0731. MODUL

ARÁNY, ARÁNYOSSÁG, ARÁNYOS OSZTÁS

Az arány fogalmának ismétlése és mélyítése

KÉSZÍTETTE: HARSÁNYI ZSUZSA

MODULLEÍRÁS

A modul célja	Az arány fogalmának mélyítése, a tört, az arány és a százalék kapcsolata.. Az egész valamely adott arányú felosztásának a megértése és az alkalmazása.
Időkeret	3 óra
Ajánlott korosztály	7. évfolyam
Modulkapcsolódási pontok	*Tágabb környezetben:* Kémia, fizika, biológia, földrajz, rajz- és műelemzés, statisztika, gazdasági ismeretek *Szűkebb környezetben:* Osztásról, szorzásról, százalékszámításról tanult ismeretek; szakasz, körvonal egyenlő részekre osztása, halmazokba rendezés. *Ajánlott megelőző tevékenységek:* Az osztás, szorzás, százalékszámítás ismerete, a tört fogalmának helyes értelmezése, grafikonok rajzolása. *Ajánlott követő tevékenységek:* Egyenletmegoldás, az arányosság és az arányos osztás fogalmának alkalmazása a gyakorlatban, szöveges feladatokban, alakzatok hasonlósága, diagramok, grafikonok ábrázolása.
A képességfejlesztés fókuszai	*Számolási kompetencia:* egész számok és tört számok szorzása, osztása törtekkel; százalékszámítás mélyítése. *Becslés, mérés:* adott szakasz, körvonal, téglalap stb. arányos felosztása. *Kombináció, rendszerezés kompetencia:* az arány, arányosság fogalmának több szempontú megközelítése. *Indukció-dedukció:* az arány fogalmát bevezető feladatok eredményeinek általánosítása és a fogalom alkalmazása. *Szövegértés kompetencia:* az arány, arányos osztás megfogalmazása és használata szöveges feladatokban.

AJÁNLÁS

A gyerekek a modul elején leírt módon négyfős csoportokban dolgoznak. A modulban egyéni, páros, csoportos és frontális munkaformákkal dolgozunk, gyakran használva a kooperatív módszereket.
Nagyon fontosnak tartjuk a kooperatív módszerek alkalmazását a csoportos és a páros munkaformájú órákon, ugyanis ilyenkor a matematikai, a tanulási kompetenciák fejlesztésekor a szociális kompetenciák is gyakorolhatók.

TÁMOGATÓ RENDSZER

Elkészített kártyák, feladatlapok, kártyacsomagok.

ÉRTÉKELÉS

Egyéni és csoportos munka megfigyelése alapján.

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, Feladatok
I. Százalékszámítás és az 1 : *n* arány ismétlése, mélyítése			
1.	Csoportalakítás (Ráhangolás a kártyák segítségével)	Számolási kompetencia, becslés, kombinatív, rendszerező, kompetenciák, szövegértés	1. tanári melléklet
2.	A hatodik osztályban tanultak ismétlése	Általánosítás képessége, számolási kompetencia, becslés képessége, szövegértés	1. feladatlap
3.	A gyerekek meglévő tudásának előhívása (A játékos feladatok az 1 : *n* arány fogalmát pontosítják, használják.)		2. feladatlap, Olló, magyar kártya-csomagok, 2. tanári melléklet
II. Az arány fogalmának pontosítása, alkalmazása, arányos osztás fogalma			
1.	Az arány fogalmának pontosítása és alkalmazása	Számolás, kombinatív és induktív kompetenciák, szövegértés, szociális kompetenciák	3. feladatlap
2.	Arányos osztás fogalma		magyar kártya, 4. feladatlap
III. A tanultak gyakorlása egyszerű feladatokkal, mélyítése szöveges példákkal			
1.	Gyakorló feladatok	Szövegértés, induktív és deduktív kompetencia, szövegértés	5. feladatlap

A FELDOLGOZÁS MENETE

A modul feldolgozása során a gyerekek többféle munkaformában dolgoznak. A leírásban gyakran használjuk a kooperatív-csoportos munkaformát. Tudatában vagyunk annak, hogy a tanterem berendezése, a padok elhelyezése nem mindig alkalmas arra, hogy a gyerekek körülbelül 4 fős csoportban egymásra figyelve, együttműködve tudjanak dolgozni (talán el lehet érni, hogy az iskolában legalább egy olyan terem legyen, ahol egy vagy két személyes mozgatható padok vagy asztalok vannak). A tanárok leleményességére, ötletességére bíznánk, hogyan tudják ezt a munkaformát megvalósítani.
A modul az aránnyal, az arányos osztással foglalkozik. Tudjuk, hogy hatodikban a gyerekek már megismerkedtek az arány fogalmával. Feladatok segítségével átismételjük, pontosítjuk, elmélyítjük az arány fogalmát, majd különböző szöveges példák megoldásában alkalmazzuk is.
Az arányos osztással is találkoztak már a gyerekek. Az eddigi ismereteiket egyrészt szélesíteni szeretnénk, másrészt a kéttényezős arányos osztás során szerzett tapasztalatokra alapozva áttérünk a több tényezős arányos osztásra is.
A modul egyik célja a tört, az arány és a százalék közötti kapcsolat mélyítése, a százalékláb (törtrészek száma) mint a százalékérték és a százalékalap arányának felismerése. A törtrésznek megfelelő mennyiség kiszámítása következtetéssel és a törtrészek számával való szorzással, kapcsolata a százalékérték kiszámításával. Az egész mennyiség (100%) kiszámítása a törtrészek számával való osztással.
Ráhangolásként már a csoportalakításnál is olyan kártyákkal dolgozunk, amelyek helyes alkalmazásához szükség van arra ,hogy a gyerekek jártasak legyenek a számok különböző alakban való megadásában. (tört , tizedes tört, százalék).
Mielőtt_elkezdjük átismételni, elmélyíteni, bővíteni az arányról, arányos osztásról tanultakat, érdemes átismételni a százalékszámítással kapcsolatos ismereteket.
Javasoljuk, hogy ezeket a feladatokat az osztály tudásának megfelelően dolgozzuk fel. Amennyiben a feladatokban foglalt ismereteket a gyerekek jól tudják alkalmazni, akár ki is hagyhatjuk az első és a harmadik feladatot. Ha a gyerekek számára gondot okoz a százalékszámítás, közösen feldolgozva oldjuk meg az első és második feladatot. Jó lenne, ha elérnénk, hogy a gyerekek önállóan dolgozzanak, és csak néhány feladat közös megbeszélését igényelnék. Az eredményeket írásvetítő fólián meg is lehet mutatni.

I. Százalékszámítás és az 1 : *n* arány ismétlése, mélyítése

Az összes százalékszámítással kapcsolatos feladatot nyilván egy óra alatt nem lehet megoldani. Érdemes egy könnyebb, egy vegyes és egy nehezebb feladatsort összeállítani.
Ajánlásunk:
Könnyebb: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10
Vegyes: 2, 3, 4, 5, 7, 8, 11
Nehezebb: 2, 5, 7, 10, 11, 12, 13

1. Csoportalakítás (Ráhangolás a kártyák segítségével)

A csoportalakításhoz használt kártyák (**1. tanári melléklet**) azt tudatosítják a gyerekekben, hogy azonos értékű törteket különböző módon is fel lehet írni. Alkalmas a gyerekek meglévő tudásának előhívására.
Szervezési feladatok: készítsük elő kihúzásra a számkártyákat.

Véletlenszerűen alakítjuk ki a csoportokat. A gyerekek húznak egyet a kártyák közül, és megkeresik azokat a társaikat, akiknek a kártyáján ugyanaz az érték van. Négy-négy kártyán egyforma értékű számok különböző formában vannak leírva.

1. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

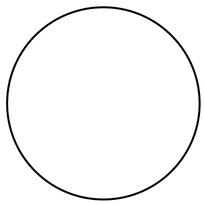
$\frac{1}{2}$,	50%,	$\frac{50}{100}$,	$\frac{5}{10}$
$\frac{1}{10}$,	10%,	$\frac{2}{20}$,	$\frac{10}{100}$
$\frac{1}{5}$,	20%,	$\frac{20}{100}$,	$\frac{4}{20}$
$\frac{1}{4}$,	25%,	$\frac{25}{100}$,	$\frac{2}{8}$
$\frac{3}{4}$,	75%,	$\frac{75}{100}$,	$\frac{6}{8}$
$\frac{3}{10}$,	30%,	$\frac{30}{100}$,	$\frac{6}{20}$
$\frac{1}{100}$,	1%,	$\frac{10}{1000}$,	$\frac{2}{200}$
$\frac{4}{10}$,	40%,	$0\frac{40}{100}$,	$\frac{2}{5}$

Tanári utasítás: Álljatok fel, és húzzatok egy-egy kártyát a tanári asztalról! Járjatok körbe a teremben, és keressétek meg azokat a társaitokat, akiknek a kártyáján ugyanaz az érték szerepel! Ha mind a négyen megtaláltátok egymást, akkor üljetek a csoportfoglalkozás számára kialakított asztalokhoz!

2. A hatodik osztályban tanultak ismétlése

1. FELADATLAP

1. A körlap Jutka születésnapi tortáját jelképezi. Színezd ki pirossal az $\frac{1}{4}$, kékkel a $\frac{2}{5}$, sárgával a $\frac{7}{20}$ részét.



Bővítsd úgy a törteket, hogy a nevezőjük 100 legyen!
Írd át a 100 nevezőjű törteket a százalék alakba!

$\frac{1}{4}=\frac{25}{100}=25\%$ $\frac{2}{5}=\frac{40}{100}=40\%$ $\frac{7}{20}=\frac{35}{100}=35\%$

2. Válaszd ki az egyenlőket!

$\frac{2}{5}$	0,75	1,4	4,9 : 3,5	$\frac{3}{4}$	140%
0,2 : 0,3	$\frac{140}{100}$	$\frac{12}{18}$	20 : 50	75%	3,6 : 4,8

$\frac{7}{5}$ 0,2 : 0,5 $\frac{75}{100}$ $\frac{2}{3}$ 0,4 40%

$\frac{2}{5}=20:50=0,2:0,5=0,4=40\%$

$\frac{3}{4}=0,75=\frac{75}{100}=75\%$

$\frac{7}{5}=1,4=\frac{140}{100}=4,9:3,5=140\%$

$\frac{2}{3}=\frac{12}{18}=0,2:0,3$

3. Melyik a nagyobb? Tedd ki a megfelelő (<,>, =) jelet!

a) A 120-nak a $\frac{3}{5}$ része, vagy a 120-nak a 60%-a, vagy a 120-nak a $\frac{60}{100}$ része?

egyenlők

b) A 70-nek a 25%-a, vagy a 70 · 0,25 szorzat értéke, vagy a 70-nek az $\frac{1}{4}$ része?

egyenlők

c) A 48-nak a 30%-a, vagy a 30-nak a 48%-a?

egyenlők, 48 · 0,3 = 30 · 0,48

d) A 15-nek a 120%-a vagy a 80-nak a 14%-a?

80 · 0,14 nagyobb, mint 15 · 1,2

4. Állítsd az alábbi értékeket növekvő sorrendbe!

a) a 32-nek a $\frac{3}{4}$-e,
b) a 45-nek a 30%-a,
c) a 15-nek a 150%-a,
d) a 45-nek a 0,3-szerese,
e) a 45-nek a 210%-a,
f) a 32-nek a 20%-kal csökkentett értéke,
g) a 15-nek a 1,5-szerese
h) a 32-nek a 75%-a,
i) a 15-nek a 60%-kal megnövelt értéke.

f = 6,4 < d = 13,5 = b < g = 22,5 = c < i = 24 = h = a < e = 94,5

A százalékszámítással foglalkozó megoldásakor a gyerekeknek sok problémát okoz az, hogy melyik szereplő a 100%, azaz az összeg. Ezért érdemes gyakoroltatni, a 100% kiválasztását. Szólítsuk fel a gyerekeket arra, hogy a szöveg elolvasását megértését követően, húzzák alá színessel a szövegnek azt a részét, amelyik megmutatja, hogy melyik szereplő a 100%.

5. A következőkben a feladat elolvasása után színessel húzd alá a szövegnek azt a részét, amelyből kiderül, hogy melyik a 100%.
Tibinek 1 500 000 forintja van. Mennyi pénze lesz egy év múlva, ha ezt az összeget évi 8%-os kamatra beteszi egy évre a helyi bankba?
Megoldás: Tibinek 1 500 000 forintja van.
1 500 000 · 1,08 = 1 620 000

6. Az egyik kerékpár árát 30%-kal csökkentik. Mennyiért lehet az árcsökkentés után megvenni, ha az eredeti ár 70000 Ft volt?
Megoldás: az eredeti ár 70 000 Ft volt
70 000 · 0,7 = 49 000

7. Zsuzsi barátnőivel rendszeresen e-mailezik. Az e-mailje bekapcsoláskor azt jelzi, hogy a postafióknak 75%-a már tele van. A postafiók mérete 25 MB. Hány MB-nyi szabad területe maradt?
Megoldás: a postafiók mérete 25 MB
$25 \cdot 0,25 = 6,25$ MB maradt

8. Egy jó fogyókúrás recept alapján hetente 0,5 kg-ot lehet fogyni. Ági tömege 70 kg. Két hónap alatt hány százalékkal csökken a tömege, ha ezt a receptet használja?
Megoldás: Ági tömege 70 kg
$2 : 70 = 0,028$, tehát 2,8%-kal csökken.

9. Tóth úr ez évi jövedelme 1400000 Ft. Ha nem vesszük figyelembe az adókedvezményeket, akkor mennyi adót fizet ebben az évben a jövedelme után (az adókulcs 18%)?
Megoldás: ez évi jövedelme 1 400 000 Ft
$1\,400\,000 \cdot 0,18 = 252\,000$ Ft.

10. Jancsi az egyik héten 1400 Ft-ért 10 db lottószelvényt vásárolt. Az egyik szelvényen három számot eltalált. A nyereménye 4340 Ft volt. A nyereménye hány %-a a szelvények árának? A tiszta nyeresége hány %-a szelvények árának?
Megoldás: egyik héten 1400 Ft-ért vásárolt
$4340 : 1400 = 3,1$, tehát 310%-a. A tiszta nyeresége 210%.

11. Kovács úr 2004-ben egy új autót vásárolt 3200000 Ft-ért. Az autót három év múlva 1800000 Ft-ért eladta. Az eladási ár hány százaléka a vételi árnak? Hány százalékot vesztett három év alatt az autó az értékéből?
Megoldás: új autót vásárolt 3 200 000 Ft-ért
$1,8 : 3,2 = 0,56$, tehát kb. 56%, a veszteség kb. 44%

12. Az ezredforduló idején Kissék lakást építettek. Az építési költség 10,6 millió Ft volt. A lakást 6 év múlva eladták 18,6 millió Ft-ért. Az eladási ár hány százaléka az építési költségnek? Hány százalékkal drágábban adták el a lakást, mint amennyi az építés költsége volt?
Megoldás: az építési költség 10,6 millió Ft volt
$18,6 : 10,6 = 1,75$, tehát 175%-a, és 75%-kal adták el drágábban

13. Az egyik osztálytársad nagyon jó eredményeket ért el távolugrásban. Két évvel ezelőtt még csak 2,1 méter volt a leghosszabb ugrása, ma pedig 3,36 métert ugrott. Számold ki, hány százalékkal javította meg az eredményét?
Megoldás: 2,1 méter volt a leghosszabb ugrása
$3,36 : 2,1 = 1,6$, tehát 60%-kal javított

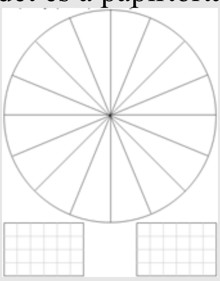
ÖSSZEGZÉS

Az előző feladatokban a százalékszámításban szereplő mennyiségekkel dolgoztunk. Ezeknek külön neve is van.
A teljes egész, a **100%** a százalékszámítás **alapja**.
Az egész valahányad része, a ***p* %**-a, a **százalékérték**.
A *p* % a százalékláb.

Például :
Az 5. feladatban a százalékalap: 1 500 000 Ft.
A százalékérték: 1 620 000 Ft
A százalékláb: 108% = 108/100

3. A gyerekek meglévő tudásának előhívása

Az alábbi tevékenységek az 1 : *n* arány fogalmát pontosítják, használják.
Szervezési feladatok:
Csoportonként kiosztunk:
–egy csomag magyar kártyát
–egy ollót
–**2. tanári melléklet**et: a papírcsokoládét és a papírtortát.



Magyarázzuk el a gyerekeknek, hogyan szervezzék meg a munkát. Az 2. feladatlap feladatait oldják meg.

2. FELADATLAP

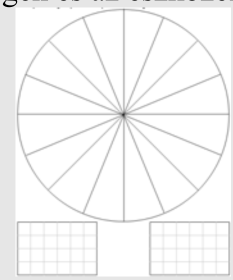
1. Adjatok magatoknak egy-egy betűjelet (*A*, *B*, *C*, *D*)! A tanártól kaptok egy csomag magyar kártyát. A csoport *A* jelű tagja számolja meg, hány db kártya van a csomagban!

a) A *B* jelű olvassa fel a csoportnak az első feladatot!
A kártyacsomagot osszátok két halmazba úgy, hogy az egyikben háromszor annyi legyen, mint a másikban! Beszéljétek meg, hogyan kell ezt megvalósítani, a *C* jelű hajtsa végre a csoport elképzelését, és a *D* jelű ellenőrizze, hogy helyesen hajtottátok-e végre a feladatot!
A kártyás feladat első részében a harminckét lapot négy részre osztottuk, az egyik halmazba egy rész, azaz nyolc darab kártya, a másikba három rész, azaz huszonnégy kártya került, és a huszonnégy tényleg háromszorosa a nyolcnak.

b) Most a *D* jelű olvassa fel a feladatot!
Úgy kell szétosztani a kártyákat két kupacra, hogy az egyikben hétszer annyi legyen, mint a másikban.
A csoport beszélje meg, mit kell csinálni, és az *A* jelű valósítsa meg az elképzelést! *B* pedig ellenőrizze a feladatmegoldást!
A második részben nyolc részre osztottuk a harminckét lapot, egy rész négy darab kártya Az egyik halmazba hét rész, azaz huszonnyolc darab kártya, a másik halmazba négy kártya került, és 28 : 4 = 7. Igaz állítás.

Az osztály képességeitől, előzetes ismereteitől tegyük függővé, hogy a második, harmadik feladatot teljesen feldolgozzuk-e. Ha úgy látjuk, hogy a gyereket értik az 1 : *n* arány jelentését, a feladatok közös megbeszélésével is elérhetjük célunkat. Az óra fennmaradó részében a gyakorló feladatok közül önálló munkára ajánljuk a 26-29. feladatokat. Ezek megoldása a fogalom mélyítését szolgálja.

2. tanári melléklet– Lásd a modul végén és az eszközei közt!



2. Most a négy papírcsokoládéval dolgoztok. Ezeket külön-külön 24 db kis négyzetre lehet vágni. Használjátok az ollót! A *C* jelű olvassa fel a feladatot!
Osszatok szét magatok között egy tábla csokoládét úgy, hogy

a) mindenkinek ugyanannyi jusson! A csoport beszélje meg az eljárást, *D* megvalósítja, *A* leszámolja, hány darab kis négyzet jutott egy-egy gyereknek, *B* ellenőrzi.

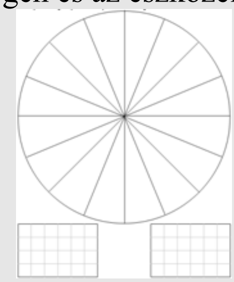
b) az egyik párnak kétszer annyi jusson, mint a másiknak! Beszéljétek meg az eljárást, és a másik tábla csokoládéval valósítsátok meg! Számoljátok meg, hány db jutott külön-külön a pároknak!

c) az egyik párnak ötször annyi jusson, mint a másiknak! Beszéljétek meg az eljárást, és az egyik ép csokoládéval valósítsátok meg! Számoljátok meg, hány db jutott külön-külön a pároknak!

d) az egyik párnak hétszer annyi jusson, mint a másiknak! Beszéljétek meg az eljárást, és az utolsó ép csokoládéval valósítsátok meg! Számoljátok meg, hány db jutott külön-külön a pároknak!

A csokoládét huszonnégy darabra vágtuk az *a* részben négy egyenlő részre osztottuk, azaz mindenkinek hat darab jutott; a *b* részben az egyik párnak 16 db, a másiknak 8 db jutott; a *c* részben az egyik párnak 21 db, a másiknak 3 db jutott. Mindegyiket írjuk fel az osztás műveletével is! (24 : 4 = 6, 16 : 8 = 2, 21 : 3 = 7)

2. tanári melléklet– Lásd a modul végén és az eszközei közt!



3. Most a körlappal dolgozzatok! A tanártól kaptok egy, olyan körlapot, amely 16 egyenlő cikkre van osztva. (a körlap egy 16 szeletes tortát szimbolizál).
Osszátok fel a tortát úgy, hogy

a) úgy, hogy az egyik párnak háromszor annyi jusson, mint a másiknak;

A tortát négy egyenlő részre osztottuk, így az egyik párnak 12 szelet, a másiknak 4 szelet jutott. 12 : 4 = 3

b) úgy, hogy az egyik párnak hétszer annyi jusson, mint a másiknak;

A tortát 8 egyenlő részre osztottuk, így az egyik párnak 14 szelet, a másiknak 2 szelet jutott. 14 : 2 = 7

c) 1 : 3 és 1 : 7 arányban;

A megoldás megegyezik a) és b) megoldásával

d) 3 : 5 arányban!
A tortát 8 egyenlő részre kell osztani, így az egyik párnak 6 szelet a másiknak 10 szelet jut.
Hány szeletet kapott az egyik és hányat a másik pár? A felosztás módját és a választ mindkét esetben beszéljétek meg! Az osztás műveletével ellenőrizzétek, hogy helyesen osztottátok-e szét a tortát!
Ha készen vannak, beszéljük meg közösen az eljárásokat.
A gyerekek írják le az eljárásokat a füzetükbe.

II. Az arány fogalmának pontosítása, alkalmazása, az arányos osztás fogalma

1. Az arány fogalmának pontosítása és alkalmazása

A közösen és a szakértői mozaikkal megoldott feladatok valamely egész érték tört részének a megadásáról szólnak. Ezek vezetnek az arány fogalmának pontosításához és alkalmazásához. A következő feladatban megmutatjuk, hogyan dolgozunk több tényezős arányokkal úgy, hogy az “egy rész nagyságából” következtethetünk a többire.
A gyerekek kezdjék el a feladat feldolgozását.
Mondjuk el az osztálynak, hogy a feladatban a karácsonyi diós bejgli töltelékének a receptjét írtuk le. Szólítsuk fel a gyerekeket, hogy figyelmesen olvassák el a szöveget és készítsenek maguknak jegyzetet. Ha úgy látjuk, hogy a gyerekek készen vannak, néhány jegyzetelési módot beszéljünk meg közösen. Mindenképpen mutassuk meg a tanári jegyzetelési módot.
A jegyzetet és a közlést írassuk be a füzetbe.

3. FELADATLAP

1. A karácsonyi diós bejgli töltelékében recept szerint a mazsolán kívül össze kell keverni egy pohárnyi édes morzsát, három pohárnyi darált diót, két pohárnyi cukrot és három pohárnyi vizet. Ha ezeket összekeverjük, kilenc (1 + 3 + 2 + 3) pohárnyi masszát kapunk, amelynek $\frac{1}{9}$ – ed része morzsa, $\frac{3}{9}$ – ed része dió, $\frac{2}{9}$ – ed része cukor, és $\frac{3}{9}$ – ed része víz. Ennyivel két rudat lehet megtölteni. Amennyiben a család szereti a bejglit, a két rúd nagyon kevés. Ha négy rudat szeretnénk sütni, akkor a felsorolt alapanyagok mindegyikéből kétszer annyit kell venni. Ha hat rudat szeretnénk, akkor háromszor, ha nyolc rudat, akkor négyszer annyit kell venni. Egyetlen szempontot kell figyelembe venni, hogy a dió (d) a morzsa (m) háromszorosa, a cukor (c) a morzsa kétszerese, és a víz (v) a morzsa háromszorosa legyen, azaz a keverékben az alapanyagok aránya megmaradjon.
Ezt röviden így írjuk: $m : d : c : v = 1 : 3 : 2 : 3$
(Olvasd: a morzsa mennyisége aránylik a dió mennyiségéhez, aránylik a cukor mennyiségéhez, aránylik a víz mennyiségéhez, úgy, mint egy aránylik a háromhoz, aránylik a kettőhöz, aránylik a háromhoz).
Javasoljuk a jegyzet fóliás kivetítését.
Jegyzet:

O	OOO	OO	OOO	OOOOOOOOO
édes morzsa	darált dió	cukor	víz	massza

Tehát:

	Morzsa	Dió	Cukor	Víz
2 rúd	$\frac{1}{9}$ rész	$\frac{3}{9}$ rész	$\frac{2}{9}$ rész	$\frac{3}{9}$ rész
4 rúd	$2 \cdot \frac{1}{9}$ rész	$2 \cdot \frac{3}{9}$ rész	$2 \cdot \frac{2}{9}$ rész	$2 \cdot \frac{3}{9}$ rész
6 rúd	$3 \cdot \frac{1}{9}$ rész	$3 \cdot \frac{3}{9}$ rész	$3 \cdot \frac{2}{9}$ rész	$3 \cdot \frac{3}{9}$ rész
8 rúd	$4 \cdot \frac{1}{9}$ rész	$4 \cdot \frac{3}{9}$ rész	$4 \cdot \frac{2}{9}$ rész	$4 \cdot \frac{3}{9}$ rész

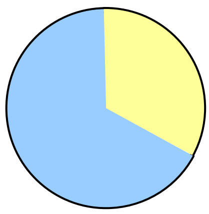
A következő szöveges feladatok megoldásakor az arány fogalmát alkalmazzuk. Figyeljünk arra, hogy a gyerekek pontosan értik-e a szöveget, és helyes ábrát készítenek-e.
A feladatokat a szakértői mozaik segítségével dolgozzuk fel.

Ajánlás: Ha a betűjelet a tanár adja, lehetőség van a differenciálásra is. A csoportok véletlenszerűen alakulnak, azonban így is kerülhetnek különböző képességű gyerekek egy csoportba. Figyeljünk arra, hogy a *C*, *D* betűt a jobb képességűek kapják.

2. Olvassátok el a betűjeleteknek megfelelő feladatot! Üljetek egy csoportba az azonos jelű társatokkal! Olvassátok el a feladatot, beszéljétek meg a megoldást, majd ezt pontosan rögzítsétek a füzetbe! Ha készen vagytok, visszamentek a saját csoportotokhoz, és a többieknek megtanítjátok a feladatok megoldását! Ügyeljetek arra, hogy amikor megmagyarázzátok a feladat kidolgozását, társaitok dolgozzanak a füzetükbe!

A:
Andris és Eszter testvérek. Szüleik úgy döntöttek, hogy kettőjüknek együtt 6000 forint zsebpénzt adnak. Mivel Andris két évvel idősebb, a szülők azt tanácsolják a testvéreknek, hogy Andris havi zsebpénze kétszer annyi legyen, mint Eszteré. Számold ki, mennyi zsebpénzt kapnak külön-külön!
Andris: 4000 Ft Eszter: 2000 Ft

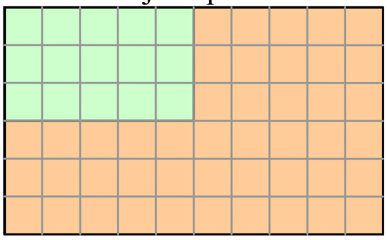
Ez a körlap jelképezi a testvérek zsebpénzének összegét. Oszd fel a körlapot két részre úgy, hogy az egyik Eszter, a másik Andris zsebpénzének feleljen meg! Színezd is ki!



Andris része: kék, Eszter része: sárga.

B:
Krisztián és Bence szülei holnap érkeznek meg a nyaralásból. A két fiú elhatározza, hogy meglepetésként kitakarítják a lakást. Krisztián az idősebb, önként felajánlja, hogy a lakás háromnegyed részét rendbe hozza. A lakásnak 60 m^2-nyi alapterületét kell kitakarítani. Hány m^2-t hoz rendbe Krisztián, illetve Bence?
Krisztián: 45 m^2 Bence: 15 m^2

Ez a téglalap a lakás kitakarításra váró részét jelképezi. Osszad fel a téglalapot úgy, hogy az egyik Krisztián munkáját, a másik Bencéét jelképezze! Színezd is ki!

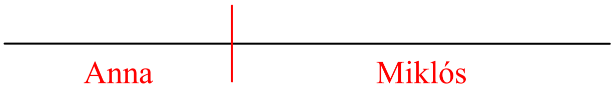


Krisztián: barackszín, Bence zöld.

C:

Egy iskola tanulói megválasztják a diákönkormányzat vezetőjét. A két jelöltre (Anna, Miklós) háromszázhúszan szavaztak. Anna a szavazatok $\frac{3}{8}$-ad részét kapta meg. Hányan szavaztak Annára és hányan Miklósra?

Anna: 120 szavazat   Miklós: 200 szavazat



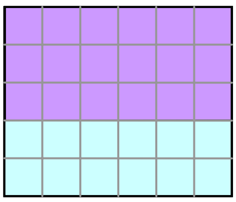
A szakasz hossza az összes szavazat számát jelképezi. Jelöld be azokat a darabokat, amelyek az Annára, illetve a Miklósra adott szavazatok számának felelnek meg!

D:

Precízék új lakásba költöznek. Elképzeléseik szerint a falak mentén helyeznék el a szekrényeket és a könyvespolcokat. A legnagyobb szobával kezdik, amely téglalap alakú, szélessége 5 m, hosszúsága 6 m. Azt szeretnék, hogy a szoba $\frac{3}{5}$-öd része szabadon maradjon. Hány m^2-nyi területre kerülhet bútor? 12 m^2

Amennyiben valamelyik szakértői csoportod gyorsan elkészül a feladat megoldásával, készítsétek el a rajzot is.

Ez a téglalap a szobát jelképezi. Rajzold be a szekrények és a könyvespolcok egyik lehetséges elhelyezkedését!



Lila: nincs bútor, türkiz: bútorozott rész.

A munka befejezése után beszéljük meg közösen a következő kérdéseket:

A: Andris zsebpénze 4000 Ft, Eszteré 2000 Ft. kérdés: Igaz-e, hogy Andris zsebpénze kétszer annyi, mint Eszteré? (A válasz: igaz, mert $\frac{4000}{2000} = 2$ vagy 4000 : 2000 = 2.) A válasz után közöljük, hogy a kérdést úgy is feltehettük volna, : igaz-e, hogy Andris és Eszter zsebpénzének aránya kettő az egyhez, írásban 2 : 1.

A körlapon a beszínezett területek nagyságának aránya 2 : 1.

B: Krisztián 45 m^2-nyi, Bence 15 m^2-nyi területet takarított ki.
kérdés: Igaz-e, hogy Krisztián háromszor akkora területet takarított ki, mint Bence? (Igaz, mert $\frac{45}{15} = 3$ vagy 45 : 15 = 3.) A válasz után közöljük, úgy is kérdezhettük volna, igaz-e, hogy a kitakarított részek aránya három az egyhez, amelyet így írunk: 3 : 1. Vizsgálják meg a gyerekek, hogy a téglalapon a különböző színnel jelölt területeknél a nagyobbik háromszor akkora-e, mint a kisebbik.

C: Anna 120, Miklós 200 szavazatot kapott.
– Számoltassuk ki Anna és Miklós szavazatainak arányát.
– Írjuk fel a törtet, $\frac{120}{200}$, ezt a gyerekek hozzák egyszerűbb alakra, és írassuk le, hogy $\frac{120}{200} = \frac{3}{5}$. Közöljük, hogy ezt úgy is írhatnánk,
120 : 200 = 3 : 5, illetve mondhatnánk, hogy a százhúsz úgy aránylik a kétszázhoz, mint a három az öthöz.
– kérdezzük meg: Igaz-e, hogy a szakaszon a színekkel jelzett részek aránya 3 : 5. A választ csak indoklással fogadjuk el, azaz kerestessünk egy olyan hosszúságú szakaszt, amely az egyik darabra háromszor, a másikra ötször fér rá.
D: 12 m^2-nyi területre kerülhet bútor.
- számoltassuk ki a szabadon hagyott és a bútorozott területek hányadosát.
Kérdezzük meg, igaz-e, hogy a szabadon hagyott és bútorral fedett területek aránya 18 : 12 = 3 : 2?
A megbeszélés után emlékeztessük a gyerekeket az arány fogalmára.

EMLÉKEZTETŐ:

Gyakran egy-egy mennyiség konkrét értéke helyett az a fontosabb nekünk, hogy egyik hányszorosa a másiknak. Mennyiségek összehasonlításakor nagyon sok esetben a hányados többet mond, mint a valódi érték, vagy a különbség. Ezért vezették be az arány elnevezést. Két mennyiség számértékeinek hányadosát a két mennyiség **arány**ának nevezik. Ez egy szám, amit osztásjellel vagy törtalakban is szokás felírni.

Két azonos mennyiség összehasonlításakor a mennyiségek értékeinek hányadosa sok mindent elárul. Például: Ha egy kg kenyér ára 400 Ft, akkor 10 kg kenyérért 4000 Ft-ot fizetünk. A $\frac{4000}{400} = 4000 : 400 = 10$ megadja a vásárolt kenyér mennyiségét, és a 10 kg kenyér és az 1kg kenyér áráról is szól.

Tehát ha egy tört számlálója és nevezője ugyan annak a mennyiségnek a számértékeit jelöli, akkor a hányados megmutatja, hogy a mennyiség számértékei milyen arányban vannak egymással.
Például a $\frac{15}{5}$ = 15:5 = 3 ugyanazt az arányt jelenti. Mindegyik azt fejezi ki, hogy az egyik mennyiség háromszorosa a másiknak. Ugyanakkor a 15 : 5 arányt így is értelmezhetjük, lehet egy olyan közös „mérőegységet” találni, amivel az egyik mennyiséget 15 darabból, a másikat 5 darabból ki lehet rakni. I

A diós bejgli receptjében például ilyen közös egység a pohár.

A térképek léptékét is aránnyal szokták megadni.
Például: M= 1: 500. Ez azt jelenti, hogy ami a térképen 1 egység, az a valóságban 500 egység, tehát 500-ad részére kicsinyítették a méreteket.
Biológia könyvekben gyakran találjuk parányi élőlények nagyított képét. Például:
M= 5:2. Ez azt jelenti, hogy ami a képen 5 egység, az a valóságban 2 egység. Tehát 2,5-szeresére nagyították fel az eredeti képet.
Tudjuk, hogy a törtek bővítésével, egyszerűsítésével a tört értéke nem változik. Ennek megfelelően, ha az arány tényezőit ugyanazzal a számmal szorozzuk, vagy osztjuk, az arány értéke sem változik. Például: 4: 10 = 2:5 =12 : 30 = 1: 2,5 =0,2 : 0,5 =0,8 : 2=0,4
vagy $\frac{10}{7} : \frac{30}{7}$ = 10 : 30=1 : 3 = $\frac{1}{3}$.

Az egyenlő értékű arányokat aránypárnak szokás nevezni.
Például: 5 : 4= 15 : 12.

Általánosan megfogalmazva:
$a\,/\,b = a : b \quad (b \neq 0)$ arány megmutatja, hogy az *a* hányszorosa *b*-nek. Ami azt is jelenti, hogy ha az egyiket *a* egyenlő részből tudjuk kirakni, akkor a másikhoz *b* ugyanekkora részre van szükség. Az arányban szereplő számok nem felcserélhetőek.

2. Az arányos osztás fogalma

A feladat az arányos osztás fogalmát készíti elő.
Dolgozzunk megint egy csomag magyar kártyával! (Minden csoportnak adjunk egy csomagot.) Ismertessük a feladatot!

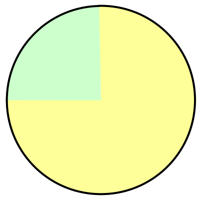
4. FELADATLAP

1. Osszátok szét a csomag kártyát három csoportba úgy, hogy a lapok száma 1 : 2 : 5 arányú legyen. Az eljárást a csoport együtt beszélje meg. Ezután számoljátok ki, hogy a kupacokba külön-külön a lapok hány százaléka került.

Majd közösen beszéljük meg, hány lap jutott egy-egy kupacba, milyen módszerrel osztották szét, és ellenőrizzük a feladat megoldását.
A 32 darab kártyát 8 egyenlő részre osztjuk, így egy rész négy lapból áll. A kupacokba sorban 1·4, 2·4, 5·4 db kártya kerül, és 4+8+20=32.
$\frac{4}{32} = 0{,}125$, azaz 12,5%, $\frac{8}{32} = 0{,}25$, azaz 0,25%, $\frac{20}{32} = 0{,}625$, azaz 62,5%.

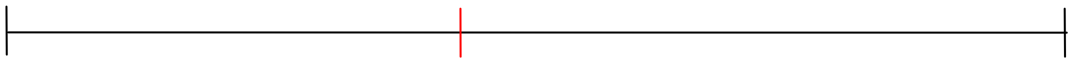
A következő feladatokat párban oldják meg a gyerekek, majd csoporton belül ellenőrzik egymás megoldását!
Mind a két feladat megoldását beszéljük meg közösen is.
Emeljük ki, hogy az egészet úgy osztjuk fel arányos részekre, hogy a tényezők összegével elosztjuk az egész értékét, majd az így kapott számot a tényezőkkel külön-külön megszorozva kapjuk meg az arányos mennyiségek értékét

2. Egy 24 szeletes tortát osszatok szét 2 : 6 arányban! Hány szeletet tartalmaznak a különböző részek? A megoldást ellenőrizzétek!
6 és 18 szeletet.
Ez a kör a tortát jelképezi. Színezzétek ki kétféle színnel úgy, hogy a két rész aránya 2 : 6 legyen!
Számoljátok ki, hogy a két rész külön-külön hány százaléka az egész tortának.
Az egyik rész az egész torta 25%-a, a másik 75%-a.



3. Az egyik osztályba 28 tanuló jár. Az angol nyelvet 2 csoportban tanulják.
Hány tanuló jár az egyes csoportokba, ha a létszámuk aránya 3 : 4? A megoldást ellenőrizzétek!
12 és 16 tanuló.

Ez a szakasz 28 egység hosszú. Az osztályba járók számát jelképezi.
Osszátok fel a szakaszt 3 : 4 arányban!



Számoljátok ki, hogy az egyes csoportokba a tanulók hány százaléka jár!
Az első csoportba tanulók kb. 43,8%-a, a másikba 56,2%-a jár.

4. A Bizakodó Kft-t három testvér: István, Feri és János alapítják. A Kft kezdő tőkéje 4,5 millió Ft. A kezdő tőkét a három testvér a felsorolásuk sorrendjében 2 : 3 : 4 arányban rakta össze. Mennyi pénzzel kezdett a vállalkozáshoz a három testvér külön-külön?
Egy rész értéke 4,5 : 9 = 0,5, tehát a testvérek külön-külön sorrendben 2·0,5=1 milllió Ft, 3·0,5=1,5 millió Ft, 4·0,5=2 millió Ft.

Hívjuk fel a gyerekek figyelmét arra, hogy ha kettőnél több tényezős arányról szól az arányos osztási feladat, az eljárás ugyanaz marad: azaz az egészet először elosztjuk a tényezők összegével, így megkapjuk az egységet, majd a részeket úgy számoljuk ki, hogy az egységet megszorozzuk a megfelelő tényezővel.

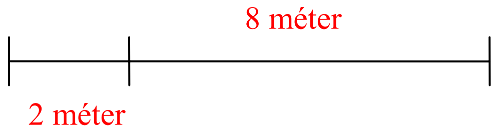
III. A tanultak gyakorlása egyszerű feladatokkal, mélyítése szöveges példákkal

1. Gyakorló feladatok

A feladatok úgy vannak összeállítva, hogy alkalmasak legyenek a differenciálásra. Ha elég jól ismerjük a gyerekek képességeit, akkor mindenki önállóan is tud dolgozni. Így a felmerülő problémákat egyénileg is meg lehet beszélni. Ha az eredményeket írásvetítő fóliára előre megírjuk, akkor a gyerekek önállóan ellenőrizhetik a saját megoldásukat. Könnyebb, vegyes és nehezebb feladatsort javasolunk.
Könnyebb feladatsor: 1, 2, 3, 10, 11. feladat
Vegyes feladatsor: 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9. feladat
Nehezebb feladatsor: 6, 9. feladat
Az órán dolgozhatnak a gyerekek párban úgy, hogy az azonos csoportban ülők alkossanak párokat. Ha készen vannak az első öt feladattal, a csoport beszélje meg, és egyeztesse a megoldásokat.

5. FELADATLAP

1. Egy 8 m hosszú kerítés egynegyedében átjárót terveznek.



Rajzold be az átjáró helyét! Így a kerítést két részre osztottuk.
Írd le!

a) a kerítés kisebb és hosszabb darabjának arányát $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

b) a kerítés hosszabb és kisebb darabjának arányát $\frac{6}{2}=3$

Az átjáró helye a kerítés kezdetétől 2 méterre van.

2. Egy 24 szeletes torta $\frac{3}{8}-ad$ része elfogyott. Hány szelet maradt?

Ha a 24 szeletes torta $\frac{3}{8}-\text{ad}$ része elfogyott, akkor megmaradt az $\frac{5}{8}-\text{ad}$ része. A torta $\frac{1}{8}$-a 3 szeletből áll (24 : 8), tehát az $\frac{5}{8}-\text{ad}$ rész 15 szeletet jelent.

3. Rajzolj le egy 12 szeletes tortát! Osszad fel 5 : 7 arányban!
Az 5 : 7 arány azt jelenti, hogy az egyik részbe 5 szelet, a másik részbe 7 szelet kerül.

4. Juliska néni a cseresznye $\frac{5}{6}$ részét 12 000 Ft-ért adta el. Mennyit kapott volna az egész cseresznyéért?

Ha a cseresznye $\frac{5}{6}-\text{a}$ 12000 Ft, akkor $\frac{1}{6}-\text{a}$ 2400 Ft, így az egész $6 \cdot 2400$, azaz 14400 Ft-ot ér.

5. Egy lakás alapterülete 45 m^2. A lakóhelyiségek és a kiszolgálóhelyiségek aránya 7 : 2. Hány m^2-es a lakóhelység?
Ha a 45 m^2-nyi területet 7 : 2 arányban felosztjuk, akkor egy rész területe 5 m^2-nyi [45 : (7 + 2) = 5] lesz. Tehát a lakóhelyiség területe $7 \cdot 5 = 35$ m^2.

6. Egy divattervező cég tudni szeretné, hogy az embereknek melyik a kedvenc színük, ezért megbízta az egyik közvélemény-kutató céget, hogy végezzen ebben a témakörben felmérést. A reprezentatív felmérésből az derült ki, hogy a piros (p) színt kedvelők háromszor annyian vannak, mint a sárga (s) színt kedvelők, és a kék (k) színt kétszer annyian szeretik, mint a sárgát. Írd fel p : k : s = … : … : …
Egy körlapon ábrázold az arányokat! Használj színeseket!
p : k : s = 3 : 2 : 1.

7. Kriszti születésnapi zsúrt szeretne rendezni.

a) Hány embert hív meg, ha a társaság $\frac{3}{4}$-e 27 fő?

Ha a társaság $\frac{3}{4}$-e 27 fő, akkor $\frac{1}{4}$-e 9 fő, így az egész társaság 36 fő.

b) Hány lány van közöttük, ha a meghívottak $\frac{4}{9}$-e lány?

36 fő $\frac{4}{9}$-e 16 ember. Tehát a társaságban 16 lány van.

c) Hány felnőtt van közöttük, ha a felnőttek és a gyerekek aránya 5 : 7? Kriszti szerint 15 felnőtt és 21 gyerek van. Igaza van-e?
Igen, igaza van, mert ha 36-ot 5 : 7 arányban osztjuk fel, akkor a 36-ot 12 egyenlő részre osztjuk, így az egy rész 3 embert jelent, tehát a felnőttek száma 15, a gyerekeké pedig 21.

8. Egy téglalap kerülete 84 cm. Mekkorák az oldalai, ha az arányuk 4 : 3 ?
A téglalap két szomszédos oldalának összhosszúsága 42 cm. Ha ezt 4 : 3 arányban felosztjuk, akkor egy rész 6 cm hosszú, így a téglalap egyik oldala 24 cm, a másik 18 cm hosszú.

9. Egy 140 dm kerületű háromszög oldalainak aránya 2 : 3 : 5.
Mekkorák az oldalak?
A szögeinek aránya 4 : 5 : 9. A szögeit tekintve milyen ez a háromszög?
Ha a 140 dm-es hosszúságot felosztjuk 2 : 3 : 5 arányban, akkor egy rész 14 dm, így a háromszög oldalai 28 dm, 42 dm, 70 dm hosszúak. A szögek nagysága 40 fok, 50 fok és 90 fok, így a háromszög derékszögű.

10. Rendezd nagyság szerint sorba a felsorolt értékeket!

a) 100-nak a 20%-a 20.
b) 30-nak a 200%-a 60.
c) 40-nek a 70%-a 28.
d) 20-nak a 140-a 28.
e) 50-nek a 14%-a 7.
f) 30-nak az $\frac{5}{6}$-a 25.
g) 45-nek a $\frac{10}{9}$-e 50.
h) 80-nak a tizede 8.
i) 60-nak az $\frac{1}{6}$-a 10.
j) 20-nak a $\frac{30}{5}$-e 120.

Az arányossággal kapcsolatos ismereteket a következő modulban folytatjuk, így tájékozódó felmérőt még nem érdemes íratni a gyerekekkel. A feladatgyűjteményből is érdemes differenciáltan válogatni.
Könnyebb feladatok: 1, 4, 7, 9, 10, 12, 14
Nehezebb feladatok: 2, 3, 5, 6, 8, 9, 11, 13.

FELADATGYŰJTEMÉNY

1. Szerkeszd meg azt a derékszögű háromszöget, amelynek átfogója 5 cm, és a hegyesszögek aránya 1 : 3 ! A két hegyesszög: 22,5° (45° fele) és 67,5°.

2. Öcsédnek deltoid alakú sárkányt szeretnél csinálni. A szimmetriaátlója 65 cm, a másik átlója 50 cm. A két átló metszéspontja 8 : 5 arányban osztja a szimmetriaátlót. Készítsd el a sárkányt! Először szerkeszd meg a füzetedbe a tizedrészekre kicsinyített adatokkal!
Tamás nem mer hozzákezdeni, mert felmerült benne a gondolat, hogy ha a hosszúság adatokat tizedére csökkenti, akkor megváltozik a két átló metszéspontjának a helye. Válaszolj Tamásnak!
A szimmetriaátló részei 40 cm és 25 cm hosszúak, a másik átlót a szimmetriaátló felezi.

3. Nagymama csalamádét szeretne eltenni télre. A recept szerint uborkát, káposztát, hagymát, paprikát, zölddinnyét kell összekeverni 3 : 5 : 1 : 2,5 : 2 : 0,5 arányban. Péter, aki a legerősebb a családban, felajánlja, hogy az alapanyagokat elhozza a piacról. Péter tudja, hogy legfeljebb 56 kg-ot bír el. Útközben akarja kiszámolni, hogy mennyit kell vásárolnia. Segíts neki!

uborkából:	kg-ot,
káposztából:	kg-ot,
hagymából:	kg-ot,
paprikából:	kg-ot,
zölddinnyéből:	kg-ot,
sárgarépából:	kg-ot.

Egy rész 56 : 14 = 4 kg-nyi, így uborkából 14 kg, káposztából 20 kg, hagymából 4 kg, paprikából 10 kg, zölddinnyéből 8 kg, sárgarépából 2 kg kell.

4. Egy görögdinnye háromnegyed része 4,5 kg. Mekkora a tömege a dinnye négyötöd részének?

A dinnye $\frac{1}{4}$-e 1,5 kg. Így az egész dinnye 6 kg, amelynek $\frac{4}{5}$-e 4,8 kg.

5. Jutka néni barackot vitt a piacra. A termés kétharmad részét, 60 kg-ot. Mennyit vitt volna, ha a termés négyötöd részét viszi ki?

Ha a 60 kg a termés $\frac{2}{3}$-a akkor az egész termék 90 kg, amelynek $\frac{4}{5}$-e 72 kg.

6. Gazdag úr és Módos úr vállalatot alapított. Az apportként bevitt tőke aránya 5 : 4 volt. Három év után 12,5 milliós nyereségük lett. Mennyi pénzt kapnak ebből külön-külön, ha a nyereségen a bevitt tőke arányában osztoznak?
Gazdag úr alapító tőkéje 9,7 millió volt. Hány százalékkal növekedett a tőkéje?
Értékeld a vállalkozást!
12,6 : 9 = 1,4. Így Gazdag úr 5 · 1,4 = 7 millió Ft-ot, Módos úr
4 · 1,4 = 5,6 millió Ft-ot kapott. Gazdag úr őkéje 72%-kal növekedett.

7. Egy háromszög legnagyobb oldala 7 cm. A szögeinek aránya 3 : 4 : 5. Szerkeszd meg a háromszöget!
180 : 12 = 15, így a háromszög szögei: 45 fok, 60 fok és 75 fok.

8. Hány fokosak

a) a rombusz szögei, ha arányuk 7 : 8?

180 : 15 = 12, így a rombusz szögei 84 fok, 84 fok és 96 fok, 96 fok.

b) a húrtrapéz szögei, ha arányuk 5 : 4?

180 : 9 = 20, így a húrtrapéz szögei: 100 fok, 100 fok, 80 fok, 80 fok.

c) az egyenlőszárú háromszög szögei, ha arányuk 3 : 6?

180 : 15 = 12, így a háromszög szögei. 36 fok, 72 fok és 72 fok, illetve 180 : 12 = 15. Így a háromszög szögei 45 fok, 45 fok, 90 fok.

9. Egy 360 m^2-es telken áll egy 120 m^2 alapterületű ház. A házat körbeveszi a 36 m^2-es járda. Hány m^2 lehet a zöldterület?
Írd fel:

a) a ház területének és a telek területének arányát!
b) a járda területének és a telek területének arányát!
c) hányszorosa a ház területe a járda területének!
d) a zöldterület hány %-a a telek területének!

a) $\frac{1}{3}$, **b)** $\frac{1}{10}$, **c)** $\frac{10}{3}$, **d)** $\frac{17}{24}$, ez 56,67%.

10. Ketten, apa és fia, elhatározzák, hogy a hétvégén felássák a 150 m^2-es kertjüket. Előre megbeszélik, hogy a munkát 3 : 2 arányban osztják fel maguk között. Mekkora területet fog felásni az apa és mennyit a fia?

150 : 5 = 30, így az apa 90 m^2-nyi, a fia 60 m^2-nyi területet ás fel.

11. Egy házaspár jövedelme 400 000 Ft. Mennyi a jövedelmük külön-külön, ha a keresetük aránya 3 : 5, és az apa hozza haza a több pénzt?

Az apa jövedelme 5 · 50 000 = 250 000 Ft, az anyáé 3 · 50000 = 150 000 Ft.

12. Egy derékszögű háromszög egyik hegyesszögének és külső szögének aránya 4 : 7. Hány százaléka a hegyesszög a külső szögnek? Mekkora a másik hegyesszög?

180 : 11 = 16,36. Így a hegyesszög 4 · 16,36 = 64, 45 fok, a külső szög 7 · 16,36 = 114,53 fok.

13. Egy téglalap két oldalának aránya 3 : 5. Mekkora a területe, ha a kerülete 24 cm?

12 : 8 = 1,5, így az egyik oldal 4,5 cm, a másik 7,5 cm hosszú. A terület 33,75 cm^2.

14. Szilva néni négy unokájának szilvás gombócot főz. Úgy gondolja, hogy a gyerekek életkoruk arányában eszik majd meg a 42 gombócot. Az unokák 4, 4, 6, 7 évesek. Hány gombócot esznek külön-külön a gyerekek?

42 : 21 = 2, így az unokák 8, 8, 12 és 14 gombócot esznek (a gombócok kicsik).

0731 – 1. tanári melléklet: Kártyakészlet (32 db)

Osztályonként 1 készlet ebben a méretben kartonpapírra nyomva. Ki kell vágni a fekete vonalak mentén.

$\frac{1}{2}$	50%	$\frac{50}{100}$	$\frac{5}{10}$
$\frac{1}{10}$	10%	$\frac{2}{20}$	$\frac{10}{100}$
$\frac{1}{5}$	20%	$\frac{20}{100}$	$\frac{4}{20}$
$\frac{1}{4}$	25%	$\frac{25}{100}$	$\frac{2}{8}$

$\frac{3}{4}$	75%	$\frac{75}{100}$	$\frac{6}{8}$
$\frac{3}{10}$	30%	$\frac{30}{100}$	$\frac{6}{20}$
$\frac{1}{100}$	1%	$\frac{10}{1000}$	$\frac{2}{200}$
$\frac{4}{10}$	40%	$\frac{40}{100}$	$\frac{2}{5}$

0731 – 2. tanári melléklet: Papírtorta, papírcsokoládé

Vékony kartonlapra nyomva osztályonként 8 db (csoportonként 1 db) ebben a méretben.