel kisebb számot kettővel megszoroztam, akkor a gondolt szám háromszorosánál 4-gyel nagyobb számot kaptam.

Melyik számra gondoltam?

$(9x - 7) \cdot 2 = 3x + 1$ Az 1-re gondoltam.

3. Tartalék kitekintő feladatok

Ha valaki hamar készen van, javasoljuk a Feladatgyűjtemény 12. feladatát. (Kitekintés.)
 Ezt a feladatot adhatjuk házi feladatként is, de nem kötelezően.

FELADATGYŰJTEMÉNY

1. Ha testvéreim számát megszorozom héttel, és az eredményhez ötöt adok, akkor testvéreim számánál 11-gyel nagyobb számhoz jutok. Fejtsd meg, hány testvérem van! **1**

2. Egy hatodik osztályban 25-en sportolnak, mindenki csak egyféle sportot űz. Kétszer annyian kosaraznak, mint ahányan vívnak, és a focisták száma 5-tel több, mint a vívóké. A többi sportoló gyerek atletizál, ők nyolcan vannak.

vív:3, kosarazik:6, focizik:8, atletizál:8

3. Egy hatodik osztályban 25-en sportolnak, mindenki csak egyféle sportot űz. Kétszer annyian kosaraznak, mint ahányan vívnak, és a focisták száma kettővel több, mint a vívóké. A többi sportoló gyerek atletizál, ők öten vannak. Hányan űzik az egyes sportokat?

Nincs megoldása a feladatnak (a vívók darabszámára 4,5-t kapnánk).

4. Janka és Panka testvérek, és a húsvéti locsolódásra készültek. Nagyon sok locsolóra számítottak, ezért már pénteken elkezdtek a tojásfestést. Janka naponta 1-gyel több tojást tud megfesteni, mint Panka, de még így sem lettek készen a tervezett harminc tojással a három nap alatt. Hány db tojást festhettek meg naponta? Foglald táblázatba a lehetőségeket!

Panka 4-et, vagy kevesebbet, Janka 5-öt, vagy kevesebbet.

Janka	5	4	3	2	(1)
Panka	4	3	2	1	(0)
Összesen	9	7	5	3	(1)

5. Oldd meg, és ellenőrizd!

a) $5x + 2x + 7 - 6x = 9 - (x + 2) + 22$

$x = 11$

b) $-(x - 1) + (4 + x) = (x + 5) - (2x - 3)$

$x = 3$

6. Oldd meg, és ellenőrizd!

a) $3(a + 2) - (6 - a) = 14 - 2(a + 1)$

$a = 2$

b) $-2(b - 5) + (b + 5) = 3(b + 4) - (3 + b)$

$b = 2$

7. Oldd meg, és ellenőrizd!

a) $-9 + 3(x - 2) = 3(x + 1) + x - 8$

$x = -10$

b) $5(2y + 3) - 8 = 11 - 2(y + 1) - 2$

$y = 0$

8. Oldd meg, és ellenőrizd!

a) $42 - (3a + 2) = 4(a - 0,5)$

$a = 6$

b) $4(b - 2) - 3 = 4b - 3(b - 2) + 1$

$b = 6$

9. Oldd meg és ellenőrizd!

a) $\frac{3}{5}x - 4 = 2$ **$x = 10$**

c) $3 - \frac{3}{4}y = 6$ **$x = -4$**

b) $\frac{7}{12}x - \frac{3}{4}x = \frac{1}{6}$ **$x = -1$**

d) $\frac{1}{3}x - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}x + \frac{2}{3}$ **$x = 17$**

10. Oldd meg, és ellenőrizd!

a) $\frac{a-1}{5} = 2$

$a = 11$

b) $\frac{2b-4}{2} = 3$

$b = 5$

c) $\frac{4c+5}{3} - 2 = 7$

$c = 5,5$

d) $3 - \frac{d+4}{5} = 1$

$d = 6$

11. Oldd meg, és ellenőrizd!

a) $\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = \frac{x-1}{6}$

nincs megoldás

b) $\frac{8x-3}{5} - (x+1) = \frac{2x-4}{2}$

$x = 1$

c) $\frac{5-x}{6} + \frac{2}{3} = 2 - \frac{x+2}{5}$

$x = 3$

d) $7 - 2x = \frac{x+2}{5}$

$x = 3$

12. Mi(k) lehet(nek) a megoldás(ok)

a) $x^0 = 3$

nincs megoldás

b) $(2x)^2 = 100$

$x_1 = 5; x_2 = -5$

c) $(-2x)^2 = -100$

nincs megoldás

d) $5x^2 = 45$

$x_1 = 3; x_2 = -3$

e) $(7-x)^3 = 27$

$x = 4$

f) $3^x = 1$

$x = 0$

g) $\frac{8}{x} = 0$

nincs megoldás

h) $(x-3)(x+1) = 0$

$x_1 = 3; x_2 = -1$

13. Ha tudod, oldd meg fejben az alábbi egyenleteket, de feltétlenül ellenőrizd a megoldások helyességét!

a) $p + 1,25 = 3$

$p = 2,75$

$\frac{2}{3} + q = 3$

$q = 2\frac{1}{3}$

b) $r - \frac{3}{8} = \frac{1}{2}$

$r = \frac{7}{8}$

$0,7 - s = \frac{4}{5}$

$s = -\frac{1}{10}$

c) $t \cdot 7 = -42$

$t = -6$

$\frac{1}{4}u = \frac{3}{7}$

$u = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$

d) $\frac{v}{9} = -1,1$

$v = -9,9$

$\frac{1}{15} : z = \frac{3}{5}$

$z = \frac{1}{9}$

14. Oldd meg, és ellenőrizd!

a) $-7x + 30 = -5$

$x = 5$

$-4y + 9 = 25$

$y = -4$

$2v - 3 = -5$

$v = -1$

$9 - 3z = 6$

$z = 1$

b) $\frac{4}{5}x - 3 = 1$

$x = 5$

$9 - \frac{5}{7}y = -\frac{2}{7}$

$y = 13$

$\frac{2}{3}v + 4 = \frac{1}{5}$

$v = -5,7$

$8 + \frac{5}{6}z = \frac{7}{9}$

$z = -8\frac{2}{3}$

15. Oldd meg, és ellenőrizd!

a) $7x - 4 - 19 + 3x = 8x - 13 - x + 1 + x - 1$

$x = 5$

b) $\frac{5x}{2} - \frac{x}{2} + 5 - \frac{x}{2} = 2x - 5 + \frac{x}{2}$

$x = 10$

c) $x - \frac{x}{3} + 4 + \frac{2}{3}x = \frac{1}{2}x + 7 + x$

$x = -18$

16. Oldd meg, és ellenőrizd!

- a) $4x - (9 - 3x) = 5x + 3$ $x = 6$
- b) $8 - (x + 4) + (4 - x) = x - 7 - (4 - x) + (x + 4)$ $x = 3$
- c) $x - (2x - 4) + (7x - 3) - 6 = 11 + (7x - 6) - (2x - 5)$ $x = 15$
- d) $3x - (x - 2) + (5 - 3x) = (2x + 7) - (x - 8) + 6$ $x = -7$

17. Oldd meg, és ellenőrizd!

- a) $\frac{4}{5}x - \left(\frac{7}{6} + \frac{2}{3}x\right) = \frac{7}{3} - \left(\frac{8}{15}x - \frac{1}{2}\right)$ $x = 6$
- b) $\frac{x}{2} - (2x - 1) + \frac{5}{6} = \frac{x}{12} - \left(\frac{x}{3} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{12} - \frac{x}{4}\right)$ $x = 2$

18. Oldd meg, és ellenőrizd!

- a) $7a - 3(a + 4) + 2(5 - a) = 7(a - 4) - (4 - a)$ $a = 5$
- b) $48 + 2(b - 3) - 2(3 - b) = 2(3 - b) + 7b + 21$ $b = 9$
- c) $0,7(c - 2) - 1,2(3 - c) = 2(0,9c - 1,5) - 1,8$ $c = 2$

19. Oldd meg, és ellenőrizd!

- a) $2,4(x - 3) + 1 = 9 - 2(x + 1)$ $x = 3$
- b) $-0,2(y + 4) - 5 = 2 - 0,6(3 - y)$ $y = -7,5$
- c) $\frac{2}{3}(v - 1) + 2 = 3 - \frac{1}{3}(1 - v)$ $v = 4$

20. Oldd meg, és ellenőrizd!

- a) $\frac{a}{2} - \frac{3 - a}{4} = \frac{3}{4} + \frac{a - 1}{2}$ $a = 4$
- b) $\frac{b - 2}{5} + \frac{5 - b}{2} = \frac{2b - 5}{2} + \frac{b}{5} + \frac{1}{10}$ $b = 3$

0813 – 1. tanári melléklet

Osztályonként 1 db géppapírra nyomva. Minden új órai felhasználáshoz a mellékletből az iskolában annyi fénymásolat készítenendő, hogy minden tanulónak jusson egy táblázat. Egy oldalon 3 ilyen táblázat szerepel, szét kell vágni.

	gyakran	néha	soha	mindig
Elmondtam csoporttársaimnak a véleményemet, az ötleteimet				
Kértem a csoporttársaimtól tanácsot, véleményt, ötletet				
Összefoglaltam a csoport véleményét, gondolatait az osztály számára				
Segítettem a tanulásban a csoport más tagját				
Jól éreztem magam a csoportmunka során				
Úgy éreztem, hogy könnyebben tanulok csoportban, mint egyedül				
Új órán új tanulópárral dolgoztam				

Egyéb észrevétel:

	gyakran	néha	soha	mindig
Elmondtam csoporttársaimnak a véleményemet, az ötleteimet				
Kértem a csoporttársaimtól tanácsot, véleményt, ötletet				
Összefoglaltam a csoport véleményét, gondolatait az osztály számára				
Segítettem a tanulásban a csoport más tagját				
Jól éreztem magam a csoportmunka során				
Úgy éreztem, hogy könnyebben tanulok csoportban, mint egyedül				
Új órán új tanulópárral dolgoztam				

Egyéb észrevétel:

	gyakran	néha	soha	mindig
Elmondtam csoporttársaimnak a véleményemet, az ötleteimet				
Kértem a csoporttársaimtól tanácsot, véleményt, ötletet				
Összefoglaltam a csoport véleményét, gondolatait az osztály számára				
Segítettem a tanulásban a csoport más tagját				
Jól éreztem magam a csoportmunka során				
Úgy éreztem, hogy könnyebben tanulok csoportban, mint egyedül				
Új órán új tanulópárral dolgoztam				

Egyéb észrevétel:

0813 – 2. tanári melléklet Kérdés-felelet cédulák (32 db)

Osztályonként 1 készlet ebben a méretben kartonlapra nyomva. A vonalak mentén szétvágandó.

$x + 7 = 12$	$x = 5$	$x - 3 = 5$	$x = 8$
$\frac{4}{5} + x = 1$	$x = \frac{1}{5}$	$x - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$	$x = 1$
$4 - x = 2$	$x = 2$	$1 - x = \frac{5}{6}$	$x = \frac{1}{6}$
$-5 + x = 6$	$x = 11$	$\frac{3}{7} \cdot x = 3$	$x = 7$

$\frac{4}{5} : x = \frac{1}{5}$	$x = 4$	$\frac{x}{3} = 4$	$x = 12$
$-3 \cdot x = 9$	$x = -3$	$x : 3 = \frac{1}{9}$	$x = \frac{1}{3}$
$x \cdot 4 = 10$	$x = 2,5$	$0,8 + x = 1,2$	$x = 0,4$
$-7 - x = -10$	$x = 3$	$x : 4 = \frac{1}{8}$	$x = \frac{1}{2}$

0813 – 3. tanári melléklet: Mintapéldák a szakértői csoportnak**Osztályonként 8 (csoportonként 1) készlet géppapírra nyomva ebben a méretben.****1.**

$$\frac{x}{2} - 3 = 4 \quad / + 3$$

$$\frac{x}{2} = 7 \quad / : \frac{1}{2}$$

$$x = 14$$

$$\frac{x}{2} - 3 = 4 \quad / \cdot 2$$

$$x - 6 = 8 \quad / + 6$$

$$x = 14$$

Ellenőrzés:

$$\text{bal oldal: } \frac{14}{2} - 3 = 7 - 3 = 4$$

$$\text{jobb oldal: } 4$$

2.

$$\frac{2}{3}x + \frac{1}{4} = x - 3 \quad / - x$$

$$-\frac{1}{3}x + \frac{1}{4} = -3 \quad / - \frac{1}{4}$$

$$-\frac{1}{3}x = -\frac{13}{4} \quad / : \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$x = \frac{39}{4} = 9\frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{3}x + \frac{1}{4} = x - 3 \quad / \cdot 12$$

$$8x + 3 = 12x - 36 \quad / - 8x$$

$$3 = 4x - 36 \quad / + 36$$

$$4x = 39 \quad / : 4$$

$$x = \frac{39}{4} = 9\frac{3}{4}$$

Ellenőrzés:

$$\text{bal oldal: } \frac{2}{3} \cdot \frac{39}{4} + \frac{1}{4} = \frac{13}{2} + \frac{1}{4} = 6,5 + 0,25 = 6,75$$

$$\text{jobb oldal: } 9\frac{3}{4} - 3 = 6\frac{3}{4} = 6,75$$

3.

$$3 - \frac{x+5}{2} = x+1 \quad \text{"/zárójelbontás"}$$

$$3 - \frac{x+5}{2} = x+1 \quad / \cdot 2$$

$$3 - \frac{x}{2} - \frac{5}{2} = x+1 \quad \text{/összevonás}$$

$$6 - (x+5) = 2(x+1) \quad \text{"/zárójelbontás"}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{x}{2} = x+1 \quad / + \frac{x}{2}$$

$$6 - x - 5 = 2x+2 \quad \text{/összevonás}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{2}x+1 \quad / - 1$$

$$1 - x = 2x+2 \quad / + x \quad / - 2$$

$$-\frac{1}{2} = \frac{3}{2}x \quad / : \frac{3}{2}$$

$$3x = -1 \quad / : 3$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

Ellenőrzés:

$$\text{bal oldal: } 3 - \left(-\frac{1}{3} + 5\right) : 2 = 3 - \frac{14}{3} : 2 = 3 - 2\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{jobb oldal: } -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$$

4.

$$\frac{4}{5}x - 1 \geq \frac{1}{2} + x \quad / - x$$

$$\frac{4}{5}x - 1 \geq \frac{1}{2} + x \quad | / \cdot 10$$

$$-\frac{1}{5}x - 1 \geq \frac{1}{2} \quad / + 1$$

$$8x - 10 \geq 5 + 10x \quad | / - 10x$$

$$-\frac{1}{5}x \geq \frac{3}{2} \quad / : \left(-\frac{1}{5}\right)$$

$$-2x - 10 \geq 5 \quad | / + 10$$

$$x \leq -\frac{15}{2} = -7,5$$

$$-2x \geq 15 \quad | / : (-2)$$

$$x \leq -7,5$$

Ellenőrzés:

$$x = -7,5$$

$$\text{bal oldal: } \frac{4}{5} \cdot (-7,5) - 1 = -6 - 1 = -7$$

$$\text{jobb oldal: } \frac{1}{2} - 7,5 = 0,5 - 7,5 = -7$$

$$x = -10$$

$$\text{bal oldal: } \frac{4}{5} \cdot (-10) - 1 = -8 - 1 = -9$$

$$\text{jobb oldal: } \frac{1}{2} - 10 = -9,5$$

$$x = -5$$

$$\text{bal oldal: } \frac{4}{5} \cdot (-5) - 1 = -4 - 1 = -5$$

$$\text{jobb oldal: } \frac{1}{2} - 5 = -4,5$$

x	bal oldal	jobb oldal	bal oldal \geq jobb oldal
-7,5	-7	-7	i
-10	-9	-9,5	i
-5	-5	-4,5	h

0813 – 4. tanári melléklet Borítékos feladatsor A-G**Osztályonként 8 (csoportonként 1) készlet géppapírra nyomva ebben a méretben.****A**

Illesszék össze azokat az egyenleteket, amelyeknek ugyanaz a megoldása!

$\frac{3}{4}(x-1) - \frac{1}{2}(5-x) = \frac{1}{2}$	$\frac{5}{6}(x-8) = 6x - \frac{3}{2}$
$\frac{2}{3}x = 1$	$7x - 8 = 4(x-2) + (x+1) + 5$
$-2x + 7 = -9x$	$-5x + 4 = 4x - 11 - 7x + 1$
$\frac{2}{3}x - 4 = \frac{1}{9}(x-1)$	$2x + \frac{3}{2} = 3x - 1,8$
$3,5(x-2) - \frac{1}{2}x = x - \frac{2}{5}$	$\frac{3}{2}x = 1$

B

1. Határozzátok meg a következő műveletek eredményét a lehető legrövidebb idő alatt! Számológépet nem, de hatványtáblázatot használhattok.

$$128 \cdot 2187 =$$

$$152\,587\,890\,625 : 1\,953\,125 =$$

$$10\,000\,000\,000 : 9\,765\,625 =$$

$$823\,543 \cdot 117\,649 =$$

$$2187^3 =$$

2. Állapítsátok meg, hogy milyen számot kell a betűk helyére írni, hogy az állítás igaz legyen?

$$2^8 = a^4$$

$$2^{12} = b^3$$

$$4^c = 8^2$$

$$5^4 = 25^d$$

$$5^6 = 125^e$$

$$3^f = 6^2$$

C

Írjatok két szöveges feladatot, amelynek matematikai fordítása a következő két egyenlet:

1. $2x + x + (2x - 2) + 1 + [(2x - 2) + 1] = 33$

2. $(8x - 12) + x + 4(8x - 12) = 760$

D

Oldd meg a szöveges feladatokat, és végezd el a szöveg szerinti ellenőrzést!

1. Mint tudjuk, Micimackó volt már szorult helyzetben többször is, sőt! Beszorult helyzetben is volt. Legokosabb barátja Róbert Gida segítségét akarta kérni, de ő nagyon messze tartózkodott a baleset helyszínétől. Az állatok összefogtak, hogy megvigyék a hírt neki. Nyuszi lefutotta az út negyedrésztét, onnan Malacka dőcögött tovább, és derekasan megtette az út hatodát. Kiss és üzletfelei az út egyötödén repültek. Még Fülel is kivette részét a mentő akcióból, amikor is nagy sóhajtozások közepette ugyan, de megtette az út tizenketted részét. Ám így is maradt Bagolynak 1,2 km. Milyen messze volt Róbert Gida?

2. A matematika tanár a három nyolcadik osztályban egy napon íratott dolgozatot. 66 db dolgozat kijavítása várt rá. Még aznap kijavított belőle valamennyit, másnap 5-tel többet, a harmadik napon pedig csak feleannyit, mint az elsőn. Még így is maradt a negyedik nap reggelére 11 db javítanivaló dolgozat. Hány dolgozatot javított az egyes napokon? Ha van idő, számold ki azt is, mennyi időt töltött dolgozatjavítással, ha egy dolgozatra átlagosan 15 percet kellett szánnia?

G

Oldjátok meg, és ellenőrizzétek az egyenleteket!

a) $a - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}a + 5$

b) $b - \frac{5}{4} - \frac{b}{2} = 1 - \frac{2}{5}b$

c) $c + 6 = \frac{6 - 11c}{25}$

d) $\frac{d-1}{6} + \frac{d+3}{10} = \frac{12}{15} - \frac{2-d}{4}$

E

Nyitott mondatok hibás megoldásai vannak a borítékban. Fogalmazzátok meg írásban, hogy milyen hibát követett el a megoldó, majd oldjátok meg a nyitott mondatokat helyesen!

1.

$$\begin{aligned}71 + 9a &= 41 - a && / + a \\71 + 9a &= 41 && / - 71 \\9a &= -30 && / : 9 \\a &= -3\frac{1}{3}\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}35 - (2b + 5) + 3b &= 10 - 7(3b - 2) - 5 \\35 - 2b + 5 + 3b &= 10 - 21b - 2 - 5 \\b + 40 &= 3 - 21b \\22b &= -30 \\b &= -1\frac{15}{22}\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}\frac{2c}{5} - \frac{c}{2} &= \frac{5}{4} - c + 1 \\8c - 10c &= 25 - c + 1 \\-2c &= 26 - c \\c &= -26\end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned}-2d + 5 &\leq d - 4 \\-3d + 5 &\leq -4 \\-3d &\leq -9 \\d &\leq 3\end{aligned}$$

F

Oldjátok meg, és ellenőrizték az egyenleteket!

a) $5a - 13 = 11 - a$

b) $5 - 2b + 7 + 6b = b - 8 + b + 14$

c) $3(c + 2) = 2(2 - c) + 27$

d) $20(d - 5) + 12d + 11 = 30(d - 4) - 7(d - 4) - 15$

0813 – 5. tanári melléklet: Önértékelő lap

Osztályonként 1 db géppapírra nyomva. Minden új órai felhasználáshoz a mellékletből az iskolában annyi fénymásolat készítendő, hogy minden tanulónak jusson egy önértékelő lap. Egy oldalon 2 ilyen lap szerepel, szét kell vágni.

Ismeret	Tudom	Értem, de még gyakorolnom kell	Nem értem, segítséget kérek
Lebontogatással egyenletet, egyenlőtlenség megoldása			
Zárójelbontás			
Összevonás			
A mérlegelv alkalmazása			
Szöveg lefordítása a matematika nyelvére			
Az egyenletmegoldás ellenőrzése			
Az egyenlőtlenség megoldásának ellenőrzése			
Szöveges feladat ellenőrzése szöveg szerint			
A megoldáshalmaz ábrázolása számegyenesen			

Ismeret	Tudom	Értem, de még gyakorolnom kell	Nem értem, segítséget kérek
Lebontogatással egyenletet, egyenlőtlenség megoldása			
Zárójelbontás			
Összevonás			
A mérlegelv alkalmazása			
Szöveg lefordítása a matematika nyelvére			
Az egyenletmegoldás ellenőrzése			
Az egyenlőtlenség megoldásának ellenőrzése			
Szöveges feladat ellenőrzése szöveg szerint			
A megoldáshalmaz ábrázolása számegyenesen			