0782. MODUL

HASÁB, HENGER

Hasáb és henger felszíne

KÉSZÍTETTE: VÉPY-BENYHE JUDIT

MODULLEÍRÁS

A modul célja	Hasáb, henger felszíne
Időkeret	4 tanóra
Ajánlott korosztály	7. osztály
Modulkapcsolódási pontok	*Szűkebb környezetben*: Kerület, terület, felszín, térfogat témakör *Ajánlott megelőző tevékenységek*: Hasáb, henger fogalma, tulajdonságai; Területszámítás (Háromszög, paralelogramma, deltoid, kör) *Ajánlott követő tevékenységek*: Hasáb, henger térfogata
A képességfejlesztés fókuszai	*Számlálás, számolás*: Felszínszámítási feladatok, fejben és kalkulátor használatával egybekötve. *Becslés, mérés*: Méréssel egybekötött problémamegoldások, mértékváltási feladatok. *Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció*: Gyakorlati helyzetekben a hasábok, hengerek felismerése, kapcsolódó számítási feladatok megoldása. *Deduktív következtetés, induktív következtetés*: Általános képletek alkotása a hasábok és hengerek felszínszámítására.

AJÁNLÁS

Frontális-, egyéni-, páros- és csoportmunka. A csoportok 4-6 fő alkothatja. A párokat a padtársak képezik.

TÁMOGATÓ RENDSZER

Hengerek, hasábok és egyéb műanyag testek, hálóik, 0781. modul 2, tanári mellékletének hálói és azokból készített testek., (számológép használatát a tanár engedheti a gyorsabb haladás érdekében).

ÉRTÉKELÉS

Az egyéni és csoportos munka megfigyelése alapján, szóbeli értékelés.

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök Feladatok
I. Hasáb felszíne			
1.	Tanulók által készített hasáb-hálók ellenőrzése, értékelése	rendszerezés	Otthon készített hálók, 0781. modul 2. tanári melléklete
2.	Felszín fogalmának felelevenítése	Fogalomalkotás	1. feladatlap
3.	Téglatest, kocka felszíne	Rendszerezés, felelevenítés	Műanyag kocka, téglatest és hálóik, csomagolópapír vagy nagyalakú papírlap
4.	Hasáb felszínének meghatározása kézbe vehető testnél	Számolás, tapasztalatgyűjtés	Műanyag hasábok, otthonról hozott tárgyak, otthon készített hálók, 0781. modul 2. tanári melléklete
5.	Megállapítások a hasábok felszínével kapcsolatban	Új fogalmak bevezetése, rendszerezés	Hasáb-háló (1. tanári melléklet 1. oldala fólián)
6.	Hasáb felszínének kiszámítása	Új fogalom bevezetése, tapasztalat-szerzés	Műanyag hasábok, otthonról hozott tárgyak, otthon készített hálók, 0781. sz. modul 2. tanári melléklete

II. Forgáshenger felszíne			
1.	Forgáshenger felszínének általános képlete	Általánosítás	Forgáshenger hálója (1. tanári melléklet 2. oldala fólián)
2.	Forgáshenger felszínének meghatározása kézbe vehető testnél		Műanyag forgáshengerek, otthonról hozott tárgyak, 0781. modul 2. tanári melléklete

III. Hasábok, hengerek felszínszámításának gyakorlása			
1.	Egyenes hasábok felszínének kiszámítása (egyszerű példák)	Számolás, ismeretek alkalmazása	2. feladatlap, 1 literes tejes doboz (téglatest alakú)
2.	Egyenes hasábok felszínének kiszámítása (összetett példák)	Számolás, ismeretek alkalmazása	3. feladatlap

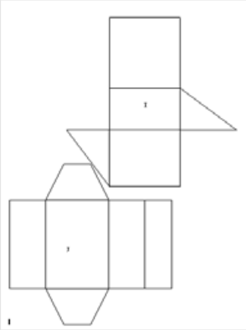
IV. Forgáshengerek felszínszámításának gyakorlása			
1.	Forgáshengerek felszínének kiszámítása (egyszerű példák)	Számolás, ismeretek alkalmazása	4. feladatlap
2.	Forgáshengerek felszínének kiszámítása (összetett példák)	Számolás, ismeretek alkalmazása	5. feladatlap

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. Hasáb felszíne

1. Tanulók által készített hasáb-hálók ellenőrzése, értékelése

Megoldhatjuk a házi feladat ellenőrzését a következő módon: a kész hálókat összeszedjük (előtte érdemes a gyerekekkel ráíratni a monogramjukat), majd összekeverve kiadjuk a csoportoknak, hogy ellenőrizzék a hálók összehajthatóságát, valamint állapítsák meg, a hasábok elnevezését. (Így minden csoport több, különböző alapú hasábot kap kézhez.)
A hálókat kiteríti (felteheti mágnessel a táblára is), és mindegyiknél megbeszélik, melyik része a palást, melyek az alaplapok. Kihangsúlyozzák ismét, hogy minden egyenes hasáb hálóját meg lehet úgy alkotni, hogy a palást egyetlen téglalap legyen. Ennek a téglalapnak az egyik oldalhossza az alaplap kerülete, a másik pedig a hasáb magassága. (Ha nincs a készített hálók között ilyen, akkor használhatja a tanár a **0781 modul 2. tanári melléklet**ének J, I jelű hálóit.)



2. Felszín fogalmának felelevenítése

1. feladatlap 1. feladat. A tanulók csoportokban megpróbálják kitalálni, mely meghatározások helyesek a kilenc közül. Megindokolják, megvitatják, a többi miért helytelen. Ha van idő, hagyjuk, hogy vita alakuljon ki, és egymást győzzék meg a gyerekek.

1. FELADATLAP

Felszín fogalma

1. Melyik állítás helyes? (Lehet több is igaz.)

A sokszöglapokkal határolt test **felszín**e…

1.) a test területe. Hamis, értelmetlen.
2.) megmutatja, a test, mekkora részt foglal el a térből. Hamis, térfogathoz tartozik.
3.) a határoló lapok területének összege. Igaz.
4.) a téglalapok területének szorzataként számolható. Hamis, értelmetlen.
5.) a határoló felület nagysága. Igaz.
6.) a sokszöglapok kerületének összege. Hamis, értelmetlen.
7.) mindig pozitív szám, mértékegységei mm^3, cm^3, dm^3, m^3, stb. Hamis, térfogat mértékegységei (Az első része az állításnak egyébként igaz.)
8.) a sokszöglapok területei. Hamis, ez több szám, míg a felszín csak egyetlen szám.
9.) a test térfogatával egyenlő. Hamis.
10.) mindig pozitív szám, mértékegységei mm^2, cm^2, dm^2, m^2, stb. Igaz.

Miután ezt a feladatot megbeszélték frontálisan, jutalmazhatja a tanár azokat a csoportokat, akik helyesen oldották meg a feladatot, valamint jutalmazható a helyes indoklás is. Az „összegzés”-ben foglaltakat szintén frontálisan beszélhetik meg.

ÖSSZEGZÉS:

A felszín

Két példa a testek felszínének szemléltetésére:

1. Ha pontosan rásimítunk egy vékony csomagolópapírt a testre, ami sehol nem „lóg le”, hanem mindenütt egy rétegben pontosan befedi a testet, akkor ennek a csomagolópapírnak a területe a test felszíne. (Eltekintünk a ragasztáshoz szükséges többszörös rétegekről.)
2. Ha a testet le kell gyártani például hajlékony, vékony fém lemezekből, vagy fa lapokból, akkor pontosan mekkora területű fém- (fa-) lemezre van szükség. (Eltekintünk a hulladéktól.)

3. Téglatest, kocka felszíne

Feladat: Írják fel általánosan a téglatest és a kocka felszínének kiszámítására alkalmas képletet, és ezt rajzzal próbálják meg alátámasztani. Érdemes egy falra kirakható szemléletes ábrát kérni tőlük pl. csomagolópapírra. Végül minden csoport elmondja, megmutatja a saját ábráját. Akár versenyeztethetjük is a csoportokat, a legszebb ábra fog kikerülni a falra. (Kb. a következőknek kell elhangzania: A téglatest felszíne: határoló lapjainak területe. Megbeszélik, hogy a téglatestet milyen síkidomok határolják: 6 téglalap, melyből 2-2 szemben lévő lap egybevágó. Ezeknek a téglalapoknak az oldalhossza a téglatest éleivel egyenlő. Az egyik téglalap területe $a \cdot b$, a másiké $b \cdot c$, a harmadiké $a \cdot c$ képlettel számolható, ha a téglalap egy csúcsba futó élei *a, b és c.* A felszín a határoló téglalapok területeinek összege:

$\boldsymbol{A_{téglatest} = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c}$, ahol *a, b, c* a téglatest egy csúcsba futó élei.

A kockát 6 db egybevágó négyzet határolja, melyeknek területe a^2.

$\boldsymbol{A_{kocka} = 6 \cdot a^2}$, ahol *a* a kocka éle.)

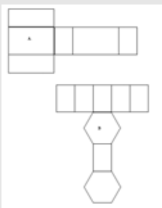
Fontos, hogy hangsúlyozzuk ismét, hogy minden kocka téglatest, és a téglatestnél tanult képlet a kockára is igaz. Levezethető, hogy a képlet itt is ugyanaz, csak *a, b* és *c* él helyére mindenütt *a*-t írhatunk, mivel minden él egyenlő hosszúságú.

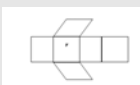
A jelöléseket is felelevenítik: A felszín jele: *A*.

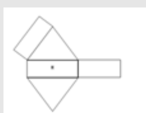
4. Hasáb felszínének meghatározása kézbe vehető testnél

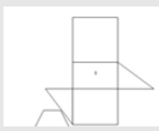
Kioszt a csoportoknak egyenes hasábokat. Minden csoport kap egy vagy két hasábot. A hasábok lehetnek a műanyag készletből valók.

Választhatjuk azt is, hogy a **0781. modul 2. tanári mellékleté**nek egyenes hasábjait adjuk kézbe. (Az *A*, *F*, *I*, *H* jelű hálók a legalkalmasabbak, a *B* jelű hálóból készített szabályos hatszögalapú egyebes hasábot csak gyorsabban haladó csoportnak ajánljuk, *C* és *J* jelű hálókat egyelőre ne adjuk ki felszínszámításra, mert bonyolultabb számolni, oldalhosszai nem egész centiméterekre kerekítettek, a *D* és *E* jelű testek nem egyenes hasábok.)


A, B


F


H


I

Szólítsuk fel a gyerekeket, hogy kerekítsenek egész (vagy fél) centiméterekre méréskor (elvileg az oldalhosszak ezeknél a testeknél egész számok centiméterben mérve, de összehajtáskor, kivágáskor ez a pontosság nyilván „elveszhet”). Segítségül oda lehet adni a még nem összehajtott hálókat azoknak a csoportoknak, amelyek nehezebben boldogulnak.
Ha a csoport kész, és a többi csoport még dolgozik, számolhatják a gyűjtött, otthonról hozott hasábok (dobozok, stb.) felszínét, illetve az általuk készített hálókból (házi feladat) alkotott hasábok felszínét. A cél nem az, hogy képletet alkossanak, vagy általánosítsanak, hanem csak az, hogy a felszín jelentését elmélyítsék, illetve tapasztalatot gyűjtsenek a felszínszámolással kapcsolatban. Elég, ha minden csoport egy db hasáb felszínét kiszámolja.
A tanulók a határoló lapokat körülrajzolhatják a füzetbe, vagy megszerkeszthetik az adatok lemérése után.

A **0781. modul 2. tanári melléklet**ében található egyenes hasábok felszíne:

A szokásos jelöléseket alkalmazva: M: testmagasság, a, b, c: alapélek (téglatestnél egy csúcsba futó élek), m: alaplap magassága.

***A* jelű téglatest:**

$a = 5$ cm, $b = 3$ cm, $c = 2$ cm.

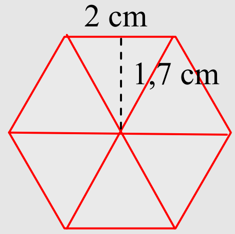
$A_{téglatest} = 5 \cdot 3 \cdot 2 + 5 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 2 = \mathbf{62\ (cm^2)}$

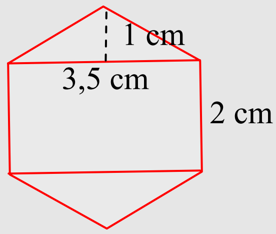
***B* jelű hatszög alapú egyenes hasáb:**

$a = 2$ cm, $M = 3$ cm.

Adjunk segítséget az alaplap területének kiszámításakor az adatok lemérésénél (itt nem lesz jó kerekíteni!)

Az alaplap 6 db egybevágó egyenlő oldalú háromszögre bontható: $m_a = 1{,}7$ cm, vagy egy téglalapra és két háromszögre: $b = 3{,}5$ cm, $m_b = 1$ cm.





$T_{hatszög} = \frac{2 \cdot 1{,}7}{2} \cdot 6 = 10{,}2\,(cm^2)$ vagy $\frac{3{,}5 \cdot 1}{2} \cdot 2 + 3{,}5 \cdot 2 = 10{,}5\,(cm^2)$.

(A különböző eredmény a kerekítésből adódik.)

$A_{hatszög\ alapú\ hasáb} = 10{,}5 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 6 = 21 + 36 = \mathbf{57\ (cm^2)}$.

***F* jelű paralelogramma alapú egyenes hasáb:**

$a = 3$ cm, $b = 2{,}5$ cm (nem egész!), $m_a = 2$ cm, $M = 3$ cm.

$A_{paralelogramma\ alapú\ hasáb} = 3 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 2{,}5 = 12 + 18 + 15 = \mathbf{45\ (cm^2)}$.

***H* jelű egyenlőszárú háromszög alapú egyenes hasáb:**

$a = 6$ cm, $b = 5$ cm, $m_a = 4$ cm, $M = 2$ cm.

$A_{háromszög\ alapú\ hasáb} = \frac{6 \cdot 4}{2} \cdot 2 + 2 \cdot 2 \cdot 5 + 6 \cdot 2 = 24 + 20 + 12 = \mathbf{56\ (cm^2)}$.

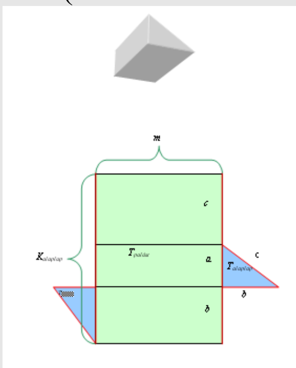
***I* jelű derékszögű háromszög alapú egyenes hasáb:**

$a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $c = 5$ cm, $M = 5$ cm.

$A_{háromszög\ alapú\ hasáb} = \frac{3 \cdot 4}{2} \cdot 2 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 5 = 12 + 15 + 20 + 25 = \mathbf{72\ (cm^2)}$.

5. Megállapítások a hasábok felszínével kapcsolatban

Nem árt, ha ismét megbeszéljük: *m* vagy *M* a test magassága, ami egyenes hasáb esetén éppen az oldalél. Ismét elhangozhat, hogy nagybetűvel pontokat jelölünk, de *M*-et mégis szokás használni a testmagasság jelölésére, hogy megkülönböztessék az alaplapot alkotó síkidom magasságától.
Lassabban haladó osztályoknál felkerülhet a táblára vagy írásvetítőre egy olyan egyenes hasáb hálója, melynél a palást téglalapot alkot (**1. tanári melléklet** 1. oldala).



Ismét megbeszélhető, hogy mely élek hová illeszkednek. (Gyerekek megmutatják rajta, hol van a kerülete az alaplapnak, hol van ugyanez a palást téglalapján. Megmutathatják egyenként az alaplap oldalait is (pl. *a*, *b*, *c*), illetve hogy a palást oldalának melyik része felel meg ezeknek az oldalhosszaknak.) Ebből következik: az alaplap kerülete = a palástot alkotó téglalap oldalhosszával (másik oldala a hasáb magasságával egyenlő). Tehát a felszín úgy számolható, hogy $A_{egyenes\ hasáb} = 2 \cdot T_{alaplap} + T_{palást} \cdot m = 2 \cdot T_{alaplap} + K_{alaplap} \cdot m$
Nem kell, hogy a gyerekek a képletet megtanulják, a szemlélet elsajátítása a cél.
Utána gyakorlásképpen leírhatják az általános képlet alá a képen látható derékszögű háromszögalapú hasáb felszínének képletét.
A tanár megemlítheti, hogy a ferde hasábok felszínére is igaz, hogy:
$A_{hasáb} = 2 \cdot T_{alaplap} + T_{palást}$, de itt a palást nem téglalap alakú, ezért nem számolható ilyen egyszerűen.

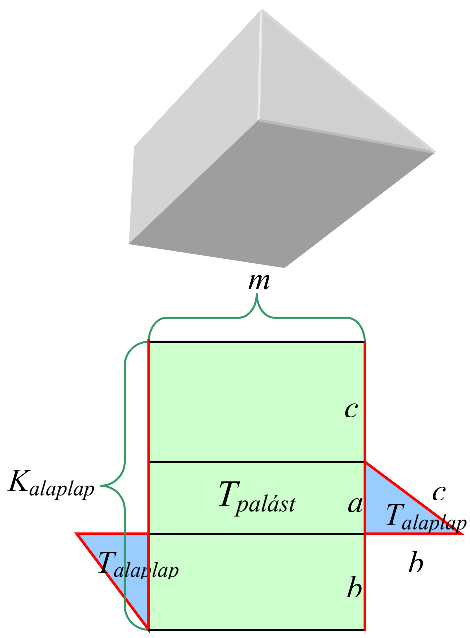
ÖSSZEGZÉS:

Az egyenes hasáb felszíne:
A felszín a hasáb határolólapjainak (ezek síkbeli sokszögek) kiterítésével kapott háló területe. Ez a háló a két alaplapból és a palástból áll. Ezért a felszín:

$$\boldsymbol{A_{egyenes\ hasáb} = 2 \cdot T_{alaplap} + T_{palást}}$$

Írd le a derékszögű egyenes háromszögalapú hasáb felszínképletét! (Az ábrán látható jelöléseket használd. Alakítsd úgy a képletet, hogy csak *a, b, c* és *m* szerepeljen ismeretlenként.)

$$A_{egyenes\ háromszögalapú\ hasáb} = 2 \cdot T_{alaplap} + T_{palást} =$$
$$= 2 \cdot T_{háromszög} + K \cdot m = 2 \cdot \frac{a \cdot b}{2} + (a + b + c) \cdot m$$



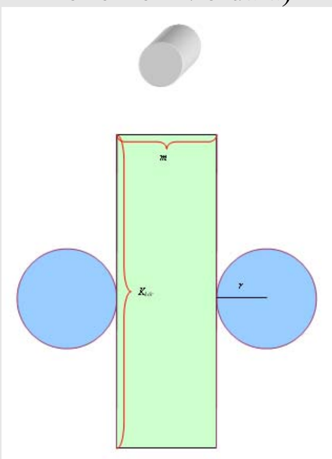
6. Hasáb felszínének kiszámítása

Ha van idő rá, akkor önállóan is számíthatják egy kézbe vehető hasáb felszínét. A lassabban haladó gyerekeknek érdemes téglatestet adni, vagy derékszögű háromszögalapú hasábot. A tanár próbálja meg képességek alapján osztani a hasábokat a gyerekek között. (Ne azt a hasábot kapja a gyerek, amit már az előzőekben kiszámolt a csoporttal!) Aki kész van, kap újabb hasábot. Nagyon fontos, hogy a gyerek folyamatosan látja maga előtt a kiszámolandó test felszínét, bármikor lemérheti a hiányzó adatot, stb. Még nem kell elvonatkoztatnia, és maga elé képzelni a testet, mint a szöveges példáknál. A megakadó gyerekeket lehet a testhez tartozó háló kézbeadásával segíteni. Minden gyerek legalább egy hasáb felszínét számolja ki. Ha ez a feladat már nem fér bele az óra időkeretébe, házi feladatnak is adható oly módon, hogy lemérik a gyerekek a szükséges adatokat, majd otthon kiszámolják a felszínt. (Itt a tanárnak feltétlenül segítenie kell a szükséges adatok kiválasztásában!)

II. Forgáshenger felszíne

1. Forgáshenger felszínének általános képlete

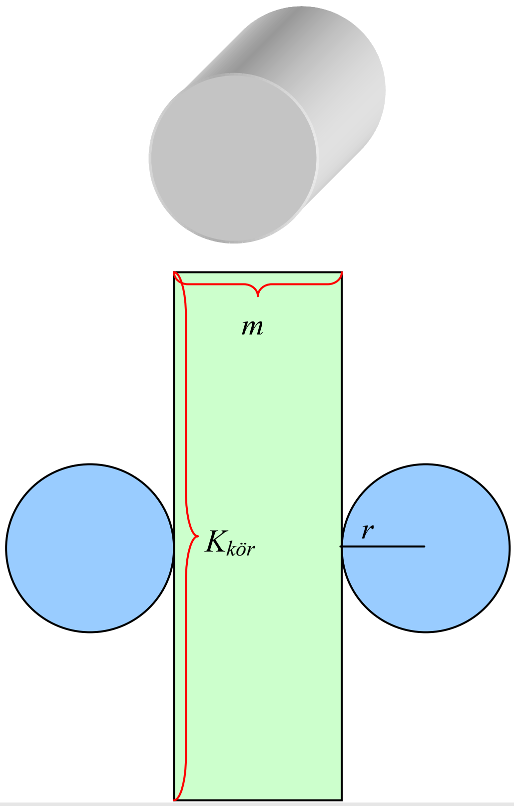
Bevezetésképpen frontálisan megmutatják a gyerekek a különböző alaplapú forgáshengereken a palástot.
Az előző feladat kapcsán megbeszélik frontálisan, hogy a hasáb hálójának területét kellett tulajdonképpen meghatározni. Ez a háló a két alaplapból és a palástból áll. Ezért a felszín:
$A_{egyenes\ hasáb} = 2 \cdot T_{alaplap} + T_{palást}$
A felszín fogalmának kiterjesztése forgáshengerekre: A felszín szemléletes jelentését újra megbeszélik (csomagolópapír területe), majd megállapítják, hogy az egyenes hengernél is számolhatjuk a felszínt a kiterített hálójának területeként. Meg kell azonban jegyezni, hogy eddig síklapokról volt csak szó, most azonban a palást nem síklapokból áll, de kiteríthető egy téglalappá. Ezért: $A_{egyenes\ henger} = 2 \cdot T_{alaplap} + T_{palást}$
Felelevenítik, hogy az egyenes hasábok hálóját lerajzolhatjuk úgy, hogy a palástot egy egybefüggő téglalapként ábrázoljuk, melynek két oldalhossza a henger magassága és az alaplap kerülete.
A tanár kivetít írásvetítőn, vagy felrak a mágneses táblára egy hálót, melynek palástja egy téglalapként van kiterítve. (**1. tanári melléklet** 2. oldala)



Megállapítják, hogy a forgáshenger palástja az egyenes hasábhoz hasonlóan téglalap, és oldalhosszai ugyanúgy az alapkör kerületével és a henger magasságával egyenlőek.
Megbeszélik frontálisan, hogy az eddigiekben tapasztaltak alapján a forgáshenger felszínének képletét, és beírják a megfelelő helyre az „Forgáshenger felszíne” c. részbe.
Nem kell a képletet tudniuk, elég, hogy levezetni tudják a tanultak alapján, illetve a gyakorlati példáknál alkalmazni tudják.

ÖSSZEGZÉS:

Forgáshenger felszíne:



Megállapíthatjuk, hogy az egyenes hengernél is számolhatjuk a felszínt a kiterített hálójának területeként. Meg kell azonban jegyezni, hogy eddig síklapokról volt csak szó, most azonban pl. az egyenes körhengernél a palást nem síklapokból áll, de kiteríthető egy téglalappá. Ezért:

$\boldsymbol{A_{forgáshenger} = 2 \cdot T_{alaplap} + T_{palást}}$

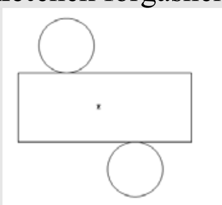
Írd le az egyenes körhenger felszínképletét! (Az ábrán látható jelöléseket használd. Alakítsd úgy a képletet, hogy csak *m* és *r* szerepeljen ismeretlenként.)

$A_{forgáshenger} = 2 \cdot T_{alaplap} + T_{palást} = 2 \cdot T_{kör} + K_{kör} \cdot m =$

$= 2 \cdot (r^2 \cdot \pi) + (2 \cdot r \cdot \pi) \cdot m$

2. Forgáshenger felszínének meghatározása kézbe vehető testnél

Önállóan vagy csoportokban dolgozva a gyerekek kiszámítják egy kézbe adott forgáshenger felszínét. Ez lehet egy otthonról hozott tárgy, vagy egy műanyag test.
Lehet a **0781. modul 2. tanári mellékleté**nek forgáshengerét (E jelű) kézbe adni.



Segítségül ekkor a hálót is oda lehet adni az elakadó gyerekeknek. (A palást téglalapjának két oldalhosszát is le tudja így mérni.)
Ennek a forgáshengernek a felszíne:

$r = 2$ cm, $M = 5$ cm.

$A_{forgáshenger} = 2 \cdot 2^2 \cdot \pi + 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 5 = 28\pi \approx \mathbf{88\ (cm^2)}$

III. Hasábok felszínszámításának gyakorlása

1. Egyenes hasábok felszínének kiszámítása (egyszerű példák)

Bevezetésképpen a tanár a 2. feladatlapról szükség esetén egy vagy több feladatot old meg frontálisan a gyerekek közreműködésével.
Utána a gyerekek csoportban csinálják a 2. feladatlap többi feladatát.
Végül frontálisan megbeszélik a megoldásokat.
Szakértői mozaik formájában is megoldható a 2. feladatlap. Az 1. és az 5. feladatot oldja meg az egyik csapat, a 2. és 6. feladatot a másik, a 3. és 7. feladatot a harmadik, és a 4., 8. feladatot a negyedik csapat.
A feladatok házi feladatnak is adhatók.

2. FELADATLAP

Hasábok felszíne – egyszerű példák

1. Mérd le a téglatest alakú literes tartós tejes doboz éleinek hosszát? Mekkora darab papírból gyártották? Szerinted melyik az alaplapja? Lásd be, hogy mindegy, hogy a téglatest felszínképletét vagy a téglalap alapú egyenes hasáb felszínképletét használod!

Könnyű feladat.

Magassága: 16,5 cm; másik két él hossza: 9,5 cm és 6,2 cm.

$A_{hasáb} = 2 \cdot 6{,}2 \cdot 9{,}5 + [(9{,}5 + 6{,}2) \cdot 2] \cdot 16{,}5 = 635{,}9\ (\text{cm}^2)$

$A_{téglatest} = 2 \cdot (16{,}5 \cdot 9{,}5 + 9{,}5 \cdot 6{,}2 + 16{,}5 \cdot 6{,}2) = \mathbf{635{,}9\ (cm^2)}$

Természetesen a két felszínképlettel számolva ugyanahhoz az eredményhez jutunk, hiszen mindkét esetben a határoló sokszögek területét adtuk össze. Érdemes újra kihangsúlyozni, hogy a téglatestnek bármelyik lapja lehet alaplap. (Be lehet mutatni a tejes dobozzal, hogy ha „eldöntöm”, akkor is téglalapalapú egyenes hasábot kapok.)

2. Mekkora a háromszögalapú egyenes hasáb felszíne, ha a háromszög oldalai: 3 cm, 4 cm, 5 cm, a hasáb magassága pedig 7 cm? (Szerkeszd meg az alaplapot!) Készítsd el a füzetbe a hálóját!

Könnyű feladat, de időigényes, mert szerkeszteni kell.

Az alap egy derékszögű háromszög. $T_{alap} = \dfrac{3 \cdot 4}{2} = 6\ (\text{cm}^2)$.

$A_{hasáb} = 2 \cdot 6\ \text{cm}^2 + (3 + 4 + 5) \cdot 7 = \mathbf{96\ (cm^2).}$

3. Háromszögalapú hasáb alaplapjáról a következőket tudjuk: egyenlőszárú háromszög, melynek alapja 6 cm, magassága 4 cm. Mekkora a hasáb felszíne, ha magassága 8 cm? Készítsd el a füzetbe a hálóját!

Könnyű feladat, időigényes, mert szerkeszteni kell.

A háromszög szára: 5 cm. $T_{alap} = 12\ \text{cm}^2$, $K_{alap} = 6\ \text{cm} + 2 \cdot 5\ \text{cm} = 16\ \text{cm}$,

$A_{hasáb} = 2 \cdot 12 + 16 \cdot 8 = \mathbf{152\ (cm^2)}$.

4. Egy fémből készült váza alapja rombusz, melynek oldalhossza 8 cm, a rombusz magassága 6 cm. A váza magassága 22 cm. Mekkora lemez fémből gyártották? Készíts vázlatot az alaplapról! Tüntesd fel a megadott hosszakat!

Közepesen nehéz feladat, nem kell szerkeszteni, de el kell képzelni az alaplapot és a hálót.

$T_{alap} = 6 \cdot 8 = 48\ (\text{cm}^2)$. $K_{alap} = 4 \cdot 8 = 32\ (\text{cm})$.

$A_{hasáb} = 48 + 32 \cdot 22 = 752\ \mathbf{(cm^2)}$.

7,52 dm^2 méretű lemezből gyártották a vázát.

5. Egy papírdoboz alapja paralelogramma, melynek oldalhossza 5 cm és 6 cm, a 6 cm-es oldalhoz tartozó magassága 4 cm. A doboz magassága 8 cm. Mekkora darab papírból készült? Készíts vázlatot az alaplapról! Tüntesd fel a megadott hosszakat!

Közepesen nehéz feladat, nem kell szerkeszteni, de el kell képzelni az alaplapot és a hálót.

$T_{alap} = 6 \cdot 4 = 24\ (\text{cm}^2)$. $K_{alap} = (5 + 6) \cdot 2 = 22\ (\text{cm})$.

$A_{hasáb} = 2 \cdot 24 + 22 \cdot 8 = \mathbf{224\ (cm^2)}$.

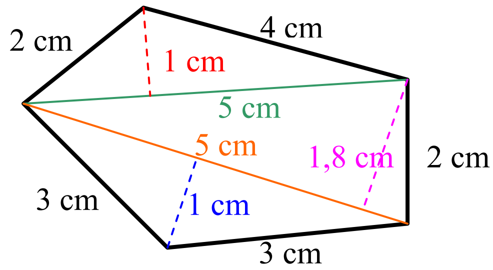
224 cm^2 méretű papírból készítették.

6. Háromszögalapú hasáb alaplapjáról a következőket tudjuk: egyenlőszárú háromszög, melynek alapja 12 cm, magassága 80 mm, szára 1 dm. Mekkora a hasáb felszíne, ha magassága 0,6 dm?

Közepesen nehéz feladat, nem kell szerkeszteni.

$T_{alap} = 48\ \text{cm}^2$, $K_{alap} = 12\ \text{cm} + 2 \cdot 10\ \text{cm} = 32\ \text{cm}$,
$A_{hasáb} = 2 \cdot 48 + 32 \cdot 6 = \mathbf{288\ (cm^2)}$.

7. Egy ötszögalapú egyenes hasáb alaplapja:



Számítsd ki a felszínét, ha magassága 7 cm! (A szükséges adatok az ábrán szerepelnek.)

$T_{alaplap} \cong \frac{5\cdot 1}{2}\cdot 2+\frac{5\cdot 1{,}8}{2}=9{,}5\ (\text{cm}^2)$.
$K_{alaplap} = 2+4+2+3+3=14\ (\text{cm})$.
$A_{hasáb} = 2 \cdot 9{,}5 + 14 \cdot 7 = \mathbf{117\ (cm^2)}$.

8. Egy ötszögalapú egyenes hasáb alapterületét jelöljük *T*-vel. Az ötszög oldalai *a, b, c, d,* és *e.* Ha *m* a testmagassága, mekkora a hasáb felszíne?

Közepesen nehéz feladat, absztrakt gondolkodásra van szükség.

$A_{egyenes\ ötszögalapú\ hasáb} = \mathbf{2 \cdot \mathit{T} + (\mathit{a} + \mathit{b} + \mathit{c} + \mathit{d} + \mathit{e}) \cdot \mathit{m}}$

2. Egyenes hasábok felszínének kiszámítása (összetett példák)

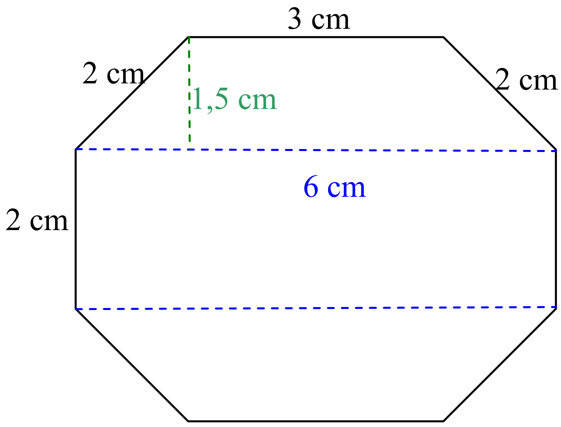
Gyorsabban haladó vagy nagyobb óraszámban tanuló osztályoknál használható gyakoroltató feladatsor. A gyerekek csoportban megoldják a 3. feladatlapjának feladatait. Végül frontálisan megbeszélik a megoldásokat.

3. FELADATLAP

Hasábok felszíne – összetett példák

1. Egy erdélyi faragott fából készült íróasztali ceruzatartó dobozka nyolcszög alapú egyenes hasáb.

Alaplapjának méretei:



Mekkora területű csomagolópapírba tudom becsomagolni, ha a ceruzatartó magassága 10 cm, és hulladékra, illetve csomagolásra 20% kell a csomagolópapírból körülbelül? (A ceruzatartónak nincs fedele, de csomagolópapír természetesen arra a részre is kell.) A ceruzatartó alaplapjának méretei:

$T_{alaplap} = 6\cdot 2 + \left(\frac{6+3}{2}\cdot 1{,}5\right)\cdot 2 = 25{,}5\ (\text{cm}^2)$

$K_{alaplap} = 2 \cdot 3 + 6 \cdot 2 = 18$ (cm)

$A_{hasáb} = 2 \cdot 25{,}5 + 18 \cdot 10 = 231\ (\text{cm}^2)$

+20%: $231 \cdot 1{,}2 =$ **277,2 (cm²)**

2. Mennyi festékre van szükségünk egy egyenes hasáb alakú kerámia váza oldalának egyenletes befestéséhez, ha magassága 3 dm, a váza alaplapja szabályos háromszög, melynek oldala 0,7 dm? 1 liter festék 6 m^2 felület befestésére elegendő. (A váza alját nem festjük be, csak az oldalait kívülről.)

$T_{palást} = 0{,}7 \cdot 3 \cdot 3 = 6{,}3\ \text{dm}^2 = 0{,}063\ \text{m}^2$

$\frac{1}{6}$ liter festék 1 m^2-re elegendő. 0,063 : 6 = 0,0105 l = **1,05 ml** festékre lesz szükségünk.

3. Szabályos hatszög alapú egyenes hasáb testmagassága 4,5 dm. A hatszög oldala 4 dm. Szerkeszd meg az alaplapot! Állapítsd meg a felszínét!

Nehezebb feladat, időigényes, mert szerkeszteni kell.

A hatszög megszerkesztése után pl. darabolhatja 6 egybevágó egyenlőszárú háromszögre, melyek magassága kb.: 3,5 dm.

$T_{alap} = 6 \cdot \frac{4 \cdot 3,5}{2} = 42(\text{dm}^2)$

$A_{hasáb} = 2 \cdot 42 + (6 \cdot 4) \cdot 4,5 = 84 + 108 = 192(\text{cm}^2)$

4. Egy bonbonos doboz alapja szimmetrikus trapéz, melynek szára 1 dm, alapjai 14 cm és 26 cm. A trapéz magassága 8 cm. Ha a doboz magassága 5 cm, mekkora papírból gyártották? (A ragasztásra és illesztésre kb. 10% anyagot hagytak.) Készíts vázlatot az alaplapról! Tüntesd fel a megadott hosszakat!

Közepesen nehéz feladat, időigényes, mert sok a számolás. El kell képzelnie a hálót.

$T_{alap} = \frac{14+26}{2} \cdot 8 = 160$ (cm^2). $K_{alap} = 2 \cdot 10 + 14 + 26 = 60$ (cm).

$A_{hasáb} = 2 \cdot 160 + 60 \cdot 5 = 620$ (cm^2).

$+ 10\ \% = 620 \cdot 1,1 =$ **682 cm^2.**

5. Egy paralelogramma alapú egyenes hasáb magassága és alaplapjának egyik oldala 5 cm. Az alaplapot alkotó paralelogramma másik oldala 4 cm, egyik belső szöge 45°. Szerkeszd meg az alaplapot! A szükséges adatok lemérése után állapítsd meg a hasáb felszínét!

Közepesen nehéz feladat, de időigényes, mert szerkeszteni kell.

A paralelogramma 5 cm-es oldalához tartozó magassága kb. 2,8 cm, 4 cm-es oldalához tartozó magassága 3,5 cm.

$T_{alap} = 5 \cdot 2,8 = 14$ (cm^2), $K_{alap} = 2 \cdot (5 + 4) = 18$ (cm),

$A_{hasáb} = 2 \cdot 14 + 18 \cdot 5 =$ **118 cm^2**

6. Mekkora a felszíne annak a deltoid alapú egyenes hasábnak, melynek alaplapja 4 és 7 cm oldalú deltoid, szimmetriaátlója 9 cm? A test magassága 1 dm.

Közepesen nehéz feladat, de időigényes, mert szerkeszteni kell.

Meg kell szerkeszteni az alaplapot, majd le kell mérni a szükséges adatokat.

$f = 9$ cm (szimmetria átló), $e \approx 6$ cm (szerkesztés után lemérhető)

$T_{alap} = \frac{9 \cdot 6}{2} = 27$ (cm^2), $K_{alap} = 2 \cdot (7 + 4) = 22$ (cm),

$A_{hasáb} = 2 \cdot 27 + 22 \cdot 10 =$ **274 cm^2**

A feladat kapcsán megbeszélhetjük, lerajzolhatjuk hogyan néz ki a váza. Melyik részét festjük be? (A palástot kívülről.) A hasáb melyik adatát kell kiszámolni? (A palást területét.) Van-e adat, ami hiányzik? (Nincs, mert nincs szükség az alaplap területére.)

IV. Forgáshengerek felszínszámításának gyakorlása

1. Forgáshengerek felszínének kiszámítása (egyszerű példák)

4. FELADATLAP

Forgáshengerek felszíne – egyszerű példák

1. Mekkora a felszíne a forgáshengernek, ha
a) alapkörének sugara 4 cm, magassága 10 cm?
Szerkeszd meg a hálóját!
$T_{alap} = 50,24\ cm^2$, $K_{alap} = 25,12$ cm,
$A_{henger} = 2 \cdot 50,24 + 25,12 \cdot 10 = \mathbf{351,68\ (cm^2)}$
b) alapkörének sugara 6 cm, magassága 3 cm?
Szerkeszd meg a hálóját!
$T_{alap} = 113,04\ cm^2$, $K_{alap} = 37,68$ cm,
$A_{henger} = 2 \cdot 113,04 + 37,68 \cdot 3 = \mathbf{339,12\ (cm^2)}$
c) alapkörének átmérője 2 m, magassága 0,8 m?
$T_{alap} = 3,14\ m^2$, $K_{alap} = 6,28$ m,
$A_{henger} = 2 \cdot 3,14 + 6,28 \cdot 0,8 = \mathbf{11,304\ (m^2)}$

2. Egy forgáshenger alakú gázcső hossza 3 m. Átmérője 20 cm. Hány négyzetméter vaslemezből gyártották?
$T_{palást} = 3 \cdot 2 \cdot 0,1 \cdot \pi = \mathbf{1,884\ (m^2)}$

3. Mekkora a magassága az egyenes körhengernek, ha alapkörének sugara 3 cm, felszíne 169,56 cm^2?
$A_{henger} = 169,56\ (cm^2) = 2 \cdot 3^2 \cdot \pi + 2 \cdot 3 \cdot \pi \cdot m$
$169,56 = 56,52 + 18,84 \cdot m \Rightarrow 113,04 = 18,84 \cdot m \Rightarrow 6 = m$
A henger magassága **6 cm**.

4. Egy májkrém konzerv magassága 38 mm, átmérője pedig 54 mm. Mennyi fémlemez szükséges az elkészítéséhez? (A májkonzervet szabályos egyenes körhengernek tekintjük, a tetején és alján körbefutó peremtől eltekintünk.)
$T_{alap} = 2289,1\ mm^2$, $K_{alap} = 170$ mm,
$A_{konzerv} = 2 \cdot 2289,1 + 169,6 \cdot 38 = 4578,2 + 6444,8 = \mathbf{11023\ mm^2 \approx 11\ cm^2}$**.**

5. Egy Túró Rudi keresztmetszetének átmérője kb. 2 cm, hossza 8 cm. Hány cm^2 étcsokoládé bevonóval készítették el?
$T_{alap} = 3,14\ cm^2$, $K_{alap} = 6,28$ cm,
$A_{Túró\ Rudi} = 2 \cdot 3,14 + 6,28 \cdot 8 = \mathbf{56,52\ (cm^2)}$

2. Forgáshengerek felszínének kiszámítása (összetett példák)

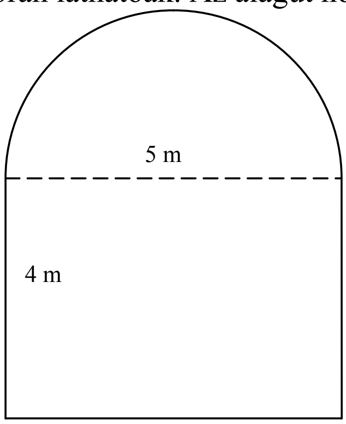
5. FELADATLAP

Forgáshengerek felszíne – összetett példák

1.) Egy gyerekmedence a strandon forgáshenger alakú. Az oldalát és az alját szeretnénk befesteni. Mennyi festéket vásároljunk, ha 1 liter festék kb. 6 m^2 felület befestésére elegendő, és kétszer akarjuk átfesteni a medencét? A medence fél méter mély, és alapkörének átmérője 2 m?

$T_{alap} = 3{,}14 \text{ m}^2$, $K_{alap} = 6{,}28$ m,
$A_{medence} = 3{,}14 + 6{,}28 \cdot 0{,}5 = 6{,}28\ (\text{m}^2)$
$6{,}28 : 6 = 1{,}05$
$2 \cdot 1{,}05 = 2{,}1$
Alig több, mint **2 liter** festék kell.

2.) Egy vasúti alagutat felújítanak: A belső falát lemossák nagynyomású vízsugárral. Hány négyzetmétert kell megtisztítani, ha az alagút keresztmetszete egy téglalapból és egy félkörből kirakható? A méretek az alábbi ábrán láthatóak. Az alagút hossza 15 m.



Csak a palást területét kell kiszámolni.

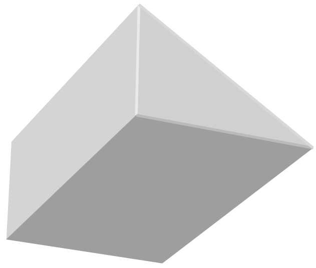
$T_{palást} = (2{,}5 \cdot \pi + 2 \cdot 4) \cdot 15 = \mathbf{237{,}8\ m^2}$

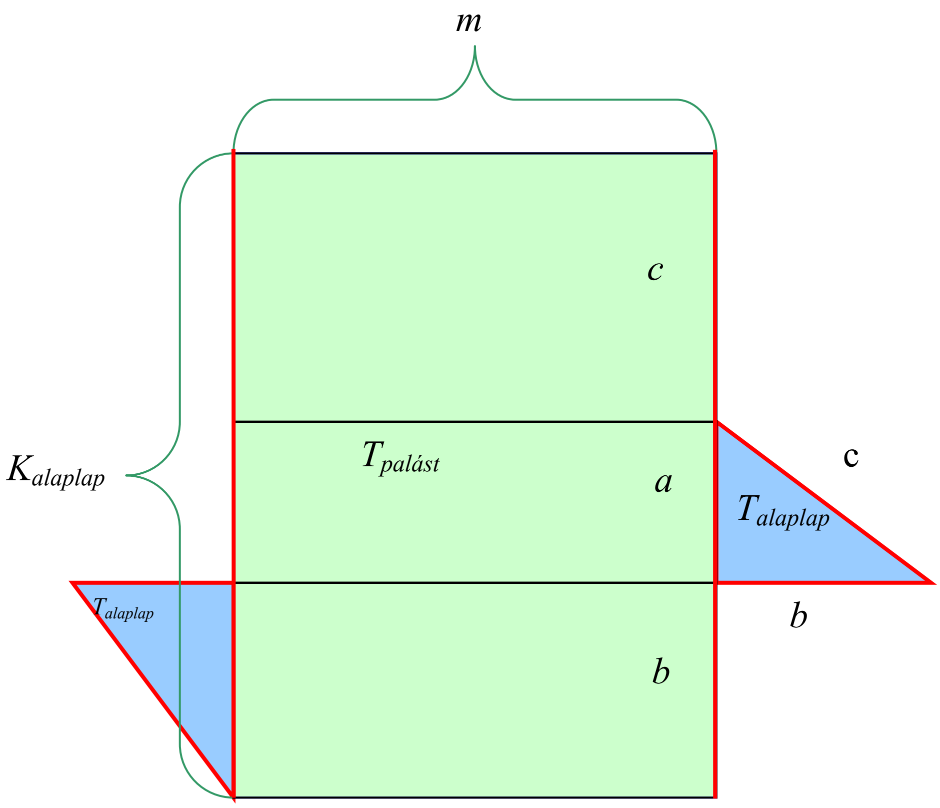
3.) Mekkora annak a hengernek a felszíne, melynek alaplapja 153,86 dm^2, és magassága megegyezik az alapkörének átmérőjével?

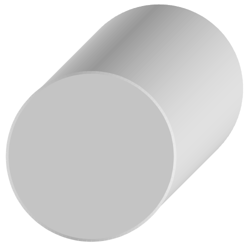
$T_{alap} = 153{,}86 \text{ dm}^2 = r^2 \cdot \pi \Rightarrow r^2 = 49 \Rightarrow r = 7$ dm (Következtetéssel, hiszen gyökvonást még nem tanultak.)
$r = 7$ dm, $m = 14$ dm
$T_{alap} = 153{,}86 \text{ dm}^2$, $K_{alap} = 43{,}96$ dm,
$A_{henger} = 2 \cdot 153{,}86 + 43{,}96 \cdot 14 = \mathbf{923{,}16\ dm^2 \approx 9{,}23\ m^2}$

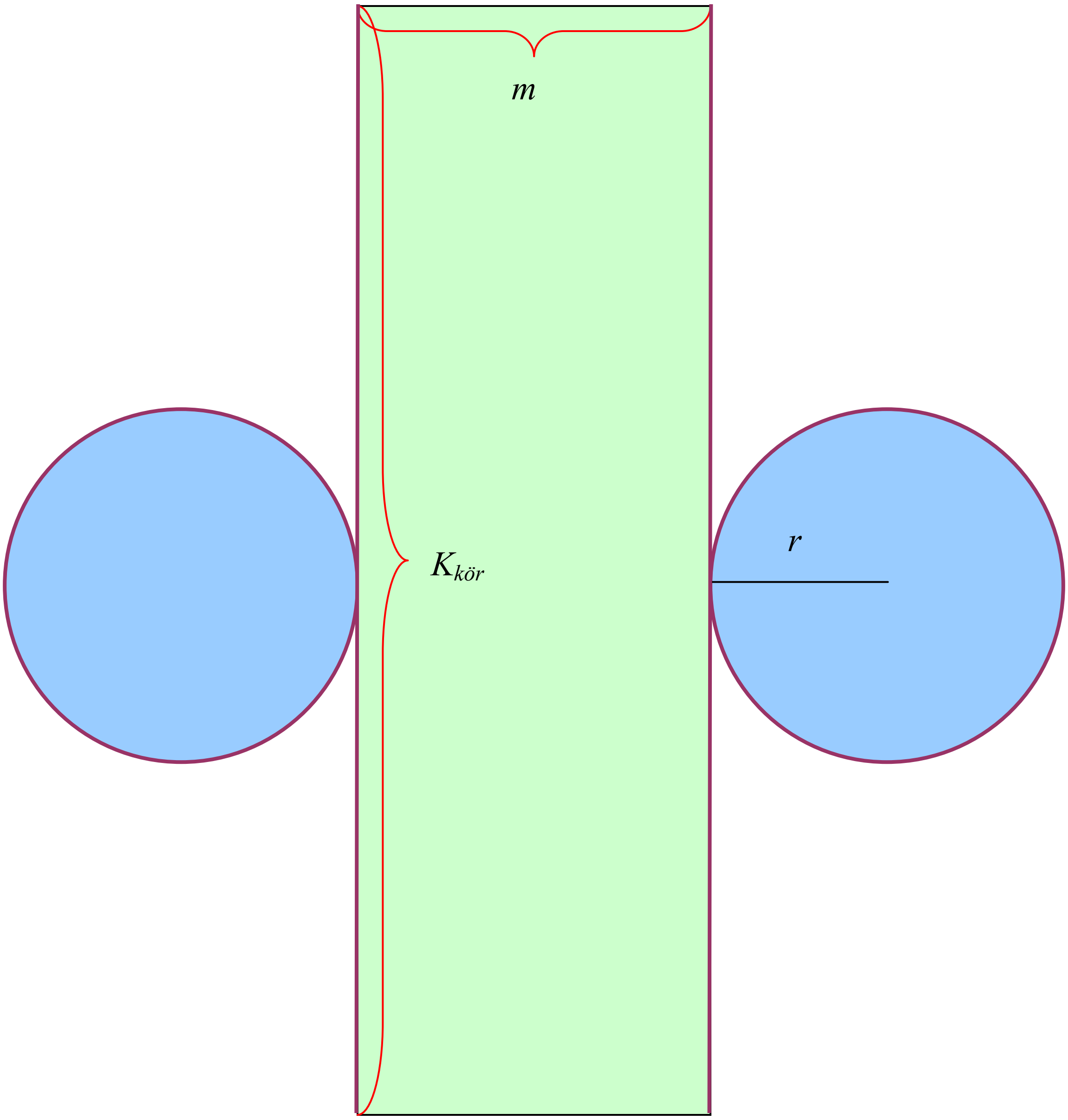
0782 – 1. tanári melléklet

Színes írásvetítő fóliára nyomtatva osztályonként 1 db, ebben a méretben (A4-es).








m
$K_{kör}$
r