0811. MODUL

ARITMETIKA ÉS ALGEBRA ISMÉTLÉS

Ismétlés

KÉSZÍTETTE: OROSHÁZI KATALIN

MODULLEÍRÁS

A modul célja	A matematika tanulás motivációinak gazdagítása. A tanultak rendszerbe rendezése. Az ismeretbővítés irányainak megmutatása. Az alapműveletek átismétlése. Az algebrai kifejezésekről tanultak felelevenítése és elmélyítése.
Időkeret	3 óra
Ajánlott korosztály	8. osztály
Modulkapcsolódási pontok	*Tágabb környezetben*: fizika, kémia. *Szűkebb környezetben*: számkör bővítés, alapműveletek, műveleti sorrend, képletek.
A képességfejlesztés fókuszai	A rendszerező képesség. Ismeretek tudatos felidézése. Problémák elhelyezése az ismeretek rendszerében. Rendszeralkotás különböző szempontok szerinti csoportosítással. Hipotézisek felállítása és igazolása vagy cáfolása. A bizonyítási igény. A szóbeli kifejezőképesség. Az önértékelés fejlesztése.

AJÁNLÁS

Az egyéni, a frontális és a csoportmunka váltakozzon. A csoportok szervezése feladatokkal, véletlenszerűen történjen, a 4 fős csoport szükség esetén tandemekre bontható. A csoporton belül lehetőleg mindenki dolgozzon együtt mindenkivel legalább egyszer. Az első perctől kezdve teremtsük meg a szorongásmentes, egymást segítő, együttműködő légkört, ahol a tévedést a munka természetes velejárójának tekintjük, amely remek lehetőségeket teremt újabb kérdések tisztázására.
Minden óra elején egy tanuló röviden foglalja össze az előző óra eseményeit, a többiek – először saját csoportjából, majd az egész osztályból – szükség esetén egészítsék ki az elmondottakat. Ennek semmiképpen ne legyen, számonkérés jellege. A cél, hogy mindenki ráhangolódjon a munkára, és az egyes órák anyaga összekapcsolódjon, ne különálló szigetként raktározódjon el.

TÁMOGATÓRENDSZER

Számkártyák. Algebrai kifejezések kártyákon. Kalkulátor. Nagyméretű papír falfelületre, színes filcek, rögzítő gyurma. Feladatgyűjtemény. Matematikatörténeti abc.

ÉRTÉKELÉS:

Folyamatos megfigyelés. A házi feladat ellenőrzése. Irányított önértékelés

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	**Kiemelt készségek, képességek**	**Eszközök, Feladatok**
I. Az eddig tanult matematika anyag felidézése, rendszerezése (A 8. osztályos tananyag irányainak kijelölése)			
1.	Motiválás, hangulatteremtés (Diákok meghatározásai a matematikáról. A szorongás oldása a félelmek kimondásával. A meghatározások értelmezése, újak megfogalmazása.)	Fantázia. Lényegkiemelés. A meghatározás. Aspektusok.	Meghatározások. 1. feladatlap 1. feladat
2.	Asszociációs háló (Az eddig tanult anyagból számba vesszük a legérdekesebb és a legunalmasabb, a legnehezebb és a legkönnyebb területeket. Ennek alapján asszociációs hálót készítünk az eddig tanult anyagról.)	Emlékezet. Rendezés.	Nagy papír, színes filcek, rögzítő gyurma, 1. feladatlap 2. feladat
3.	Néhány érdekes feladat helyének megkeresése a hálón	Ismeretek alkalmazása	1. feladatlap 2. feladat
4.	Miről tanulunk nyolcadikban? (Megbeszéljük, hogy ki miről szeretne tanulni? A hálóban bejelöljük, hogy mely területeken fejlesztjük tovább ismereteinket.)	A kíváncsiság, az érdeklődés felhasználása a tanulásban.	Asszociációs háló
5.	A házi feladat kitűzése	Ismétlés, gyakorlás. A prezentálás tervezése	Fólia, toll vagy A3-as lapok

II. Az eddig tanult műveletek ismétlése; a számkör bővítése			
1.	Az előző óra összefoglalása, a házi feladat ellenőrzése	Az ismeretek rendszerbe szervezése	Házi feladat fólián, falon vagy táblán kiállítva
2.	A műveletekkel kapcsolatos ismeretek felidézése csoportmunkával - a műveletekben szereplő mennyiségek neve - a műveletek inverze - műveletvégzés - a 0 és az 1 az egyes műveletekben	Kombináció. Az ismeretek gyakorlati alkalmazása Bizonyítási igény. Indoklás.	Kártyák a csoportalakításhoz: 1., 2. tanári mellékletek 2. feladatlap
3.	Adott végeredményhez számolási feladat készítése két számmal	Számolás a racionális számok körében. A műveletek inverzének felismerése és alkalmazása.	Írólapok
4.	Feladatmegoldás - a csoportok által készített feladatok megoldása (két szám) - egyenlők keresése (három szám)	Számolás a racionális számok körében. A műveletek helyes sorrendje. A zárójel szerepe és felbontása.	A csoportok által készített feladatok. 2. feladatlap 2. 3. licitkorongok

III. Az algebrai kifejezésekről tanultak ismétlése; az algebrai kifejezések csoportosítása; behelyettesítés			
1.	Az előző óra eseményeinek felidézése; a házi feladat ellenőrzése		írásvetítő fólia a 2. feladatlap 3. feladatának ellenőrzéséhez
2.	Egy gondolt szám kitalálása	Számolás fejben és írásban. Fordított gondolatmenet.	
3.	Algebrai kifejezések elemzése a számkitalálás általános felírása alapján	Az algebrai kifejezések meghatározása. Változó és együttható. Műveletek algebrai kifejezésekkel.	
4.	Algebrai kifejezések csoportosítása különböző szempontok szerint - a változók száma szerint - a tagok száma szerint - egyneműek egy csoportban - értelmezési tartományuk szerint stb.	Ismeretek tudatos felidézése Összehasonlítás. Rendezés. Halmazképzés.	3. tanári melléklet: kártyakészlet algebrai kifejezésekkel, licitkorongok, 3. feladatlap 1. feladat
5.	Algebrai kifejezések helyettesítési értéke	Becslés. Számolási készség.	Feladatgyűjtemény 5. 3. feladatlap 2. feladat

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. Az eddig tanult matematika anyag felidézése, rendszerezése

Ez az óra megalapozhatja a következő matematika órák hangulatát. Legyen pörgő, lendületes és elfogadó.

1. Motiválás, hangulatteremtés

Az első feladatra maximum 5 percet fordítsunk.
A tanár diákoktól származó meghatározásokat olvas, vagy olvastat fel. Aki megfejtette, hogy miről szólnak, gyárthat ugyanerre a dologra más meghatározásokat is. Bizonyára lesznek nagyon pozitív, és talán akadnak nagyon ellenséges megfogalmazások is. A végletek között azonban nagyon sok árnyalat van. Hagyjuk, hogy kifejeződjön! Ugyanakkor tegyünk meg minden tőlünk telhetőt, hogy tanítványaink fölfedezzék a matematikában mindazt, ami szép és hasznos. A matematika tekintélyét nem rendíti meg az, ha megengedjük a gyerekeknek, hogy megfogalmazzák a vele kapcsolatos érzéseiket. Így jobban megismerjük őket, és segíthetünk legyőzni félelmeiket.

1. FELADATLAP

1. Miről szólnak a következő meghatározások? Alkoss hasonlókat!
a) A problémamegoldás eszköztára;
b) Modern kínzóeszköz irodalmár diákok számára;
c) A rejtvényfejtés magasiskolája;
d) A lényegre törők nyelve;
e) A tanulás rizsamentes övezete;
f) A tudományok királynője;
g) Olyan magaslat, amelyre nem visz királyi út;
e) Zseniképző…

Matematika

– A tanulók által alkotott meghatározásokat meghallgatjuk. A legjobbakkal gazdagítjuk a matematikáról szóló meghatározások gyűjteményét.
– Mindenki válassza ki a neki legjobban tetsző meghatározást, és ha van kedve, mottóként írja a füzete első oldalára. Ne féljünk attól sem, ha ez egy félelmet tükröző mondat, hiszen azzal, hogy a diák büntetlenül kimondhatta, részben le is számolt vele. Nincs titkolnivalója, ami eddig esetleg szorongással ültette őt be a matematika órára.

2. Asszociációs háló

A módszerről – többek között – „gondolatok térképe” vagy „elmetérkép” címszó alatt is lehet olvasni. Nagyon hasznos, és a gyerekek által kedvelt eszköze a jegyzetelésnek és a tanulásnak. Szinte minden tantárgyban jól hasznosítható. Szeretném, ha minél több kolléga kipróbálná, de perszer csak akkor, ha meg tud barátkozni vele. Aki úgy érzi, hogy tőle idegen, többet ér vele, ha pl. az 1. feladatlap 2. feladatát oldják meg az órán, és ezzel tekintik át az eddig tanult anyagot. Mégis, bízom benne, hogy sokan kapnak kedvet a háló kipróbálásához.

A hagyományos, lineáris áttekintéshez képest nagyobb mértékben aktivizálja a jobb agyféltekét, így hatékonyabban vonja be egész értelmünket az anyag feldolgozásába. Különösen akkor igaz ez, ha a térképszerű elrendezésen kívül a háló készítésében képeket és színeket is használunk. Az agy képekkel dolgozik. Ismert tény, hogy azokat a dolgokat, amelyek valamilyen formában kapcsolódnak már meglévő ismereteinkhez, könnyebben tanuljuk. Tartósabban tárolja emlékezetünk azokat a dolgokat, amelyeket egy bizonyos munka során először vagy utoljára hallottunk. Ugyancsak a megjegyzést segítik a színek, a szokatlanság, az érdeklődés és az érzelmi kötődés.
Azt tudjuk, hogy a matematikától tartó gyerekek között sokan vannak, akik rajzolni pl. szeretnek. Néhányan úgy ülnek majd be az első nyolcadikos matematika órára, mint amihez nincs sok közük. Megnyerhetjük őket azzal, ha az ő eszközeikkel közelítünk a tananyaghoz, és így - közvetve - hozzájuk is. Ha csak egy tanulónál érünk el ezzel sikert, már megérte, de tudom, hogy többen lesznek. Ugyanezért érdemes megkérdezni, hogy miről szeretnének tanulni az új tanévben a matematika órákon? Minden osztályban vannak a tantárgy iránt különösen érdeklődő gyerekek. Ők valószínűleg tudnak mondani számukra vonzó témákat, és bizonyára lesz a gyerekek között olyan, akinek – bár ő maga nem a matematika szerelmese – az ellenérzését társa érdeklődése csökkenti. Ha azonban – bár ezt én nem hiszem – egyetlen gyerek sem vet fel őt érdeklő témát, és a munkatankönyv tartalomjegyzéke vagy tanári közlés alapján jelöljük ki az új tanév anyagának kapcsolódási pontjait, akkor is egy pozitív gesztus a tanár részéről a „miről szeretnétek tanulni?” kérdés.
Mire használjuk a hálót ezen az órán?
Először a gyerekek eddigi matematikai ismereteinek áttekintésére és elrendezésére használjuk.
Másodszor a nyolcadik osztályra tervezett tananyagot illesztjük be a háló segítségével a korábban tanultak rendszerébe.
Harmadszor a háló rajzba való átültetése történik. Ennek során a rajzok, a szimbólumok kitalálásának és megvalósításának „játéka” zajlik. A gyerekek indirekt módon a tananyaggal foglalkoznak, és megjegyzik annak szerkezetét. Így minden új ismeret egy tudatosított rendszerbe épül majd be. Sajnos a harmadik lépést már csak otthoni munkára és választható feladatnak merem javasolni, bár én magam annyira fontosnak tartom, hogy szívesen szánnék rá több időt is. Bíztassuk a gyerekeket, hogy – ha van kedvük hozzá – ők is készítsék majd el otthon a hálót, de rajzos változatban. Találjanak ki egyszerű rajzokat, piktogramokat az egyes témák jelölésére. Mondjuk el, hogy nincs rossz rajz, de minden rajzos hálót csak a kitalálója tud eredményesen használni.
A MATEMATIKA szót felírjuk a falra erősített nagy csomagolópapír közepére is.

Gyűjtsük össze, mi mindenről tanultunk eddig matematikából!

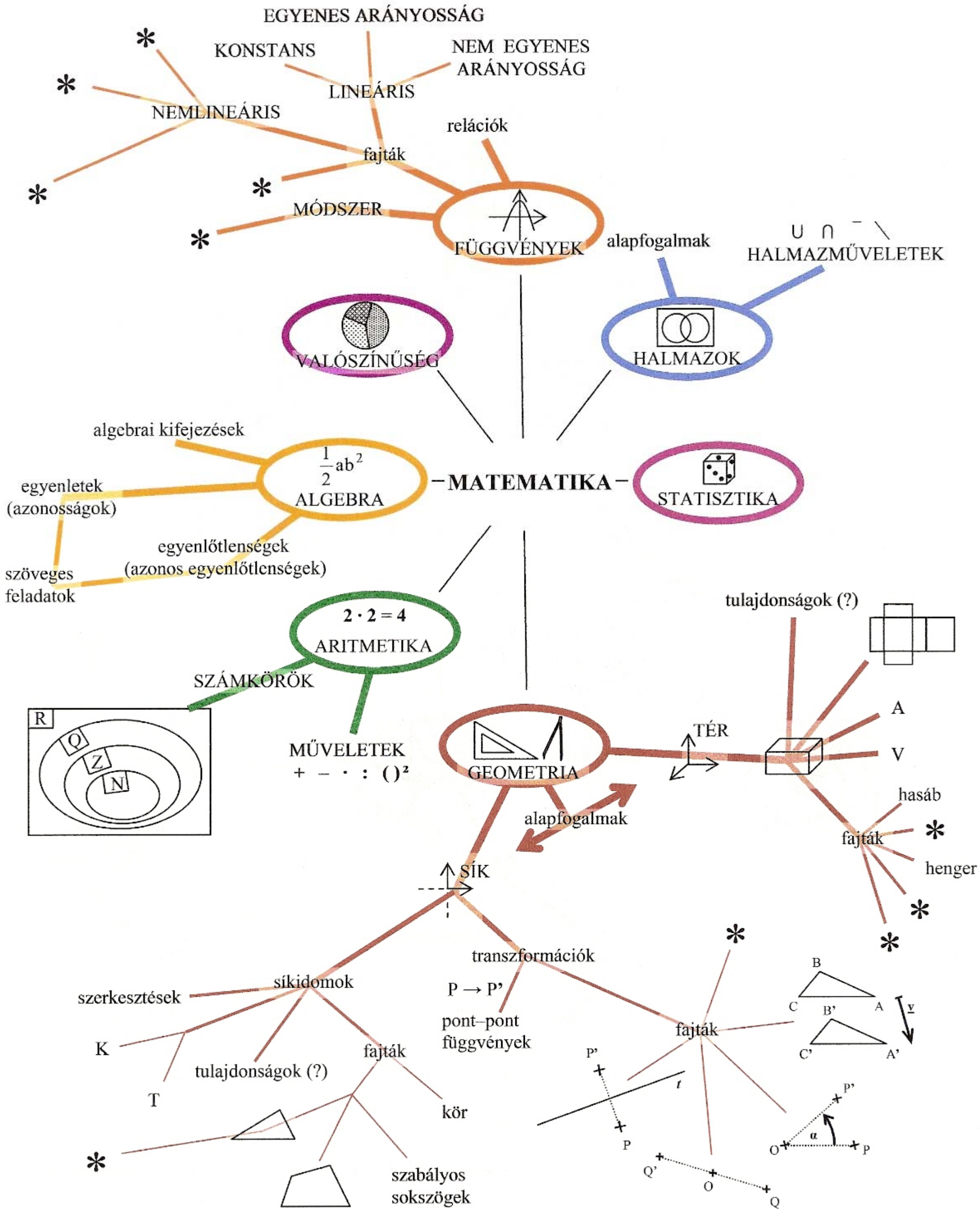
Nem kell teljességre törekedni. Bíztassuk a gyerekeket, hogy a munkát bármikor egészítsék ki, ha eszükbe jut valami új. A tanév során végig a falon maradhat, és javasoljuk, hogy aki otthon elkészítette a hálót otthon is tegye ki maga elé valahányszor matematikát tanul.

a) A legérdekesebb témák;
b) A legkönnyebbek;
c) A legnehezebbek;
d) Mi volt még?

Mindent, amit a gyerekek mondanak, feljegyzünk a táblára – esetleg egy tanulót is megkérhetünk az írásra. A gyerekeknek nem kell a füzetben elkészíteniük az ábrát.
– Hogyan csoportosíthatnánk a témákat?
– Az összetartozókat azonos színnel húzzuk alá a táblán.
– Elkészítjük az ismeretek hálóját a falra erősített csomagolópapírra
A fő kategóriák vannak legközelebb a központi témához, és ezek kapcsolódnak a legvastagabb vonallal hozzá. Minden fő kategória vékonyabb, de azonos színű vonallal

folytatódik. Így az összetartozó ismeretek megjegyzését az azonos szín is segíti, a vonalvastagság pedig a részletezés fokát érzékelteti. A háló formája, színezése sokféle lehet. A mellékelt ábra egy példa csupán. (A csomagolópapíron előnyösebb fekvő ábrát készíteni, itt nyomdatechnikai okból álló ábra látható.) A csillagok helyén csatlakozhatnak azok az anyagrészek, amelyeket ezután fognak tanulni. Pl. a függvények témakörében: sorozatok, grafikus megoldás, fordított arányosság, abszolút érték függvény, $x \rightarrow x^2$ függvény, és a geometriához kapcsolódóan: a Pitagorasz-tétel, hasonlóság, gúla, kúp, gömb.

ASSZOCIÁCIÓS HÁLÓ MINTA:



3. Néhány érdekes feladat helyének megkeresése a hálón

Az 1. feladatlap 2. feladatának hét alpontját egyenként elolvastatjuk a gyerekekkel, majd arra kérjük őket, keressék meg a feladatok helyét az asszociációs hálón. Itt csak annyit beszéljünk meg, hogy az asszociációs háló mely részeihez kapcsolódnak az egyes feladatok. A feladatok megoldását részben vagy egészben hagyhatjuk házi feladatnak. Részletes megoldásukra az órán legfeljebb a matematikát emelt óraszámban tanuló osztályokban van idő.
Amennyiben idő vagy affinitás hiányában nem vállaltuk a háló elkészítését, a felelevenített témakörökhöz soroljuk be a feladatokat!

2. Döntsd el, hogy a matematika mely területeihez kapcsolódnak a következő feladatok?

a) A tanulmányi kirándulásra autóbuszt akart bérelni a 8. a osztály. Csak nagyméretű busz állt a rendelkezésükre, így a 25 fős osztálynak és a 2 kísérőnek fejenként 2500 Ft-ot kellett volna fizetnie. Mennyit kellene fizetniük fejenként, ha társulnának a 30 fős 8.b-vel, akikkel 3 kísérő utazik?

1125 arányosság

b) Egy rendetlen gyerek zoknis fiókjában összekeveredett 5 pár fehér és 4 pár fekete zokni. Egy pár fehér zokniért megy a szobájába, amikor áramszünet lesz. Hány db zoknit vigyen magával a fürdőszobába – ahol az egyetlen gyertya pislákol – hogy biztosan legyen köztük legalább egy pár fehér.

10 db kombinatorika és valószínűség

c) Egy négyzetes hasáb alakú farönkből a lehető legnagyobb hengert akarják kiesztergálni. A faanyag hány százaléka megy veszendőbe?

21,5 % testek térfogata és százalékszámítás

d) Három szomszédos család – akiknek házai nem esnek egy egyenesbe – közösen akar felállítani egy porolót. Hol helyezzék el, hogy senkinek se kelljen hosszabb úton cipelnie a szőnyegeket, mint a többieknek?

Ha gondot okoz a gyerekeknek, bontsuk részekre a feladatot. Keressük két-két háztól egyenlő távolságra lévő pontok összességét, majd e ponthalmazok közös részét.

A három pont által meghatározott szakaszok felezőmerőlegeseinek metszéspontjában
tengelyes szimmetria, szakaszfelező merőleges, ponthalmazok metszete

e) Az iskolai sportklub 50 tagjából 15-en vívnak, 30-an fociznak, és 20-an atletizálnak. Öten mindhárom sportágat űzik, a többi focista csak focizik. Vannak-e olyanok, akik vívnak és atletizálnak, de nem fociznak? Ha igen, hányan?

Bíztassuk a gyerekeket, hogy rajzoljanak halmazábrát a feladathoz

Igen, 5-en halmazok, halmazműveletek (metszet, unió, különbség)

f) Két turista 8 órakor elindul egymás felé 30 km távolságból. Aki a hegytetőről indul, 5 km/h átlagsebességgel halad, a völgyből induló társa 4 km-t tud megtenni óránként. Hány órakor találkoznak, és milyen messze lesznek ekkor a hegytetőtől?

11 óra 20 perckor találkoznak, és ekkor $16\frac{2}{3}$ km-re vannak a hegytetőtől szöveges feladat, egyenlet

g) Egy felvételi vizsga 720 résztvevőjéből 120-nak hármasa, 350-nek ötöse volt matematikából, a többieknek pedig négyesük. Szemléltessük diagramon a felvételizők összetételét matematika osztályzatuk szerint!

Pl. kördiagram esetén ötös 175º, négyes 125º, hármas 60 º statisztika

4. Miről tanulunk nyolcadikban?

Kérdezzük meg a gyerekeket, hogy miről szeretnének tanulni?
A kívánságok meghallgatása után az asszociációs hálón mutassuk meg, hogy mely területeken fejlesztjük tovább a tudásukat nyolcadikban. Tegyünk egy elütő színű jelet azokhoz az elágazásokhoz, amelyeket bővítünk majd. Ha olyan témát vetnek föl, amely nincs a tervezett anyagban, de előismereteik alapján beilleszthető, tűzzük ki kiegészítő anyagként. Amelyik témával ezt nem tehetjük meg, annál indokoljuk meg döntésünket.
Azt is megtehetjük, hogy otthonra adjuk feladatként, hogy a tankönyv tartalomjegyzéke alapján gondolják át, hogy mely pontokon lesz ismeretbővítés, és a következő órán térjünk erre vissza.

5. A házi feladat kitűzése

Ha az idő engedi, a nehezebbnek tűnő feladatokhoz készítsünk közösen szóbeli megoldási tervet. Házi feladatként adhatjuk a hét feladatból legalább kettőnek a megoldását. Minden feladathoz kérjünk meg egy azt választó gyereket, hogy egy A3-as lapra vagy írásvetítő fóliára másolja rá a megoldását! Ne feledkezzünk meg arról sem, hogy bátorítanunk kell a gyerekeket az asszociációs háló elkészítésére. Különösen azoknak ajánljuk, akik úgy érzik, nehezebben tanulják a matematikát. Említsük meg, hogy a módszer más tantárgyakban is jól használható, akár egy-egy leckéről, akár összefoglalásról van szó.

II. Az eddig tanult műveletek ismétlése; a számkör bővítése

Négy fő együttműködésére alkalmas asztalokat készítünk elő, mindegyiken egy-egy egyjegyű szám (**2. tanári melléklet**).

1. Az előző óra összefoglalása, a házi feladat ellenőrzése

Megkérünk egy diákot, hogy az előző órán történteket elevenítse fel.
A házi feladat ellenőrzése úgy lehetséges, hogy előzetesen írásvetítő fóliára vagy egy A3-as lapra – vagy ha nincs más lehetőség, a táblára – előzőleg feldolgoztatjuk a feladatokat más-más gyerekkel, és így rövid megbeszélés is elegendő, a részletes javítást ki-ki egyedül is elvégezheti. A lapra írt megoldásokat tegyük ki a falra, és bíztassuk a gyerekeket azok későbbi tanulmányozására!

2. A műveletekkel kapcsolatos ismeretek felidézése csoportmunkával

– Csoportalakítás: mindenki kap egy kártyát (**1. tanári melléklet**), amelyen egy bizonyos egyjegyű szám meghatározása szerepel.
1. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

A hatszög átlóinak a száma	Egy olyan szám, aminek a 10-szerese 2-vel kevesebb, mint 92	Az 1,6 hatszorosánál 0,6-del kevesebb	A 72 nyolcadrésze	9
A 2 cm és 3 cm oldalú téglalap területének a mérőszáma	Egy olyan szám, aminek a negyede a 15 tizedrésze	A 0,7 nyolcszorosánál 0,4-del több	A 9 $\frac{2}{3}$ része	6
Az a szám, amely a –7 abszolút értékénél 4-gyel kisebb	A térfogat mértékegységeinek hatványkitevője	Egy olyan szám, aminek a nyolcszorosa 4-gyel több, mint 20	A 0,4 ötszörösénél 1-gyel több	3
A 70-nek az $\frac{1}{10}$-szerese	Egy egyenlő szárú háromszög kerületének a mérőszáma, ha az alap 3 cm, a szárak pedig 2 cm hosszúak	Egy olyan szám, aminek az ellentettje 1-gyel több, mint –8	Az 1,2 felének a tízszeresénél 1-gyel több	7
A 0,6 tízszeresénél 2-vel kevesebb	A 24 hatodrésze	A 16 cm^2 területű négyzet oldalának mérőszáma	Egy olyan szám, aminek a kétszerese a 16 fele	4
Az 1,4-nél 0,6-del nagyobb szám négyszerese	A 10-nek a $\frac{4}{5}$ része	A 2 harmadik hatványa	Egy olyan szám, ami 3-mal több, mint a 15 harmada	8
Egy olyan szám, aminek a fele, a 10 negyede	A 0,8 felének a 10-szeresénél 1-gyel több	A 35-nek az $\frac{1}{7}$-szerese	Annak a sokszögnek az oldalszáma, amelynek 5 átlója van.	5
A terület mértékegységeinek hatványkitevője	0,25-nak a nyolcszorosa	1 ellentettjénél 3-mal nagyobb	Az a szám, melynek kétszerese 11-gyel több 3 ötszörösénél.	2

Ha a gyerekek csak 29 főnél kevesebben vannak, akkor az utolsó négy kártya kiosztását hagyjuk el, azaz nem lesz olyan csoport, melynek a száma a kettes.
Az asztalokon is van egy-egy egyjegyű szám (**2. tanári melléklet**). Mindenki a saját kártyáján meghatározott szám asztalához ül.
2. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

2	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**

– Megkérjük a gyerekeket, hogy az egy asztalnál ülő négy tanuló alakítson két párt! A párok ellenőrizzék egymást, hogy jó asztalhoz ültek-e?

Törekedjenek arra, hogy óránként más és más párosításban dolgozzanak, hogy jobban megismerjék és segíthessék egymást, és megtanuljanak alkalmazkodni.
Számíttassuk ki, hogy 4 tanuló hányféle párosításban dolgozhat! (6–féle)

2. FELADATLAP

1. Minden csoportnak van egy száma, ezzel dolgozzatok!

a) A saját számotokkal és a legkisebb prímszámmal állítsátok elő a lehető legtöbb különböző számot! Feltétel: mindkét számot fel kell használni, mindkettőt egyszer megoldásonként, és rajtuk kívül csak a matematika jelölései szerepelhetnek. (Az a csoport, aki a legkisebb prímszámot kapta használja a 3-as számot a saját számához!)

A 2-es és a 3-as csoport így lényegében ugyanazt a feladatot kapja: a 2 és a 3 számokkal alkotnak számokat.

A 3. csoport esetében pl.:

$3 + 2 = 2 + 3 = 5$;	$3 \cdot 2 = 2 \cdot 3 = 6$;	$3 - 2 = 1$;
$2 - 3 = -1$;	$\frac{3}{2}$;	$\frac{2}{3}$;
$3^2 = 9$;	$2^3 = 8$;	32
23;	3,2;	2,3;

Melyik csoport hány megoldást talált?
12-féle megoldás lehetséges

A legkevesebb megoldást találó csoporttól kérjük először a beszámolót, a többiek – a megoldások számának sorrendjében – kiegészítik. Szükség esetén a teljes megoldás érdekében a tanár is segíthet.
Válasszuk ki a megoldásoknak azt a részhalmazát, amelyek műveletekkel születtek! Vegyük számba, hány ilyen megoldás volt? 8 ilyen megoldás van. Előfordult-e, hogy a műveletek ugyanahhoz a számhoz vezettek? Miért? Beszéljük meg, hogy a felcserélhetőségi tulajdonság mely műveletekre jellemző? A kommutativitás szót mi ne használjuk, de ha gyerek veti fel, beszéljük meg!

EMLÉKEZZ:

Az összeadásnál a tagok és a szorzásnál a tényezők felcserélhetők. A felcserélésüktől az eredmény nem változik.

b) Járjatok utána, hogyan befolyásolja a megoldások számát, ha a csoport saját száma mellé párként azt a természetes számot választjátok, amely minden számnak osztója?

Figyeltessük meg, hogy az 1 szorzóként, osztóként, hatványkitevőként neutrális elem.
Beszéljük meg, hogy az $\frac{1}{3}$ például a 3 reciproka. A neutrális szót ne használjuk!

2-vel csökken a megoldások száma.
A 3. csoport esetében pl.: $3 + 1 = 1 + 3 = 4$; $3 - 1 = 2$; $1 - 3 = -2$;
$3 \cdot 1 = 1 \cdot 3 = 3^1 = \frac{3}{1} = 3$; $1^3 = 1$; $\frac{1}{3}$
6 megoldás van.

c) Vizsgáljátok meg, hogyan változik a megoldások száma, ha a saját mellé második számként azt az egyetlen számot választjuk, amely nem negatív és nem is pozitív.

4-gyel csökken a megoldások száma. A 3. csoport esetében pl.:
$3 + 0 = 3 - 0 = 3$, $3 \cdot 0 = 0 \cdot 3 = \frac{0}{3} = 0^3 = 0$, $0 - 3 = -3$, $3^0 = 1$, $\frac{3}{0}$-t nem értelmezzük.
4 megoldás van.

Feltétlenül beszéljük meg itt is – és mindig, ha alkalom kínálkozik rá – hogy miért nem értelmezzük a 0-val való osztást? A 3. csoport esetén pl.:
Beszéljük meg, ki gondolja úgy, hogy tudna számot rendelni a $\frac{3}{0}$ kijelölt hányadoshoz?

Próbáljuk ki! $\frac{3}{0} = 3$ nem lehet, mert $3 \cdot 0 \neq 3$

$\frac{3}{0} = 0$ nem lehet, mert $0 \cdot 0 \neq 3$

Vajon legalább a $\frac{0}{0}$-hoz tudnánk számot rendelni?

$\frac{0}{0} = 0$ esetén $0 \cdot 0 = 0$ is rendben lenne, csakhogy ugyanígy bármilyen számot rendelhetnénk hozzá, ugyanis $\frac{0}{0} = 1500$ esetén is $1500 \cdot 0 = 0$ igaz lenne. Ezzel tehát az a baj, hogy nem egyértelmű.

EMLÉKEZZ:

A 0-val való osztást nem értelmezzük.
Bármely 0-tól különböző szám nulladik hatványa 1, a 0 nulladik hatványát pedig nem értelmezzük.

3. Adott végeredményhez számolási feladat készítése két számmal

Kérdezzünk rá, hogy milyen számokat ismernek? Foglaljuk össze a racionális számokat. Beszéljük meg, hogy a következőkben a racionális számokkal való műveleteket ismételjük át, és ehhez a csoportoktól kérünk feladatokat.

Készíts feladatsort egy másik csoport számára úgy, hogy minden feladat eredménye csoportod névadó száma legyen!

Állítsanak össze egy olyan feladatsort, amelyben az alapműveleteket kell elvégezni két számmal. A feladatsor célja, hogy derítse ki, el tudják-e végezni az alapműveleteket minden ismert számkörben? Minden csoport egy másik csoportnak készíti a kis felmérést. Olyan kétszereplős feladatokat kell tehát alkotniuk, amelyek mindegyikének ugyanannyi a végeredménye, mégpedig a feladatot alkotó csoport névadó száma. A feladatsort egy másik csoportnak kell majd megoldania. Hogy melyiknek, azt húzással dönthetjük el.
Rövid próbálkozás után, ha azt látjuk, hogy nehezen boldogulnak, mutassuk meg, hogy az egyik tagot, tényezőt szabadon választva felírhatják nyitott mondatként a műveletet. A nyitott mondatot megoldva megkaphatják a megfelelő tagot, tényezőt.

Pl. $\frac{7}{8} \cdot x = 9$ $\quad x = 9 : \frac{7}{8} = \frac{72}{7} = 10\frac{2}{7}$ $\quad$ A feladat tehát: $\frac{7}{8} \cdot 10\frac{2}{7} =$

4. Feladatmegoldás

A beszedett feladatsorokból minden csoport húz egyet. Ha van rá mód, akkor minden gyerek kapjon egy másolatot, ez esetben a feladatsor megoldása lehet a házi feladat. Ha nem tudunk másolni, akkor helyben oldják meg, de egyéni munkával. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy a megoldónak valójában ellenőriznie kell, hogy a feladatok eredménye tényleg annyi-e, mint az alkotó csoport névadó száma? A felfedezett és javított hibákért licitkorong jár. A licitkorong a tanár aláírásával hitelesített korong, amellyel a későbbiekben feladatokra licitálhatnak majd a csoportok. Érdemes gyűjteni. Ennek a feladatsornak a megoldását feltétlenül ellenőrizzük, akár a füzetek beszedésével, vagy külön lapra írassuk, és ezeket javítsuk. Bár a műveletvégzés már nem okozhatna gondot nyolcadikban, de ha mégis észreveszünk valakinél ilyen hiányosságot, gondoskodjunk egyénre szabottan a pótlásról.

2. Keressetek egyenlőket

$15 + (3 + 6)$	$= 24$	$15 – 3 – 6$	$= 6$
$15 – (3 + 6)$	$= 6$	$15 – (3 – 6)$	$= 18$
$15 – 3 + 6$	$= 18$	$15 + 3 + 6$	$= 24$
$15 \cdot 3 \cdot 6$	$= 270$	$(15 + 3) + 6$	$= 24$
$(15 \cdot 3) \cdot 6$	$= 270$	$15 \cdot (3 \cdot 6)$	$= 270$
$3 \cdot (5 + 2)$	$= 21$	$(15 – 6) : 3$	$= 3$
$15 : 3 – 6 : 3$	$= 3$	$3 \cdot 5 + 3 \cdot 2$	$= 21$

Beszéljük meg a műveletek helyes sorrendjét! Kérjük meg a gyerekeket, hogy írják le az egyenlő eredményre vezető feladatokat egymás mellé! Gondolkodjanak el a tapasztaltakon! Hívjuk fel a figyelmet az összeg és a különbség kivonásának kétféle módjára, valamint az összeg illetve a különbség szorzásának és osztásának kétféle lehetőségére! Vetessük észre újra a felcserélési és a csoportosíthatósági tulajdonságot!

$15 + (3 + 6) = (15 + 3) + 6 = 15 + 3 + 6 = 24$
$(15 \cdot 3) \cdot 6 = 15 \cdot (3 \cdot 6) = 15 \cdot 3 \cdot 6\ 270$
$15 – (3 – 6) = 15 – 3 + 6 = 18$
$(15 – 3) – 6 = 15 – 3 – 6 = 6$
$3 \cdot (5 + 2) = 3 \cdot 5 + 3 \cdot 2 = 21$
$(15 – 6) : 3 = 15 : 3 – 6 : 3 = 3$

Házi feladat lehet még a 2. feladatlap 3. feladata.
A feladat ellenőrzését előkészíthetjük úgy, hogy fóliára előírunk több nyolcas sort.

3. Tegyetek műveleti jeleket és/vagy zárójeleket a nyolcasok közé úgy, hogy az egyenlőségek igazak legyenek!

8 8 8 8 8 8 8 8 = 1
8 8 8 8 8 8 8 8 = 10
8 8 8 8 8 8 8 8 = 100
8 8 8 8 8 8 8 8 = 1000

Megoldás:

8 8 8 8 : 8 8 8 8 = 1
(8 8 8 8 – 8) : 8 8 8 = 10
(8 8 8 8 – 8 8) : 8 8 = 100
(8 8 8 8 – 8 8 8) : 8 = 1000

III. Az algebrai kifejezésekről tanultak ismétlése; az algebrai kifejezések csoportosítása; behelyettesítés

1. Az előző óra eseményeinek felidézése; a házi feladat ellenőrzése

– Egy tanulót megkérünk, hogy a jegyzetei és az emlékei alapján foglalja össze, hogy mi történt az előző órán.
– A házi feladat ellenőrzése. A zárójelezéses feladat ellenőrzését előkészíthetjük úgy, hogy fóliára előírunk több ötös sort, és csak színessel beíratjuk a megoldásokat.

2. Egy gondolt szám kitalálása

A párok együtt dolgozhatnak. Megkérjük a gyerekeket, hogy minden lépést új sorba írjanak, egymás alá. Egyikük ír és számol, a másik ellenőrzi. A számolást a tanár irányítja, ő sorolja az alább felsorolt utasításokat.

a) Válassz egy számot, írd le!	Pl.: 11
b) Írd le az ötszörösét!	55
c) Csökkentsd a szorzatot 3-mal!	52
d) A különbséget felezd meg!	26
e) A hányadost növeld 7,5-del!	33,5
f) Az összegből vond ki a választott szám 1,5-szeresét!	17

Ha megmondod, mennyit kaptál, megmondom, melyik számra gondoltál.
Nem valószínű, hogy azonnal megfejtik, hogy: ha az eredményből kivonok 6-ot, a gondolt számhoz jutok. Ha mégis, akkor a megfejtő mutassa be, hogy miért.

3. Algebrai kifejezések elemzése a számkitalálás általános felírása alapján

Írjuk fel az egyes lépéseket soronként! Legyen y a gondolt szám! Célszerű lehet, ha az algebrai kifejezéseket az előbbi konkrét számpélda megfelelő soraiba írják. Legyen gondunk a páron belüli szerepcserére!

a) Válassz egy számot, írd le!	y
b) Írd le az ötszörösét!	$5y$
c) Csökkentsd a szorzatot 3-mal!	$5y-3$
d) A különbséget felezd meg!	$\frac{5y-3}{2}$
e) A hányadost növeld 7,5-del!	$\frac{5y-3}{2}+7{,}5$
f) Az összegből vond ki a választott szám 1,5-szeresét!	$\frac{5y-3}{2}+7{,}5-1{,}5y$

Minden algebrai kifejezésről mondjunk el mindent. Pl.:$5y$ egytagú, egyváltozós algebrai kifejezés, egy szorzat. Együtthatója 5, a változó y. $\frac{5y-3}{2}=\frac{1}{2}\cdot(5y-3)$ egytagú algebrai kifejezés, szorzat, amelynek egyik tényezője egy tört, a másik tényezője egy kéttagú kifejezés, de felírható $\frac{5y}{2}-\frac{3}{2}$ alakban is. Így kéttagú, amelyben az első tag együtthatója $\frac{5}{2}$, a második tag együtthatója $-\frac{3}{2}$ stb. Beszéljük meg, hogy hol vannak „láthatatlan” szorzójelek? Tetessük ki színessel azokat!

Alkalom kínálkozik annak felelevenítésére is, hogy összeg osztásakor (szorzásakor) az összeg minden tagját osztani (szorozni) kell; hogy mikor tekintjük egyneműnek az algebrai kifejezéseket, és hogyan vonhatjuk össze az egyneműeket.

Végül az $\frac{5y-3}{2}+7{,}5-1{,}5y$ kifejezést a legegyszerűbb alakra hozva: $y + 6$ kifejezés alapján már bizonyára mindenki látja, hogyan található ki a gondolt szám a végeredményből?

Bíztassuk arra a gyerekeket, hogy próbáljanak hasonló, vagy másmilyen számkitalálós feladatot készíteni, és akinek sikerül, bemutathatja a következő órán. Írhatnak pl. olyan feladatot, amelyből kitalálhatják egymás aktuális cipőméretét.

4. Algebrai kifejezések csoportosítása különböző szempontok szerint

Csoportosítsák a gyerekek az algebrai kifejezéseket különböző szempontok szerint!
Minden csoport ugyanazt a sorozatot (**3. tanári melléklet**) kapja. A lapon szereplő algebrai kifejezéseket kell csoportosítani minél több szempont szerint.
3. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

$\frac{4}{c}$	$\frac{3a-b}{b-5}$	$\frac{-c+4}{6-c}$	$\frac{5}{4-3c}$
$\frac{6}{5}c-4a$	$\frac{5}{6}c^2-5c$	$-\frac{1}{2}b^2+1$	$-3a-4$
$5-\frac{1}{2}b$	$\frac{a-1}{5}$	$4a^2$	$3a$
$-\frac{5a}{6}$	$-7b$	$\frac{1}{2}b$	$11c^3a^2b$

Várható szempontok:
– a változók száma szerint
– a tagok száma szerint
– a bennük szereplő változó legnagyobb hatványkitevője szerint
– értelmezési tartományuk szerint
– az egyneműeket csoportokba szedve stb.
A felmerült szempontok megbeszélése után rakassuk külön azokat a kifejezéseket, amelyek nem minden racionális számra értelmezhetők.
Ha nem találják, kérdezzük meg, hogy melyik műveletet és milyen esetben nem értelmeztük? Vizsgáltassuk meg, hogy az adott kifejezéseknek a változó mely értékére nincs értelme? Figyeltessük meg, hogy ezekben a kifejezésekben a nevezőben is szerepel változó, ilyenekkel egyelőre nem foglalkozunk, tegyük félre az ilyen kifejezéseket!

$\frac{4}{c}$ $\quad c \neq 0$

$\frac{3a-b}{b+5}$ $\quad b \neq -5$

$\frac{-c+4}{6-c}$ $c \neq 6$

$\frac{5}{4-3c}$ $c \neq \frac{4}{3}$

Vessük fel a három egyváltozós algebrai tört kifejezés esetén, hogy mely esetekben nincsenek értelmezve, mikor lenne a helyettesítési értékük pozitív, negatív, 1 vagy nulla?

Beszéljük meg, hogy az algebrai tört kifejezés 0 nevező esetén nincs értelmezve! Értéke pozitív, ha a számláló és a nevező előjele megegyezik; negatív, ha a számláló és a nevező előjele különbözik; 0, ha a számláló 0, de a nevező nem; 1, ha a számláló és a nevező egyenlő, de nem nulla.

Adhatjuk <u>kutatási feladatnak</u>, hogy ezek az esetek a változók mely értékei esetén következnek be? Külön leadhatók a tanulmányok. A legszebbeket kiállíthatjuk, és aláírt korongokkal is jutalmazhatjuk, amelyeket a későbbiekben licitálásnál felhasználhatnak.
Bárki próbálkozhasson, de ügyesebbeknek adjunk konkrét megbízást is.
Nagyon hasznos lehet ez a feladat, tegyünk érte, hogy minél több gyerek próbálkozzon vele.
Az egyenletek, egyenlőtlenségek ismétlésekor visszatérhetünk rá, és akkor a mai „kutatók” „szakértőként” szerepelhetnek.

$\frac{4}{c}$ c = 0-ra nincs értelmezve; értéke 0 nem lehet;

értéke negatív, ha $c<0$; pozitív, ha $c>0$; 1, ha $c = 4$.

$\frac{-c+4}{6-c}$ c = 6-ra nincs értelmezve; értéke 0, ha $c = 4$ (a nevező ekkor nem 0, hanem 2);

értéke negatív, ha $4 < c < 6$; pozitív, ha $c < 4$ vagy $c > 6$; értéke 1 nem lehet.

$\frac{5}{4-3c}$ $c = \frac{4}{3}$ -ra nincs értelmezve, értéke 0 nem lehet;

értéke negatív, ha $c > \frac{4}{3}$; pozitív, ha $c < \frac{4}{3}$; 1, ha $c = -\frac{1}{3}$

Miután félretettük az algebrai törteket – a szakkifejezést ne használjuk - , a maradékból kerestessük ki a többtagúakat!

$\frac{6}{5}c-4a$, $\frac{5}{6}c^2-5c$, $-\frac{1}{2}b^2+1$, $-3a-4$, $5-\frac{1}{2}b$

Ütköztessük a gyerekek véleményét: vajon az $\frac{a-1}{5}$ kifejezés egytagú vagy többtagú?

Figyeljük meg, hogy a számkitalálós feladatban megbeszélteket mennyire értették meg a gyerekek? Ha kell, ismét részletezzük!
Beszéljük meg, hogy ez egy szorzat, mint ilyen egytagú, de a szorzat egyik tényezője kéttagú összeg. Idézzük fel, hogy különbség szorzásakor a kisebbítendőt is és a kivonandót is szorozni kell.
Azt is tudatosítsuk, hogy $\frac{a-1}{5}=\frac{1}{5}\cdot(a-1)=\frac{a}{5}-\frac{1}{5}$

A három kifejezés azonosan egyenlő, ami azt jelenti, hogy a változó ugyanazon értékei esetén mindháromnak a helyettesítési értéke egyenlő.
Miután félretettük a többtagú kifejezések kártyáit és azt az egytagút, amelynek egyik tényezője többtagú, a megmaradt egytagúakat rendezzük egynemű csoportokba! Tisztázzuk, hogy mikor egynemű két algebrai kifejezés! Oldják meg a 3. feladatlap 1. feladatát !

3. FELADATLAP

1. Egynemű algebrai kifejezések

Az algebrai kifejezések készletével dolgozunk tovább. Miután kiválogattátok belőle azt a 6 db lapot, amelyeken egytagú kifejezések vannak, írjátok róluk külön sorokba az egynemű kifejezéseket! Tegyétek ki a „láthatatlan” szorzójeleket!

EMLÉKEZZ:

Két egytagú algebrai kifejezés akkor egynemű, ha bennük ugyanaz a betű ugyanazon a hatványkitevőn szerepel, azaz csak együtthatóikban különbözhetnek.

Húzzátok alá az együtthatókat, és karikázzátok be a változókat!

Ha a „láthatatlan” szorzójel korábban nem szerepelt a szóhasználatunkban, beszéljük meg, hogy a változó és az együttható közötti művelet szorzás, de mivel a szorzójel mellőzése nem okoz félreértést, elhagyható.

Pl.: $3x = 3$ db $x = 3 \cdot x$

vagy $\frac{2}{3}y = y$-nak a $\frac{2}{3}$ része $= \frac{2}{3} \cdot y$

Kihasználhatjuk az alkalmat annak felidézésére is, hogy a törtrész keresése a törttel való szorzást jelenti.

a) $4a^2$

b) $3a;$ $-\frac{5a}{6}$

c) $-7b;$ $\frac{1}{2}b$

d) $11c^3a^2b$

5. Algebrai kifejezések helyettesítési értéke

Oldassuk meg a feladatlap 2. feladatát!

2. Válasszátok ki a lapok közül azt, amelyen olyan kétváltozós algebrai kifejezés van, amely nem minden racionális számra értelmezhető! Írjátok be a táblázat első és második sorának elejére a változókat jelölő betűket abc sorrendben, a harmadik sor elejére pedig az algebrai kifejezést! Számítsátok ki a kifejezés helyettesítési értékeit, ha a változók helyébe a táblázat számpárait írjuk!

a	2	3	2,5	1	1	2	$\frac{2}{3}$
b	6	5	7	4	6	3	$2\frac{3}{4}$
$\frac{3a-b}{b-5}$	0	nincs értelmezve	$\frac{1}{4}$	1	-3	-1,5	$\frac{1}{3}$

Házi feladatnak adhatjuk a Feladatgyűjtemény 5. feladatát.
Megbízás vagy önként vállalás alapján adhatjuk a következő feladatot:

Ábrázold koordinátarendszerben a Feladatgyűjtemény 5. feladata táblázatainak összetartozó értékeit! Használj milliméterpapírt!

A házi feladat következő órai megbeszéléséhez kérhetjük, hogy a megoldást másolják fóliára.

FELADATGYŰJTEMÉNY

1. Válassz ki egy nullától különböző számot! Növeld meg 7-tel! Amit kaptál, duplázd meg! Az eredményből vonjál ki 4-et! A különbséget felezd meg, majd a hányadoshoz adjál hozzá –5-öt! Végül, amit kaptál, azt oszd el a gondolt számmal. Szerintem 1-et kaptál eredményül. Így van? Miért?

$$\{[(x+7)\cdot 2-4]:2-5\}:x=\{[2x+14-4]:2-5\}:x=\{x+5-5\}:x=1$$

2. Válassz ki két számot! Az összegüket valamint a nagyobbik és a kisebbik szám különbségét add össze! Azt a számot, amit kaptál, oszd el a kiválasztott számok közül a nagyobbikkal! Kettőt kaptál igaz? Vajon miért?

$$\frac{(x+y)+(x-y)}{x}=\frac{2x}{x}=2$$

3. Helyezzetek el műveleti és/vagy zárójeleket az ötösök közé úgy, hogy az egyenlőségek igazak legyenek. Keressetek több megoldást!

5 5 5 5 5 5 5 5 = 0
5 5 5 5 5 5 5 5 = 0,1
5 5 5 5 5 5 5 5 = 1
5 5 5 5 5 5 5 5 = 10
5 5 5 5 5 5 5 5 = 100
5 5 5 5 5 5 5 5 = 1000

Pl.:
(5 5 5 – 5 5 5) · 5 5 = 0
5 5 5 : 5 5 5 : (5 + 5) = 0,1
5 5 5 5 : 5 5 5 5 = 1
(5 5 5 5 – 5) : 5 5 5 = 10
(5 5 5 5 – 5 5) : 5 5 = 100
(5 5 5 5 – 5 5 5) : 5 = 1000

4. Számítsátok ki a helyettesítési értékeket a táblázatban megadott számok esetén!

a	2	3	2,5	1	1	2	$\frac{2}{3}$
b	6	5	7	4	6	3	$2\frac{3}{4}$
$\frac{3a-b}{b-5}$	0	nincs értelmezve	$\frac{1}{4}$	1	–3	–1,5	$\frac{1}{3}$

5. Egészítsétek ki a táblázatokat!

a)

a	–5	$-\frac{5}{6}$	0	$\frac{1}{3}$	1	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{5}{3}$
$-3a-4$	11	– 1,5	– 4	– 5	– 7	0	1

b)

b	– 6	– 4	– 3	– 2	– 1	0	1	2	3	4	6
$-\frac{1}{2}b^2+1$	– 17	– 7	– 3,5	– 1	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	– 1	– 3,5	– 7	– 17

c)

c	– 8	– 4	$-\frac{4}{5}$	$-\frac{2}{3}$	0	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{3}$	1	2	4	8
$\frac{4}{c}$	$-\frac{1}{2}$	– 1	– 5	– 6	nincs ért.	5	6	4	2	1	$\frac{1}{2}$

6. Írd fel rövidebben, majd írd át színessel az együtthatókat!

a) $x+x+x=3x$

b) $\frac{y}{2}+\frac{y}{2}+\frac{y}{2}+\frac{y}{2}=2y$

c) $a^2+a^2+a^2+a^2=4a^2$

d) $2ab+2ab+2ab+2ab+2ab=10ab$

e) $3c+5c+4b-13c+b=-5c+5b=5(b-c)$

7. Vizsgáld a kifejezések alábbi halmazát!

$-2x$	$-x-x$	$(x+2)^2$	$5x-7x$
$\frac{4x}{5}$	$\frac{x}{5}+\frac{x}{5}+\frac{x}{5}+\frac{x}{5}$	$4x^2$	$2x^2+x^2+x^2$
$(2x)^2$	5	$2x-(2x-5)$	

a) Csoportosítsd a kifejezéseket aszerint, hogy egytagúak vagy többtagúak!

Egytagúak: $-2x$; $(x+2)^2$; $\frac{4x}{5}$; $4x^2$; $(2x)^2$; 5

Többtagúak: $-x-x$; $5x-7x$; $\frac{x}{5}+\frac{x}{5}+\frac{x}{5}+\frac{x}{5}$; $2x^2+x^2+x^2$; $2x-(2x-5)$

b) Csoportosítsd a kifejezéseket aszerint, hogy hatványról, szorzatról vagy összegről van szó!

Hatvány: $(x+2)^2$; $(2x)^2$;

Szorzat: $-2x$; $\frac{4x}{5}$; $4x^2$;

Összeg: 5; $-x-x$; $5x-7x$; $\frac{x}{5}+\frac{x}{5}+\frac{x}{5}+\frac{x}{5}$; $2x^2+x^2+x^2$; $2x-(2x-5)$

c) Keress a kifejezések között azonosan egyenlőket!

$(2x)^2 \equiv 4x^2 \equiv 2x^2+x^2+x^2$; $5 \equiv 2x-(2x-5)$;

$-2x \equiv -x-x \equiv 5x-7x$; $\frac{4x}{5} \equiv \frac{x}{5}+\frac{x}{5}+\frac{x}{5}+\frac{x}{5}$

d) Keress összefüggést az a) és a b) feladatok megoldásai között!

8. Az egynemű kifejezések összevonásával hozd egyszerűbb alakra a következő kifejezéseket!

a) $7x-8+x+3x-x+88 = 10x+80 = 10(x+8)$

b) $3a-5b+9-b+9b-3b+a+4a-12-5a = 3a-3 = 3(a-1)$

c) $\frac{2}{3}c-\frac{1}{2}+\frac{c}{3}-\frac{1}{5}c-\frac{3}{2}+0,8c = 1,6c-2 = 2(0,8c-1)$

0811 – 1. tanári melléklet **(32 db kártya a csoportalakítás számára)**
1 készlet osztályonként ebben a méretben, vékony kartonlapra nyomva.

A hatszög átlóinak a száma	**Egy olyan szám, aminek a 10-szerese 2-vel kevesebb, mint 92**	**Az 1,6 hatszorosánál 0,6-del kevesebb**	**A 72 nyolcadrésze**
A 2 cm és 3 cm oldalú téglalap területének a mérőszáma	**Egy olyan szám, aminek a negyede a 15 tizedrésze**	**A 0,7 nyolcszorosánál 0,4-del több**	**A 9 $\frac{2}{3}$ része**
Az a szám, amely a –7 abszolút értékénél 4-gyel kisebb	**A térfogat mértékegységeinek hatványkitevője**	**Egy olyan szám, aminek a nyolcszorosa 4-gyel több, mint 20**	**A 0,4 ötszörösénél 1-gyel több**
A 70-nek az $\frac{1}{10}$-szerese	**Egy egyenlő szárú háromszög kerületének a mérőszáma, ha az alap 3 cm, a szárak pedig 2 cm hosszúak**	**Egy olyan szám, aminek az ellentettje 1-gyel több, mint –8**	**Az 1,2 felének a tízszeresénél 1-gyel több**

A 0,6 tízszeresénél 2-vel kevesebb	A 24 hatodrésze	A 16 cm^2 területű négyzet oldalának mérőszáma	Egy olyan szám, aminek a kétszerese a 16 fele
Az 1,4-nél 0,6-del nagyobb szám négyszerese	A 10-nek a $\frac{4}{5}$ része	A 2 harmadik hatványa	Egy olyan szám, ami 3-mal több, mint a 15 harmada
Egy olyan szám, aminek a fele, a 10 negyede	A 0,8 felének a 10-szeresénél 1-gyel több	A 35-nek az $\frac{1}{7}$-szerese	Annak a sokszögnek az oldalszáma, amelynek 5 átlója van.
A terület mértékegységeinek hatványkitevője	0,25-nak a nyolcszorosa	1 ellentettjénél 3-mal nagyobb	Az a szám, melynek kétszerese 11-gyel több 3 ötszörösénél.

0811 – 2. tanári melléklet (8 db számkártya csoportnevekhez)

1 készlet osztályonként ebben a méretben, vékony kartonlapra nyomva. A dupla fekete vonalak mentén szét kell vágni, a vékony vonalak mentén összehajtani, és az asztalra helyezni, hogy jól látható legyen az osztályterem távoli pontjáról is.

2	**3**

4	**5**

6	**7**

8	9

0811 – 3. tanári melléklet (16 db kártya)

Osztályonként 8 készlet (csoportonként 1 készlet) ebben a méretben, vékony kartonlapra nyomva. Szét kell vágni a fekete vonalak mentén.

$\frac{4}{c}$	$\frac{3a-b}{b-5}$	$\frac{-c+4}{6-c}$	$\frac{5}{4-3c}$
$\frac{6}{5}c-4a$	$\frac{5}{6}c^2-5c$	$-\frac{1}{2}b^2+1$	$-3a-4$
$5-\frac{1}{2}b$	$\frac{a-1}{5}$	$4a^2$	$3a$
$-\frac{5a}{6}$	$-7b$	$\frac{1}{2}b$	$11c^3a^2b$