0772. MODUL

ALGEBRA

Algebrai alapfogalmak

KÉSZÍTETTE: HARSÁNYI ZSUZSA

MODULLEÍRÁS

A modul célja	A racionális számok körében végezhető műveletek, a műveleti sorrend áttekintése. Ismerkedés az algebrai kifejezésekkel kapcsolatos alapfogalmakkal. A racionális számok körében végzett műveletek tapasztalatai alapján a tanulók sejtsék meg az algebrai kifejezés összevonásának szabályait. A téglalap területének feldarabolása rávilágít az algebrai kifejezések szorzási szabályaira.
Időkeret	5 óra
Ajánlott korosztály	7. évfolyam
Modulkapcsolódási pontok	*Tágabb környezetben:* Természettudományban képletek használata és feladatok megoldása, kísérleti tapasztalatok általánosítása *Szűkebb környezetben:* Az összevonásról, szorzásról, hatványozásról tanult ismeretek, műveleti tulajdonságok, műveleti sorrendek. Téglalap, négyzet területe, kerülete *Ajánlott megelőző tevékenységek:* Racionális számkörben végzett műveletek, műveleti tulajdonságok, műveleti sorrend, területszámítási szabályok. *Ajánlott követő tevékenységek:* Algebrai alapfogalmak további alkalmazása, összetett algebrai kifejezésekkel végzett műveletek.
A képességfejlesztés fókuszai	*Számolási kompetencia:* racionális számok körében a négy alapművelet rendszerezése, algebrai kifejezések helyettesítési értékének kiszámolása. *Rendszerezés:* algebrai kifejezések rendezése megadott szempontok szerint. *Deduktív, induktív következtetés:* a racionális számokkal végzett műveletek során szerzett tapasztalatok alapján vonjuk össze az algebrai kifejezéseket. A területdarabolás vezeti rá a tanulókat az algebrai kifejezések szorzási szabályaira. *Szövegértési kompetencia:* A frissen tanult elnevezések megértése, használata és alkalmazása. A feladatok megoldásakor szerzett tapasztalatok megfogalmazása. Kombináció

AJÁNLÁS

Az előző modulban kialakított csoportokkal dolgozunk tovább. Figyeljünk arra, hogy a tanulók által megfogalmazott tapasztalatokat pontosítsuk a gyerekek életkorának és ismereteinek megfelelő szinten. A modulban lehetőség van a differenciálásra is. A tanulás kooperatív módszerekkel szerveződik, így a tanulók a szociális kompetenciákat is gyakorolják. Alkalmazzuk a szóforgó, a páros munka, a füllentős és a diákkvartett módszerét. A sejtések mélységét diákkvartettel ellenőrizhetjük. Természetesen a kooperatív módszerekkel szervezett tanítási/tanulási mód csak ajánlás. Minden tanárnak javasoljuk, hogy próbálja meg a leírtaknak megfelelően feldolgozni a témákat. Előfordulhat, hogy a gyerekek olvasási, szövegértési problémákkal küzdenek és emiatt a tanár úgy ítéli meg, hogy több tanári magyarázatra van szükség. Ilyenkor a tanár belátására bízzuk, hogy milyen módszereket alkalmaz.
Nagyon fontosnak tartjuk, hogy a feladatokat a megadott sorrendben dolgozzák fel, ugyanis azt szeretnénk, hogy a gyerekek a feladatok megoldása során szerzett tapasztalataikat és az eredményeket alkalmazva önállóan jussanak el az új ismeretekhez. Természetesen az ajánlott kooperatív módszerek vagy az önálló ismeretszerzési lehetőségek nem nélkülözhetik a tanári aprómunkát. Amennyiben a tanár úgy látja, hogy az osztály a megadott órakeretben nem tud végezni a feladatokkal, értelemszerűen rugalmasan válogasson közülük.

TÁMOGATÓ RENDSZER

Az előző modulban megadott szöveges feladatok alapján bevezetjük az algebrai kifejezés fogalmát. Konkrét példák alapján megbeszéljük, megalapozzuk az együttható, az egynemű és az egy- illetve többtagú algebrai kifejezés fogalmát. Rendszerezzük a racionális számkörben az alapműveleteket, pontosítjuk a műveleti sorrendet. A műveletekről szerzett tapasztalatokkal értelmezzük az algebrai kifejezések körében az összevonást és a szorzást. Megbeszéljük, hogy az egyes műveletek milyen alaphalmazon értelmezhetőek. Foglalkozunk a szorzáselv használatával, a törtvonalnak a zárójelhez hasonló szerepével.

ÉRTÉKELÉS

Az egyéni és csoportos munka megfigyelése.

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, Feladatok
I. Racionális számokkal végzett alapműveletek műveleti sorrendje			
1.	Műveleti sorrend	Számlálás, rendszerezés, dedukció, szövegalkotás	1. feladatlap
II. Ismerkedés az algebrai alapfogalmakkal			
1.	Az egytagú és többtagú algebrai kifejezések fogalmának tapasztalati úton való megismerése	Szövegértés, fogalmak alkalmazása, szövegalkotás, indukció, dedukció	2. feladatlap 1. feladat
2.	Az egynemű algebrai kifejezések		2. feladatlap 2., 3. feladat, 1. tanári melléklet
3.	Az együttható fogalma		2. feladatlap 4., 5., 6. feladat
III. Algebrai kifejezések összevonása			
1.	Algebrai kifejezések összeadása és kivonása	Deduktív, induktív következtetés, Szövegalkotás, rendszerezés, szövegértés, szabályfelismerés	3. feladatlap 1., 2., 3.,4. feladat, színes íróeszköz
2.	Algebrai kifejezések összevonásának gyakorlása		3. feladatlap 5., 6., 7. feladat, 2. tanári melléklet

IV. Algebrai kifejezések szorzása

1.	Egytagúak szorzása	Számolás, rendszerezés, deduktív következtetés	4. feladatlap 1. feladat
2.	Többtagú kifejezés szorzása egytagúval	szövegalkotás, szövegértés, számolás, rendszerezés, deduktív, induktív következtetés	4. feladatlap 2., 3. feladat, filctoll
3.	A szorzás gyakorlása és ellenőrzése		4. feladatlap 4. feladat

V. Gyakorló feladatok

		Számlálás, rendszerezés, szövegértés, szövegalkotás, induktív, deduktív gondolkodás	5. feladatlap 1., 2., 3.,4. feladat

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. Racionális számokkal végzett alapműveletek műveleti sorrendje

1. Műveleti sorrend

Ismétlés:
Egyenrangú műveletek és magasabb rendű műveletek.
Soroltassuk fel gyorsan a négy alapműveletet. „Melyeket nevezhetnénk egymás testvéreinek?” Tisztázzuk, hogy egy szám kivonása felfogható ellentettjének hozzáadásaként is. Tisztázzuk, hogy egy számmal történő osztást felfoghatunk reciprokával való szorzásként is.
Beszéljük meg a számokkal végzett négy alapművelet sorrendiségét. Ha mindenkinél van számológép, érdemes eljátszani a következőt:
„Mindenki üsse be a következőt: $2+3\cdot 5$. Milyen eredményeket kaptatok?”
(Az egyszerű számológépek, amelyeken a „legkomolyabb” művelet a négyzetgyökvonás, nem érzékenyek a műveleti sorrend alkalmazására. Akinél ilyen van, az 25-t kap eredményül, a helyes pedig 17.)
„Hogyan lehetséges, hogy többféle eredményt kaptatok? Melyik a jó? Miért?” Miért lett rossz a többi?” További példák segítségével elevenítsük fel, hogy mit jelent a műveleti sorrend.
Válasszunk két mintapéldányát a „rossz” és a „jó” számológépeknek, és kérdezzük pl. „Mit adna eredményül ez a számológép akkor, ha azt pötyögnénk be, hogy $2\cdot 7-7$?” A számpéldákat közösen beszéljük meg, majd olvastassuk el az emlékeztetőt, és győződjünk meg arról, hogy a gyerekek megértették a szöveget.

EMLÉKEZTETŐ:

Az összeadás és a kivonás egyenrangú műveletek. Ezért ezt a két műveletet együtt röviden összevonásnak szoktuk nevezni.
A számokkal való szorzás és osztás is két egyenrangú művelet.
A műveletek sorrendje: először a szorzásokat, osztásokat, majd az összevonásokat végezzük el. Ezt úgy mondjuk, hogy a szorzás és az osztás magasabb rendű művelet, mint az összevonás. Ettől eltérni csak zárójelek alkalmazásával lehet

(Az összevonás szó analógiájára a szorzást és az osztást nevezhetjük együtt viccesen **szortás**-nak is. (Persze csak viccből.))

EMLÉKEZTETŐ:

Nem egyenrangú műveletek alkalmazása esetén az utoljára elvégzendő művelet dönti el, hogy az adott kifejezést összegnek (különbségnek) vagy szorzatnak (hányadosnak) nevezzük.

Az 1. feladatlap 1. feladatának megoldásával ellenőrizhetjük, hogy a gyerekek megértették-e az összeg és a szorzat fogalmát. Ezt a feladatot önálló megoldásra ajánljuk.
A 2–3. feladatok arra valók, hogy elmélyítsék a műveleti sorrendiséget a számok körében végzett műveleteknél. A feladatok megoldásakor szerzett tapasztalatok megkönnyítik az algebrai kifejezésekkel végzett műveletek megértését. A tanár megítélésétől függ, hogy ezeket

az ismereteket a gyerekek majd mennyire tudják alkalmazni. A feladatokat csoporton belüli közös megoldásra ajánljuk. A megoldásokat közösen beszéljük meg.

1. FELADATLAP

Műveleti sorrend a racionális számok körében

1. Válogasd szét a kifejezéseket aszerint, hogy melyiket hívjuk összegnek, illetve szorzatnak majd számítsd is ki! Jelöld meg színessel összeg esetén a tagjait, szorzat esetén a tényezőit.

a) $4\cdot 3+2\cdot 7=$ összeg; 26

b) $\frac{12}{4}\cdot 5+3\cdot\frac{1}{6}=$ összeg; 15,5

c) $4-5\cdot\frac{1}{15}=$ összeg; $\frac{11}{3}$

d) $(-2)\cdot(+3)+\frac{4}{5}\cdot 10=$ összeg; 2

e) $18:(-9)\cdot 2:4=$ szorzat; –1

f) $12:3\cdot(9-3)=$ szorzat; 24

g) $4-5\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{4}{5}\right)=$ összeg; $\frac{1}{2}$

h) $4+\frac{4+2\cdot 5}{10-4\cdot 2}=$ összeg; 11

i) $2\cdot 5+3\cdot 6+5\cdot 10=$ összeg; 78

j) $x\cdot y$ szorzat

k) $3\cdot a\cdot b$ szorzat

l) $x+y$ összeg

m) $x\cdot y+z$ összeg

n) $ab+ac$ összeg

o) $a\cdot(b+c)$ szorzat

A feladat megoldását beszéljük meg közösen is. Tisztázzuk, hogy melyek az egytagú (szorzatok) és melyek a többtagú (összegek) kifejezések, ugyanis ezek segítenek megalapozni az egytagú illetve a többtagú algebrai kifejezés fogalmát. A k) különleges abból a szempontból, hogy ez egy olyan szorzat, amelynek az egyik tényezője szám, a másik két tényezője változó. Vegyük észre, hogy ez már az együttható fogalmáról szól.

2. Magyarázzátok meg egymásnak szóforgóval, hogy mi a különbség a kétféle leírás között! A különbözőségeket írjátok le a feladat mellé.

a) $20-3\cdot 4=20-12=8$ vagy $(20-3)\cdot 4=17\cdot 4=68$

b) $2+5^2=2+25=27$ vagy $(2+5)^2=49$

c) $15-8:2=15-5=11$ vagy $(15-8):2=3{,}5$

d) $40-2\cdot\left[4+9:(3+7)\right]=40-2\cdot\left[4+0{,}9\right]=40-9{,}8=30{,}2$ vagy

$$40-2\cdot\left(4+\frac{9}{3+7}\right)=40-2\cdot(4+0{,}9)=40-9{,}8=30{,}2$$

3. Igazak-e az egyenlőségek? A válaszodat indokold!

a) $11^2-(2\cdot 3)^2=11^2-2\cdot 3^2$ H

b) $(10-3)^2=10^2-3^2$ H

c) $2\cdot(9-5)^2=2\cdot 9^2-2\cdot 5^2$ H

d) $(-3-4)\cdot(7+5)=-(3+4)\cdot(7+5)$ I

e) $(3+4)^2=3^2+4^2$ H

f) $(54+149)\cdot 3=51+149\cdot 3$ H

g) $(617+83)\cdot 4=617\cdot 4+83\cdot 4$ I

4. Zárójelekkel és műveleti jelekkel tedd igazzá az egyenlőségeket!

1 = 4 4 4 4	2 = 4 4 4 4	1 2 3 = 1
3 = 4 4 4 4	4 = 4 4 4 4	1 2 3 4 = 1
5 = 4 4 4 4	6 = 4 4 4 4	1 2 3 4 5 = 1
	1 2 3 4 5 6 7 8 9 = 1	

Néhány megoldás:

1 = (4 · 4) : (4 · 4);

3 = (4 · 4 – 4) : 4;

4 = (4 · 4 + 4) : 4;

2 = 4 : 4 + 4 : 4;

–1 + 2 · 3 – 4 = 1

Ezután tisztázzuk az egy- illetve többtagú kifejezés fogalmát. Táblánál, számpéldák segítségével mutassunk egytagú, illetve többtagú kifejezéseket, és beszéljük meg a fogalmakat. A fogalmat kétféle szempont alapján vizsgáljuk. Például: a 6 · 4 : 3 · 5 : 4 kifejezés egytagú, mert csak szorzás és osztás szerepel benne. A 10 – 8 · 3 + 7 · 4 – 26 kifejezés többtagú, mert összeadás és kivonás is szerepel benne. Zárójel alkalmazásával egytagúvá tehető egy kifejezés, ilyen a 16 · (4 + 12) : 8, mert az utolsóként elvégzendő művelet osztás.
A kifejezésben szerepel zárójel, mégsem egytagú, mert az utolsó művelet kivonás, ilyen 5 · (5 + 3) – 42. Ez a kifejezés többtagú.

TUDNIVALÓ:

Ha egy kifejezésben:

nem szerepel zárójel	szerepel zárójel
– Egytagúnak mondjuk a kifejezést, ha csak a szorzás és osztás műveletét kell alkalmazni. Pl. 5 · 3 : 2 · 4 : 3 – Többtagúnak mondjuk, ha a műveletek között az összeadás és a kivonás is szerepel. pl. 9 – 7 · 2 + 6 · 3 – 25	– Egytagúnak mondjuk a kifejezést, ha az utolsó művelet szorzás vagy osztás, pl. 15 · (3 + 11) : 7 – Többtagúnak mondjuk a kifejezést, ha az utolsó művelet összevonás. Pl. 4 · (4 + 2) – 41

II. Ismerkedés az algebrai alapfogalmakkal

1. Egytagú, többtagú algebrai kifejezés fogalmának tapasztalati úton való megismerése

A 2. feladatlap 1. feladatát azért tűztük ki, hogy a gyerekek az előzőekben szerzett tapasztalataik és ismereteik alkalmazásával kitalálják az egytagú- illetve többtagú kifejezés fogalmát. A tanár az osztály ismerete alapján döntse el, hogy önálló vagy közös megoldásra szánja ezt a feladatot. Amennyiben a gyerekek önállóan oldják meg, feltétlenül hagyjunk időt a közös ellenőrzésre.

2. FELADATLAP

Ismerkedés az algebrai alapfogalmakkal

1. Válogassátok szét az algebrai kifejezéseket aszerint, hogy egytagú vagy többtagú. A válogatáshoz használjátok számok körében szerzett ismereteiteket.

a) $4a$	egytagú
b) $5x^2$	egytagú
c) $3a + b$	többtagú
d) $4ab$	egytagú
e) $\frac{3}{4}cd$	egytagú
f) $2c - 6ab$	többtagú
g) $4 \cdot (a + b)$	egytagú
h) $-6uv^2$	egytagú
i) $2 \cdot (e - f) + 3ef$	többtagú
j) $\frac{3xy}{5}$	egytagú

TUDNIVALÓ:

Ha egy algebrai kifejezésben

nem szerepel zárójel	szerepel zárójel
– Egytagúnak mondjuk a kifejezést, ha csak a szorzás és osztás műveletét kell alkalmazni. Pl. $2 \cdot a \cdot b$ – Többtagúnak mondjuk, ha a műveletek között az összeadás és a kivonás is szerepel. pl. $5a - 3b$	– Egytagúnak mondjuk a kifejezést, ha az utolsó művelet szorzás vagy osztás. Pl. $4 \cdot (a + b)$ – Többtagúnak mondjuk a kifejezést, ha az utolsó művelet összevonás. Pl. $2 \cdot (a - b) + c$

2. Egynemű algebrai kifejezések

Osszunk ki minden gyereknek egy-egy kártyát az **1. tanári melléklet kártyái**ból. Mondjuk meg a gyerekeknek, hogy van egy olyan tulajdonság, aminek alapján ebből négyes csoportokat lehet alkotni. Próbálják meg megtalálni azt a másik három kártyát, ami az övékkel azonos tulajdonságú.

Ha nem sikerül a csoportalkotás, akkor a tanár árulja el, hogy ez nem az, amire gondolt, próbálkozzanak tovább.
1. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

$4a^2$	$3a^2$	$\frac{1}{2}a^2$	$0{,}76a^2$
$5b$	$-10b$	$\frac{1}{3}b$	$0{,}15b$
$6a^2b$	$13a^2b$	$-2a^2b$	$\frac{5}{3}a^2b$
$3abc$	$-4abc$	$0{,}76abc$	$8abc$
$2ab^2c$	$-5ab^2c$	$0{,}83ab^2c$	ab^2c
$5ab$	$\frac{1}{5}ab$	$0{,}25ab$	$-10ab$
ac^2	$-4ac^2$	$0{,}76ac^2$	$-5ac^2$
$6a^2b^2$	$-10a^2b^2$	$0{,}15a^2b^2$	$\frac{1}{5}a^2b^2$

Ha megtalálták egymást, akkor az a négy gyerek üljön egy csoportba, akiknek „hasonló” algebrai kifejezésük van. A csoport beszélje meg, hogy a kártyájukon lévő kifejezések miben egyeznek, és miben különböznek egymástól.
Húzzatok egy-egy kártyát. Keressétek meg azokat a társaitokat, akiknek a kártyáján a tiedhez „hasonló” kifejezés van. Ha megtaláltátok egymást, akkor négyen üljetek le egy csoportba, és beszéljétek meg, hogy a kártyátokon lévő kifejezések miben egyeznek, és miben különböznek egymástól. A tevékenység során a gyerekek alkossák meg az egynemű algebrai kifejezés fogalmát.

TUDNIVALÓ:

Egyneműek azok az algebrai kifejezések, amelyekben ugyanazok a betűk, és a betűk között ugyanazok a műveletek szerepelnek, azaz csak szorzószámban különböznek egymástól.

A 2. feladatlap 2–3. feladatának megoldásakor a gyerekek az új ismereteket gyakorolják. A csoportban közösen megbeszélve oldják meg. A megoldásokat közösen ellenőrizzük.

2. Húzd alá ugyanolyan módon az egyneműeket!

$-2a^2b$; $2ab^2$; $3a^2b$; $-4a^2b^2$; $5ab$; $6a^2b^2$; $\frac{1}{3}ab^2$; $\frac{3ab}{2}$

3. Igaz-e, hogy egyneműek a kifejezések? Ha találsz eltérőt, akkor húzd alá!

a) $\frac{3ab}{2}$; $\frac{3}{2}ab$; $3a\frac{b}{2}$; $3\frac{ab}{2}$; $\frac{a}{2}3b$

b) $2x + y$, $2xy$, $2yx$, $2y + x$

c) $4a^2b$, $(2a)^2b$, $(-2a)^2b$, $-(2a)^2b$

3. Együttható fogalma

Először mutassunk példát a fogalomra

1. □ + □ + □ + □ = 4□
2. $a + a + a + a = 4a$

Beszéljük meg, hogy a 4 azt jelenti, hogy valamiből: □-ből illetve *a*-ból 4 db van.
A diákkvartett módszerével beszéljük meg a 2. feladatlap 4. feladatát. A megoldás során a gyerekek tapasztalatot szereznek az együttható fogalmára vonatkozóan. A fogalom pontos megfogalmazására még ebben az életkorban nincs szükség. Elég, ha értik és tudják, mit jelent az, ha az $a + a + a$ kifejezés helyébe $3a$-t írunk rövidebben, vagy, hogy az $5b$ azt jelenti, hogy $b + b + b + b + b$.
Ezután oldják meg önállóan a 2. feladatlap 5–6. feladatát! A gyerekek az új ismereteket gyakorolják.
A megoldásokat beszéljük meg.
A megbeszélés során kérdezzünk rá minden esetben az együtthatóra (jó, ha ezt színessel ki is emeltetjük).
Kérdezzünk rá újra az egytagú illetve többtagú kifejezésekre, különböző színekkel húzzák is alá.

4.

a) $x + x + x - y - y = \ ...x \ ...y$ — x együtthatója: 3 — y együtthatója: –2
b) $x^2 + 2x^2 + 3x^2 = ...x^2$ — x^2 együtthatója: 6
c) $a^2 + 2a^2 - 3a^2 + 4a^2 = \ ... \ a^2$ — a^2 együtthatója: 4
d) $ab + ab + 2ab = \ ... \ ab$ — ab együtthatója: 4
e) $\frac{a}{5} + \frac{a}{5} - \frac{b}{3} - \frac{b}{3} - \frac{b}{3} = \ ...a + ...b$ — a együtthatója: $\frac{2}{5}$ — b együtthatója: –1
f) $\frac{abc}{3} + \frac{abc}{3} + \frac{abc}{3} = \ ...abc$ — abc együtthatója: 1

5. Húzd alá az egytagú kifejezéseket, és az együtthatók szerint állítsuk növekvő sorrendbe a kifejezéseket!

$\underline{3xy}$; $3x + y^2$; $\underline{4x\,(x + y)}$; $5a^2b + 2$; $\underline{4abcd}$; $\underline{5uv^2}$; $\underline{6\,(z - u)^2}$ — már sorban vannak

6. Karikázd be a kakukktojást!

a)	ab,	$-ab$,	$\frac{1}{2}ab$,	$\frac{ab}{2}$,	$\boxed{3ab^2}$	nem egynemű a többivel
b)	$0{,}5x^2$,	$3x^2$,	$\boxed{-3x^2 + y}$,	$-4x^2$		nem egynemű a többivel
c)	$-5a^2c$,	$-5bc$,	$\boxed{3cd}$,	$-5u^2$		nem 5 az együttható
d)	$\frac{xy}{4}$,	$\frac{1}{4}xy$,	$0{,}25xy$,	$\frac{2}{8}xy$,	$\boxed{\frac{4}{15}xy}$	nem ekvivalens a többivel
e)	$3a + b$,	$4x + 2y + z$,	$5c - 2b$,	$\underline{7xy}$		nem többtagú
f)	x^2,	$5y^2$,	$\boxed{7x}$,	$-3z^2$,	$(a + b)^2$	nem másodfokú

III. Algebrai kifejezések összevonása

1. Algebrai kifejezések összeadása és kivonása

Az előbbiek ismeretében rátérünk a betűkifejezésekkel végezhető alapműveletekre. A tanulók könnyebben értik és tanulják meg ezeket, ha – különösen az elején – segítségül hívjuk a racionális számok körében végzett műveletek során szerzett ismereteket.
Az algebrai kifejezések összevonásának megtanítását frontálisan kezdjük el. Néhány példán keresztül világítsuk meg a fogalmat.

1) Rajzoljunk a táblára három egyforma zsákot. Mindegyikben legyen *a* kg krumpli.
Kérdezzük meg, hány kg krumpli van a három zsákban összesen.

2) Táblai rajzzal kísérjük a feladat megbeszélését.
Eszterék konyhájában kicserélik a járólapokat. A járólapok téglalap alakúak, egyforma méretűek, hosszúságuk *a* cm, szélességük *b* cm. A konyha egyik fala mentén egymás mellé illesztve a járólapokat éppen hat db fér el. Milyen hosszú ez a fal? (6a cm vagy 6b cm)
Az egész konyhát 30db járólappal lehet lefedni.
Mekkora a konyha alapterülete? ($30abc$ m^2)

3) Két különböző méretű dobozunk van. Az egyikben hat db *a* élű kiskocka, a másikban 2db *a* élű kiskocka fér el úgy, hogy teljesen kitöltik a doboz belsejét. A kiskockákat berakom egy 3. dobozba. Hány db lesz benne? (8db)
Mekkora térfogatú dobozra van szükség? ($6a^3 + 2a^3 = 8a^3$)

Ezután foglalkozzunk a 3. feladatlap 1–2. feladatával. Páros munkával dolgoztassunk.
A csoport egyik párja megoldja az összeadásra vonatkozó feladatokat, a másik pár a kivonásra vonatkozókat. Ha készen vannak, megtanítják egymásnak az algebrai kifejezések összeadását illetve kivonását. A párok tagjai felváltva tanítják meg a másik párnak a megszerzett ismereteket. A tapasztalatokat a csoport közösen gyűjtse össze. Ezután közösen is beszéljük meg az összeadás és a kivonás során szerzett tapasztalatokat.

3. FELADATLAP

Algebrai kifejezések összevonása

1. Mivel egyenlő?

$a + a + a + a =$	$4a$
$3x + 5x + 8x =$	$16x$
$4a^2b + 5a^2b + 7a^2b =$	$16a^2b$
$2a + 5b =$	$2a+5b$
$4n + 3n + 5z + 6z + 7c + c + 6d =$	$7n+11z+8c+6d$

2. Mivel egyenlő?

$x + x + x + x - x - x =$	$2x$
$5a - 3a =$	$2a$
$3a^2b - 7a^2b =$	$-4a^2b$
$5a - 3b =$	$5a-3b$
$2ab^2 + 5a^2b + 6ab - 8ab^2 - 3ab^2 - 2ab =$	$-9ab^2+5a^2b+4ab$

TUDNIVALÓ:

Csak egynemű algebrai kifejezéseket lehet összevonni úgy, hogy az együtthatókat összevonjuk, és a változókat változatlanul leírjuk. Pl.: $5a + 3a = 8a$ vagy $4ab - 2ab = 2ab$.

Frontálisan pontosítsuk a tapasztalatokat

2. Algebrai kifejezések összevonásának gyakorlása

A tanultak ellenőrzését szolgálja a 3. feladatlap 3. feladata; páros munkára ajánljuk. A feladatlap megoldása közben a párok felváltva vállalják Éva, illetve Péter szerepét a következő feladatban. Az indoklást beszéljük meg közösen ügyelve arra is, hogy a gyerekek írják le: a fogadást ki nyerte és miért.

3. A következő feladatban párban dolgozva játsszátok el Éva és Péter szerepét! Számológépet nem használhattok!

a) Éva és Péter fogadott, hogy ki tudja gyorsabban kiszámolni a következő algebrai kifejezés helyettesítési értékét: $5a - 7a - 3 + 9a - 6$, ahol $a = 4$.

Éva először összevonta az algebrai kifejezéseket, majd behelyettesítette a megfelelő betű helyére a számot, és így számította ki a helyettesítési értéket. Azaz (írd a pontozott vonalra a gondolatmenetét!):

$$5a - 7a + 3 + 3a - 6 = a - 3 = 4 - 3 = 1$$

Péter először behelyettesítette a megfelelő betű helyére a megfelelő számot, külön-külön kiszámolta az algebrai kifejezések helyettesítési értékét, majd elvégezte az összevonást. Azaz (írd a pontozott vonalra a gondolatmenetét!):

$$5a - 7a + 3 + 3a - 6 = 20 - 28 + 3 + 12 - 6 = 1$$

b) Most cseréljetek szerepet, és ennek megfelelően oldjátok meg a második feladatot.

Legyen $a = -2$ és $b = 3$; a kifejezés pedig: $5a^2b - 40 - 2a^2b + 6$.

Éva: $5a^2b - 40 - 2a^2b + 6 = 3a^2b - 34 = 3\cdot(-2)^2\cdot 3 - 34 = 36 - 34 = 2$

Péter: $5a^2b - 40 - 2a^2b + 6 = 60 - 40 - 24 + 6 = 2$

c) Beszéljétek meg, hogy vajon ki nyerte a fogadást? Indokoljatok!

A fogadást valószínűleg Éva nyerte, mert először összevonta az egynemű algebrai kifejezéseket, és csak utána kezdte el kiszámolni a helyettesítési értéket.

A páros ellenőrzés módszerével oldjuk meg a 3. feladatlap 4. feladatát. Az a) feladatot megoldja a páros egyik tagja, miközben a társa ellenőrzi, a b) feladatot megoldja a páros másik tagja, miközben az egyik ellenőrzi és így tovább. Ezt a munkát menet közben is ellenőrizhetjük. Fontosnak tartjuk, hogy ha a párok készen vannak, tekintsük át a munkájukat.

4. Írd át egyszerűbb alakba!

a) $a + ab + 3a + 2ab =$ $4a + 3ab$

b) $x^2 + xy + y^2 - 2xy - 4y^2 - 2x^2 =$ $-x^2 - xy - 3y^2$

c) $5a - 7ab - 6a + 2a^2b^2 - 3ab =$ $-a - 10ab + 2a^2b^2$

d) $k^2 + 5k - 6k + 3kl - 2k^2 =$ $-k^2 - k + 3kl$

e) $3a^2 + 5b - a^2 =$ $2a^2 + 5b$

f) $x + 2x + 3xy - 5xy - 4x =$ $-x - 2xy$

5. Judit tortát kapott születésnapjára, ennek nagyságát jelöljük t-vel. Laci megette a torta $\frac{1}{5}$-ét, Andris a torta $\frac{1}{3}$-át. Mennyit ettek meg ketten együtt?

$\frac{1}{5}\cdot t+\frac{1}{3}\cdot t=\frac{8}{15}\cdot t$

6. Ákos Béla Feri pizzát rendeltek vacsorára. A pizza nagyságát jelöljük p-vel. Ákos megette a pizza $\frac{1}{6}$-át, Béla a pizza $\frac{3}{8}$-át, Feri pedig az $\frac{1}{3}$-át. Éppen befejezték a vacsorát, amikor csengettek. Ákos húga érkezett meg. Mennyi pizza maradt meg neki?

$\frac{1}{6}p+\frac{3}{8}p+\frac{1}{3}p=\frac{21}{24}p$, tehát maradt $\frac{1}{8}p$

7. Egy cipőboltban a db magas sarkú, b db fűzős cipő és c db csizma van. Hétfőn eladták a magas sarkú $\frac{1}{4}$ részét, a fűzős $\frac{2}{5}$ részét. Csizmát senki sem vett aznap. Kedden a csizma fogyott jobban, eladták a készlet $\frac{3}{5}$-ét. A magas sarkú $\frac{2}{3}$-a és a fűzős cipő $\frac{1}{6}$-a is elkelt. Szerdán mindenből eladták a maradékot. Mennyit adtak el szerdán különböző fajtákból? Hány magas sarkú, hány fűzős cipő és hány csizma lehetett hétfőn az üzletben?

Magas sarkú: $\frac{1}{4}a+\frac{2}{3}a=\frac{11}{12}a$, tehát maradt $\frac{1}{12}a$

Fűzős cipő: $\frac{2}{5}b+\frac{1}{6}b=\frac{17}{30}b$, tehát maradt $\frac{13}{30}b$

Csizma: $c-\frac{3}{5}c=\frac{2}{5}c$

Hétfőn magas sarkú 12, 24, stb., fűzős 30, 60, stb., csizma 5, 10, stb.

8. Mivel egyenlő?

$\frac{m}{3}+\frac{2m}{3}+\frac{4m}{3}=\frac{7}{3}m$

$\frac{a}{5}+\frac{a}{3}=\frac{8a}{15}$

(segítség: $\frac{2}{5}+\frac{3}{5}=\frac{8}{15}$)

$\frac{ab}{5}+\frac{ab}{10}+\frac{ab}{3}+\frac{ab}{6}=\frac{4ab}{5}$

Önállóan oldják meg és figyeljék meg a következő feladatban, hogy a betűk használata megkönnyíti a matematikai szöveg leírását.
Érdemes pár percet szánnunk arra, hogy a „különbséges” esetekben melyeknél kapunk mindkét esetben (bármilyen számok esetén) azonos eredmény (k)-nál és az m)-nél), és melyeknél nem (ez a b) és a h)).

9. Jelöld matematikai jelekkel az alábbi matematikai fogalmakat! A számokra *a* és *b* betűkkel hivatkozz!

a) Két szám összege. $a+b$

b) Két szám különbsége. $a-b$ vagy $b-a$

c) Két szám szorzata. ab

d) Két szám hányadosa. $a : b$ vagy $\frac{a}{b}$; de $b \neq 0$

e) Egy szám kétszerese. $2a$
f) Egy szám négyzetének a háromszorosa. $3a^2$
g) Két szám négyzetének az összege. $a^2 + b^2$
h) Két szám abszolút értékének a különbsége. $|a| - |b|$ vagy $|b| - |a|$
i) Két szám összegének az abszolút értéke. $|a + b|$
j) Két szám összegének a négyzete. $(a + b)^2$
k) Két szám különbségének az abszolút értéke. (Röviden: a két szám eltérése.)
$|a - b|$ vagy $|b - a|$
l) Két szám abszolút értékének az összege. $|a| + |b|$
m) Két szám különbségének a négyzete. $(a - b)^2$ vagy $(b - a)^2$

A feladatok ellenőrzésekor külön figyelmet fordítsunk a 5-ös, 6-os 7-es megbeszélésére.
Írassuk le a törtes együtthatós algebrai kifejezéseket, többféleképpen is!
pl.: $\frac{8}{15}$t vagy $\frac{8t}{15}$ vagy $8 \cdot \frac{t}{15}$
Térjünk ki arra is, hogy mit jelentenek ezek a kifejezések.

Ezután minden csoportnak osszuk ki a 24 kártyát. (**2. tanári melléklet**)
A huszonnégy kártya párosításával gyakoroljuk az algebrai kifejezések összevonását, és a helyettesítési érték kiszámolását. A kártyák egyik részén bonyolultabb algebrai kifejezések, a másik részén ugyanezen kifejezések egyszerűsített változata, a harmadik részén a kiszámított helyettesítési érték szerepel. A párok rakják egy-egy sorba az összetartozó három kártyát.
A párosításokat a füzetben az összevonások és a helyettesítési értékek kiszámolásával indokolják.
2. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

$8a + 4a - 7a - 10 + 5 + 5a$ és $a = 2$	$10a - 5$	15
$9a - 4a - 3a - 10 + 5 + 6a - 8a$ és $a = 3$	-5	-5
$9a + 3a - 4a - 10 + 5 - 6a - 8a$ és $a = 2$	$-6a - 5$	7
$-5a + a - 10 + 5 - 3a + 9a - a$ és $a = -5$	$a - 5$	-10
$2a + 5a - 8 + 9 - 3a + 8 - 7a$ és $a = 4$	$-3a + 9$	-3
$8 - 2a - 3a - 5 + 8a$ és $a = -4$	$3a + 3$	-9
$-3 - 5a + 6 - a + 3$ és $a = \frac{1}{3}$	$-6a + 5$	4

IV. Algebrai kifejezések szorzása

1. Egytagúak szorzása

A következő feladatsor megoldásakor a gyerekek tapasztalatot szereznek abban, hogyan lehet illetve kell algebrai kifejezéseket összeszorozni. A csoportok szóforgóval közösen oldják meg a „Írd le rövidebben” feladatsort. A gyerekek megbeszélik és leírják a tapasztalataikat, majd a kitöltött feladatot átküldik a szomszédos csoportnak ellenőrzésre. Ezután közösen pontosítsuk, hogyan kell egytagú kifejezéseket összeszorozni.
Javasoljuk, hogy az 1/d feladat után közösen beszéljük meg a tapasztalatokat. Idézzük fel, hogy egy szorzatban a zárójelek elhagyhatók, és a tényezők szabadon átcsoportosíthatók.

4. FELADATLAP

Algebrai kifejezések szorzása

1. Írd le rövidebben!

a) $3 \cdot (2a) = 6a$
b) $3 \cdot 2a = 6a$
c) $5 \cdot (-4a) = -20a$
d) $-5 \cdot (-4a) = 20a$
e) $(-7) \cdot (4b) = -28b$
f) $-7 \cdot 4b = -28b$
g) $(-12) \cdot (-3c) = 36c$
h) $-12 \cdot (-3c) = 36c$
i) $2x \cdot 3x = 6x^2$
j) $5y \cdot (-4y) = -20y^2$
k) $\frac{5}{9} \cdot 2q = \frac{10}{9} q$
l) $4z \cdot \frac{2z}{3} = \frac{8}{3} z^2$
m) $7z \cdot 4n = 28nz$
n) $6a \cdot 5b \cdot 2c = 60abc$
o) $4a \cdot 3a \cdot 5b = 60a^2b$
p) $2k \cdot 5m \cdot (-4k) = -40k^2m$
r) $5 \cdot \frac{2n}{3} = \frac{10}{3} n$
s) $\frac{3}{7} \cdot 4p = \frac{12}{7} p$
t) $5 \cdot \frac{2q}{9} = \frac{10}{9} q$
v) $\frac{4s}{3} \cdot 2s = \frac{8}{3} s^2$

A közös ellenőrzéskor beszéljük meg, hogyan kell egytagú kifejezéseket összeszorozni!
Konkrét példákon keresztül mutassuk meg, hogyan végezzük el a szorzást.
Pl.: $5a \cdot 3a \cdot 2b$. Szorozzuk össze az együtthatókat ($5 \cdot 3 \cdot 2 = 30$) és a változókat ($a \cdot a = a^2$).
A többit írjuk le változatlanul. Tehát $5a \cdot 3a \cdot 2b = 30a^2b$.
Vagy egy bonyolultabb példán: $3ab \cdot 2ac \cdot 4ab = 24a^3b^2c$

2. Többtagú kifejezés szorzása egytagúval

„Melyik a helyes eredmény?” című feladatot mindenki egyedül kitölti, majd csoportban megbeszélik a helyes eredményt, és közösen beszéljük meg a tapasztalatokat.

2. Melyik a helyes eredmény? Karikázd be a betűjelét! Tippelj, majd számológéppel ellenőrizzétek!

I. Ha $a = 3537 + 697$, akkor $3a$

a) $10611 + 697$ b) $3527 + 2091$ $\boxed{\text{c)}}$ $10611 + 2091$

II. Ha $b = 3537 \cdot 697$, akkor $3b$

$\boxed{\text{a)}}$ $10611 \cdot 697$ $\boxed{\text{b)}}$ $3537 \cdot 2091$ c) $10611 \cdot 2091$

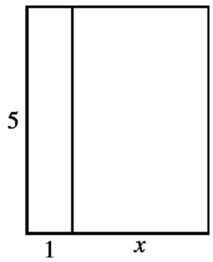
III. Ha $c = \dfrac{3537}{697}$, akkor $3c$

$\boxed{\text{a)}}$ $\dfrac{10611}{697}$ b) $\dfrac{3537}{2091}$ c) $\dfrac{10611}{2091}$

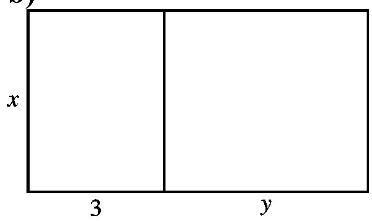
Az előző feladatsor megoldásakor szerzett tapasztalatot szeretnénk mélyíteni, ezért kérjük meg a gyerekeket, hogy önállóan dolgozzák fel a következő feladatot.
A feladatban többféle adattal megadott téglalapok és területük kiszámítására vonatkozó összefüggések szerepelnek. A gyerekek színessel kössék össze az egymáshoz tartozókat. Közösen megbeszélve írják le a feladat után egymás mellé és kössék össze az egyenlőség jelével az azonos téglalap területének kiszámítását megadó algebrai kifejezéseket. A csoportok közösen fogalmazzák meg, és írják le a könyvükbe, hogyan lehet kéttagú algebrai kifejezést egytagúval megszorozni. A tanár az osztály ismeretében döntse el, hogy a gyerekek képesek-e az önálló szabályalkotásra. Ha igen, akkor csak a megfogalmazás pontosítására törekedjünk. Ha nem, akkor a feladatsor megoldását nagyon részletesen beszéljük meg közösen nagy hangsúlyt fektetve az indoklásra. Ezután általánosítsuk a tapasztalatokat, majd egy újabb példa segítségével tisztázzuk.
Pl.: Igaz-e, hogy $2\,(3 + 5) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$ vagy igaz-e, hogy $2\,(a + b) = 2a + 2b$. A két példa, hasonlóságuk miatt, alkalmas a megvilágításra. Kéttagú algebrai kifejezést úgy szorzunk egytagúval, hogy a két tag minden tagját megszorozzuk az egytagúval úgy, ahogy azt az egytagú kifejezéseknél már tanultuk

3. Téglalapok és területük kiszámítására vonatkozó kifejezések szerepelnek a táblázatban. Keresd az összetartozókat, és kösd össze színessel. Minden téglalaphoz két kifejezés tartozik.

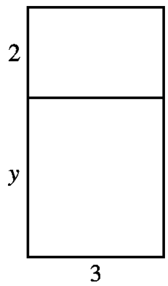
a)



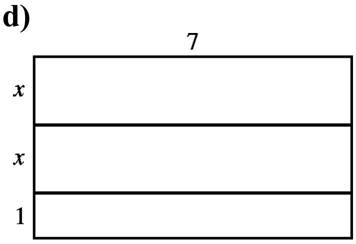
b)



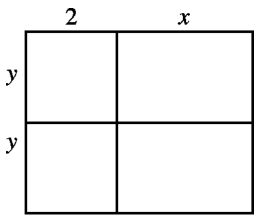
c)



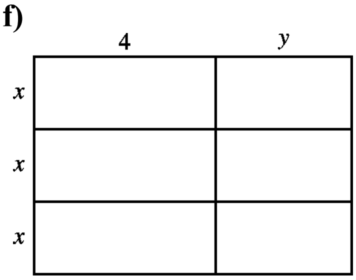
d)



e)



f)



$2y\,(x+2)$ e)	$14x+7$ d)
$(2+y)\cdot 3$ c)	$2xy+4y$ e)
$5\cdot(1+x)$ a)	$3x+xy$ b)
$(4+y)\cdot 3x$ f)	$5+5x$ a)
$x\cdot(3+y)$ b)	$12x+3xy$ f)
$7\cdot(2x+1)$ d)	$6+3y$ c)

3. A szorzás gyakorlása és ellenőrzése

Diákkvartett módszerrel gyakorolhatunk, és ellenőrizhetjük a megértés szintjét. A kérdések:

4. Végezd el a szorzást!

$(b-3)\cdot 4 = 4b - 12$
$6x\cdot(x-1) = 6x^2 - 6x$
$(k+2)\cdot 7k = 7k^2 + 14k$
$9d\cdot(5+2d-3c) = 45d + 18d^2 - 27cd$
$-2\cdot(3-5c) = -6 + 10c$
$5a\cdot(2a+3) = 10a^2 + 15a$
$(7y+8)\cdot(-5y) = -35y^2 - 40y$
$6z\,(2+3)\cdot(-4z) = -120z^2$

5. Gyakorló feladatok

Az 5. feladatlapot páros munkára szántuk. Ennek az a legfontosabb oka, hogy így megbeszélhetik egymással a megoldásokat, és akkor kevésbé monoton a munka. Érdemes feladatonként megállni és közösen ellenőrizni. A 4. feladat nehezebb, differenciálásra használható.

5. FELADATLAP

Gyakorló feladatok

1. A következő kifejezéseket írd át zárójel nélkül, és amelyiket lehet, hozd egyszerűbb alakra!

a) $2(-3a) =$ $-6a$
b) $4b(-2b) =$ $-8b^2$
c) $9\cdot(-2a)\cdot(-3,5) =$ $63a$
d) $\left(-\frac{4}{3}a\right)\cdot\left(-\frac{9}{2}b\right)\cdot\left(-\frac{1}{3}c\right) =$ $-2abc$
e) $c^2\cdot\left(\frac{5}{2}c\right)\cdot(-c) =$ $-2{,}5c^4$
f) $2(a+3) =$ $2a + 6$
g) $3(2a-1) =$ $6a - 3$
h) $5(4-3a) =$ $20 - 15a$
i) $a(a+1) =$ $a^2 + a$
j) $2a(3-a) =$ $6a - 2a^2$
k) $(a+4)\,5a =$ $5a^2 + 20a$
l) $2d^2\cdot 3d^3 =$ $6d^5$
m) $2(a^2+ab) - a(a-b) =$ $a^2 + 3ab$
n) $3(a+b) - 5(a-b) =$ $-2a + 8b$
o) $g(g^2+g) - 3g(g-g^2) =$ $4g^3 - 2g^2$

2. Igaz-e, hogy a következő kifejezések helyettesítési értéke egyenlő?

a) $5\cdot(a-3)+10$ vagy $5a-5$	ha $a = 1$ vagy $a = 1627{,}48$	egyenlő
b) $4b - 2(b-3) + 7$ vagy $2b + 13$	ha $b = -4$ vagy $b = 65374{,}26$	egyenlő
c) $11 - 2c(3-c) + 6c$ vagy $2c^2 + 11$	ha $c = -5782$	egyenlő
d) $10 - 6(2d-1) + 3d(1+d)$ vagy $3d^2 - 9d + 16$	ha $d = 2$ vagy $d = -8652$	egyenlő

3. Válogasd ki az igaz egyenlőségeket!

a) $5 - 3\,(c + 1) = 2\,(c + 1)$ H

b) $\frac{4d}{5} \cdot 3 = \frac{12d}{15}$ H

c) $\frac{7e}{15c} \cdot \frac{10a}{13b} = \frac{7e}{3c} \cdot \frac{2a}{13b} = \frac{14ae}{39bc}$ I

d) $\frac{3q}{5} \cdot \frac{7p}{6} = \frac{18q}{30} \cdot \frac{35p}{30} = \frac{630pq}{900}$ I

e) $2ab^2 + 3a\,(2a + b) - 5b\,(a + b) - 4a^2b + 5abc = 3a^3b^3c$ H

4. Töltsd ki az alábbi táblázatot! A kifejezés a benne szereplő betű mely értékére lesz
Pozitív?
Negatív?
0?
Értelmetlen?

	Pozitív, ha	Negatív, ha	Nulla, ha	Értelmetlen, ha
$-2(x-3)+5(x+4)-x$	$x > -13$	$x < -13$	$x = -13$	Nincs
$\lvert(4x-1)\cdot x-3x^2-5\rvert$	Bármely szám	Nincs	Nincs	Nincs
$\frac{(22x+3)-5(4x+1)-2(x-7)-16}{x-1}$	$x < 1$	$x > 1$	nincs	$x = 1$
$\frac{(5x-1)2-5(x+1)}{\lvert x-2\rvert}$	$x > 1{,}4$	$x < 1{,}4$	$x = 1{,}4$	$x = 2$

Füllentős játék (az eddigiek elmélyítésére való feladat. Lassabban haladó osztályokban el is hagyható. A csoportok külön-külön kitalálnak három olyan feladatot, amelyekben algebrai kifejezésekkel kell műveleteket végezni és ezeket egyszerűbb alakba átírni. A megoldás során azonban egy feladatban hibát rejtenek el. A többit helyesen írják meg. Írja fel minden csoport sorban a három feladatot, és a megoldást a táblára. A többi csoportnak az a dolga, hogy kiválassza a rosszul megoldott feladatot, és megkeresse a hibát pl. $2a - 3\,(a - 2) = -a - 6$. Ez hibás megoldás.
A háromfeladatos dolgozatokat sorban felíratjuk a táblára, és a csoportok közösen megbeszélve kiválasztják a hamis állítást.
Ajánljuk, hogy a feladatgyűjteményből adjunk az óra tartalmának megfelelő házi feladatot. Úgy érdemes beosztani, hogy a modul végére összefoglalásként még maradjon minden típusból.
A feladatok típusai: Általános feladat (2, 4), hibát keresők (6, 8), a tanultakat elmélyítők (1, 5, 7, 9), az ötletességet fejlesztők (3, 10–14). Javasoljuk, hogy a megoldások ellenőrzésekor legalább szóbeli indoklást kérjünk a gyerekektől.

FELADATGYŰJTEMÉNY

1. Írd át egyszerűbb alakra!

a) $a \cdot a \cdot a + a \cdot a \cdot a + a \cdot a \cdot a = 3a^2$

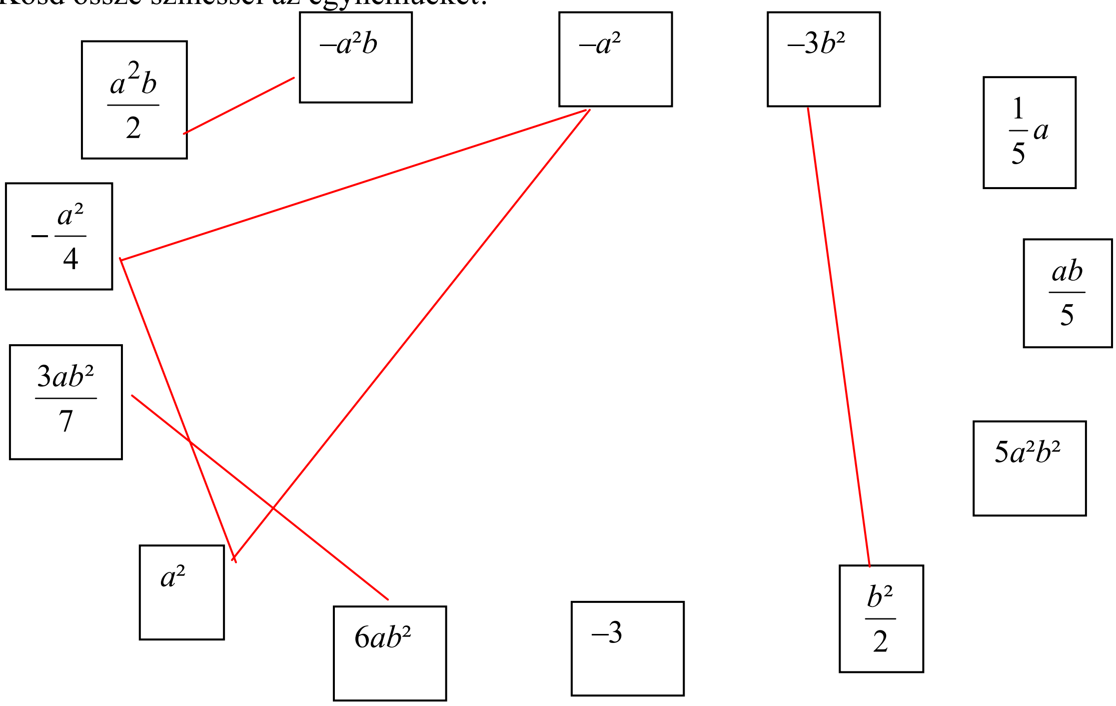
b) $b \cdot b \cdot b \cdot b - c \cdot c = b^4 - c^2$

c) $c \cdot d + c \cdot d + c \cdot d - c \cdot d = 2cd$

d) $e \cdot d \cdot d \cdot d \cdot d \cdot e \cdot d \cdot e = e^3 d^5$

e) $e \cdot f^2 \cdot e \cdot f^2 \cdot e \cdot f = e^3 f^5$

2. Kösd össze színessel az egyneműeket!



3. Írj az alábbiakhoz néhány velük egynemű kifejezést!

a) $2ab$..

b) a^2b..

c) $\frac{a^2b^2}{5}$ ....

d) $(a \cdot b)^2$..

e) $-ab^2$..

f) a^3b^3..

g) $(a + b)^2$..

4. Keresd meg a két oszlopban az egymással egyenlő kifejezéseket! A párosítás eredményeképpen talált betűt írd be az első oszlop megfelelő helyére. Ha az így kapott betűket összeolvasod, egy görög matematikus nevét kapod.

$5 \cdot x$	P
x^3	I
x^2y	T
$5 \cdot x^2$	H
x^2y^2	A

H	$x \cdot x + x \cdot x + x \cdot x + x \cdot x + x \cdot x$
O	$(x - y) \cdot (x - y)$
T	$x \cdot x \cdot y$
A	$x \cdot y \cdot x \cdot y$
S	$x + y + x + y + x + y + x + y$

$3 \cdot x \cdot y$	G
$(x-y)^2$	O
$3 \cdot x \cdot y^2$	R
$(2 \cdot x)^3$	A
$4 \cdot (x+y)$	S
$-5x$	Z

I	$x \cdot x \cdot x$
G	$x \cdot y + x \cdot y + x \cdot y$
Z	$(-x)+(-x)+(-x)+(-x)+(-x)$
R	$x \cdot y \cdot y + x \cdot y \cdot y + x \cdot y \cdot y$
A	$(x+x) \cdot (x+x) \cdot (x+x)$
P	$x+x+x+x+x$

5. Végezd el a kijelölt szorzásokat!

a) $4 \cdot (x+3) = 4x+12$
b) $5 \cdot (x-7) = 5x-35$
c) $3 \cdot (8-x) = 24-3x$
d) $(-5+x) \cdot 3 = 3x-15$
e) $(5x-1) \cdot 7 = 35x-7$
f) $(-10+4x) \cdot (-3) = 30-12x$

6. Válaszd ki az igaz állításokat! Azokat, amelyek nem igazak, javítsd ki!

a) $\frac{1}{3}a = \frac{a}{3}$	I	
b) $\frac{2}{5}b = \frac{2b}{5}$	I	
c) $c+c+c+c+c=5c$	I	
d) $d \cdot d \cdot d \cdot d = 4d$	H	d^4
e) $e \cdot e \cdot e = e^3$	I	
f) $\frac{f}{4} \cdot \frac{f}{4} = \frac{f}{16}$	H	$\frac{f^2}{16}$
g) $\frac{g}{5} : \frac{2}{3} = \frac{3g}{10}$	I	
h) $(h \cdot 5)^2 = h^2 \cdot 5$	H	$25h^2$
i) $\frac{4xy}{9} = 4\frac{xy}{9} = \frac{4}{9}xy = 4x\frac{y}{9} = \frac{4x}{9}y = \frac{1}{9}4xy$	I	
j) $4(2a) = 8 \cdot 2a = 16a$	H	$8a$
k) $b(3a) = 3b \cdot ab = 3ab^2$	H	$3ab$

7. Bontsd fel a zárójeleket!

a) $a+(b-c) = a+b-c$
b) $a-(b+c) = a-b-c$
c) $a-(b-c) = a-b+c$
d) $a \cdot (b+c) = ab+ac$
e) $a \cdot (b-c) = ab-ac$
f) $a \cdot (b \cdot c) = abc$
g) $a : (b \cdot c) = \frac{a}{bc}$
h) $a \cdot (b : c) = a \cdot \frac{b}{c}$

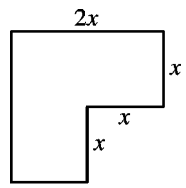
8. Palkó egyszerűsítette a törteket, néhányban hibázott. Javítsd ki a hibákat!

a) $\frac{6\cdot 8}{2}=3\cdot 4$	H	$3\cdot 8$ vagy $6\cdot 4$
b) $\frac{16\cdot 4}{4}=4\cdot 4$	I	
c) $\frac{12+8}{4}=3+8$	H	$3+2$
d) $\frac{20+6}{2}=10+3$	I	
e) $\frac{6\cdot 4\cdot 12}{3}=6\cdot 4\cdot 4$	I	
f) $\frac{(36+12)\cdot 4}{2}=(36+12)\cdot 2$	I	
g) $\frac{a+b}{a}=b$	H	$1+\frac{b}{a}$
h) $\frac{2a\cdot 3b\cdot 4c}{2}=a\cdot b\cdot 2c$	H	$12abc$

9. Válaszd ki az azonosságokat!

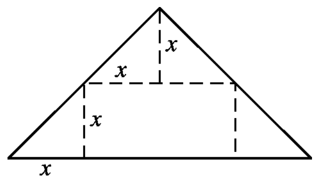
a) $(a+3)\cdot 2+1=2\cdot a+7$	I
b) $\frac{10\cdot a+7}{2}=5\cdot a+7$	H
c) $\frac{8\cdot x-6}{2}=4\cdot x-3$	I
d) $(a+2\cdot a)\cdot a=3\cdot a$	H
e) $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=\frac{5\cdot x}{6}$	I
f) $a-(5-a)=-5$	H

10. Írd fel a síkidom területét sokféleképpen! Számítsd ki, ha



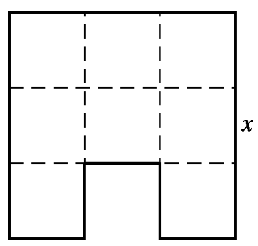
a) $x=\frac{1}{2}$; T = $\frac{3}{4}$
b) $x=3{,}8$; T = 43,32
c) $x=0{,}38$! T = 0,4332

11. Írd fel a háromszög területét többféleképpen! Számítsd ki, ha



a) $x=1{,}5$; T = 9
b) $x=0{,}15$! T = 0,09

12. Írd fel a síkidom területét többféleképpen! Számítsd ki, ha

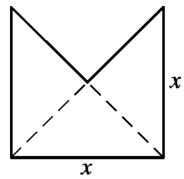


a) $x=3$; T = 72
b) $x=1$! T = 8

13. Írd fel a síkidom területét többféleképpen! Számítsd ki, ha

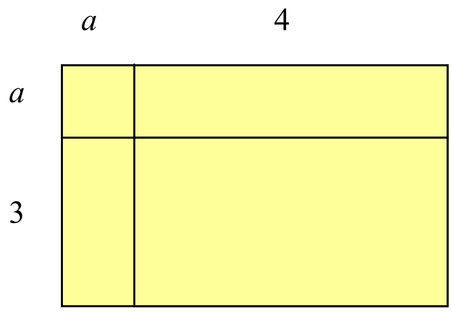
a) $x = \frac{1}{4}$; $T = \frac{3}{48}$

b) $x = \frac{5}{3}$! $T = \frac{25}{12}$



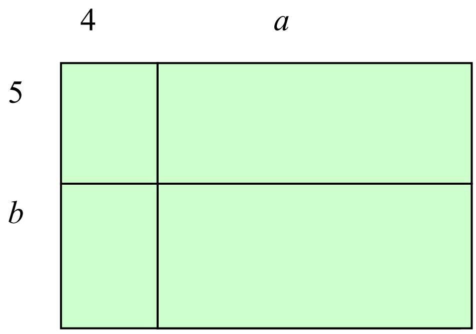
14. András és Ernő versenyeznek. Az nyer, akinek a síkidomok területének kiszámítására vonatkozóan a legtöbb elképzelése van. Persze az elképeléseket meg is lehet valósítani. Versenyezz velük te is, és írd le megoldásaidat!

a)



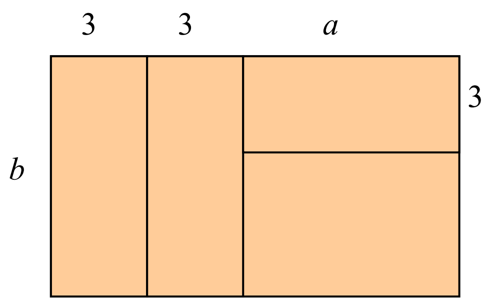
$T = 4a + 12 + a^2 + 3a$
$T = (a + 3)(a + 4)$
$T = 4\ (a + 3) + a\ (a + 3)$
$T = \mathrm{a}\ (a + 4) + 3a + 4$

b)



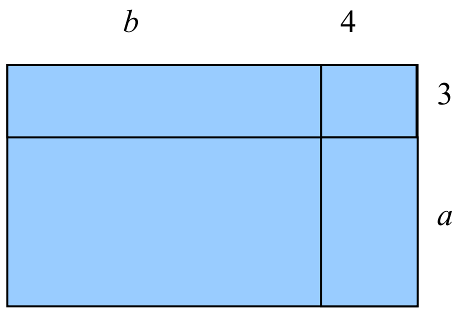
$T = 5a + 20 + ab + 4b$
$T = (a + 4)\ (5 + b)$
$T = \mathrm{a}\ (5 + b) + 4\ (5 + b)$
$T = 5\ (a + 4) + b\ (a + 4)$

c)



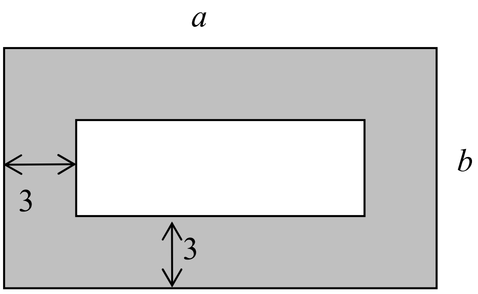
$T = 3b + 3b + 3a + (b – 3)\ a$
$T = (a + 6)\ b$
$T = 6b + ab$

d)



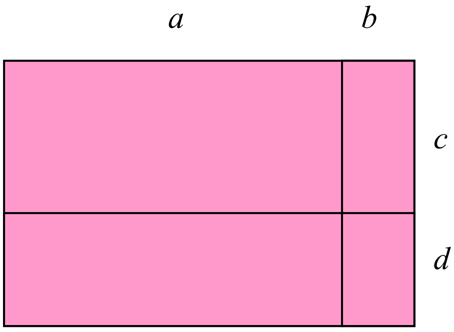
$T = (a + 3)\ (b + 4)$
$T = 3b + 12 + ab + 4a$
$T = b\ (a + 3) + 4\ (a + 3)$
$T = a\ (b + 4) + 3\ (b + 4)$

e)



T = $b\,(a-6) - 6(a-6)$
T = $ab - 6b - 6\,(a-6)$
T = $(a-6)\,(b-6)$
T = $ab - 6a - 6b + 36$

f)



T = $(a+b)\,(c+d)$
T = $ac + bc + ad + bd$
T = $a\,(c+d) + b\,(c+d)$
T = $c\,(a+b) + d\,(a+b)$

0772 – 1. tanári melléklet
Osztályonként 1 kártyakészlet, kartonlapra nyomva ebben a méretben.

$4a^2$	$3a^2$	$\frac{1}{2}a^2$	$0{,}76a^2$
$5b$	$-10b$	$\frac{1}{3}b$	$0{,}15b$
$6a^2b$	$13a^2b$	$-2a^2b$	$\frac{5}{3}a^2b$
$3abc$	$-4abc$	$0{,}76abc$	$8abc$
$2ab^2c$	$-5ab^2c$	$0{,}83ab^2c$	ab^2c
$5ab$	$\frac{1}{5}ab$	$0{,}25ab$	$-10ab$

ac^2	$-4ac^2$	$0{,}76ac^2$	$-5ac^2$
$6a^2b^2$	$-10a^2b^2$	$0{,}15a^2b^2$	$\frac{1}{5}a^2b^2$

0772 – 2. tanári melléklet (21 db kártya)

Osztályonként 8 készlet (csoportonként 1 kártyakészlet) ebben a méretben, kartonlapra nyomtatva.

$8a + 4a - 7a - 10 + 5 + 5a$ és $a = 2$	$10a - 5$	15
$9a - 4a - 3a - 10 + 5 + 6a - 8a$ és $a = 3$	-5	-5
$9a + 3a - 4a - 10 + 5 - 6a - 8a$ és $a = 2$	$-6a - 5$	7
$-5a + a - 10 + 5 - 3a + 9a - a$ és $a = -5$	$a - 5$	-10
$2a + 5a - 8 + 9 - 3a + 8 - 7a$ és $a = 4$	$-3a + 9$	-3
$8 - 2a - 3a - 5 + 8a$ és $a = -4$	$3a + 3$	-9
$-3 - 5a + 6 - a + 3$ és $a = \frac{1}{3}$	$-6a + 5$	4