

---

# ALGEBRA

Egyenletek, egyenlőtlenségek

---

KÉSZÍTETTE: HARSÁNYI ZSUZSA

## MODULLEÍRÁS

<b>A modul célja</b>	Jártasság szerzése az egyenletek, egyenlőtlenségek megoldásában. A lebontogatás és a mérlegelv pontosítása, begyakorlása. A megoldáshalmaz (igazsághalmaz) fogalmának érlelése. Gyakorlatot szerezzenek a tanulók a szöveg matematika nyelvére való lefordításában, a megoldási terv készítésében és az eredmény ellenőrzésében.
<b>Időkeret</b>	5 óra
<b>Ajánlott korosztály</b>	7. évfolyam
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	<p><i>Tágabb környezetben:</i> fizika, kémia, gazdasági feladatok, környezettan.</p> <p><i>Szűkebb környezetben:</i> függvénygrafikonok metszéspontjának kiszámítása.</p> <p><i>Ajánlott megelőző tevékenységek:</i> hatodik osztályban tapasztalt megoldási módszerek felidézése. Szöveges feladatok megoldása következtetéssel, lebontogatással, algebrai kifejezések, racionális számok körében végzett műveletek.</p> <p><i>Ajánlott követő tevékenységek:</i> az egyenletek, egyenlőtlenségek alkalmazása a szöveges feladatok megoldásában, 8.-ban és a későbbi tanulmányokban előkerülő fejezetekben. Függvénygrafikonok metszéspontja, tengelymetszetek, gyakorlati feladatok, szöveges feladatok.</p>
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	<p><i>Számolás:</i> algebrai kifejezések egyenlőségének kifejezése, helyettesítési érték kiszámítása, egyenletek, egyenlőtlenségek ellenőrzése.</p> <p><i>Mennyiségi következtetés:</i> az algebrai kifejezések egyenlőségét, egyenlőtlenségét kereső „játékokban”.</p> <p><i>Szövegértés, szöveges feladat megoldás, metakogníció:</i> egyszerűen megfogalmazott utasítások lefordítása, szöveges feladatok matematikai „csontvázának” leírása, a megoldások ellenőrzése.</p> <p><i>Rendszerezés, kombináció:</i> az egyenletek, egyenlőtlenségek megoldásának módszeres próbálgatása, megoldásuk alkalmával többféle sorrend megkeresése, gyökeinek halmazokba rendezése, szöveges feladatok kiinduló adatainak megváltoztatása.</p> <p><i>Deduktív, induktív következtetés:</i> azonosság fogalma, ekvivalens átalakítások fogalmának előkészítése a kétkarú mérleg elvével. Azonos és ekvivalens átalakítások. A lépések megfordíthatósága. Gyakorlati alkalmazás.</p>

## AJÁNLÁS

A modul feldolgozása kooperatív módszerekkel történik. A gyerekek négy fős csoportban dolgoznak a modulban leírtak szerint. Mielőtt elkezdődik a tényleges munka, időt kell szánni a csoportok megalakítására; pl. szétvágott képeslapok segítségével a véletlen alakítja ki a vegyes (nemek, képességek szerinti) csoportokat. Ebben a modulban a szóforgó, a feladatküldés, a páros munka, a diákkvartett módszereit alkalmazzuk. A csomagolópapírra készített rajzokat érdemes kirakni az osztályterem falára. Természetesen a kooperatív módszerekkel szervezett tanítási/tanulási mód csak ajánlás. Minden tanárnak javasoljuk, hogy próbálja meg a leírtaknak megfelelően feldolgozni a témákat. Előfordulhat, hogy a gyerekek olvasási, szövegértési problémákkal küzdenek és emiatt a tanár úgy ítéli meg, hogy több tanári magyarázatra van szükség. Ilyenkor a tanár belátására bízunk, hogy milyen módszereket alkalmaz.

Nagyon fontosnak tartjuk, hogy a feladatokat a megadott sorrendben dolgozzák fel, ugyanis azt szeretnénk, hogy a gyerekek a feladatok megoldása során szerzett tapasztalataikat és az eredményeket alkalmazva önállóan jussanak el az új ismeretekhez. Természetesen az ajánlott kooperatív módszerek vagy az önálló ismeretszerzési lehetőségek nem nélkülözhetik a tanári aprómunkát. Amennyiben a tanár úgy látja, hogy az osztály a megadott órakeretben nem tud végezni a feladatokkal, értelemszerűen rugalmasan válogasson közülük.

## TÁMOGATÓ RENDSZER

Ebben a modulban pontosítjuk az egyenletek fogalmát (egyenletet kapunk, ha két algebrai kifejezés közé egyenlőségjelet írunk). Az egyenlet megoldásakor meg kell keresni az összes olyan számot, amelyre igaz lesz a két algebrai kifejezés helyettesítési értékének egyenlősége, a megoldáshalmaz vagy igazsághalmaz fogalmát (azon számok halmaza, melyekre igaz az egyenlőség) ebben a modulban pontosítjuk. Újra pontosítjuk az azonosság fogalmát. Az egyenletek, egyenlőtlenségek átalakítása során foglalkozunk az ekvivalens átalakításokkal, ezeket még nem szükséges meghatározni, azonban érdemes megalapozni a fogalmat. Tudatosítani kell, hogy az azonos átalakítások között vannak olyanok, amelyek megváltoztatják az eredeti egyenlet, egyenlőtlenség igazsághalmazát (pl. ha negatív számmal szorozzuk, vagy osztjuk az egyenlőtlenség mindkét oldalát illetve ha 0-val szorozzuk az egyenlőség, egyenlőtlenség mindkét oldalát).

## ÉRTÉKELÉS

Az egyéni és csoportos munka megfigyelése alapján értékelünk.

# MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, Feladatok
<b>I. Egyenletek megoldása</b>			
1.	Ráhangolás (egyszerű egyenletek megoldásával csoportalakítás)	számolás, rendezés, mennyiségi következtetés, szövegértés, kreativitás, indukción, dedukción, kombináción	1. tanári melléklet: Kártya
2.	A meglévő tudás előhívása (a mérlegelv megjelenítése)		2. tanári melléklet
<b>II Egyenletek megoldása mérlegelvvvel és lebontogatással</b>			
1.	A mérlegelv előkészítése	számolás, rendezés, mennyiségi következtetés, szövegértés, kreativitás, indukción, dedukción, kombináción	Ruhafogas, színesrúd-készlet, boríték, nejlonzacskó,
2.	Egyenletek algebrai megoldásának előkészítése		1. feladatlap
<b>III Egyszerű egyenletek megoldásának gyakorlása</b>			
1.	12 egyenlet	számolás, rendezés, mennyiségi következtetés, szövegértés, kreativitás, indukción, dedukción, kombináción	3. tanári melléklet, csomagolópapír, ragasztó, írópapír
2.	Vegyes egyenletek megoldása		2. feladatlap
<b>IV Egyenlőtlenségek megoldása</b>			
1.	Egyenlőtlenségek irányának vizsgálata.	kooperatív, szakértői mozaik	3. feladatlap gyurma, színes kréta
2.	Gyakorlás		4. feladatlap

<b>V. Szöveges feladatok megoldása</b>			
1.	Rávezetés a szöveges feladatok megoldására	Szövegértés, problémamegoldás, metakogníció, következtetés	5. feladatlap
2.	Gyakorlás szakértői mozaikkal		6. feladatlap
3.	Gyakorlás páros és önálló munkával		7. feladatlap

# A FELDOLGOZÁS MENETE

## I. Egyenletek megoldása

### 1. Ráhangolás (egyszerű egyenletek megoldásával csoportalakítás)

A következőkben az egyenletek fogalmát alapozzuk, mélyítjük, függetlenül attól, hogy a gyerekek már régebben is találkoztak a témakörrel. Tapasztalataink szerint a fogalmak, eljárások ismétlése hozzájárul ahhoz, hogy a gyerekek alapos, biztos és alkalmazható tudást szerezzenek.

Vizsgáljuk algebrai kifejezések helyettesítési értékét!

A táblára írjunk fel két kifejezést: pl.  $3x+18$  és  $2x-2$ ! Jelöljük meg az egyiket piros színnel, a másikat kékkel!

Szólítsuk fel a gyerekeket, hogy mondjanak az  $x$  helyére beírandó értékeket! Számoljuk ki a helyettesítési értékeket, és írjuk a táblára az alábbiak szerint:

$x$	piros	relációs jel	kék
pl: 2	24	>	2

majd folytassuk a játékot újabb számok behelyettesítésével!

Az az  $x$  érték nyer, amelyiknél két kifejezés helyettesítési értéke megegyezik.

Írassuk le a füzetbe a lépéseket!

Ezután alakítsunk csoportokat!

A csoportalakítás nagyon egyszerű egyenletek megoldásának kitalálásával történik.

„Keresd a párod!” játékot játsszuk. A kártyákon (**1. tanári melléklet**) egyszerű, fejben kitalálható egyenlőségek vannak felírva. Két – két kártya megoldása megegyezik. A kérdés mindig az, hogy melyik számra gondoltunk.

**1. tanári melléklet (megoldással)** – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

$a + 9 = 47$	$a - 11 = 27$	$a = 38$	$a + 6 = 59$	$a - 22 = 31$	$a = 53$
$\frac{a}{2} + 10 = 18$	$2a - 16 = 16$	$a = 16$	$\frac{a}{3} + 5 = 13$	$a - 25 = -1$	$a = 24$
$a + 11 = 12$	$a - 7 = -6$	$a = 1$	$a + 25 = 28$	$2a + 10 = 16$	$a = 3$
$13 + a = 17$	$24 + a = 28$	$a = 4$	$3a + 12 = 36$	$a + 1 = 9$	$a = 8$
$a - 8 = 17$	$a + 20 = 45$	$a = 25$	$a + 37 = 47$	$\frac{a}{2} + 2 = 7$	$a = 10$
$4a = 36$	$9 + a = 18$	$a = 9$	$20 + 2a = 60$	$\frac{a}{2} + 1 = 11$	$a = 20$
$\frac{a}{3} = 4$	$18 + a = 30$	$a = 12$	$4a - 2 = 42$	$34 - 2a = 12$	$a = 11$
$a - 16 = 15$	$2a = 62$	$a = 31$	$2a - 7 = 43$	$a + 18 = 43$	$a = 25$

(Hasonlókat lehet csinálni az osztály létszámának megfelelően.)

A játékban a következő utasítást kapják a tanulók:

### „Keresd a párod!”

Húzzatok egy-egy kártyát a tanárotok által adott pakliból, és találjátok ki, hogy a rajta lévő egyenlőség melyik számra igaz, majd keressétek meg azt a társatokat, akinek a kártyáján lévő egyenlőség ugyanerre a számra igaz. Az így kialakított párban válasszatok magatok mellé egy másik párt, és ez lesz az a csoport, amelyikben a következőkben dolgozni fogtok.

## 2. A meglévő tudás előhívása (a mérlegelv megjelenítése)

A következő játéknak az a célja, hogy a gyerekek eddigi ismereteik segítségével megtalálják azt a számot, amely egyenlővé teheti két algebrai kifejezés helyettesítési értékét. A gyorsabban haladó osztályokban fontosnak tartjuk, hogy a gyerekek maguk jöjjenek rá az algebrai, illetve grafikus megoldási módra. A lassabban haladóknál elégedjünk meg azzal, ha a gyerekek találgatással kapják meg a jó eredményt. A közös megbeszéléskor mindenképpen mutassuk meg a függvények fejezetben tanult grafikus megoldást, és a tavalyi tanévben előforduló algebrai megoldást. Az algebrai megoldást a továbbiakban fogjuk elmélyíteni, ezért elég, ha itt csak röviden foglalkozunk vele.

### Kitalálós játék

Először minden gyerek olvassa el a szöveget! Győződjünk meg arról, hogy biztosan értik-e! Osszuk ki a kártyákat! (2. tanári mellélet, minden csoport 1 kártyát kap.)

Válasszatok a csoporton belül egy játékvezetőt! A játékvezető a tanártól kap egy kártyát, amelyen két algebrai kifejezés van. Ezek után a játékvezető megkérdezi: találjátok ki, melyik az a szám, amelyikre ez a két kifejezés egyenlő. A szóforgó módszerével mondjatok egy-egy számot. A csoport behelyettesítéssel ellenőrizze, hogy ez a szám megfelel-e! A játékvezető jegyzi, hány lépéssel találták meg a megfelelő számot.

A játékszabályok ismertetése után a gyerekek eljátsszák a Kitalálós játékot, majd eredményt hirdetünk. Az a csoport nyer, amelyik a legkevesebb lépéssel találta ki a számot. A jó stratégiát beszéljük meg közösen.

2. tanári mellélet (megoldással) – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

$2x + 4$ és $3x + 1$ $x = 3$ A kif. értéke: 10	$4x - 5$ és $2x + 15$ $x = 10$ A kif. értéke: 35	$5x + 5$ és $10x - 40$ $x = 9$ A kif. értéke: 50	$6x - 2$ és $9x - 8$ $x = 2$ A kif. értéke: 10
$8x - 3$ és $3x + 27$ $x = 6$ A kif. értéke: 43	$57 - 6x$ és $5x + 2$ $x = 5$ A kif. értéke: 27	$5x - 9$ és $3x + 5$ $x = 7$ A kif. értéke: 26	$7x - 7$ és $73 - 3x$ $x = 8$ A kif. értéke: 49

## II. Egyenletek megoldása mérlegelvvel és lebontogatással

### 1. A mérlegelv előkészítése

Frontális munkával a mérlegelvet készítjük elő. Szükséges hozzá egy szoknya felakasztására is alkalmas ruhafogas, színes rúd készlet, 10 üres boríték és két átlátszó, felakasztható nejlonzsák.

Tegyünk az egyik zsákba 3 borítékot és 3 egyes rudat, a másikba két borítékot, 3 egyes és egy 12 egységnyi rudat! Mondjuk el, hogy mi van a két zsákban! A két zsákot akasszuk fel a fogasra!

Tegyük fel a következő kérdést: egy boríték hány egységnyi rúddal helyettesíthető?

Közljük, hogy a fogas egyensúlyban van, és minden boríték ugyanannyi egységnyi színes rúdnak felel meg!

Az a kérdés, egy boríték hány egységnyi rúddal helyettesíthető.

Írjuk fel a táblára, hogy  $3\Box + 3 = 2\Box + 15$ !

Nevezzük el a négyzetet  $x$ -nek, így a táblán a  $3x + 3 = 2x + 15$  lesz.

Vegyük ki mindkét zsákból a 3-3 db egyes rudat! Kérdezzük meg, mit tapasztalunk! (A fogas egyensúlyban marad.)

Írjuk fel a táblára,  $3x = 2x + 12$ !

Vegyünk ki mindkét zsákból 2 db borítékot! Az egyensúly nyilván megmarad.

Kérdezzük meg, hogyan írható le ez az állapot? ( $x = 12$ )

Közösen fogalmazzuk meg a választ: ha egy borítékot 12 egységnyi rúddal helyettesítünk, a fogas egyensúlyban marad.

Most 5 borítékot és 4 egységnyi rudat tegyünk az egyikbe, 3 borítékot, 1 négyes és 2 db egyes rudat a másikba! Játsszuk el az előzőhöz hasonlóan!

A táblára írjuk fel a lépéseket az alábbiak szerint!

$$5x + 4 = 3x + 6$$

$$5x = 3x + 2$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

A választ az előzőkhöz hasonlóan fogalmazzuk meg!

## 2. Egyenletek algebrai megoldásának előkészítése.

A következő feladatlap az egyenletek algebrai megoldását készíti elő. Azért vezetjük végig a gyerekeket a számpéldákon, hogy képesek legyenek arra, hogy az egyenletek megoldási lépéseit önállóan találják ki. A gyorsabban haladó osztályokban jó lenne a könnyebbeket is megoldatni, ugyanis nagyon fontosnak tartjuk, hogy a mérlegelvet és a lebontogatásos módszert pontosan értsék. A szakértői mozaik módszerét használjuk. Figyeljünk arra, hogy a C, és D jelűek nehezebbek és így ennek megfelelően irányíthatjuk a betűjel választást! A kérdés, amelyre a végén válaszolunk, „Milyen számra lesz igaz az egyenlőség?”.

### 1. FELADATLAP

A csoporton belül válasszatok az A, B, C, D betűk közül, és oldjátok meg a jelölészeteknek megfelelő feladatot! Ha készen vagytok, társaitoknak sorban magyarázzátok el a feladatok megoldását! Füzetetekbe mind a négy feladatmegoldást írtátok le!

— A —

$2 \cdot 7 + 6 = 20$ . Ez egy igaz egyenlőség. Hogyan lehet a 7-et az egyenlőségben szereplő számokkal kifejezni?

Ha nem adnánk a  $2 \cdot 7$ -hez hozzá 6-ot, akkor a 20-nál 6-tal kisebb számot, azaz  $2 \cdot 7 = 14$  igaz

egyenlőséget kapnánk. Ha nem szoroznánk meg a 7-et 2-vel, akkor a  $7 = \frac{14}{2}$  igaz

egyenlőséget kapjuk.



Milyen számra igaz a következő egyenlőség?

$2x + 6 = 20$ . Van olyan értéke  $x$ -nek, amelyre igaz az egyenlőség. Melyik ez? Folytasd!

— B —

$\frac{10 \cdot 3}{5} + 7 = 13$  Ez igaz egyenlőség. Hogyan lehet a 3-at az egyenlőségben szereplő számokkal kifejezni?

Ha nem adnánk hozzá a  $\frac{10 \cdot 3}{5}$ -höz a 7-et, akkor a 13-nál 7-tel kisebb számot, azaz  $\frac{10 \cdot 3}{5} = 6$

igaz egyenlőséget kapnánk. Ha nem osztanánk el 5-tel a  $10 \cdot 3$ -at, akkor az eredmény a 6-nak 5-szöröse, azaz  $10 \cdot 3 = 30$  lenne. Ha nem szoroznánk meg a 3-at 10-zel, akkor a  $3 = 3$  igaz egyenlőséget kapjuk.

Milyen számra igaz az egyenlőség?

$\frac{10 \cdot x}{5} + 7 = 13$  Van olyan értéke  $x$ -nek, amelyre igaz az egyenlőség. Melyik ez? Folytasd!

— C —

$4 \cdot (-2) - 7 = -15$  Ez igaz egyenlőség. Hogyan lehet a 2-t az egyenlőségben szereplő számokkal kifejezni?

Igaz marad az egyenlőség, ha mindkét oldalát 7-tel növeljük:

$$4 \cdot (-2) - 7 = -15 \quad / +7 \text{ (így szokták jelölni)}$$

$$4 \cdot (-2) = -8$$

Nem változik az egyenlőség, ha mindkét oldalát negyedére csökkentjük, azaz elosztjuk 4-gyel

$$4 \cdot (-2) = -8 \quad / :4$$

$-2 = -2$  igaz egyenlőséget kapjuk.

Milyen számra igaz az egyenlőség?

$4 \cdot x - 7 = -15$  Van olyan értéke  $x$ -nek, amelyre igaz az egyenlőség. Melyik ez? Folytasd!

— D —

$\frac{5 \cdot 6 + 3}{11} - 9 = -6$  Ez igaz egyenlőség. Hogyan lehet a 6-ot az egyenlőségben szereplő számokkal kifejezni?

Igaz marad az egyenlőség, ha mindkét oldalát 9-cel csökkentjük:

$$\frac{5 \cdot 6 + 3}{11} - 9 = -6 \quad / -9 \text{ (így szokták jelölni)}$$

$$\frac{5 \cdot 6 + 3}{11} = +3 \text{ kapjuk.}$$

Nem változik az egyenlőség, ha mindkét oldalát megszorozzuk 11-gyel:

$$\frac{5 \cdot 6 + 3}{11} = +3 \quad / \cdot 11$$

$$5 \cdot 6 + 3 = 33$$

Nem változik az egyenlőség, ha mindkét oldalából kivonunk 3-at.

$$5 \cdot 6 + 3 = 33 \quad / -3$$

$$5 \cdot 6 = 30$$

Nem változik az egyenlőség, ha mindkét oldalát elosztjuk 5-tel.

$$5 \cdot 6 = 30 \quad / : 5$$

$$6 = 6 \quad \text{igaz egyenlőséget kapjuk.}$$

Milyen számra igaz az egyenlőség?

$$\frac{5x + 3}{11} - 9 = -6$$

$x$ -nek van olyan értéke, amire igaz ez az egyenlőség. Melyik az? Folytasd!

Ha készen vannak, a megértést a következő kérdésekkel ellenőrizzük. Az ellenőrzést a diákkvartett módszerével végezzük. Érdemes megemlíteni, hogy az A, B feladatban leírtakat lebontogatásnak, a C, D-ben leírtat mérlegelvnek hívjuk.

Kérdések:

1. Igaz-e, hogy az egyenletek megoldása során arra törekedtünk, hogy az egyenlet egyik oldalán csak az ismeretlen maradjon, a másik oldalon pedig egy szám maradjon?
2. Igaz-e, hogy igaz marad az egyenlőség, ha az egyenlet mindkét oldalához egy számot vagy adunk hozzá?
3. Igaz-e, hogy igaz marad az egyenlőség, ha az egyenlet mindkét oldalából egy számot vagy elveszünk?
4. Igaz-e, hogy igaz marad az egyenlőség, ha az egyenlet mindkét oldalát ugyanazzal a számmal szorozzuk vagy osztjuk?

(Vigyázzunk, ez az állítás nem igaz, úgy kell javítani, hogy az egyenlet mindkét oldalát ugyanazzal a 0-tól különböző számmal szorozzuk, vagy osztjuk! Az igaz állításokat le kell írni a füzetbe!)

TUDNIVALÓ:

Az egyenletek megoldásakor megtehetjük, hogy

- mindkét oldalához ugyanazt a számot adhatjuk hozzá, illetve mindkét oldalából ugyanazt a számot kifejezést vonhatjuk ki;
- mindkét oldalt ugyanazzal a 0-tól különböző számmal szorozhatjuk, illetve oszthatjuk.

Otthoni munkára a feladatgyűjteményből válasszunk néhány egyszerűbb feladatot.

### III Egyszerű egyenletek megoldásának gyakorlása

#### 1. 12 egyenlet

Egyenletek megoldását gyakoroljuk. Használjuk a kártyákra felírt egyenleteket! (**3. tanári melléklet**) A kártyákat tegyük be egy borítékba, és annyi borítékot készítsünk, ahány csoport van az osztályban! Osszuk ki a borítékokat!

**3. tanári melléklet (megoldással)** – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

$3x - 4x + 10 - 90 + 9x = 0$ $x = 10$	$2x - 7 + 4x + 2x - 6x = 11$ $x = 9$	$5x + 20 + 9x - 14x + 2x = 40$ $x = 10$
$8x - (4x + 8) = 8$ $x = 4$	$7x - 5 - (9 - 4x) = 8$ $x = 2$	$3x - (5 - 6x) = 4$ $x = 1$
$2x + 5(x + 2) = 45$ $x = 5$	$4x + 6(x - 3) = 2$ $x = 2$	$-5(x + 2) + 5x = 20$ $\text{nincs megoldás}$
$8x + 4(x - 5) = -8$ $x = 1$	$5x - 3(x - 1) = -5$ $x = -4$	$6x - 3(1 - 2x) = 9$ $x = 1$

Mindannyian húzzatok a tanár által kapott borítékból három kártyát. Oldjátok meg az egyenleteiteket, majd ellenőriztétek társatok kidolgozását (ezt írjátok is alá). A tizenkét darab feladat kidolgozását ragasszátok fel egy csomagolópapírra, hogy a tanár ellenőrizhesse.

## 2. Vegyes egyenletek megoldása

A következő feladatlapot a diákok önállóan oldják meg. Egy-egy feladat megoldása után a párjukkal cserélik ki a füzetüket és ellenőrizték egymás munkáját!

A szöveges feladatok megoldása általában nehezen megy. Ezért ajánljuk, hogy a lassabban haladó osztályokban néhány feladat kidolgozását közösen megbeszélve, táblai munkával kísérve végezzük. Így módszereket is mutathatunk a szöveges feladatok megoldására.

## 2. FELADATLAP

A feladatokat önállóan oldjátok meg, a megoldásokat egyenként beszéljétek meg a társaitokkal! A megoldásokat ne felejtsetek el ellenőrizni!

**1. Az  $A$  halmaz elemei a következő egyenletek megoldásai. Rendezd az  $A$  halmaz elemeit!**

Hány eleme van az  $A$  halmaznak?

Melyik  $x$ -re igaz, hogy

- |   |                 |
|---|-----------------|
| a) $5x - 2 = 28$  | 6               |
| b) $4(x - 2) = 24$  | 8               |
| c) $\frac{x - 4}{2} = 10$   | 24              |
| d) $3(x - 6) - 4x = 5$  | -23             |
| e) $6(x - 2) - 2 = 10$  | 4               |
| f) $4(2x + 3) - 5x - 7 = -1 - 3x$   | -1              |
| g) $7 - 2(x + 1) - 3(x - 2) = (4 - 3x) \cdot 2 - 4$                                   | -7              |
| h) $2x + \frac{3}{5}x + 1 = 3 + \frac{7}{2}x$   | $-\frac{20}{9}$ |
| i) $\left(\frac{3}{2}x + 1\right) - \left(\frac{2}{3}x - 2\right) = \frac{1}{3}x + 1$ | -4              |
| j) $10 = 2(5 - x) + 5(3 - x)$   | $\frac{15}{7}$  |
| k) $6(x - 4) + 3(x - 1) - 5(x + 2) + 3(8 - x) = -3 - x$                               | 5               |

$$\begin{array}{ll} \text{l)} & 3(x+7) + 2(9-x) = 60 + 4(x-5) & -\frac{1}{3} \\ \text{m)} & 2-x = \frac{1-3x}{4} & 7 \\ \text{n)} & 1,4 - 0,8(x+2) + 2,5(x-1) = 10,9 & 8 \end{array}$$

2. Oldd meg a szöveges feladatokat következtetéssel, vagy a szövegnek megfelelő egyenlet megoldásával.

a) Hány forintja van Péternek és Baláznak külön-külön, ha Péter pénze ötször annyi, mint Balázsé, és kettőjüknek összesen 4200 Ft-juk van?

$6x = 4200$ ;  $x = 700$  tehát Péternek 3500 Ft-ja, Baláznak 700 Ft-ja van

b) Hány fokosak a háromszög szögei, ha az egyik kétszer akkora, mint a másik, és a harmadik harminc fokos?

$3x + 30 = 180$ ;  $x = 50^\circ$ ;  $2x = 100^\circ$

c) Hány fiú- és hány lánytestvére van Lucának, ha a fiúk száma fele a lányokénak, és összesen kilencen vannak?

$3x = 9$ ;  $x = 3$  [fiúk];  $2x = 6$  [lányok], 3 fiú- és 5 lánytestvére van.

3. Egy anya 23 évvel idősebb a fiánál, és 5 évvel fiatalabb a férjénél. Hármuk életkora összesen 96 év. Hány évesek külön-külön?

$3x + 51 = 96$ ;  $x = 15$  [fiú]; 38 [anya]; 43 [férj]

4. Egy könyvvállvány két sorában összesen 66 könyv van. A felsőben 4-gyel több, mint az alsóban. Hány könyv van egy-egy sorban?

$2x + 4 = 66$ ;  $x = 31$  [alsó]; 35 [felső]

5. Egy egyenlő szárú háromszög szárai 1,5-ször akkora, mint az alapja. Mekkora a háromszög oldalai, ha tudjuk, hogy kerülete 40 cm?

$4x = 40$ ;  $x = 10$  cm [alap]; 15 cm [szárak]

6. Egy téglalap hosszúsága háromszor akkora, mint a szélessége. Kerülete 72 cm. Mekkora az oldalai?

$8x = 72$ ;  $x = 9$  cm [rövid oldal]; 27 cm [hosszú oldal]

7. Gondoltam egy számot, a kétszereséhez 27-et adtam. Így 71-et kaptam. Melyik számra gondoltam?

$2x + 27 = 71$ ;  $x = 22$

8. Egy olajoskanna tömege olajjal együtt 8 kg, ha kiöntjük belőle az olaj felét, 4,5 kg lesz a tömege. Hány kilogramm olaj van a kannában? Hány kilogrammos az üres kanna?

$0,5x + 8 - x = 4,5$   $x = 7$  kg

9. Válaszd ki a szövegnek megfelelő egyenleteket, majd oldd is meg!

a) Melyik számra gondoltam, ha a gondolt számhoz hozzáadtam a szám kétszeresénél kilencel nagyobb számot, majd az összeg harmadát vettem, és eredményül 10-et kaptam?

A:  $\frac{x+2x+9}{3} = 10$

B:  $x + (2x + 9) : 3 = 10$

C:  $x + 3 = 10$

A jó megoldás az „A”. A „C” ennek már egy továbbfejlesztett változata.  $x = 7$ .

b) Melyik számra gondoltam, ha a gondolt számhoz hozzáadtam 5-öt, vettem az összeg hatszorosát, majd elvettem belőle 10-et és ebből kivontam a gondolt számot és eredményül 30-at kaptam?

A:  $(x + 5) \cdot 6 - 10 - x = 30$

B:  $6x + 30 - 10 - x = 30$

C:  $x + 30 - 10 - x = 30$

A jó megoldás az „A”. A „B” ennek már egy továbbfejlesztett változata.  $x = 2$ .

## IV. Egyenlőtlenségek megoldása

Egyenlőtlenségeket fogunk megoldani. Először számpéldákon keresztül vizsgáljuk meg, hogy az egyenlet megoldásakor tanult lépések hogyan változtatják az egyenlőtlenség irányát. A csoport négyféle feladatot kap, mozaik módszerrel dolgozunk.

### 3. FELADATLAP

Oldjátok meg a betűjeleteknek megfelelő feladatot, és tanítsátok meg a többieknek. A munka akkor fejeződik be, ha mindannyiőtök könyvében a feladatlapok ki vannak töltve. Beszéljétek meg közösen a tapasztalataitokat, és rendszerezzétek a megadott szempontok alapján.

## — A —

Minden lépés így kezdődik:	$4 < 7$	$-4 > -7$	$\frac{1}{3} > 0$	$-\frac{1}{3} < 0$	Igaz marad-e az állítás?
Mindkét oldalhoz hozzáadunk 2-t.					
Mindkét oldalból kivonunk 1-et					
Mindkét oldalt megszorozzuk 4-gyel.					
Mindkét oldalt megszorozzuk $\frac{1}{4}$ -del.					
Mindkét oldalt megszorozzuk -3-mal.					
Mindkét oldalt megszorozzuk -2-vel.					
Mindkét oldalt megszorozzuk nullával.					

## — B —

Minden lépés így kezdődik:	$-3 < 2$	$3 > -2$	$\frac{2}{3} > 0$	$-\frac{4}{5} < 0$	Igaz marad-e az állítás?
Mindkét oldalhoz hozzáadunk 2-t.					
Mindkét oldalból kivonunk 1-et					
Mindkét oldalt megszorozzuk 4-gyel.					
Mindkét oldalt megszorozzuk $\frac{1}{4}$ -del.					
Mindkét oldalt megszorozzuk -3-mal.					
Mindkét oldalt megszorozzuk -2-vel.					
Mindkét oldalt megszorozzuk nullával.					

— C —

Minden lépés így kezdődik:	$4,5 < 7,6$	$-7 > -9$	$0,6 > 0$	$-\frac{1}{2} < 0$	Igaz marad-e az állítás?
Mindkét oldalhoz hozzáadunk 2-t.					
Mindkét oldalból kivonunk 1-et					
Mindkét oldalt megszorozzuk 4-gyel.					
Mindkét oldalt megszorozzuk $\frac{1}{4}$ -del.					
Mindkét oldalt megszorozzuk -3-mal.					
Mindkét oldalt megszorozzuk -2-vel.					
Mindkét oldalt megszorozzuk nullával.					



## — D —

Minden lépés így kezdődik:	$\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3} > -\frac{1}{2}$	$3 > 0$	$-5 < 0$	Igaz marad-e az állítás?
Mindkét oldalhoz hozzáadunk 2-t.					
Mindkét oldalból kivonunk 1-et					
Mindkét oldalt megszorozzuk 4-gyel.					
Mindkét oldalt megszorozzuk $\frac{1}{4}$ -del.					
Mindkét oldalt megszorozzuk -3-mal.					
Mindkét oldalt megszorozzuk -2-vel.					
Mindkét oldalt megszorozzuk nullával.					

A tapasztalatokat beszéljük meg közösen és írják le a gyerekek a füzetükbe az alábbi módon!

TUDNIVALÓ:

**Az egyenlőtlenség megoldása során az egyenlőtlenség iránya  
nem változik, ha változik, ha**

- |   |   |
|---|---|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. mindkét oldalához hozzáadunk egy számot</li> <li>2. mindkét oldalából kivonunk egy számot</li> <li>3. mindkét oldalát megszorozzuk egy pozitív számmal</li> <li>4. mindkét oldalát elosztjuk egy pozitív számmal</li> </ol> | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. mindkét oldalát megszorozzuk egy negatív számmal</li> <li>2. mindkét oldalát elosztjuk egy negatív számmal</li> </ol> |
|---|---|

**Vigyázz, 0-val se osztani se szorozni nem szabad az egyenlőtlenséget!**

Az egyenlőtlenségek megoldásával való foglalkozást kezdjük egy játékkal.

A tanár felír a táblára egy egyenlőtlenséget, és rajzol két halmazt. Az egyikbe kerülnek azok a helyettesítési értékek, amelyekre igaz, a másikba, amelyekre hamis az egyenlőtlenség.

Minden gyerek mond egy számot, ezt  $x$  helyére behelyettesítve, megvizsgáljuk, hogy igaz-e az egyenlőtlenség. Amennyiben igaz a szám az igazzal jelölt halmazba kerül, ha nem, akkor a másikba. Okvetlen beszéljük meg, hogy melyik halmazba kerül az a szám, amely esetén egyenlőtlenség helyett egyenlőséget kapunk.

Pl.:  $2x - 1 \geq x + 3$

## 2. Gyakorlás

Diákkvartett módszerével beszéljük meg a következő egyenlőtlenség megoldását!

Milyen  $x$ -re teljesül

$$3x - 5(x + 1) - 4 < 17 + 2(x - 3)$$

A kérdések:

1. Bontsátok fel a zárójeleket és olvassátok fel az új egyenlőséget!

$$3x - 5x - 5 - 4 < 17 + 2x - 6$$

2. Vonjátok össze mindkét oldalon külön-külön az  $x$ -eket és a számokat!

$$-2x - 9 < 11 + 2x$$

3. Rendezzék át úgy, hogy az egyenlőtlenség egyik oldalán az  $x$ -es kifejezés, a másik oldalán egy szám legyen!

$$-20 < 4x$$

4. Határozzátok meg a lehetséges megoldásokat!

$$-5 < x$$

5. A megoldást ábrázoljátok számegyenesen!

A következő egyenlőtlenségeket önálló megoldásra ajánljuk. Az osztály ismeretében válogathatunk a könnyebb és a nehezebb feladatok között. Otthoni munkára is így adjunk feladatokat!

## 4. FELADATLAP

1. Milyen  $x$ -re teljesülnek az egyenlőtlenségek? A megoldásokat ábrázoljátok számegyenesen.

- |    |                                  |         |                   |           |                   |         |
|----|----------------------------------|---------|-------------------|-----------|-------------------|---------|
| a) | $3x + 4 = 5x$                    | $x = 2$ | $3x + 4 > 5x$     | $x < 2$   | $3x + 4 < 5x$     | $x > 2$ |
| b) | $2x - 3 = 7$                     | $x = 5$ | $2x - 3 > 7$      | $x > 5$   | $2x - 3 < 7$      | $x < 5$ |
| c) | $4 - 5x = -11$                   | $x = 3$ | $4 - 5x > -11$    | $x < 3$   | $4 - 5x < -11$    | $x > 3$ |
| d) | $12 - 3x = 4 + x$                | $x = 2$ | $12 - 3x < 4 + x$ | $x > 2$   | $12 - 3x > 4 + x$ | $x < 2$ |
| e) | $4(x - 2) - 2(x + 3) > x - 5$    |         |                   | $x > 9$   |                   |         |
| f) | $3(x - 1) + 2(x - 5) < 4(x - 6)$ |         |                   | $x < -11$ |                   |         |
| g) | $2(2x - 3) + 5(x - 2) < 20$      |         |                   | $x < 4$   |                   |         |

A 2-es feladat megoldása nehéz. Kitekintésnek szánjuk.

2. Milyen  $x$ -re teljesülnek az egyenlőtlenségek?

a)  $\frac{x+3}{x-1} \geq 0$

Rajzoljunk a táblára egy számegyenest. Jelöljük tömör karikával a -3 helyét és nyitott karikával az 1 helyét. A gyerekek mondjanak számokat, melyeket behelyettesítve az  $x$  helyére, kiszámítjuk a tört értékét. Piros krétával jelöljük meg a számegyenesnek azokat a helyeit, melyekre a tört értéke pozitív, és késsel azokat, amelyekre negatív.

**Az egyenlőtlenség megoldása:  $x \leq -3$  vagy  $x > 1$ .**

b)  $|x + 3| \geq 5$

A szemléltetéshez rajzoljunk a táblára egy számegyenest. Az 5 helyét tömör karikával jelöljük be. A gyerekek válasszanak ki a számegyenesen számokat. Jelöljük piros gyurmával azokat, amelyekre igaz, kék gyurmával azokat, amelyekre hamis az egyenlőtlenség. Beszéljük meg azt a kérdést is, hogy az azonos színű gyurmával jelölt számok összeköthetők-e.

**Az egyenlőtlenség megoldása:  $x \leq -8$  vagy  $x > 2$ .**

A továbbiakat önálló munkára ajánljuk.

c)  $\frac{x-2}{x+1} \leq 0$

$-1 < x \leq 2$

d)  $|x - 2| \leq 3$

$-1 \leq x \leq 5$

## V. Szöveges feladatok megoldása

### 1. Rávezetés a szöveges feladatok megoldására

Minden csoport ugyanazt a két feladatot kapja. Lassabban haladó osztályoknál a két feladat közül csak egyet oldjunk meg. Érdekes közösen végigmenni a feladat kérdésein. A magyarázatot táblai munkával kísérrjük.

## 5. FELADATLAP

Közösen oldjátok meg a két szöveges feladatot!

**1. Pistit sajtért küldték az üzletbe. Amikor otthon megkérdezték, hogy **miből mennyit vásárolt**, Pisti csak az adatokat sorolta.**

A Trappista sajtból 1 kg 1500 Ft-ba, az Anikóból 1 kg 2000 Ft-ba kerül. Fél kg-ot vásároltam, összesen 900 Ft-ot fizettem.

Pisti édesanyja elővette a számológépet, és próbálgatni kezdett.

Ha 49 dkg Anikót vett volna, akkor nem maradt volna pénze Trappistára (miért)

**49 dkg többbe kerül mint 900 Ft.**

Ha 49 dkg Trappistát vett volna, akkor az Anikóból egy dkg-ot kéne vennie (miért)

**49 dkg Trappista és 1 dkg Anikó kevesebbe kerül, mint 900 Ft.**

Ha Anikóból 40 dkg lenne, akkor sem maradt volna pénze a másik fajta sajtra (miért).

**40 dkg Anikó és 10 dkg Trappista többbe kerül, mint 900 Ft.**

Ha Anikóból 30 dkg-ot vásárolt volna, az  $0,3 \cdot 2000 = 600$  Ft-ba kerülne, de akkor Trappistából pontosan 15 dkg-ot kellett volna vennie, ami  $0,15 \cdot 1500 = 225$  Ft-ba kerülne. Sajnos  $600 + 225$  nem egyenlő 900-al. Pisti már nem bírta tovább türelemmel, és egyenlet segítségével kezdte kiszámolni.

**Figyelj Anyu!**

Ha  $x$ -szel jelölöm az Anikó mennyiségét, az ára **20x Ft** lesz.

Ha az Anikó mennyisége  $x$ , akkor a Trappistáé **50 - x** dkg lesz, amelynek ára **(50 - x) 15** lesz.

Tehát **900 = 20x + 15(50 - x)**

Gyors egyenletmegoldás és ellenőrzés után Pisti válasza:

Tehát **30 dkg** Anikó és **20 dkg** Trappista sajtot vettem.

**2. Pontosék Angliába és Németországba mennek nyaralni. Előre kiszámolják, hogy ötször annyi fontra lesz szükségük, mint euróra. Pontos úr 500 000 Ft-ért vásárol valutát. Hány fontot és hány eurót kap érte?**

A bankban sorban állnak és Pontos úr unalmában számolni kezd. Az árfolyamtábla szerint 1 £ (font) 360 Ft és 1 € (euró) 250 Ft.

Először becsléssel próbálkozik.

1000 £ = **360000** Ft

és 200 € = **50000** Ft.

A kettő együtt sokkal kevesebb, mint 500000 Ft.

1100 £ = **396000** Ft

és 220 € = **55000** Ft.

Ez már 49 000 Ft híján 500 000 Ft.

Pontos úr inkább pontosan akarja kiszámolni, azaz egyenlettel oldja meg a problémát.

$e$ -vel jelölöm az eurók számát. Az  $e$  darab euró  $250 \cdot e$  Ft-ot ér. Ha  $e$  az eurók száma, akkor a fontok száma **5e**, ez **5 \cdot 360e** Ft-ot ér. A kettő együtt 500 000 Ft.

**250 e + 1800 e = 500000, e = 243,9, azaz 244 eurót és 1220 fontot kell váltani.**

## 2. Gyakorlás szakértői mozaikkal

Szöveges feladatok megoldásának gyakorlása szakértői mozaikkal. A négy feladatlap mindegyikén két szöveges feladat szerepel. A gyerekek kihúzzák a nekik megfelelő jelű feladatlapot és egy új csoportba összegyűlnek azokkal a társaikkal, akik ugyanazt a feladatlapot kapták (ez a szakértői csoport). A feladatok megoldása után visszamennek saját

csoportjukba, és társaiknak elmagyarázzák feladataik megoldását. Ennél a módszernél nagyon fontos, hogy a tanár figyelje és ellenőrizze a szakértői csoportok munkáját. A lassabban haladó, a szöveget nehezebben értő gyerekek a munka során több segítséget igényelnek. Rávezető kérdések helyes alkalmazásával a gyerekek képességüknek megfelelően önállóan, vagy kevés segítséggel meg tudják oldani a szöveges feladatokat.

## 6. FELADATLAP

— A —

1. Mennyi pénzed van, ha Karcsi pénzével együtt összesen 2500 Ft-od van, és Karcsinak 1120 Ft-tal több pénze van, mint neked?

$$2x = 1380 \quad x = 690$$

2. Mekkora annak a téglalapnak az oldalai és szögei, amelynek az egyik oldala a másik oldal kétharmad része, és a kerülete 150 cm?

$$2\left(x + \frac{2}{3}x\right) = 150; \quad x = 45. \quad \text{A téglalap oldalai 45 és 30 cm hosszúak, a szögei } 90^\circ\text{-osak.}$$

— B —

1. A Koros családban az anya 25 évvel idősebb a fiánál, és 3 évvel fiatalabb a férjénél. Hármuk életkora 71 év. Hány éves a gyerek?

$$3x + 25 + 28 = 71; \quad x = 6$$

2. Dolgozói után minden vállalat fizet társadalombiztosítási járulékot. Ez a bruttó bér 40%-a. A Fortuna kisvállalat havonta átlagosan 15370e Ft-ot fizet ki a dolgozóinak. Mennyibe „kerülnek” a dolgozók a vállalatnak?

$$15370e \cdot 1,4 = 21518e \text{ Ft}$$

— C —

1. Melyik az a két szám, amelyek közül az egyik 12-vel kisebb a másiknál; ha az egyiket megszorozzuk 6-tal, a másikat 3-mal, akkor az így kapott első szorzat 6-tal nagyobb a másodiknál.

$$6(x - 12) - 6 = 3x; \quad x = 26 \text{ tehát az egyik szám 14, a másik 26}$$

2. Egy téglalap alakú kert szélességének ötszöröse négy méterrel hosszabb, mint a hosszúsága. A bekerítéséhez 58m hosszúságú kerítésre van szükség. Mekkora a kert területe?

$$2(5x - 4 + x) = 58; \quad x = 5,5; \quad T = 5,5 \cdot (5 \cdot 5,5 - 4) = 129,25\text{m}^2.$$

— D —

1. Két malomban összesen 520000 tonna búzát őrölnek. Az egyikben 1,6-szer többet, mint a másikban. Mennyit őrölnek külön-külön a két malomban?

$$2,6x = 520000; \quad x = 200000 \text{ t}; \quad 1,6x = 320000 \text{ t}$$

2. Krisztián egy nagy akváriumot kapott születésnapjára. Zsebpénzéből (3300 Ft) kétféle halat szeretne vásárolni. Hányat vehet az egyes fajtákból, ha az egyik hal darabja 120 Ft, a másiké 260 Ft, és azt ajánlják neki, hogy 20 db halat vegyen összesen. A kereskedőnek összesen 3240 Ft-ot fizetett.

$$120x + 260(20 - x) = 3240 \quad x = 14 \quad \text{Tehát egyik fajtából 14, másikkól 6 db-ot vett.}$$

### 3. Gyakorlás páros és önálló munkával

Javasoljuk, hogy a 4–8. feladatokat párban, egymást segítve oldják meg. Jó lenne, ha a párokat a tanár képességek szerint állítaná össze. A megoldásokat a szomszédos párok egymás között cseréljék ki! Ez lehetőséget nyújt az ellenőrzésre, illetve más fajta megoldás megismerésére.

Hívjuk fel a figyelmet:

–A feladat kérdésére adott szöveges válasza (tehát: ...),

–A megoldás ellenőrzésére. (mindig a szövegbe helyettesítjük az eredményt)!

A 9-es feladatot önálló munkára ajánljuk. A megoldásokat mindenképpen beszéljük meg közösen.

Ennyi feladatot egy óra alatt csak a gyorsan haladó osztályokban lehet megoldani. A maradékból adjunk otthoni munkára.

## 7. FELADATLAP

1. Egy könyvespolcon összesen 80 könyv van. Az alsó polcon 4-gyel több, mint a középsőn, a legfelsőn 8-cal kevesebb, mint a középsőn. Hány könyv van külön-külön a polcokon?

$$3x = 84 \quad x = 28 \text{ [középső]; } \quad 32 \text{ [alsó]; } \quad 20 \text{ [felső]}$$

2. Az iskola ebédlőjét felújították. Az eredetileg téglalap alakú helyiség rövidebb oldalát 4 m-rel meghosszabbították. Így egy olyan négyzet alakú termet kaptak, amelynek területe 28 m<sup>2</sup>-rel lett nagyobb az eredetinel. Mekkora volt az eredeti ebédlő kerülete?

$$x(x - 4) + 28 = x^2 \quad x = 7\text{m}; \quad K = 2 \cdot 7 + 2 \cdot 3 = 20 \text{ m}$$

3. Egy nyolc emeletes lakóházban összesen 320-an laknak. Minden emeleten 2-vel kevesebben, mint az eggyel alacsonyabban. A legkevesebben a 8. emeleten laknak. Hányan laknak az egyes emeleteken?

$$8x + 56 = 320 \quad x = 33 \quad \text{A legfelsőn.}$$

4. A tornaterem átépítése során az egyik téglalap alakú öltöző rövidebbik oldalát 0,6 m-rel meghosszabbították, így abból egy négyzet alakú helyiséget kaptak, amelynek területe 4,8 m<sup>2</sup>-rel lett nagyobb, mint az eredeti helyiségé volt. Mekkora volt az eredeti méretek?

$$x(x - 0,6) + 4,8 = x^2 \quad x = 8\text{ m}; \quad x - 0,6 = 7,4 \text{ m}$$

5. Egy általános iskolában 577 tanuló van. A hatodikosoknál fiatalabbak 3-mal kevesebben vannak, 7-ben és 8-ban 10-zel kevesebben vannak, mint a 6-sok. Hány tanuló van az iskola 6. évfolyamán?

$$4x - 23 = 577 \quad x = 150 \quad \text{Tehát 150-en vannak az iskola hatodik évfolyamán.}$$

6. Egy téglalap alakú istálló szélességének négyszerese 3 m-rel rövidebb, mint a hosszúsága. A bekerítéshez 60 m kerítés kellett. Mekkora területen élnek a lovak?

$$2(4x + 3 + x) = 60 \quad x = 5,4 \text{ m} \quad \text{Tehát az oldalak 5,4 és 24,6 m hosszúak, a terület 132,84 m}^2$$

7. Egy téglalap alakú könyvtárszoba oldalainak aránya 2 : 5. A területe 40m<sup>2</sup>. Mekkora annak a könyvespolcnak a hossza, amely körbefutja a szoba területét?

$$2e \cdot 5e = 40 \quad e = 2 \text{ m} \quad \text{Tehát az oldalak 4 m és 10 m hosszúak. A könyvespolc 28 m hosszú.}$$

8. Erkélyládákba két fajta virágot vásároltunk, muskátlit és petúniát, összesen 50 db-ot. A muskátli ára 30 Ft darabonként, a petúniáé 45 Ft. Összesen 1980 Ft-ot fizettünk. Hányat vettünk az egyes fajtákból?

$$30x + 45(50 - x) = 1980;$$

$$x = 18 \text{ [muskátli];}$$

$$50 - x = 32 \text{ [petúnia]}$$

9. Kelemenék egy másik lakásba költöztek. Képeket, csecsebecsüket szeretnének feltenni a falra, ezekhez azonban lyukakat kell fúrni. Több szerelőt is megkérdeztek, hogy mennyiért csinálnák meg.

László mester: 1200 Ft kiszállási díjat kér, és egy lyukat 250 Ft-ért fúr.

József mester 2500 Ft kiszállási díjat kér, és egy lyukat 120 Ft-ért fúr.

Ha összesen 8 lyukat kéne fúrni, melyik mestert érdemes hívni?

( $8 \cdot 250 + 1200 = 3200$  ill.  $8 \cdot 120 + 2500 = 3460$ ) Lászlót.

Ha 10 lyukat kéne fúrni, melyiket?

( $10 \cdot 250 + 1200 = 3700$  ill.  $10 \cdot 120 + 2500 = 3700$ ) Mindegy.

Ha 50 lyukat kéne fúrni, melyiket?

( $50 \cdot 250 + 1200 = 13700$  ill.  $50 \cdot 120 + 2500 = 8500$ ) Józsefet.

**0773 – 1. tanári melléklet (32 kártya)****Osztályonként 1 kártyakészlet ebben a méretben kartonlapra nyomva. (A kártyákat a fekete vonalak mentén ki kell vágni.)**

$A + 9 = 47$	$a - 11 = 27$	$a + 6 = 59$	$a - 22 = 31$
$\frac{a}{2} + 10 = 18$	$2a - 16 = 16$	$\frac{a}{3} + 5 = 13$	$a - 25 = -1$
$a + 11 = 12$	$a - 7 = -6$	$a + 25 = 28$	$2a + 10 = 16$
$13 + a = 17$	$24 + a = 28$	$3a + 12 = 36$	$a + 1 = 9$



$a - 8 = 17$	$a + 20 = 45$	$a + 37 = 47$	$\frac{a}{2} + 2 = 7$
$4a = 36$	$9 + a = 18$	$20 + 2a = 60$	$\frac{a}{2} + 1 = 11$
$\frac{a}{3} = 4$	$18 + a = 30$	$4a - 2 = 42$	$34 - 2a = 12$
$a - 16 = 15$	$2a = 62$	$2a - 7 = 43$	$a + 18 = 43$

**0773 – 2. tanári melléklet (8 kártya)**

Osztályonként 1 kártyakészlet ebben a méretben kartonlapra nyomva. (A kártyákat a fekete vonalak mentén ki kell vágni.)

$2x + 4$ és $3x + 1$	$4x - 5$ és $2x + 15$	$5x + 5$ és $10x - 40$	$6x - 2$ és $9x - 8$
$8x - 3$ és $3x + 27$	$57 - 6x$ és $5x + 2$	$5x - 9$ és $3x + 5$	$7x - 7$ és $73 - 3x$

**0773 – 3. tanári melléklet**

**Osztályonként 8 kártyakészlet (csoportonként 1 készlet) ebben a méretben kartonlapra nyomva. (A kártyákat a fekete vonalak mentén ki kel vágni.)**

$3x - 4x + 10 - 90 + 9x = 0$	$2x - 7 + 4x + 2x - 6x = 11$	$5x + 20 + 9x - 14x + 2x = 40$
$8x - (4x + 8) = 8$	$7x - 5 - (9 - 4x) = 8$	$3x - (5 - 6x) = 4$
$2x + 5(x + 2) = 45$	$4x + 6(x - 3) = 2$	$-5(x + 2) + 5x = 20$
$8x + 4(x - 5) = -8$	$5x - 3(x - 1) = -5$	$6x - 3(1 - 2x) = 9$

