0751. MODUL

# HÁROMSZÖGEK, SOKSZÖGEK

## A sokszög szögeinek összege

KÉSZÍTETTE: JAKUCS ERIKA, TAKÁCSNÉ TÓTH ÁGNES

# MODULLEÍRÁS

| | |
|---|---|
| **A modul célja** | Háromszögek belső és külső szögösszege. Sokszögek külső, belső szögösszege. |
| **Időkeret** | 3 óra |
| **Ajánlott korosztály** | 7. osztály |
| **Modulkapcsolódási pontok** | *Tágabb környezetben:* kémia, fizika, építészet<br>*Szűkebb környezetben:* szerkesztések, térgeometria<br>*Ajánlott megelőző tevékenységek:* egyszerű kísérletek rajzgömbön, szögfogalom megalapozása síkon, gömbön, másolópapír használata<br>6. osztály: Síkidomok 0661-0664<br>7. osztály Geometriai transzformációk 0721-0722<br>*Ajánlott követő tevékenységek:* sokszögek felépítése háromszögekből, szerkesztések síkon, gömbön<br>7. osztály: Háromszögek szerkesztése, egybevágósága 0752; Speciális négyszögek 0753<br>8. osztály: Geometriai ismétlés 0851-0852 |
| **A képességfejlesztés fókuszai** | *Számolás, becslés*: Háromszög szögösszege; szögszámítások, mértékváltási feladatok.<br>*Rendszerezés, kombinativitás*: a szerkesztés menete, megszerkeszthető szögek.<br>*Deduktív, induktív következtetés*: következtetési feladatok megoldása, igaz-hamis állítások, tulajdonság és definíció megkülönböztetése, érvelés általánosan vagy ellenpéldával.<br>*Kommunikációs készség, szövegértés*: pontos fogalomalkotás, definíció megfogalmazása |

# AJÁNLÁS

A matematika legtöbb szeletét felfedeztetni akarjuk, és nem bemutatni. Ennek megfelelően ragaszkodunk ahhoz, hogy az állításokat, és a definíciókat helyes formájukban a tanulók fogalmazzák meg.

Kísérleti helyzeteket teremtünk, melyek során a gyerekeket állásfoglalásra szorítjuk, vitákat provokálunk anélkül, hogy saját álláspontunkat tanítványaink elé tárnánk.

Minden vitában igazítjuk a gyerekek nyelvhasználatát, és toleranciára neveljük őket azáltal, hogy érvelés közben gyakran felszabaduló indulataikat tudatosítjuk, féken tartjuk, miközben véleményeiket állandóan ütköztetjük.

A nyelvhasználat igazgatásakor ügyeljünk arra, hogy a pontos, szakszerű szövegezést csak akkor „adjuk a szájukba”, amikor már saját nyelvükön megfogalmazták a lényeget, mert ekkor fejükben már megjelent a fogalom, vagy állítás tartalma, a nyelvi megformálást ehhez a megszületett tartalomhoz társítjuk. Ha ezt a sorrendet elvétjük, akkor magoltatunk, s a jelentés nélkül megjegyzett szövegek nyom nélkül tűnnek el a feledés útvesztőjében.

Kísérleti helyzeteinkben gyakran tevékenykedtetünk, írásbeliségben sok színt használunk – mi magunk a táblán, írásvetítőn, applikációinkon, s ugyanezt következetesen elvárjuk tanítványainktól a füzetben. (Ennek pszichológiai háttere, hogy mind a manuális, mind a vizuális emlékezet gyorsabbá és mélyebbé teszi a bevésést, ezzel munkánk hatékonyságát javítja.)

# TÁMOGATÓ RENDSZER

Írólapok, másolópapír. Rajzgömb – készlet, szögmérő, vonalzó.
Írásvetítő a sávkirakós állítás bizonyításához készített fóliákkal (1. tanári melléklet)
Geometriai fóliasorozat

# ÉRTÉKELÉS

Folyamatos, szóbeli.
A viták során a pontos nyelvhasználat, a matematikai tartalom és az egymás iránti türelem az értékelés legfőbb szempontjai.

# MODULVÁZLAT

| | Lépések, tevékenységek | Kiemelt készségek, képességek | Eszközök, Feladatok |
|---|---|---|---|
| **I. Háromszögek síkon és gömbön** | | | |
| 1. | Bemelegítés: A háromszögek típusai (ismétlés) | Emlékezőképesség, rendszerező-képesség, következtetések | 1. feladatlap 1. feladat |
| 2. | Háromszögek síkon és gömbön | Következtetések, mérés, becslés | 1. feladatlap 2. feladat, fólia vagy celofán, írólap, alkoholos filc, olló, rajzgömb |
| 3. | A háromszög szögeinek kiszámítása | Emlékezőképesség, rendszerező-képesség, becslés, mérés | 1. feladatlap 3. 4. 5. feladat, körző, vonalzó |
| **II. Háromszögek belső és külső szögeinek összege** | | | |
| 1. | Háromszög belső szögeinek összege (sávkirakós kísérlet) | Következtetések, mérés, becslés | Különböző típusú háromszögek – 1. tanári melléklet, 2. feladatlap |
| 2. | A háromszög külső szögeinek összege – sávkirakós modell | Emlékezőképesség, rendszerező-képesség, következtetések | 2. feladatlap |
| 3. | Feladatok gyakorlásra | Becslés, mennyiségi következtetések, rendszerezés, kombinativitás | 3. feladatlap |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **III. Sokszögek belső és külső szögeinek összege** | | | |
| 1. | Bemelegítés: Mit tudunk a négyszögekről? (staféta játék) | Emlékezőképesség, rendszerező-képesség, következtetések | Labda vagy babzsák |
| 2. | Sokszögek belső és külső szögeinek az összege | Következtetések, mérés, becslés | 4. feladatlap 1. 2. feladat |
| 3. | Szabályos sokszögek | Emlékezőképesség, rendszerező-képesség, következtetések | 4. feladatlap 3. feladat |
| 4. | Feladatok gyakorlásra | Becslés, mennyiségi következtetések, rendszerezés, kombinativitás | 5. feladatlap |
| 5. | Sokszögek a gömbön | Térszemlélet, következtetések | rajzgömb |

# A FELDOLGOZÁS MENETE

## I. Háromszögek síkon és gömbön

### 1. Bemelegítés: A háromszögek típusai

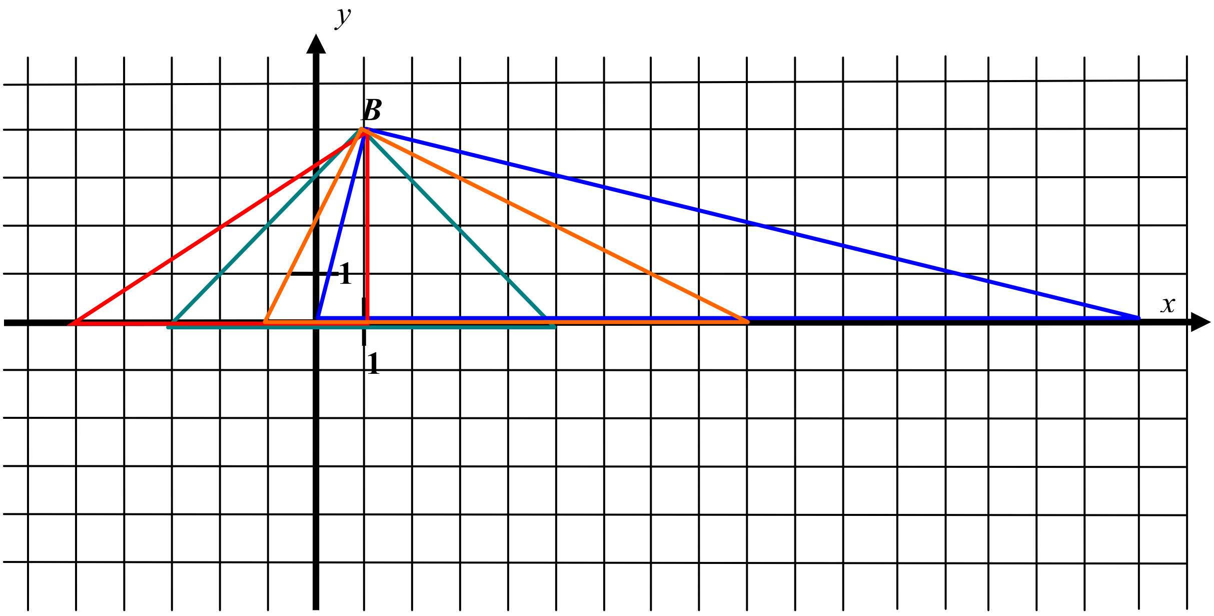
Az előző tanévben már tapasztalati úton megismerkedtünk a háromszögek belső és külső szögeivel, és azok összegével. Ezért elsőként ezeket, az ismereteket hívjuk elő. Páros munkában oldják meg az 1. feladatlap 1. feladatát, amelyben különböző típusú háromszögek fordulnak elő! Lassabban haladóktól egy-egy háromszög megtalálásával elégedjünk meg! Házi feladatnak is feladhatjuk az összes megoldás megtalálását!

### 1. FELADATLAP

**1.** Rajzolj egy koordinátarendszert! Adott a *B* (1; 4) pont. Keress az *x* tengelyen két olyan rácspontot, melyek a *B* ponttal együtt a következő tulajdonságú háromszögeket határozzák meg:

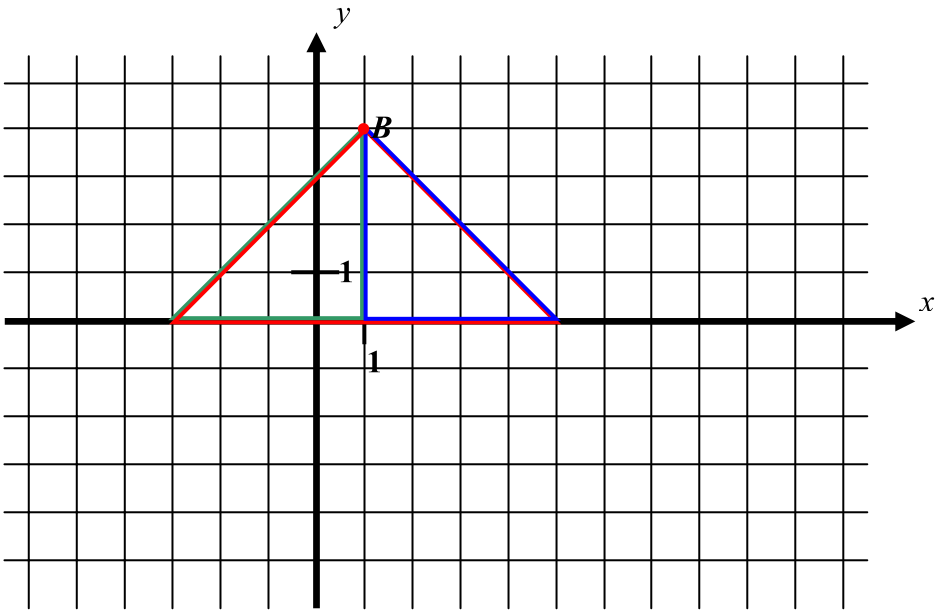
**a)** derékszögű;

*A* (1; 0), és *C* pont az *x* tengely bármely, ettől különböző rácspontja (pl. piros háromszög). Valamint az *A* (–3; 0); *C* (5; 0) (zöld háromszög); az *A* (–1; 0); *C* (9; 0) (narancsszínű háromszög); az *A* (0; 0); *C* (17; 0) (kék háromszög) pontpárok és ezek tükörképei az (1; 0) pontra.



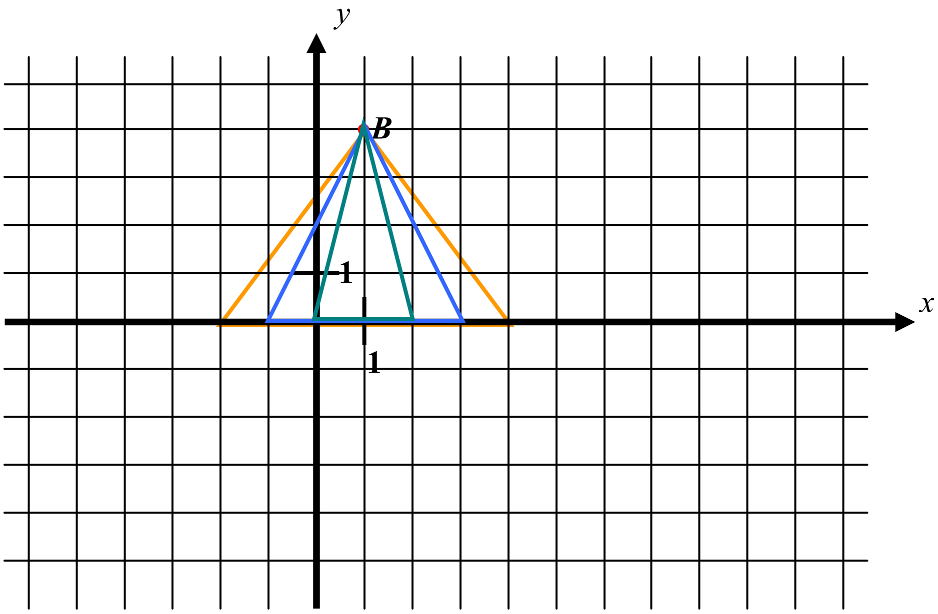

**b)** egyenlőszárú derékszögű;

Az *A* (1; 0); *C* (–3; 0) (zöld háromszög); az *A* (1; 0); *C* (5; 0) (kék háromszög); és az *A* (–3; 0) *C* (5; 0) (piros háromszög) pontpárok.



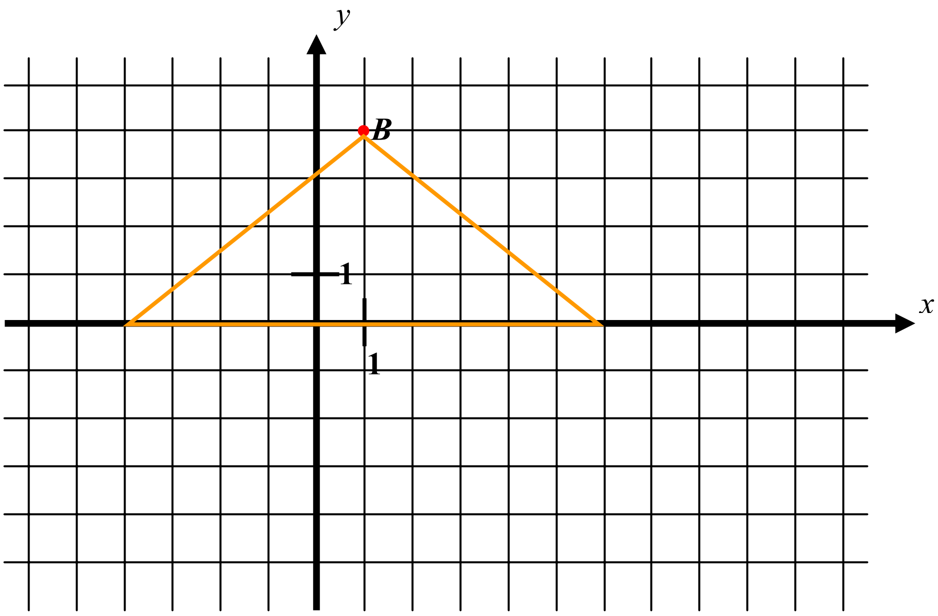

**c)** egyenlőszárú hegyesszögű;

Az $A$ (–2; 0) és $C$ (4; 0) (narancsszínű háromszög); $A$ (–1; 0) és $C$ (3; 0) (kék háromszög); és az $A$ (0; 0) és $C$ (2; 0) (zöld háromszög) pontpárok.




**d)** egyenlőszárú tompaszögű.

Az $A$ ($x$; 0) és $C$ ($-x + 2$; 0) koordinátájú pontpárok, ahol $x > 6$ és egész (pl.: narancs háromszög).




Rajzolj mindegyikre egy-egy példát, használj különböző színeket!

**e)** Hány megoldás van az egyes esetekben? Keress minél több megoldást!
A b) és c) esetekben 3-3 db, a többiben végtelen sok megoldás van.

**2.**
**a)** Vágjatok ki átlátszó lapból 2 – 2 darabot a következő szögtartományokból: 30°, 45°, 60°, 75°, 90°, 120°, 135°. Építs belőlük háromszögeket a síkon! Keress minél több megoldást! Mely szögekből lehet, melyekből nem lehet háromszöget építeni?
A következő három-három szögből lehet háromszöget építeni: 30°, 60°, 90°; 45°, 60°, 75°; 30°, 30°, 120°; 45°, 45°, 90°; 30°, 75°, 75°. A 135°-os szöget nem tudjuk felhasználni.
**b)** Rajzoljatok a gömbre háromszögeket, majd mérjétek meg a belső és a külső szögeit! Mekkora lehet a gömbi háromszögek belső, illetve külső szögeinek az összege?
A gömbháromszög belső szögeinek összege mindig nagyobb 180°-nál, de 540°-nál kisebb, ám e két érték között tetszőleges lehet. A külső szög itt is a belső szöget kiegészítő szög. A külső szögek összegéről annyit tudhatunk biztosan, hogy 0°-nál nagyobb és 360°-nál kisebb.

**3.** Szerkessz szabályos háromszöget, amelynek oldala 6 cm!
Szerkeszd meg egyik szögének szögfelezőjét! Milyen alakzatra bontotta a szabályos háromszöget a szögfelező egyenese? Mekkorák ennek az alakzatnak a szögei, illetve az oldalai? Hasonlítsd össze a háromszög szögeinek és a velük szemben lévő oldalak nagyságát!
A szabályos háromszög minden belső szöge 60°, minden külső szöge 120°. A szögfelező két, egybevágó derékszögű háromszögre bontotta a szabályos háromszöget, amelynek belső szögei 30°, 60°, 90°, oldalai 3 cm, 5,2 cm, 6 cm. Nagyobb szöggel szemben hosszabb oldal található, és a derékszögű háromszögben a 30°-os szöggel szemben lévő befogó feleakkora, mint az átfogó (3 cm – 6 cm).

**4.** Szerkeszd meg a háromszöget, és számítsd ki a hiányzó belső és külső szögeit!
**a)** A háromszög egyik oldala 5 cm, a rajta lévő két szög 30° és 75°.
A 3. belső szög: 75°. Külső szögek: 150°, 105°, 105°.
**b)** Az egyenlőszárú derékszögű háromszög átfogója 6 cm.
Belső szögek: 90°, 45°, 45°. Külső szögek: 90°, 135°, 135°.

**5.** Szerkeszthető-e háromszög az alábbi adatokból? Ha az adatok alapján nem tudod eldönteni, rajzold meg a háromszöget!

**a)** A háromszög két belső szöge 65° és 120°.

Nem. A belső szögek összege nagyobb 180°-nál.

**b)** A háromszög két külső szöge 90°.

Nincs ilyen háromszög, mert két derékszöge lenne.

**c)** A háromszög oldalai 4 cm, 5 cm, 8 cm.

Igen, szerkeszthető.

**d)** A háromszög oldalai 3 cm, 4 cm, 7 cm.

Nem szerkeszthető (háromszög-egyenlőtlenség).

**e)** A háromszög oldalai 4 cm, 5 cm, 10 cm.

Nem szerkeszthető (háromszög-egyenlőtlenség).

## 2. Háromszögek síkon és gömbön

Ezután a háromszög belső szögeiről, a szögösszegről tanult ismereteket elevenítsük fel síkon és gömbön is (2. feladat)! A csoport egyik párosa a síkon végezze el a vizsgálódást ( a) feladat), a másik páros pedig a gömbön ( b) feladat)! Rajzolják fel egy egy-egy átlátszó lapra (például celofán, fólia) a megadott szögtartományokat, vágják ki (mindegyikből 2-2 darabot), és ezek segítségével próbáljanak háromszögeket kirakni! (Ezeket a szögtartományokat érdemes megőrizni, mert a 0753 Speciális négyszögek című modulban, II./2. 1. feladatlap 2. feladat, ismét felhasználásra kerülnek.) Ehhez osszunk ki írólapokat, alkoholos filceket, rajzgömböt és ollókat minden csoportnak! A síkon történő vizsgálódást mindenféleképp végezzük el! A gömb esetében is ajánlott! Úgy is eljárhatunk, hogy nem párban dolgoznak, hanem a csoport közösen először a síkon vizsgálódik, majd a gömbön. Természetesen ez időigényesebb, de lassabban haladó osztályokban meggondolandó!
Ha a belső szögek vizsgálatakor tanítványaink megállapítják „szemléletesen”, hogy minél nagyobb darabot ölel át a gömbből a háromszög, annál nagyobb a belső szögösszege, akkor most azt is várjuk, hogy minél nagyobb a háromszög, annál kisebb a külső szögösszege. (Megjegyzés.: A nagyobb háromszög kifejezést csak szemléletesen használjuk itt, matematikai tartalmában is helytálló: a gömbháromszög területe és belső szögösszege kölcsönösen meghatározzák egymást épp úgy, hogy nagyobb területű háromszög szögösszege nagyobb. Itt azonban ez az ismeret még nem áll rendelkezésre, hagyatkozzunk tehát valóban a szemléletre, ezt a relációt a gyerekek észre szokták venni, fogadjuk el, de tisztázzuk, hogy ez egy olyan sejtés, ami helytálló, csak mi még nem birkózunk vele.)
A háromszög külső szöge gömbön is a belső szög kiegészítője. Így az előbbi egyenlőség a következőképpen alakul: $3 \cdot 180° - (\alpha + \beta + \gamma) = ?$ Mivel a belső szögek összege 180°-nál nagyobb, 540°-nál kisebb, ám e két érték között tetszőleges lehet, ezért a külső szögek összegéről annyit tudhatunk biztosan, hogy 0°-nál több és 360°-nál kevesebb. Azt reméljük, hogy e két érték között bármilyen lehet. Ezután rajzolnak a gömbre különböző háromszögeket, és mérnek. Kitűzhetnek célokat: legyen kb. 300°, 200°, 100°, 10° a külső szögösszeg!

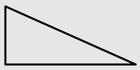
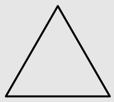
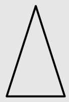
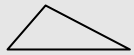
## 3. A háromszög szögeinek kiszámítása

Az óra utolsó részében gyakorlásképp oldjuk meg az 1. feladatlap megmaradt feladatait, amelyben háromszögeket kell szerkeszteni, illetve a hiányzó szögeket kell kiszámítani, valamint a háromszög-egyenlőtlenséget is felelevenítjük! A 3. feladatban feltétlenül hangsúlyozzuk ki a szögek és a velük szemben lévő oldalak hossza közötti kapcsolatot, valamint azt, hogy a derékszögű háromszögben a 30°-os szöggel szemben lévő befogó fele akkora, mint az átfogó. Érdemes páros munkában, vagy a szóforgó módszerrel dolgozni a csoporton belül, az ellenőrzés is így megtörténik, de ellenőrizhetünk csoportforgóval vagy diákvartettel is. Ha 4. és 5. feladatra nincs időnk, adjuk fel házi feladatnak!

# II. Háromszögek belső és külső szögeinek összege

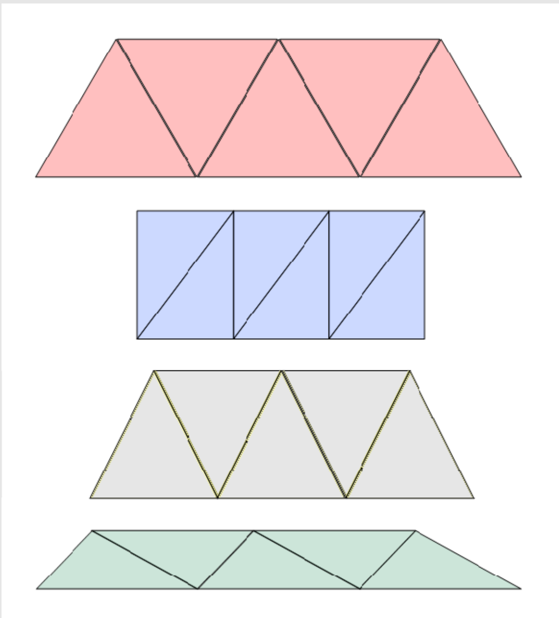
## 1. Háromszög belső szögeinek összege

Az óra következő részében ismét bebizonyítjuk, hogy a háromszög belső szögeinek az összege 180°, de másképp, mint eddig. Felrajzolunk a táblára néhány háromszöget táblázatos elrendezésben, az alábbi táblázat szerint, és mondjuk el, hogy egy-egy típusból sávot kell majd építeni (egyszeres sávot abban az értelemben, hogy az alkotó háromszögek mindegyike eléri a sávot határoló mindkét egyenest). A kísérlet elvégzése előtt „fejlehajtós” szavazással tippeltessük meg, hogy mely típusokból sikerül majd az építés!

| Derékszögű | Szabályos | Egyenlőszárú (nem szabályos) | Tompaszögű, nem egyenlőszárú |
|---|---|---|---|
|  |  |  |  |
| Igen tippek száma | Tipp | Tipp | Tipp |

Tippelnek. (Általában a táblázat számai balról jobbra csökkenő sorrendet mutatnak.)
A kísérlet elvégzéséhez osszunk ki a csoportoknak mind a négy típusú háromszögből 5 –5 darabot (**1. tanári melléklet**), és párokban dolgozva ellenőrizzék, hogy lehet-e az egyes típusokból sávot kirakni!

**1. tanári melléklet** –
lásd e fájl végén és a modul eszközei közt is!



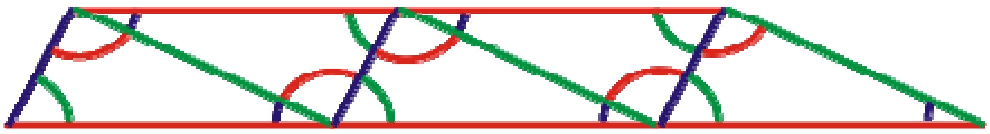
Kiderül, hogy mindegyik háromszögből lehet sávot kirakni. Különböző színnel jelöljék a háromszög három oldalát és szögeit, a szemközti oldalt és szöget azonos színnel! Indokláskor az azonos színű oldalakat illesztik, eközben a szemközti szögeket figyelik, és szóban megfogalmazzák, hogy a három különböző szög miként kerül mindig egymás mellé. Kiderül, hogyha a belső szögek összege 180°, akkor így sáv keletkezik. Bizonyítsuk be! A csoportok beszéljék meg, majd együtt is összegezzük a véleményeket! A bizonyításnál használjuk fel a párhuzamos szárú szögeknél tanultakat!

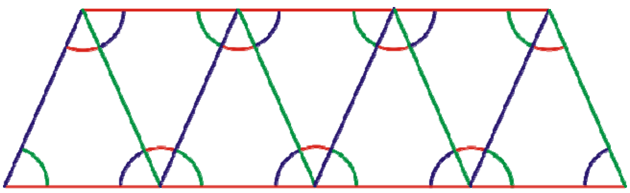
Gyorsabban haladó csoportokban mélyebbre hatolhatunk:
Láttuk, hogy minden háromszögből lehet sávot kirakni. De mi tehet különbözővé két sávot?
A sáv szélessége teszi különbözővé.
Határozzuk meg e sávok szélességét!

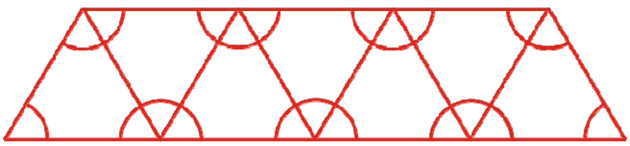
A szélesség megegyezik a sávegyenesen lévő oldalhoz tartozó magassággal.
Melyik háromszögből hányféle sáv rakható ki?
Annyi, ahány különböző magassága van az adott háromszögnek.

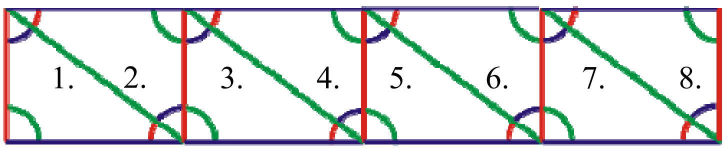
# 2. FELADATLAP

**1.** Egybevágó háromszögekből próbáljatok egyszeres sávot (az alkotó háromszögek mindegyike eléri a sávot határoló mindkét egyenest) kirakni! Jelöljétek különböző színnel a háromszög három oldalát és szögeit, a szemközti oldalt és szöget azonos színnel! Ismételjétek meg a kísérletet más típusú háromszöggel is! Magyarázzátok meg a tapasztaltakat!
A sáv kirakásakor a háromszög három különböző szöge egymás mellé kerül, együtt kiadják az egyenesszöget, tehát a belső szögek összege 180°. Az 1. háromszög piros szögének nagysága megegyezik a 2. háromszög piros szögének nagyságával, mivel párhuzamos szárú szögek. Ugyanez elmondható a többi azonos színezésű szögről.










**2.** Figyeljétek meg az általatok kirakott sávon, milyen összefüggés van a háromszög belső és külső szögei között! Írjátok le az összefüggéseket, majd ezek segítségével határozzátok meg a háromszögek külső szögeinek az összegét! Bizonyítsátok be!
$\alpha' = \beta + \gamma$; $\beta' = \alpha + \gamma$; $\gamma' = \alpha + \beta$
$\alpha' + \beta' + \gamma' = 2\alpha + 2\beta + 2\gamma = 2(\alpha + \beta + \gamma) = 2 \cdot 180° = 360°$

## 2. A háromszög külső szögeinek összege – sávkirakós modell

Már 6. osztályban foglalkoztunk a külső szögek összegével is, de csak tapasztalati, és nem tudásszinten. A külső szögek összegére vonatkozó bizonyítást pedig csak kitekintésben szerepelt. Itt az idő, hogy ezt végigtekintsük, most már nem kiegészítő anyagként (2. feladatlap 2. feladat). Figyeljék meg a gyerekek az általuk kirakott sávot! Szépen kirajzolódik a belső és külső szögek kapcsolata, melynek segítségével bizonyítsuk be, hogy a külső szögek összege 360°. A bizonyítás menetét írják le a füzetükbe!

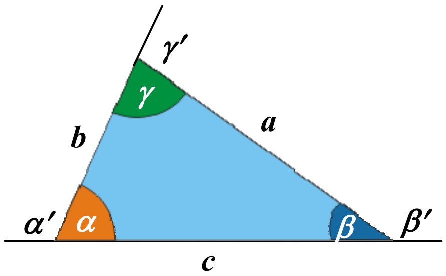
# ÖSSZEGZÉS:

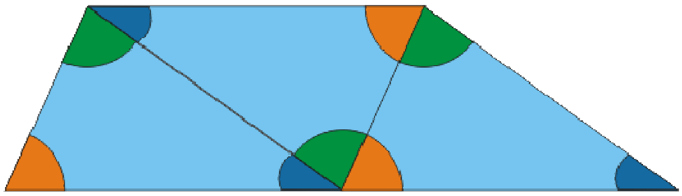
## EMLÉKEZTETŐ:

**A háromszög belső és külső szögei**

A háromszög szögeit ($\alpha$, $\beta$, $\gamma$) belső szögeknek nevezzük.
A háromszög belső szögeinek összege 180°.
A háromszög külső szögének nevezzük azt a szöget, amely a háromszög belső szögét 180°-ra egészíti ki.

$$\alpha' = 180° - \alpha$$
$$\beta' = 180° - \beta$$
$$\gamma' = 180° - \gamma$$



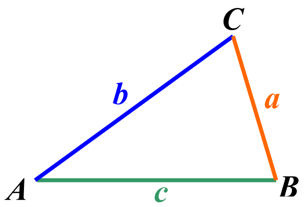



**ÁLLÍTÁS: Kapcsolat a háromszög oldalai között: háromszög-egyenlőtlenség**

A háromszög bármely két oldalának összege mindig nagyobb, mint a harmadik oldal.

**BIZONYÍTÁS:**

Két pont között a legrövidebb út a két pontot összekötő szakasz. Ezért




$AC + CB > AB$ $\quad b + a > c$

$AC + AB > BC$ $\quad b + c > a$

$AB + BC > AC$ $\quad c + a > b$

---

**ÁLLÍTÁS: A háromszög belső szögeinek összege 180°**

**BIZONYÍTÁS:**

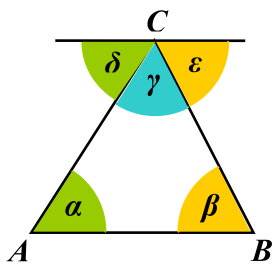
A párhuzamos szárú szögek tulajdonságait felhasználva bizonyíthatjuk az állítást.
Húzzunk a $C$ csúcson áthaladó, az $AB$ oldal egyenesével párhuzamos egyenest!

Az $\alpha$ és $\delta$ fordított állású szögpárt alkot, ezért $\boldsymbol{\alpha = \delta}$
A $\beta$ és az $\varepsilon$ is fordított állású szögpár, ezért $\boldsymbol{\beta = \varepsilon}$
A $C$ csúcsnál lévő három szög együtt egyenesszöget alkot,

ezért $\quad \boldsymbol{\delta + \gamma + \varepsilon = 180°}$

Mivel $\quad \boldsymbol{\alpha = \delta}$ és $\boldsymbol{\beta = \varepsilon}$

ezért $\quad \boldsymbol{\alpha + \gamma + \beta = 180°}$




Tehát az állítás igaz, a belső szögek összege 180°.

---

**ÁLLÍTÁS: Kapcsolat a háromszög belső és külső szögei között**

A háromszögben bármely két szög összege egyenlő a harmadikkal szomszédos külső szöggel:

$$\alpha' = \beta + \gamma$$
$$\beta' = \alpha + \gamma$$
$$\gamma' = \alpha + \beta$$

**BIZONYÍTÁS:**

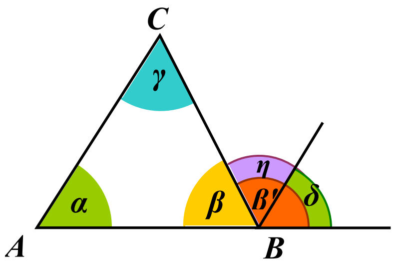
Az $\gamma$ és $\eta$ fordított állású szögpárt alkot, ezért $\gamma = \eta$.

Az $\alpha$ és a $\delta$ egyállású szögek, ezért $\alpha = \delta$.

Az ábráról leolvasható, hogy: $\beta' = \eta + \delta$

Mivel $\eta = \gamma$ és $\delta = \alpha$,

így $\beta' = \alpha + \gamma$




Tehát az állítás igaz, bármely külső szög egyenlő a szöggel nem szomszédos két belső szög összegével.

Hasonlóan belátható, hogy $\alpha' = \beta + \gamma$ és $\gamma' = \alpha + \beta$.

---

**ÁLLÍTÁS: A háromszög külső szögeinek az összege 360°.**

**BIZONYÍTÁS:**

Az előző két állítást alkalmazzuk a bizonyításban.

$$\alpha' = \beta + \gamma \qquad \beta' = \alpha + \gamma \qquad \gamma' = \alpha + \beta$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180°$$

$$\alpha' + \beta' + \gamma' = (\beta + \gamma) + (\alpha + \gamma) + (\alpha + \beta) = (\alpha + \beta + \gamma) + (\alpha + \beta + \gamma) = 2 \cdot 180° = 360°$$

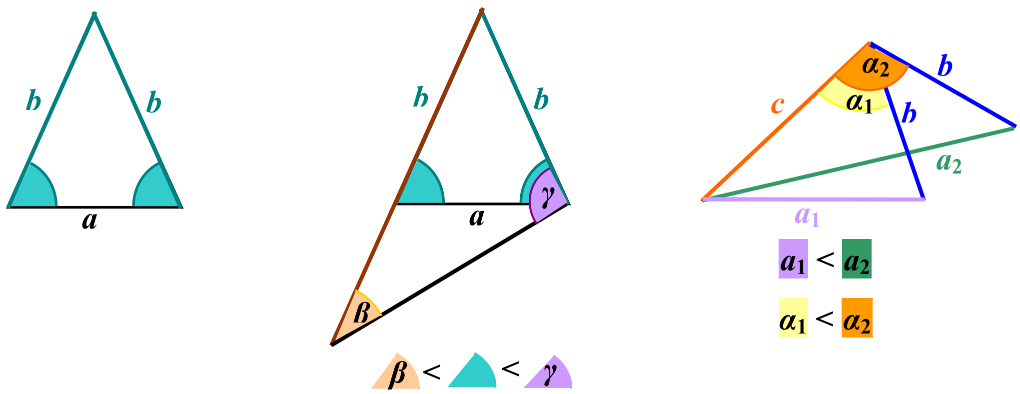
Tehát az állítás igaz, a háromszög külső szögeinek az összege 360°.

---

**ÁLLÍTÁS: Kapcsolat a háromszög szögei és oldalai között**

Ugyanabban a háromszögben az egyenlő oldalakkal szemben egyenlő szögek vannak, a hosszabb oldallal szemben nagyobb szög van, mint a rövidebb oldallal szemben.
Ha két háromszögben két-két oldal egyenlő, akkor abban a háromszögben nagyobb a harmadik oldal, amelyikben a két oldal által bezárt szög nagyobb.

**BIZONYÍTÁS** (szemléletesen)**:**



## 3. Feladatok gyakorlásra

Az óra hátralévő részében oldjuk meg gyakorlásként a 3. feladatlap feladatait! Lassabban haladóktól az 1. b) feladattól egy-egy megoldást várjunk el! Természetesen a feladatgyűjteményből is válogathatunk.
A következő órára sokszögek szögeinek a megmérése lesz a feladat, a sokszögek belső szögeinek összegéről szeretnénk sejtést. Adjunk ki minden csoportnak egy sokszög típust, például ötszög, hatszög, hétszög. Házi feladatként rajzoljon mindenki a füzetébe 3 - 4 db különböző, adott oldalszámú sokszöget, és mérje meg ezeknek a belső és külső szögeit, és számítsa ki a belső és külső szögek összegét! Hívjuk fel a figyelmet, hogy csak pontos mérések vezethetnek jó sejtéshez.

# 3. FELADATLAP

**1.** Határozd meg a háromszög hiányzó szögeit, ha
**a)** egy belső szöge 48° és egy külső szöge 105°;
Belső szögek: 48°; 75°; 57°. Külső szögek: 132°; 105°; 123°.
**b)** van egy 36°-os és egy 126°-os szöge;
Két megoldás lehetséges:
I. A 36° belső szög, a 126° külső szög: belső szögek: 36°; 54°; 90°; külső szögek: 144°; 126°; 90°. Fordított esetben nem teljesül a háromszögegyenlőtlenség.
II. Mindkét szög belső szög: a harmadik belső szög 18°; külső szögek 144°, 54°, 162°.
Ha mindkét szög külső szög lenne, akkor nem teljesülne a háromszögegyenlőtlenség.

**2.** Mekkorák az egyenlőszárú háromszög szögei, ha az egyik külső szöge
**a)** 55° **b)** 90° **c)** 111°.
I. A megadott szög a szárszög külső szöge.
**a)** Belső szögek: 125°; 27,5°; 27,5°.
Külső szögek: 55°; 152,5°; 152,5°.
**b)** Belső szögek: 90°,45°; 45°.
Külső szögek: 90°;135°; 35°.
**c)** Belső szögek: 69°; 55,5°; 55,5°.
Külső szögek: 111°; 124,5°; 124,5°.
II. A megadott szög az alapon lévő szög külső szöge.
**a)** Belső szögek: 125°; 125°; Nem lehet a háromszögnek két tompaszöge.
**b)** Belső szögek: 90°, 90°. Nem lehet a háromszögnek két derékszöge.
**c)** Belső szögek: 69°; 69°; 42°.
Külső szögek: 111°; 111°; 138°.

**3.** Egy háromszög belső szöge háromszorosa a hozzá tartozó külső szögnek. Hány fokos ez a szög?
180° : 4 = 45°, tehát a belső szög 135°, a külső szög 45°.

**4.** Számítsd ki az egyenlőszárú háromszög ismeretlen külső és belső szögeit, ha egyik külső vagy belső szöge 64°!
**I.** A külső szög a 64°. Csak az a megoldás lehetséges, hogy a szárszög külső szöge a megadott szög. Ha az alapon lévő szög külső szöge a megadott szög, akkor két belső szög is tompaszög lenne (116°), ez pedig háromszög esetében nem lehetséges.
Belső szögek: 116°; 32°; 32°.
Külső szögek: 64°; 148°; 148°.

**II.** Belső szög a 64°. Két eset lehetséges:
**A)** Az alapon lévő szög a megadott szög:
Belső szögek: 64°; 64°; 52°.
Külső szögek: 116°; 116°; 128°.
**B)** A szárszög a megadott szög:
Belső szögek: 58°; 58°; 64°.
Külső szögek: 122°; 122°; 116°.

**Feladatgyűjtemény: 1 - 6. feladat**

# III. Sokszögek belső és külső szögeinek összege

## 1. Bemelegítés: Mit tudunk a négyszögekről?

Az elmúlt órán a háromszögekkel foglalkoztunk, következnek a sokszögek. A négyszögek szögeinek az összegét tanulmányoztuk 6. osztályban, az érték nem ismeretlen a gyerekek előtt, de amíg az elmúlt évben elsősorban tapasztalati úton szereztünk információkat, addig most mindezeket más módon közelítjük meg, és bizonyítjuk be, és megtanuljuk bármilyen oldalszámú sokszög szögösszegének kiszámítási módját. A sokszögek szögeinek összegét a háromszögek belső szögösszegének segítségével bizonyítjuk, ezért nagymértékben alapozunk az előző órán előhívott ismeretekre. Először idézzük fel a négyszögek tulajdonságait!
Bemelegítésként játsszunk staféta játékot! Alakítsanak egy nagy kört, adjunk a kezdő játékosnak egy kisebb labdát, vagy babzsákot! A kezdő játékos mondjon egy állítást valamelyik négyszög típusról! Akinek tovább dobja a labdát, meg kell mondania, hogy igaz vagy hamis volt-e az állítás! Ez a játékos ismét mond egy állítást, stb. A játék ne legyen túl hosszú, maximum 4-5 perc, de figyeljünk arra, hogy lehetőleg mindenkire sor kerüljön! A játékot játszhatjuk a diákkvártett szabályai szerint is, ekkor a tanár jelöli ki az állítást mondó, és a válaszoló személyét!

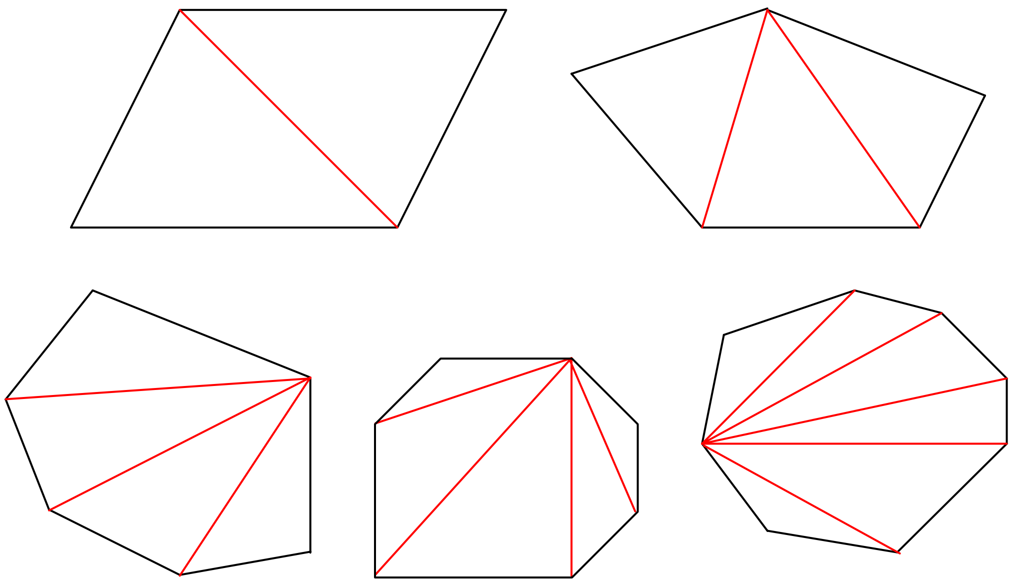
## 2. Sokszögek belső és külső szögeinek az összege

Az óra elején összesítjük a házi feladatban elvégzett szögmérések eredményeit! Minden csoport látja saját mérései alapján, hogy egyféle sokszög belső szögösszege egy szám körül szóródik; valószínű, hogy egy pontos értékre számíthatunk, mint a háromszögek esetében. Az összesített eredményekből az is kisejlik, hogy ez sokszögenként különböző, az egyenesszögnek egész számszorosa. Írjuk fel a táblára a kialakult sejtéseket sokszög típusonként!
Tegyünk egy kis kerülőt! Válaszoljuk meg előbb a következő kérdést: Egy sokszöget egy csúcsából induló átlói hány db háromszögre bontanak? Segítségül használjuk a 4. feladatlap 1. és 2. feladatát! (Rutinosan kísérletező osztályokban nincs szükség ennyi irányításra sem, maguk kezdeményezik a háromszögekre bontást, és némi színpadias ügyetlenkedésünkre azt is megfogalmazzák, hogy egy csúcsba futó átlókkal bontsunk.). Az adatokat táblázatban gyűjtsük és rögzítsük! A csoportok próbálják kitölteni a táblázatot, majd beszéljük meg a megoldást! Amíg a gyerekek dolgoznak, rajzoljuk fel a táblára is a táblázatot, vagy vetítsük ki írásvetítőn, és a megbeszéléskor írjuk be a helyes eredményeket! A külső szögek összegének meghatározását együtt végezzük el, amennyiben úgy látjuk, hogy egyedül nem boldogulnak! Amikor készen vagyunk, próbáljunk meg általánosítani! Kérdezzük meg, vajon mennyi lesz a tízszög, tizenötszög, húszszög, n-szög belső szögeinek az összege! Nagy valószínűséggel hamar rájönnek az általános összefüggésre: $(n-2)\cdot 180°$, ahol $n$ az oldalszámot jelenti.

Gyorsabban haladóknak: gondolkozzanak el (adjuk például szorgalmi feladatnak), hogy milyen összefüggéssel lehetne kiszámítani egy sokszög összes átlójának a számát! Általánosítsanak n oldalú sokszögre! $n \cdot (n-3) : 2$

## 4. FELADATLAP

**1.** Jelöld ki az alábbi sokszögek egy csúcsát, és rajzold meg az ebből a csúcsból kiinduló átlókat! Hány átló húzható egy csúcsból az egyes esetekben? Hány háromszögre bontottad így a sokszögeket? Számítsd ki a sokszögek belső szögeinek az összegét!



| | NÉGYSZÖG | ÖTSZÖG | HATSZÖG | HÉTSZÖG | NYOLCSZÖG |
|---|---|---|---|---|---|
| Egy csúcsból húzható átlók száma | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Háromszögek száma | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Belső szögek összege | 360° | 540° | 720° | 900° | 1080° |
| Külső szögek összege | 360° | 360° | 360° | 360° | 360° |
| Összes átló száma | 2 | 5 | 9 | 14 | 20 |

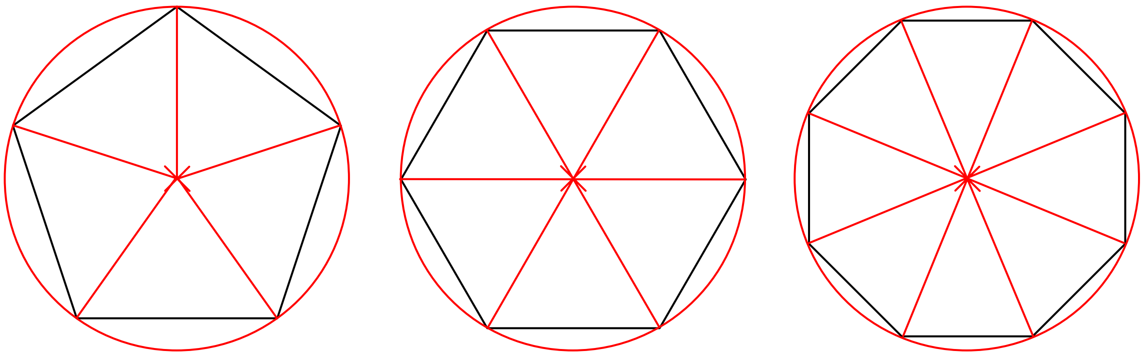
**2.** Válaszd ki az 1. feladat egyik sokszögét! Jelöld be a külső szögeit! Milyen összefüggés van a külső szög és a mellette lévő belső szög között? Határozd meg a külső szögek összegét! Mennyi a többi sokszög külső szögeinek az összege?
A belső szög és a mellette fekvő külső szög 180°-ra egészítik ki egymást. A külső szögek összege 360°.

**3. a)** Határozd meg az alábbi szabályos sokszögek belső illetve külső szögeinek a nagyságát! Mit gondolsz, mennyi lehet az *n* oldalszámú szabályos sokszög szögeinek nagysága?

| | Belső szögek: | | Külső szögek: |
|---|---|---|---|
| ötszög: | | 108°; | 72°. |
| hatszög: | | 120°, | 60°. |
| nyolcszög: | | 135° | 45°. |
| *n*-szög: | | $(n-2)\cdot 180°/n$ | $360°/n$ |

**b)** Vizsgáld meg, hogy lehet-e kört rajzolni a sokszögek köré (a körvonal áthalad a sokszög csúcsain)! Hogy nevezzük az ilyen sokszögeket? Hogyan tudnád kijelölni a kör középpontját?
Igen, tudunk kört rajzolni. A szabályos sokszögek húrsokszögek, középpontjuk az oldalfelező merőlegesek metszéspontja.

**c)** Kösd össze a kör középpontját a sokszög csúcsaival! Milyen alakzatokra bontottuk a sokszögeket? Mekkorák ezeknek az alakzatoknak a belső szögei?
Egybevágó, egyenlőszárú háromszögeket kapunk, amelyeknek belső szögei:
Ötszög: 54°, 54°, 72°;
Hatszög: 60°, 60°, 60°;
Nyolcszög: 45°, 67,5°, 67,5°.



**4.** Mutasd meg, hogy bármely konvex sokszög külső szögeinek összege 360°!
Adjuk össze a konvex négyszög *n* darab belső és külső szögét! Mivel egy belső szög és a mellette lévő külső szög összege 180°, ezért az összeg: $n \cdot 180°$. Ebben az összegben minden belső szög előfordul egyszer, a belső szögek összege $(n-2)\cdot 180°$. A két szögösszeg különbsége éppen a keresett külső szögek összege: $n \cdot 180° - (n-2) \cdot 180° = 2 \cdot 180° = 360°$.

## 3. Szabályos sokszögek

Az óra utolsó részében elevenítsük fel a szabályos sokszögekről tanultakat, majd oldjuk meg a 4. feladatlap 3. feladatát melyben néhány szabályos sokszög belső és külső szögeit kell meghatározni, illetve a szabályos sokszögeket, mint húrsokszögeket tanulmányozzuk! Amennyiben maradt még időnk oldjunk meg feladatokat a feladatgyűjteményből!

### ÖSSZEGZÉS:

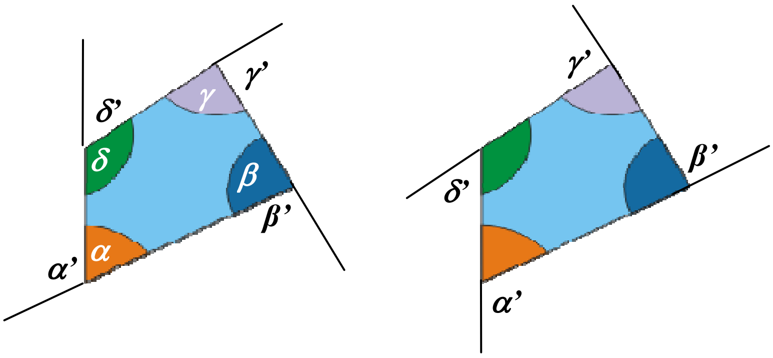
**ÁLLÍTÁS: A konvex négyszög belső szögeinek összege 360°.**

**BIZONYÍTÁS:**

Minden konvex négyszöget egy átlója két háromszögre bont, amely háromszögek belső szögei alkotják a négyszög belső szögeit. Ebből következik, hogy a konvex négyszög belső szögeinek összege 360°.

**ÁLLÍTÁS: Konvex négyszög külső szögeinek összege 360°.**

**BIZONYÍTÁS:**




$$\alpha + \alpha' = 180°$$
$$\beta + \beta' = 180°$$
$$\gamma + \gamma' = 180°$$
$$\delta + \delta' = 180°$$

A külső szög a mellette fekvő belső szög kiegészítő szöge.

$$\alpha' = 180° - \alpha$$
$$\beta' = 180° - \beta$$
$$\gamma' = 180° - \gamma$$
$$\delta' = 180° - \delta$$

$$\alpha' + \beta' + \gamma' + \delta' = 4 \cdot 180° - (\alpha + \beta + \gamma + \delta) = 4 \cdot 180° - 360° = 360°$$

**ÁLLÍTÁS**: **Tetszőleges *n* oldalú konvex sokszög az átlóinak száma:** $\frac{n \cdot (n-3)}{2}$

**BIZONYÍTÁS:**

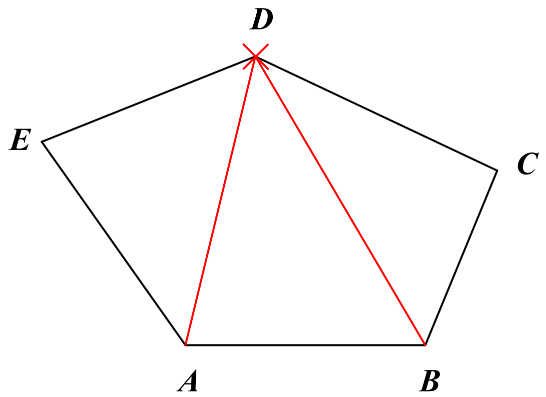
Tetszőleges $n$ oldalú konvex sokszög esetén egy csúcsból $n - 3$ átló húzható, mivel önmagába nem húzható átló, a két szomszédos csúccsal pedig nem átló, hanem oldal köti össze. Minden csúcsból $n - 3$ átló húzható, ezeket összegezve az eredmény $n \cdot (n - 3)$. Minden átlót kétszer vettünk figyelembe, ezért az átlók száma

$$\frac{n \cdot (n-3)}{2}$$

**ÁLLÍTÁS: Az *n* oldalú sokszög belső szögeinek összege (*n* – 2) · 180°.**

**BIZONYÍTÁS:**

Az $n$ oldalú sokszöget az egy csúcsból húzható átlói segítségével $(n - 2)$ darab háromszögre bonthatjuk. A háromszögek belső szögeinek az összege, a sokszög belső szögeinek az összegével egyenlő, ezért a sokszög belső szögeinek összege **$(n - 2) \cdot 180°$**



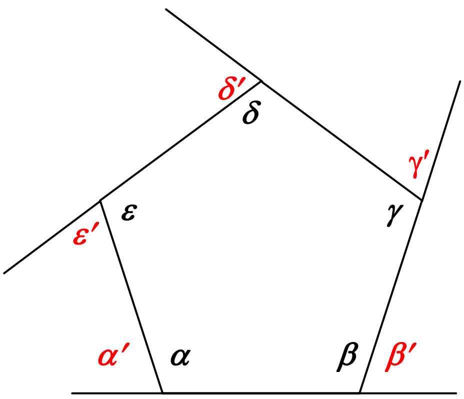

A sokszögek konvex belső szögét 180°-ra kiegészítő szöget a négyszög külső szögének nevezzük. Külső szöget csak konvex négyszög esetében értelmezünk.

---

**ÁLLÍTÁS: Bármely sokszög külső szögeinek az összege 360°.**

**BIZONYÍTÁS:**

Az állítást konvex ötszögre igazoljuk.




$$\alpha' = 180° - \alpha$$
$$\beta' = 180° - \beta$$
$$\gamma' = 180° - \gamma$$
$$\delta' = 180° - \delta$$
$$\varepsilon' = 180° - \varepsilon$$

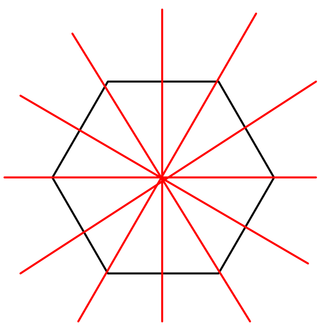
$$\alpha' + \beta' + \gamma' + \delta' + \varepsilon' =$$
$$= 5 \cdot 180° - (\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon) =$$
$$= 5 \cdot 180° - 3 \cdot 180° = 2 \cdot 180° = 360°$$

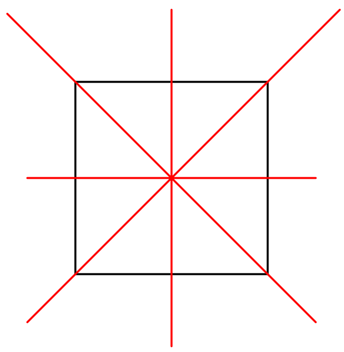
Több oldalú sokszögre hasonlóan bizonyítható az állítás.

---

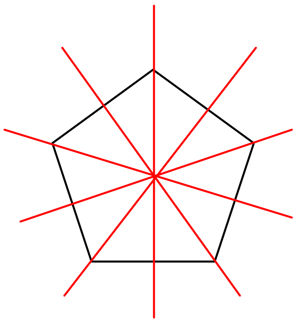
**Szabályos sokszögek**

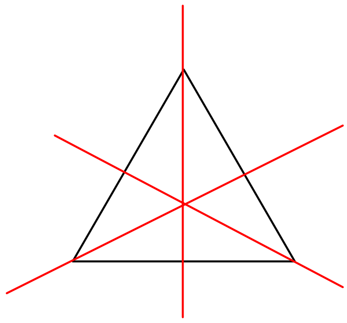
A szabályos sokszögek minden oldala és minden szöge egyenlő.
A páros oldalszámú szabályos sokszögek középpontosan és tengelyesen is szimmetrikusak.
Minden szabályos sokszög a középpontból egybevágó, egyenlőszárú háromszögekre bontható.





A páratlan oldalszámú szabályos sokszögek tengelyesen szimmetrikusak, középpontosan nem.





A szabályos sokszög minden belső szöge egyenlő, ezért a szabályos sokszög belső szögeinek a nagysága

$$\frac{(n-2)\cdot 180°}{n}$$

Minden szabályos sokszög konvex síkidom. Minden külső szöge egyenlő, ezért a szabályos sokszög külső szögeinek a nagysága

$$\frac{360°}{n}$$

## 4. Feladatok gyakorlásra

Az óra hátralévő részében feladatokat oldjunk meg! Ez történhet a feladatküldés módszerével, amikor a csoportok találnak ki, és küldenek egymásnak feladatokat az adott témában, illetve használhatjuk az 5. feladatlapot is. Célszerű ez utóbbi választás esetén páros munkában dolgozni, majd szóforgó segítségével ellenőrizhetik egymást a csoporton belül, vagy csoportforgóban az osztállyal.

## 5. FELADATLAP

**1.** Számítsd ki a sokszögek hiányzó belső és külső szögeit!

**a)** A háromszög egyik belső szöge 20°, a nem mellette lévő egyik külső szög 50°.Milyen háromszög ez?

Belső szögek: 20°; 30°; 130°. Külső szögek: 160°; 150°; 50°, tompaszögű a háromszög.

**b)** A háromszögnek két külső szöge 110°. Milyen háromszög ez?

Belső szögek: 40°; 70°; 70°. Külső szögek: 140°; 110°; 110°, egyenlőszárú a háromszög.

**c)** A rombusz egyik belső szöge 124°.

Belső szögek: 56°; 124°. Külső szögek: 124°; 56°.

**d)** A paralelogramma egyik szöge 161°19’.

Belső szögek: 161°19’; 18°41’. Külső szögek: 18°41’; 161°19’.

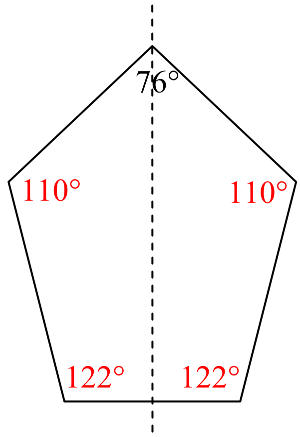
**e)** A húrtrapéz egyik szöge 10°-kal nagyobb a másik szögnél.

Belső szögek: 85°; 95°; Külső szögek: 95°; 85°.

**d)** Szabályos tízszög.

Belső szögei 144°-osak, külső szögei 36°-osak.

**2.** A tengelyesen szimmetrikus ötszög 76°-os belső szögét a szimmetriatengely felezi. Mekkorák az ötszög belső szögei, ha az említett szöggel szomszédos szög nagysága 110°?




**3.** Mekkorák a hatszög belső szögei, ha arányuk 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6?
720 : 21 = 34,29. A hatszög szögei: 34,29°; 68,58°; 102,87°; 137,16°; 171,45°; 205,74° (A kerekítés miatt századfok eltérések lehetnek).

**4.** Hány átlója van a konvex tízszögnek; tizenötszögnek, húszszögnek? Mekkora ugyanezen sokszögek belső szögeinek összege?
Az átlók száma 35; 90; 170, a belső szögek összege 1440°; 2340°; 3240°.

**5.** Hány oldalú a sokszög, ha belső szögeinek az összege 720°; 1260°; 2160°?
Az oldalak száma: 6, 9; 14.

## 5. Sokszögek a gömbön

Vizsgáljuk meg konvex sokszögek belső szögösszegét gömbön is! Először jósoljunk! (Jóslatainkat érvekkel is alátámasztjuk!) A síkbeli tapasztalatok alapján bátran jósolnak: a gömb konvex sokszögei is felapríthatók háromszögekre, ezért a 180° - 3 · 180° határok rendre így alakulnak:

| | |
|---|---|
| négyszög | $2 \cdot 180° <$ szögösszeg $< 4 \cdot 180°$ |
| ötszög | $3 \cdot 180° <$ szögösszeg $< 5 \cdot 180°$ |
| hatszög | $4 \cdot 180° <$ szögösszeg $< 6 \cdot 180°$ |
| n-szög | $(n-2) \cdot 180° <$ szögösszeg $< n \cdot 180°$. |

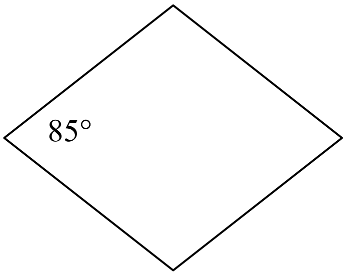
A sikeres jóslást követhetik a kísérletek. Változatosságot és szépséget visz a kísérletezésbe, ha „rendet szabunk” a megrajzolandó sokszögek seregének!
*Ötlet:* Csoportonként egy fajta sokszögsorozatot rajzoljanak, az legyen szabályos, közös középponttal, és a középpontot a csúcsokkal összekötő sugárfőkörök is legyenek közösek. Ahhoz hasonló ábrát kapunk, mintha síkon a sokszöget a középpontjából nagyítanánk többször, különböző arányban, egy ábrán.
A csoportok 1-1 tagja eközben ellenőrzésképp elkészítheti az ábra síkbeli analógját. Ha elkészültek az ábrák, jöhetnek a mérések, az adatokat a táblán gyűjtsük össze, mert csoportonként más és más, négyszög, ötszög, hatszög, stb. Összesítéskor beszéljünk a lehetséges mérési hibákról, pontatlanságról!

**Feladatgyűjtemény: 7–19. feladat**

# FELADATGYŰJTEMÉNY

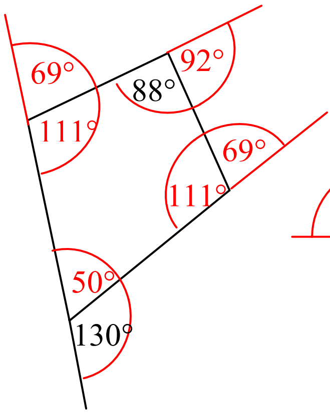
**1.** Határozd meg a négyszögek és háromszögek ismeretlen külső és belső szögeit!

**a)** rombusz

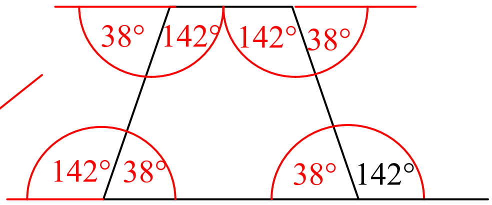



Belső szögek: 95° és 85°
Külső szögek: 85° és 95°

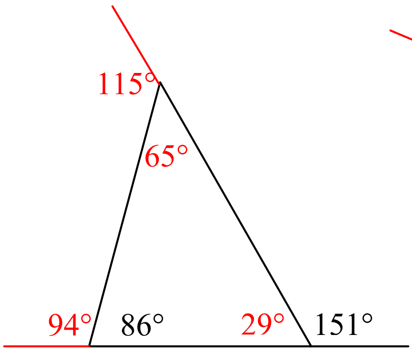
**b)** deltoid



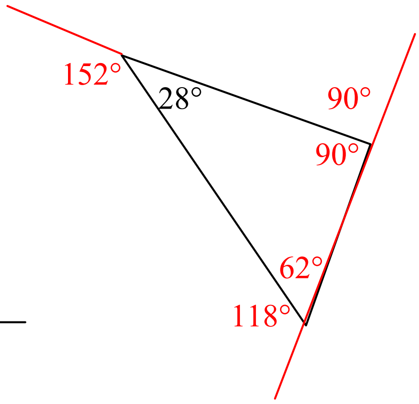

**c)** húrtrapéz



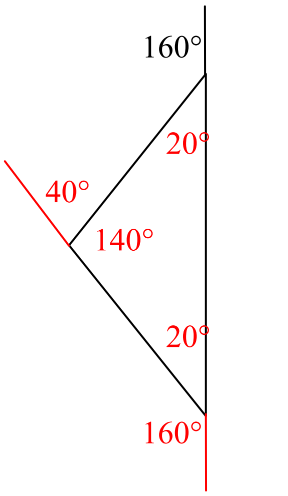

**d)** háromszög




**e)** derékszögű háromszög




**f)** szimmetrikus háromszög




**2.** Mekkorák annak a tükrös háromszögnek a szögei, melynek egyik szöge

**a)** 60°; 60°. A háromszög szabályos.

**b)** 122;° Tompaszög csak a szárszög lehet; az alapon fekvők (180 – 122) : 2 = 29°-osak.

**c)** 36°? Ha ez szárszög, akkor 36°, 72°, 72°. Ha alapon fekvő, akkor 36°, 36°, 108°.

**3.** Egy derékszögű háromszög két hegyesszögének aránya 2 : 3. Mekkorák a szögei?
90 : 5 = 18. A hegyesszögek: 18 · 2 = 36°, és 18 · 3 = 54°.

**4.** Egy derékszögű háromszög egyik szöge kétszerese egy másik szögének. Mekkorák lehetnek a háromszög szögei?
30°, 60°, 90°; vagy 90°, 45°, 45°.

**5.** Mekkorák annak az egyenlőszárú háromszögnek a szögei, melynek egyik külső szöge

**a)** 20° **b)** 160°?

**a)** Csak a szárszög lehet tompaszög, ezért ez 160°-os, a másik kettő 10°-10°.
**b)** 20°, 20°, 140°, vagy 20°, 80°, 80°.

**6.** Számítsd ki a háromszög szögeit, ha belső szögeinek aránya 2 : 3 : 7!
Belső szögek: 30°; 45°; 105°. Külső szögek: 150°; 135°; 75°.

**7.** Számítsd ki a paralelogramma szögeit, ha belső szögeinek aránya 2 : 6 : 2 : 6!
Belső szögek: 45°; 135°; 45°; 135°. Külső szögek: 135°; 45°; 135°, 45°.

**8.** Számítsd ki a trapéz szögeit, ha belső szögeinek aránya 4 : 6 : 6 : 8!
Belső szögek: 60°; 90°; 90°; 120°. Külső szögek: 120°; 90°; 90°, 60°.

**9.** Milyen négyszögről van szó, ha belső szögeinek aránya 6 : 9 : 6 : 9? Számítsd ki a szögeit!
Belső szögek: 72°; 108°; 72°; 108°. Külső szögek: 108°; 72°; 108°, 72°. Paralelogramma.

**10.** Milyen négyszögről van szó, ha belső szögeinek aránya 1 : 4 : 2 : 3? Számítsd ki a szögeit!
Belső szögek: 36°; 144°; 72°; 108°. Külső szögek: 144°; 36°; 108°, 72°. Trapéz.

**11.** Döntsd el, konvex vagy konkáv-e az a négyszög, amelyben a belső szögek aránya

**a)** 4 : 5 : 6 : 9; Konvex: 60°; 75°; 90°; 135°.

**b)** 1 : 2 : 5 : 12; Konkáv: 18°; 36°; 90°; 216°.

**c)** 2 : 7 : 9 : 12. Konvex: 24°; 84°; 108°;144°.

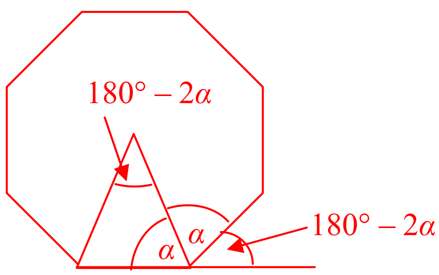
Számítsd ki a belső szögeket!

**12.** Hány átlója van egy konvex sokszögnek, és mennyi a belső szögeinek összege, ha a csúcsainak száma: 7, 9, 15, 100?

| Csúcsok száma | 7 | 9 | 15 | 100 |
|---|---|---|---|---|
| Átlók száma | 14 | 27 | 90 | 4850 |
| szögösszeg | $5 \cdot 180° = 900°$ | $7 \cdot 180° = 1260°$ | $13 \cdot 180° = 2340°$ | $98 \cdot 180° = 17640°$ |

**13.** Hány oldalú az a konvex sokszög, amelynek ötször annyi átlója van, mint ahány oldala?
$n\,(n-3) : 2 = 5n$ / $n>0$ $n = 13$ (próbálgatással is megoldhatják).

**14.** Mutasd meg, hogy a szabályos sokszög külső szöge egyenlő a középponti szögével!
A középponti háromszög alapon fekvő szögét jelölje $\alpha$. Ekkor a középponti szöget a háromszög belső szögösszegéből számítjuk:
$180° - 2\alpha$. A külső szög két $\alpha$ nagyságú szöget egészít ki egyenesszögre, ezért ugyanekkora.



**15.** Mekkorák a szabályos sokszög szögei, ha oldalainak száma: 4, 5, 6, 7, 10, 20, 100?
$\alpha$ = 180° – 360°: *n*, ezért 90°; 54°; 120°; 180° – 360°/7; 144°; 162°; 176,4°.

**16.** Hány oldalú a konvex sokszög, ha az egy csúcsból húzható átlóinak száma 5; 8; 20; 100?
8; 11; 23; 103.

**17.** Hány oldalú az a konvex sokszög, amelyben a külső szögek összege a belső szögek összegének a harmada?
(*n* – 2) · 180° = 3 · 360°. Ebből *n* = 8.

**18.** Hány oldalú az a szabályos sokszög, amelyről tudjuk, hogy

**a)** középponti szöge 36°; 10

**b)** külső szöge 36°; 10

**c)** belső szögeinek összege 3780°; 23

**d)** annyi átlója van, ahány oldala; 5

**e)** külső és belső szögeinek összege egyenlő? 4

**19.** Töltsd ki a táblázatot!

| **A szabályos sokszög oldalainak száma** | 9 | 12 | 8 | 15 | 18 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| középponti szöge | 40° | 30° | 45° | 24° | 20° | 60° |
| a felépítő tükrös háromszög alapon fekvő szöge | 70° | 75° | 67,5° | 78° | 80 | 60° |
| egy belső szöge | °140° | 150° | 135° | 156° | 160° | 120° |
| egy külső szöge | 40° | 30° | 45° | 24° | 20° | 60° |
| belső szögeinek összege | 1260° | 1800° | 1080° | 2340° | 2880° | 720° |
| egy csúcsból húzható átlók száma | 6 | 9 | 5 | 12 | 15 | 3 |
| összes átlójának száma | 27 | 54 | 20 | 90 | 135 | 9 |

## 0751 – 1. tanári melléklet, Háromszögek

**Osztályonként 8 készlet (csoportonként 1 készlet) ebben a méretben, színes műanyaglapra nyomva (filctoll ráírástól legyen lemosható). Ki kell vágni a fekete vonalak mentén.**
Az itt látható (szétvágás előtti) ábrák, mint sablonok, mutatják azt is, hogyan kell majd a tanulóknak összerakni a sávot.

**Derékszögű háromszög** oldalai 3 cm, 4 cm és 5 cm.

**Szabályos háromszög** oldalai 5 cm-esek.

**Egyenlőszárú háromszög** alapja 5 cm, szárai 4 cm-esek.

**Tompaszögű háromszög** oldalai 3 cm, 4 cm és 6 cm.