0692. MODUL

EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK

Egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása mérleg elvvel

KÉSZÍTETTE: OROSHÁZI KATALIN

A modul célja	A mérleg elv megismerése, alkalmazásának elsajátítása elsőfokú egy ismeretlenes egyenletek és egyenlőtlenségek megoldásában. Az egyenletek és egyenlőtlenségek ellenőrzésének gyakorlása. A megoldáshalmazok ábrázolása számegyenesen.
Időkeret	6 óra
Ajánlott korosztály	6. osztály
Modulkapcsolódási pontok	Szűkebb környezetben: Számhalmazok. Műveletek racionális számokkal. A műveletvégzés helyes sorrendje. A számegyenes. A betűs kifejezések helyettesítési értéke. Tágabb környezetben: Életvitel és gyakorlati ismeretek – emelő, mérleg.
A képességfejlesztés fókuszai	Megfigyelőképesség. Relációk felismerése. Modellezés. Absztrakció. Analógia. Önkontroll. Kifejezőképesség. Figyelem. Szolidaritás. Egyéni és közös felelősségvállalás.

Ajánlás:

A témakör jó alkalmat kínál a kommunikációs készségek és az együttműködési képesség fejlesztésére. Használjunk kooperatív tanulási technikákat (ellenőrzés párban, diákkvartett, feladatküldés, kerekasztal)! Gyakoroltassuk a különböző szerepeket (kísérletező, ellenőr, szóvivő, tanuló, tanító, jegyző, stb.)! Dolgoztassuk a gyerekeket kis (páros) és nagyobb csoportokban! A házi feladatok ellenőrzését végeztessük úgy, hogy minden feladatot egy-egy tanuló fóliára írt megoldása alapján egy másik diák ismertessen! A feladatlapok feladatsorait kezeljük kínálatként, differenciáljunk! A feladatok fokozatosan nehezedő sorrendben követik egymást.

Támogató rendszer:

Kagan „Kooperatív tanulás” című könyve. Szerepkártyák. Kétkarú mérleg (kétoldalú emelő). Mérleg modell és színes téglalap – készlet egységkorongokkal. Kérdések és válaszok. Tanulói munkafüzet. Feladatgyűjtemény. Fóliák. Faliújság.

Értékelés:

Megfigyelés. Önértékelés és csoportértékelés. Felmérő feladatlap a gyerekek által alkotott feladatokkal.

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, Feladatok
I. A mérleg elv előkészítése			
1.	Az eddig tanultak felidézése a) A tanultak összefoglalása b) A házi feladat ellenőrzése c) A mérleg elv előkészítése	Lényegkiemelés. Emlékezet. Következetesség. Több szempont érvényesítése a megfigyelésben.	1. tanári melléklet: fólia, csoportnév és szerepkártyák
2.	A mérleg elv bevezetése	Modellezés. Megfigyelés, következtetés.	kétkarú mérleg, csomagok
3.	A mérleg elv alkalmazása	Kísérletezés. Elvonatkoztatás. Általánosítás. Ellenőrzési igény.	1. feladatlap 1., 2. feladat, színes rúd készlet
4.	A házi feladat előkészítése	Ismeretek alkalmazása.	1. feladatlap 3. feladat, fólia, tollak

II. A mérleg elv ismeretének elmélyítése			
1.	Ráhangolás a) Az előző óra összefoglalása b) A házi feladat megbeszélése – a felkért tanulók fóliái alapján	Értő odafigyelés. A saját gondolatok pontos megfogalmazása.	Tanulói fóliák

2.	A mérleg elv alkalmazásának gyakorlása a) A mérleg modell b) Képes nyitott mondatok c) A feladatlap feladatainak ellenőrzése – eredmények	Együttműködés és kommunikáció. Tapasztalatszerzés. Általánosítás. Alapműveletekkel végzett műveletek a racionális számok körében.	2. feladatlap 1. 2. feladat, mérleg modell (4. tanulói melléklet) és színes lap készlet (3. tanulói melléklet), 2. tanári melléklet
3.	A házi feladat előkészítése	Elvonatkoztatás. Alkalmazás.	2. tanári melléklet: (egyenletek a színes téglalapok értékének meghatározásához)

III. Az egyenletek, egyenlőtlenségek megoldásának gyakorlása

1.	Ráhangolás a) Egy szöveges feladat b) A házi feladat megbeszélése c) Mire jó a mérleg elv?	Együttműködés. Felelősségvállalás egymás munkájáért. Értő figyelem.	Kártyák. Tanulói fóliák
2.	Gyakorlás párban Az ellenőrzés párban kooperatív módszerrel.	Együttműködés, felelősségvállalás, kommunikáció. Műveletek racionális számokkal. Rutinszerzés a mérleg elv alkalmazásában.	3. feladatlap: 1. 2. feladat, kártyák
3.	A házi feladat előkészítése Megbízások a prezentációra. Ötletek a megoldáshoz.	Figyelem.	3. feladatlap 3. feladat

IV. A mérleg elv gyakorlása. 1. rész

1.	Ráhangolás a) A házi feladat ellenőrzése b) Egy szöveges feladat	Figyelem. Kommunikáció. Lényegkiemelés. Több megoldás keresése.	Tanulói fóliák.
2.	Találd ki!	Deduktív gondolkodás. Többféle megoldás keresése.	Kartonok hozzárendelési szabállyal.

3.	Oldjuk meg, és töprengjünk el a megoldásokon!	Ellenőrzési igény. Műveletek racionális számokkal.	4. feladatlap 1. 2. feladat
4.	A házi feladat előkészítése		4. feladatlap 3. feladat

V. A mérleg elv gyakorlása 2. rész

1.	Ráhangolás a) Az a megoldás, hogy nincs megoldás b) A házi feladat megbeszélése	Kérdések megfogalmazása. Kifejezőképesség. Határozottság.	Tanulói fóliák.
2.	Verseny	A helyes megoldás felismerése. Analízis, szintézis.	5. feladatlap 1. feladat.
3.	Gyakorlás	Ismeretek alkalmazása összetettebb feladatokban. A megoldás ellenőrzése. Tartós figyelem. Munkamegosztás. Felelősségvállalás.	5. feladatlap 2. feladat
4.	A házi feladat előkészítése	Kérdések megfogalmazása.	5. feladatlap 3. feladat

VI. Bevezetés az egyszerű szöveges feladatok készítésébe és megoldásába

1.	Ráhangolás a) A házi feladat rövid ellenőrzése b) Számkitalálás	Az adatok közötti összefüggések matematikai felírása. Szöveg szerinti ellenőrzés.	5. tanári melléklet (feladatkártyák)
2.	Egyenlettel és egyenlet nélkül	Figyelem, emlékezet kifejezőképesség. Nyitott mondat felírása szöveges feladatokhoz.	6. feladatlap 1. feladat
3.	Az adatok közötti összefüggések felírása	Fordítás a matematika nyelvére. Rugalmas gondolkodás, többféle megoldás keresése. Szöveg szerinti ellenőrzés.	6. feladatlap 2. feladat
4.	Egyszerű szöveges feladatok készítése, a házi feladat kijelölése	A műveleti összefüggések alkalmazása. Szövegértelmezés.	

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. A mérleg elv előkészítése

1. Az eddig tanultak felidézése

Adjunk „SZÓVIVŐ” kártyát a csoport egy-egy tagjának pedagógiai megfontolások alapján!

a) A tanultak összefoglalása

Kérjük meg a csoportokat, hogy legfeljebb 5 mondatban foglalják össze az előző három órán tanultak lényegét! Ezután a szóvivők egyike – húzzuk ki a csoport nevét egy dobozból – ismertesse a csoport összefoglalóját, majd adjunk lehetőséget a többi csoport szóvivőinek kiegészítésre vagy javításra. A szóvivők adják tovább szerepkártyájukat egy másik csoporttársnak!

b) A házi feladat ellenőrzése

Először végezzünk egy gyors számszerű ellenőrzést a megoldáshalmazok ismertetésével, majd nézzük meg soronként a megoldásokat írásvetítőn kivetítve is!

c) A mérleg elv előkészítése

Figyeltessük meg a házi feladat sorait! Soronként beszéljük meg, hogy hogyan változott a bal ill. a jobb oldal az első három feladatban? Eltérő színnel írja is be ezt a tanár a vetített képen! Praktikusan helyezzünk egy üres fóliát, a házi feladatot tartalmazó fóliára, és azon végezzük el a kiegészítést. (Cellux vagy gyurma segítségével összeerősíthetjük a két fóliát a könnyebb kezelhetőség érdekében.) Attól függően, hogy mennyi időt vesz igénybe egy-egy feladat megbeszélése, akár az egész feladatsort megbeszélhetjük, de minimálisan az a)–c) feladatokra kerüljön sor!

2. A mérleg elv bevezetése

a)

Tegyük fel a kérdést: Miért marad meg az eredeti reláció, ha mindkét oldalon ugyanazokat a változtatásokat hajtjuk végre!

Vegyünk elő egy kétkarú mérleget, amelyhez előre elkészítettünk négy db egyenlő tömegű csomagot (pl. 4 db 10 dkg-os csokit vagy cukorkát, de bármi más is lehet) és mérőtömegeket!

A mérleg egyensúlyban van. Mi lehet az oka?

Mert mindkét oldalán ugyanakkora tömeg van.

Hajtsunk végre különféle változtatásokat a mérlegen, és vizsgáljuk meg a következményeket! Minden kísérlet után állítsuk helyre az eredeti állapotot! A gyerekektől kérjünk kipróbálandó ötleteket.

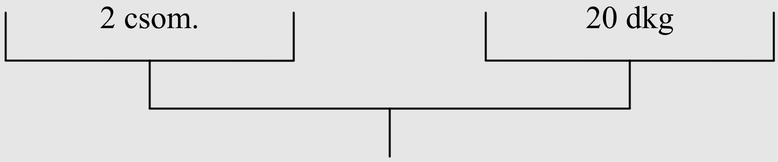
Pl.: Mi történik, ha:

a baloldalról leveszünk egy csomagot	az egyensúly felbomlik
a jobb oldalról leveszünk egy csomagot	az egyensúly felbomlik
a baloldalról leveszünk 5 dkg-ot	az egyensúly felbomlik
a jobb oldalról leveszünk 5 dkg-ot	az egyensúly felbomlik
mindkét oldalról leveszünk egy csomagot	az egyensúly megmarad

mindkét oldalról leveszünk 5 dkg-ot	az egyensúly megmarad
mindkét oldalról leveszünk 1 csomagot és 5 dkg-ot	az egyensúly megmarad
mindkét oldalra ráteszünk egy-egy ugyanolyan csomagot	az egyensúly megmarad
mindkét oldalra ráteszünk 10-10 dkg-ot	az egyensúly megmarad
mindkét oldalt duplázzuk meg	az egyensúly megmarad
mindkét oldalt felezzük meg	az egyensúly megmarad

Végül fogalmaztassuk meg, hogy milyen változtatások esetén maradt meg a mérleg egyensúlya, és miért! Ha egyenlőkből egyenlőket veszünk el, a maradékok is egyenlők lesznek. Ha egyenlőkhöz egyenlőket adunk, az összegek is egyenlők lesznek. Egyenlőknek az ugyanannyiszorosai is egyenlők, ill. egyenlőknek az ugyanannyiad részei is egyenlők.
Ez után kérjünk ötleteket, hogy milyen változtatásokkal érhetnénk el, hogy a mérleg egyik serpenyőjében egyetlen csomag, a másikban pedig csupán ismert tömegek legyenek, és a változtatás közben a mérleg mindig egyensúlyban maradjon!
Vegyünk el mindkét oldalról egy-egy csomagot:

Vegyünk el mindkét oldalról 5-5 dkg-ot!



Felezzük meg mindkét oldalt!

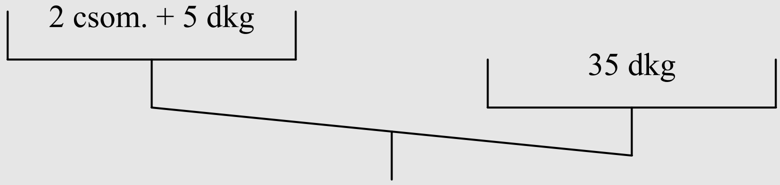
Egy csomag tehát 10 dkg.
Ellenőrizzük!
Ha a csomag tömege 10 dkg, akkor az eredeti mérleg bal oldalán $3 \cdot 10 + 5 = 35$ dkg van, jobb oldalán $10 + 25 = 35$ dkg van.
Tehát valóban egyensúlyban van a mérleg.

b)

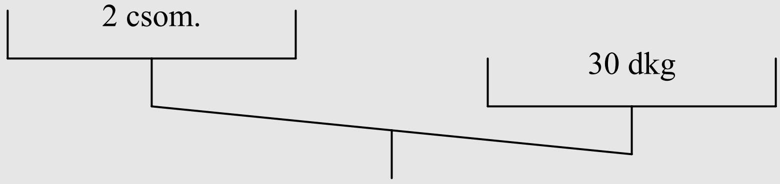
Felmerül a kérdés, hogy ha a mérleg nincs egyensúlyban, ezt az állását is megőrzi-e, ha mindkét oldalon ugyanazokat a változtatásokat hajtjuk végre. Állítsuk be a következő állapotot:

Térjünk ki rá, hogy amelyik oldal feljebb van, az tartalmaz kisebb tömeget! Ez a modern eszközök világában nem evidens a gyerekeknek. Lehet olyan gyerekünk, aki most lát először kétkarú mérleget, de mivel remélhetőleg minden gyerek libikókázott már, emlékeztethetjük őket arra, hogy a libikóka is egy kétkarú mérleg.
Hajtsuk végre itt is az előző mérlegen kipróbált változtatásokat, és figyeltessük meg, hogy a mérleg állása itt is csak akkor marad változatlan, ha a két oldalt egyformán változtatjuk, majd

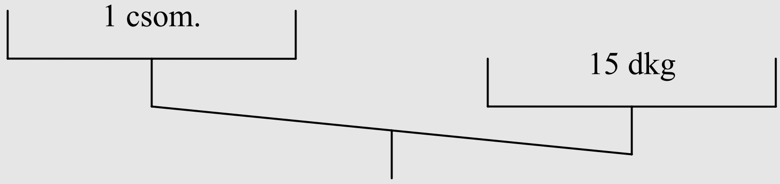
válasszuk ki azokat a lépéseket, amellyel elérhető, hogy az egyik serpenyőben egyetlen csomag, a másikban pedig ismert tömeg legyen!
Vegyünk le mindkét oldalról egy-egy csomagot!



Vegyünk le mindkét oldalról 5-5 dkg-ot!



Felezzük meg mindkét oldalt!



Egy csomag tömege tehát 15 dkg-nál kevesebb. Lehet pl. 14 dkg. Ellenőrizzük:
Ha a csomag 14 dkg-os, akkor a mérleg bal oldalán: $3 \cdot 14 + 5 = 42 + 5 = 47$ dkg
a mérleg jobb oldalán: $1 \cdot 14 + 35 = 49$ dkg tömeg lenne,
tehát a baloldal valóban kevesebb lenne, mint a jobb.
A csomag tömege tehát nem lehet már 15 dkg sem. Ha annyi lenne, akkor
a baloldalon $3 \cdot 15 + 5 = 45 + 5 = 50$ dkg
a jobb oldalon $1 \cdot 15 + 35 = 50$ dkg, és így a baloldal nem kisebb a jobb oldalnál.
Ha 15dkg-nál több lenne a csomagban, akkor ez annál inkább így lenne. Pl. 16 dkg esetén a
baloldal $3 \cdot 16 + 5 = 48 + 5 = 53$ dkg
a jobb oldal $1 \cdot 16 + 35 = 51$ dkg lenne, a baloldal tehát nem kevesebb, mint a jobb oldal.

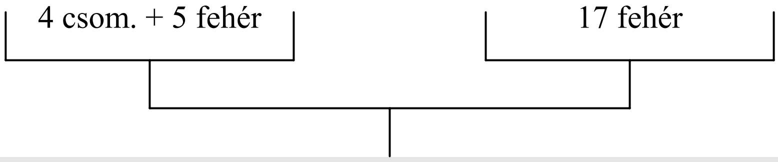
3. A mérleg elv alkalmazása

A következő modellezésnél a színes rudak készletét használjuk. Amennyiben az új típusú készlet áll rendelkezésünkre, a színek és értékek egymáshoz rendelése más: a világoskéknek a szürke, a pirosnak a rózsaszín felel meg. A fehér ebben a készletben is egység.
A 4 db világoskék ill. a 4 db piros rudat előre csomagoljuk be, hogy a gyerekek ne tudják, mi van a „csomagban”. Célszerű a csomagoláshoz átütőpapírt használni, hogy ne befolyásolja számottevően a mérleg állását.

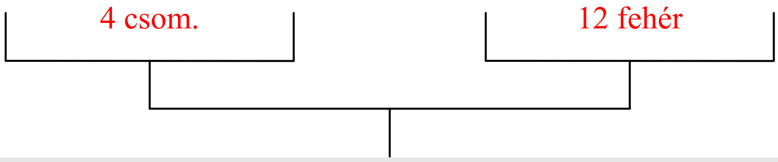
1. FELADATLAP

1. Határozd meg, hány fehér egységgel lehet egyenlő a csomag?
a)
Vegyünk elő egy kétkarú mérleget, és rakjuk ki színes rudakkal az első egyenletet!
(A csomagban itt a világoskék rúd rejtőzik). Kérjük a gyerekektől, hogy próbálják meg a csomag értékét fehér kockákkal meghatározni! A gyakorlatban ez csak kellően érzékeny mérleggel működik. Ha a fizikaszertárból tudunk szerezni elegendő mérleg modellt, adjunk

minden asztalra egyet, ha nincs elegendő, akkor megbeszéléskor hajtsuk végre a lépéseket a tanári mérleggel is! Ezután beszéljük meg, és összegezzünk!



Hajtsuk végre, amit megfigyeltünk! Vegyünk el mindkét serpenyőről 5 db fehér rudat!

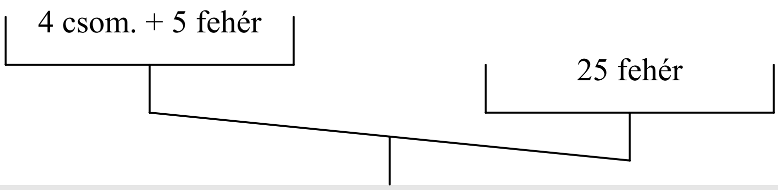


Negyedeljük el mindkét serpenyőben az ott található mennyiségeket

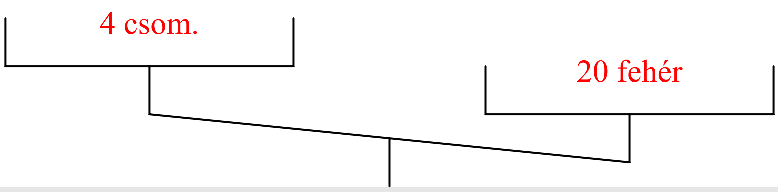
Az egyensúly megmarad. Megtudtuk tehát, hogy egy csomag három fehérrel egyenértékű. Ha kibontjuk a csomagot, a világoskéket találjuk benne, tehát így is van.
Megbeszéljük, hogy az eljárás a mérleg elv alkalmazása.
Kérdezzük meg a gyerekeket, hogy szerintük mit tehetünk a két oldallal az egyensúly felbomlásának veszélye nélkül? Az összegzést bízzuk a csoportokra, majd egy szóvivőt hallgassunk meg, a többiek pedig kapjanak lehetőséget kiegészítésre, szükség esetén korrigálásra.

b)

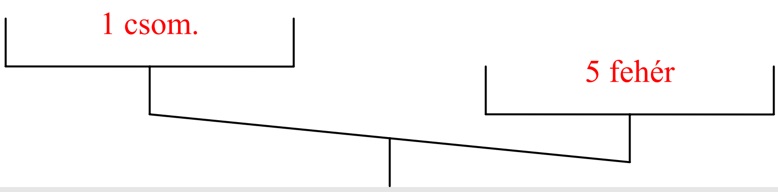
Ezután ugyanilyen alapossággal vizsgáljuk meg a $4 \cdot x + 5 < 25$ esetet! Először kérjük a gyerekektől az önálló megoldást, majd az előbbihez hasonlóan beszéljük meg és összegezzünk!



Mindkét oldalról leveszünk 5 fehéret



A mérleg állása megmaradt.
Negyedeljük el a két serpenyőben található mennyiségeket!

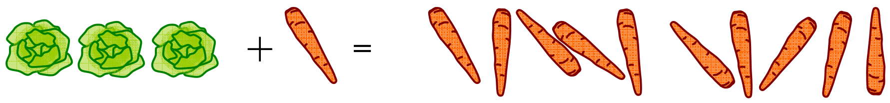
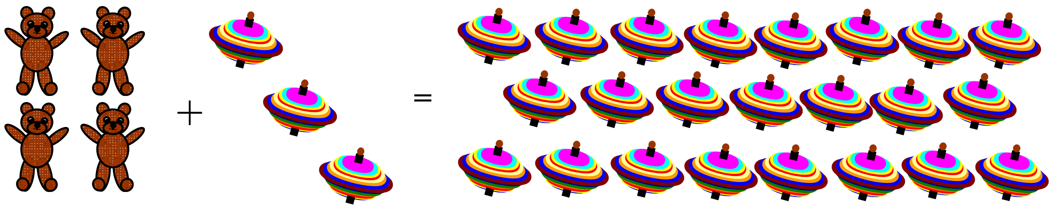
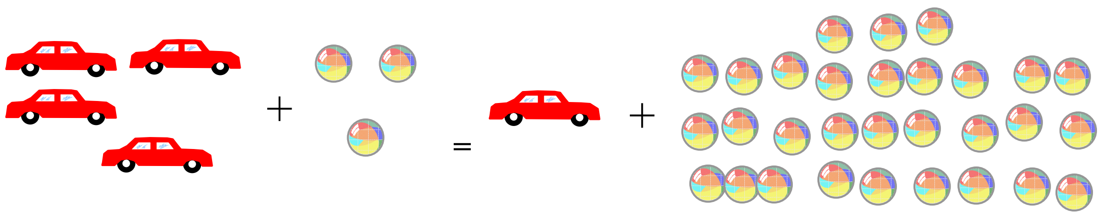
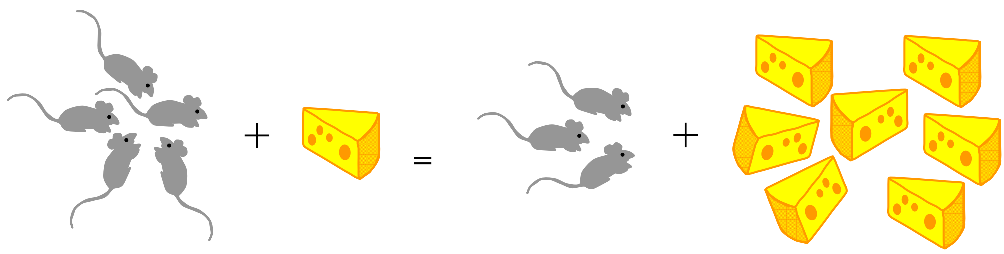


A mérleg állása megmaradt. Tehát a csomag kevesebbet jelent, mint 5 fehér. Ha kibontjuk a csomagot, a piros rudat találjuk benne, ami négy fehéret ér, tehát valóban kevesebb, mint 5 fehér.

Kérdezzük meg a gyerekeket, hogy szerintük mit tehetünk a két oldallal az egyenlőtlenség irányának és mértékének megváltozása nélkül! Az összegzést bízzuk a csoportokra, majd egy szóvivőt hallgassunk meg, a többiek pedig kapjanak lehetőséget kiegészítésre, szükség esetén korrigálásra!

Ha marad idő, oldják meg a képes egyenleteket!

2. Mi lehet a megoldása a képes nyitott mondatoknak?

a)	 1 saláta = 3 répa
b)	 1 mackó = 5 búgócsiga
c)	 1 kisautó = 9 üveggolyó
d)	 1 kisegér = 3 sajtszelet

4. A házi feladat előkészítése

Az egyik feladat, hogy a munkafüzetük mellékleteként szereplő kartonlapból mindenki vágja ki a színes téglalapokat és a fehér egységlapokat, helyezzék el egy borítékban és hozzák magukkal a következő órára. A másik feladat, hogy oldjanak meg minél több, de legalább három egyenletet a 3. feladat egyenletei közül.
Adjunk lehetőséget kérdezésre! Ha nincs kérdés, kérdezzük meg mi, hogy mi lenne a gyerekek szerint a legpraktikusabb első lépésnek! Ezt minden feladat esetén beszéljük meg!

3. Oldd meg mérleg elvvel, majd ellenőrizd behelyettesítéssel!

a) $x + 4 = 9$	$/ -4$	$x = 5$
b) $3 \cdot x + 7 = 19$	$/ -7$	$x = 4$
c) $2 \cdot (x + 1) = 3$	$/ : 2$	$x = 0{,}5$
d) $3 \cdot (5 \cdot x - 3) + 2 = 8$	$/ - 2$	$x = 1$
e) $5 \cdot x - 2 = 2 \cdot x + 7$	$/ - 2 \cdot x$	$x = 3$

Kérjünk meg gyerekeket, hogy a házi feladat egy-egy példáját írják fel írásvetítő fóliára (vagy celofánra)! A „nehezebb” egyenleteknél kérdezzük meg, ki érzi úgy, hogy talán képes megbirkózni az adott feladattal, őket kérjük fel a fóliás feldolgozásra, de tisztázzuk, hogy semmi baj nem történik, ha mégsem sikerül! Az első két feladat fóliára írását azoktól kérjük, akik általában nehezebben boldogulnak a matematikával, de ezen az órán úgy láttuk, sikeresen dolgoztak.

II. A mérleg elv ismeretének elmélyítése

1. Ráhangolás

a) Az előző óra összefoglalása

A csoportokat arra kérjük, hogy foglalják össze az előző órán történteket, valamint válasszanak maguk közül egy szóvivőt, aki képviseli őket.
A beszámoló csoport nevét húzzuk ki.

b) A házi feladat megbeszélése – a felkért tanulók fóliái alapján.

Megtehetjük, hogy minden nyitott mondatnál egy másik gyereket kérünk a megoldás ismertetésére, aki értelmezi és elmondja, hogy véleménye szerint a fóliát készítő társa hogyan gondolkodott. Ha ezt a módszert gyakran alkalmazzuk, rászoktathatjuk a gyerekeket arra, hogy jobban figyeljenek egymásra, akarják megérteni egymást.

2. A mérleg elv alkalmazásának gyakorlása

Ha úgy látjuk, hogy az osztály teljesen megértette a mérleg elvet, a manipuláció részben vagy egészben elhagyható. Ebben az esetben manipuláció nélkül, az elv alkalmazásával oldják meg a feladatokat.

a) A mérleg modell

Mindenki vegye elő a borítékot az otthon kivágott lapokkal, és vegye elő a mérleget helyettesítő lapot is (**4. tanulói melléklet**)! A különböző színű téglalapok (**3. tanulói melléklet**) jelképezik az ismeretlent, a fehér négyzetek pedig az egységet. A „mérleg” nem jelez ugyan, de a mérleg „jelzését” munkaszervezéssel – mérleg szereppel – helyettesíthetjük. Jelentősége nagy, mert lehetővé teszi a mérleg elv elsajátítását közvetlen manipulációval. Jó, ha a kéz is „emlékezik” arra, hogy mindkét oldalt és egyformán kell változtatni.
A tanári asztalon hét kupacban a különböző színű téglalapok értékének meghatározására alkalmas egyenleteket helyezünk el.(**2. tanári melléklet**) A csoportok egy-egy képviselője mindegyik kupacból választ egy-egy egyenletet, és a csoportok ezek alapján meghatározzák a színes téglalapok értékét.
A gyerekek párokban dolgoznak, a párok tagjai egyenletenként felváltva KÍSÉRLETEZŐ ill. MÉRLEG szerepet játszanak. Jó, ha ilyen szerepkártyákat adunk a gyerekeknek, hogy a szerepcsere így kártyacsere aktusához kötődjön. A feladatlapon mindketten rögzítik a mérlegek minden állását. A mérlegek azonnal szólnak, ha kísérletező társuk olyan lépést hajt végre, ami felborítaná a mérleg egyensúlyát. A következő feladatnál szerepcsere.

Az alábbiak csupán egy-egy egyenlet levezetését mutatják be mindegyik téglalapfajtára vonatkozóan, mintaképpen.

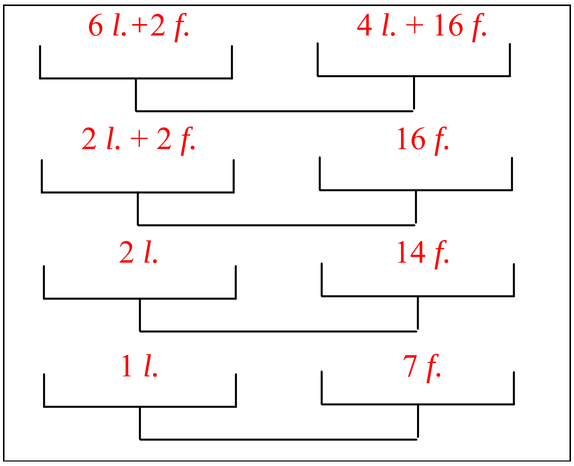
2. FELADATLAP

1. Határozd meg, hogy a színes téglalapok hány fehér egységgel egyenértékűek!

5 f.+2 vk.	*23 f.*	*2 rsz.+4 f.*	*1 rsz.+12 f.*
2 vk.	*18 f.*	*1 rsz.+ 4 f.*	*12 f.*
1 vk.	*9 f.*	*1 rsz.*	*8 f.*

5 b	*2 b.+ 6 f.*	*5 sk.+ 1 f.*	*3 sk. + 7 f.*
3 b.	*6 f.*	*2 sk. + 1 f.*	*7 f.*
1 b	*2 f.*	*2 sk.*	*6 f.*
		1 sk.	*3 f.*

2 fk. + 11 f.	*4 fk. + 3 f.*	*11 f. + 2 p.*	*3 p. + 5 f.*
11 f.	*2 fk. + 3 f.*	*11 f.*	*1 p. + 5 f.*
8 f.	*2 fk.*	*6 f.*	*1 p.*
4 f.	*1 fk.*		

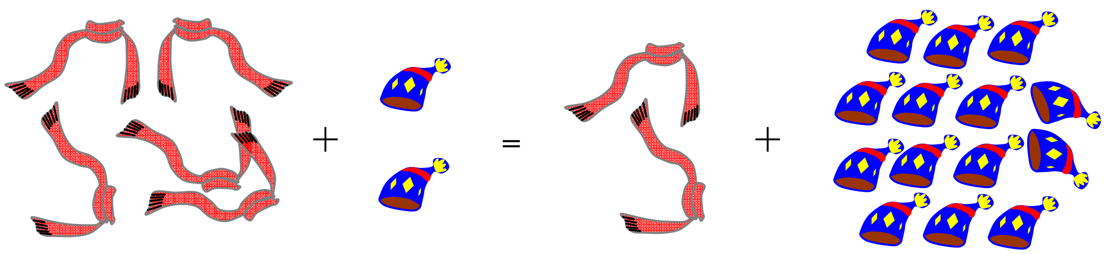
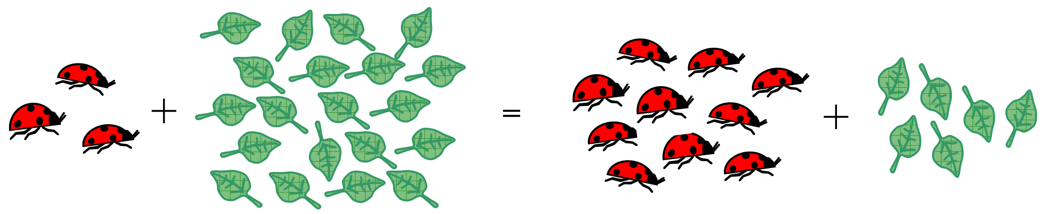


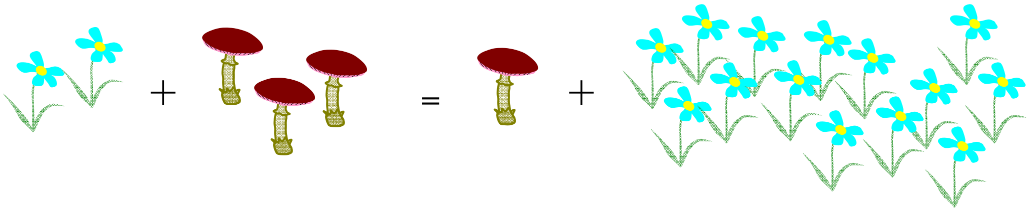
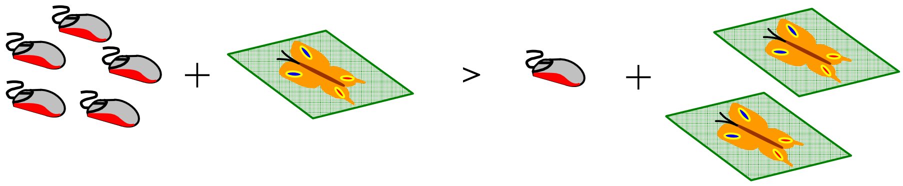
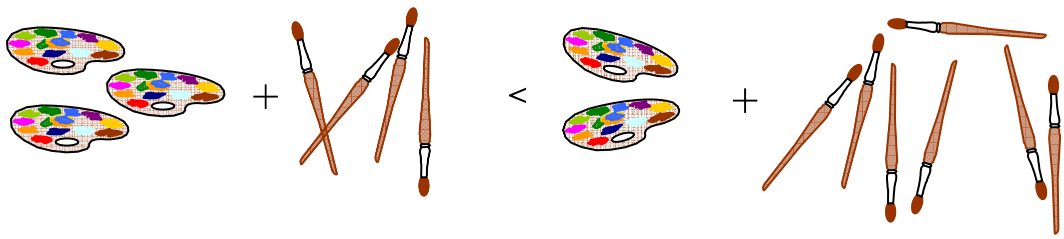
1 lila (l.)	=	7 fehér
1 bordó (b.)	=	2 fehér
1 sötétkék (sk.)	=	3 fehér
1 fekete (fk.)	=	4 fehér
1 világoskék (vk.)	=	9 fehér
1 piros (p.)	=	6 fehér
1 rózsaszín (rsz.)	=	8 fehér

Amelyik csoport készen van az első feladattal, megmutatja a tanárnak az összesítő táblázatot. Ha helyes a táblázat kitöltése, folytathatják a második feladattal. E feladatot is párban oldják meg, felváltva betöltve a megoldó és a mérleg szerepét. A két egyenletrendszer (j, k) megoldásával megbízhatunk célzottan is egy-egy tanulót a legügyesebbek közül, azzal a megjegyzéssel, hogy természetesen otthon azok is próbálkozhatnak, akiknek itt nem maradt már idejük rá.

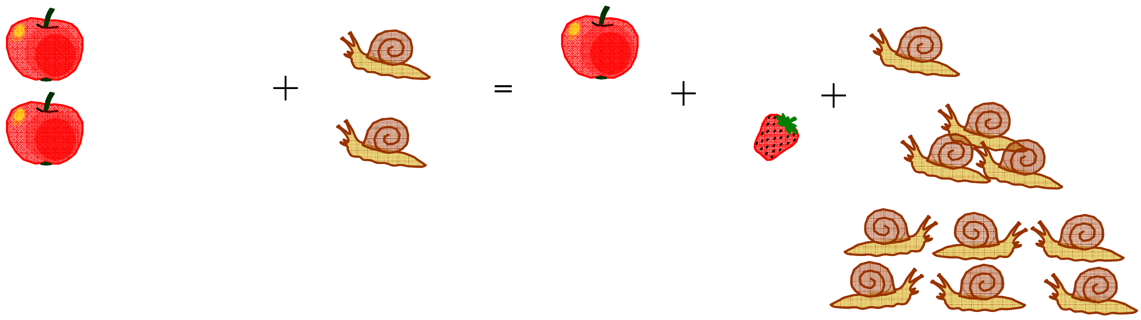
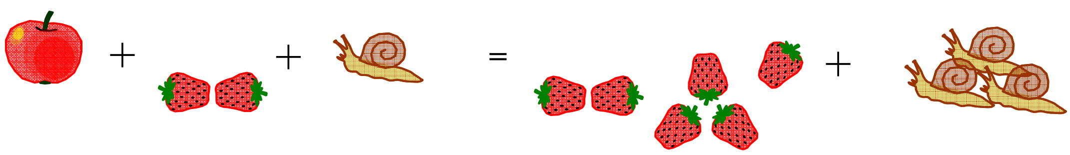
b) Képes nyitott mondatok

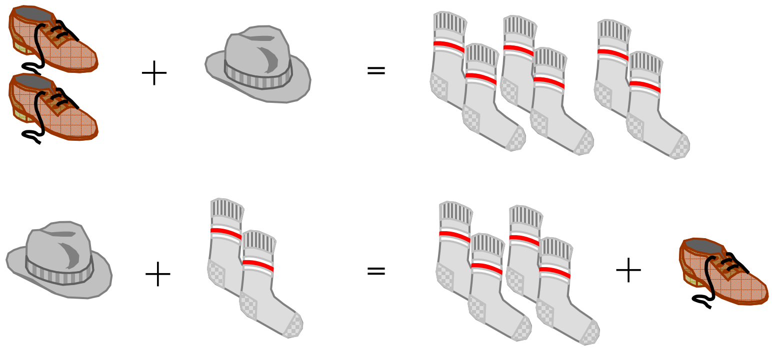
2. (folytatás)

e)	 1 sál = 4 sapka
f)	 1 katicabogár = 2 falevél

g)	 1 gomba = 6 virág
h)	 1 alátét < 4 számítógépegér
i)	 1 paletta < 3 ecset

KITEKINTÉS:

j)	  1 alma = *10* csiga

k)	 3 cipő = 4 zokni

c) A feladatlap feladatainak ellenőrzése – eredmények

Itt közösen beszéljék meg, mit is jelenthet az ellenőrzés! Egy-egy feladat ellenőrzése kerüljön a táblára, hogy az áttekinthető formára is lássanak példát.

Pl.: 5f. + 2 vk. = 23 f. esetén

1 vk. = 9 f megoldást kaptak. Azaz, ha 1 vk. helyére 9 fehéret tesznek, egyensúlynak kell lennie.

B.o.: 5 f. + 2·9 f. = 23 f.

J.o.: 23 f.

Tehát a mérleg valóban egyensúlyban van.

Ugyanez a képes nyitott mondatoknál:

Pl.: 3 saláta + 1 répa = 10 répa

1 saláta = 3 répa adódik. Azaz, ha minden saláta helyére 3 répát tennénk,

B.o.: 3 · 3 répa + 1 répa = 10 répa

J.o.: 10 répa

Tehát a mérleg valóban egyensúlyban van.

A „SZÓVIVŐ” kártya járjon körbe! A beszámoló csoportot kiválaszthatjuk sorsolással. A megoldásokat indokoltassuk! Minden színes téglalap értékének ellenőrzése kerüljön a táblára a beszámolásra kisorsolt csoport egy tagjának előadásában!

3. A házi feladat előkészítése

A csoportok cseréljék ki egymás között a színes téglalapok meghatározására kapott egyenletek feladatsorát, és most már modell nélkül oldják meg a mérleg elvvel házi feladatként. A feladatokat osszák fel egymás között. Ha vitát észlelünk, javasoljuk, hogy írják a füzetükbe, és mindegyik feladatot oldja meg mindenki. Mivel az órai munka alapján már tudják a téglalapok értékét, ha ugyanazt kapják megoldásként, akkor nem kell ellenőrizniük. Amennyiben a képes nyitott mondatok közül maradt megoldatlan, bíztassuk a gyerekeket ezek megoldására gyakorlásként.

III. Az egyenletek, egyenlőtlenségek megoldásának gyakorlása

1. Ráhangolás

a) Egy szöveges feladat

Oldjuk meg közösen a következő feladatot:
Gondoltam egy számot, megszoroztam 5-tel, és így a gondolt szám háromszorosánál 7-tel többet kaptam. Melyik számra gondoltam?
Legyen a gondolt szám jele: x! Akkor az 5-szöröse: $5 \cdot x$, a 3-szorosa: $3 \cdot x$

$$5 \cdot x \quad > \quad 3 \cdot x$$
7-tel
$$5 \cdot x = 3 \cdot x + 7 \qquad \text{vagy} \qquad 5 \cdot x - 7 = 3 \cdot x$$
$$x = 3{,}5$$

Ellenőrzés:
A gondolt szám: 3,5
ötszöröse: 17,5
háromszorosa: 10,5
A 17,5 tényleg 7-tel több, mint a 10,5.

b) A házi feladat megbeszélése

Ha volt valakinek problémája valamelyik feladattal, akkor a kérdéses feladatot újra megbeszéljük.

c) Mire jó a mérleg elv?

Bizonyára lesz olyan tanuló, aki észreveszi, hogy amit lebontogatással meg tudtunk oldani, azt a mérleg elv alkalmazásával is megoldhatjuk, de az utóbbival olyan feladatok megoldása is lehetséges, amelyeknél a lebontogatás nem vezet eredményre. Ha nem születik meg ez a felismerés, kérjünk meg egy tanulót, hogy oldja meg lebontogatással a bevezető feladatban felírt egyenletet! Miután ez a kísérlet eredménytelen lesz, megbeszélhetjük, hogy a mérleg elv olyan egyenletek (és egyenlőtlenségek) megoldását is lehetővé teszi, amelyekben mindkét oldalon van ismeretlen.

2. Gyakorlás párban

A gyerekek párokban dolgoznak, az „Ellenőrzés párban” kooperatív módszer szerint (Kagan nyomán) a 3. feladatlapon. Az egyik diák kidolgozza a feladat megoldását, a társa figyeli a munkáját, és ha kell, segít, ill. ha ő is helyesnek találja a megoldást, akkor dicsér. Ha a páros nem ért egyet, és nem tudják meggyőzni egymást, akkor a csoport másik párosával egyeztetnek. Ha így sem sikerül egyetérteni vagy megoldást találni, akkor mind a négyen felteszik a kezüket, ezzel jelezve a tanárnak, hogy külső segítségre van szükségük.
A következő feladatnál szerepcsere. Mindez addig tart, amíg készen lesznek, ill. amíg el nem fogy a tanár által megjelölt idő. Ezután az egy csoportban dolgozó két pár összehasonlítja a feladatok megoldását. Ha a megoldás nem egyforma, közösen keresik meg a hibát, és kijavítják. Ha a válaszok megegyeznek, kézfogással jelezzék a gyerekek egymásnak az elismerést. A csoportok eredményeit a diákkvartett módszerével ellenőrizzük. Részletesebb megbeszélésre csak nézetkülönbség esetén van szükség.
Amennyiben úgy látjuk, hogy a feladatok túl sok nehézséget okoznak, kettesével, de akár egyenként is feladhatjuk és megbeszélhetjük azokat.
Ha valamelyik páros gyorsabban végez, a 3. feladatlap 2. feladatával foglalkozzon

3. FELADATLAP

1. Oldjátok meg, és ellenőrizzétek a következő feladatokat.

a) $3 \cdot x - 2 = 4$ $x = 2$

b) $3 \cdot x + 5 = 2 \cdot x$ $x = -5$

c) $2 \cdot x + 4 = 3 \cdot x - 2$ $x = 6$

d) $5 \cdot x - 8 = x + 12$ $x = 5$

e) $3 \cdot (x - 1) + 9 = 27$ $x = 7$

f) $12 - 3 \cdot x = x - 12$ $x = 6$

g) $4 \cdot x + 6 = 2 \cdot (x + 3)$ $x = 0$

h) $2 \cdot x - \frac{1}{3} = x + \frac{1}{2}$ $x = \frac{5}{6}$

2. Oldjátok meg az egyenlőtlenségeket, és ábrázoljátok a megoldások halmazát számegyenesen!

a) $12 - 3 \cdot x \leq x - 12$ $x \geq 6$

b) $4 \cdot x + 6 \geq 2 \cdot (x + 3)$ $x \geq 6$

Ha vannak olyan csoportok vagy párok, akik a második feladatot megoldották, ellenőrizzük az eredményeket! Ha az x ≥ 6 helyett x ≤ 6 eredményre jutott valaki, akkor írassuk fel a táblára a megoldást, és keressük meg a hibát! Valószínűleg mindkét oldalt negatív számmal osztották. Mutassuk meg konkrét számok esetében, hogy ez miért vezetett hibához!
Pl.:

$3 < 5$ /· (–2)	$-3 < 5$ /· (–2)	$-3 > -5$ /· (–2)
–6 nem kisebb – 10	6 nem kisebb – 10	6 nem nagyobb 10
$-6 > -10$	$6 > -10$	$6 < 10$

Utaljunk rá, hogy az egyenlőtlenségek esetében, ha negatív számmal szorozzuk vagy osztjuk a két oldalt, akkor a relációs jel irányát meg kell változtatni, de erről a következő években még bővebben tanulnak majd!

3. A házi feladat előkészítése

3. Oldd meg és ellenőrizd!

a) $x : \frac{5}{6} + \frac{2}{5} = 2\frac{4}{5}$ $x = 2$

b) $\frac{4}{7} \cdot (x - 10) = 0{,}2$ $x = 10\frac{7}{20} = 10{,}35$

c) $4 \cdot x - 2{,}5 \geq x - 1$ $x \geq 0{,}5$

Lehetőleg beszéljük meg a nyitott mondatok megoldásának lépéseit, és azok sorrendjét. A b) feladat esetében tisztázzuk, hogy a 0,2-et írjuk fel tört alakban, majd az első lépés: mindkét oldal osztása $\frac{4}{7}$ - del. Bízzunk meg gyerekeket, hogy a megoldást írják le írásvetítő fóliára. Kérjük, hogy az egyenlőtlenség megoldáshalmazát ábrázolják számegyenesen!
Bíztassuk a gyerekeket, hogy akinek nem maradt ideje az órán a feladatlap 2. feladatára, próbálkozzon vele otthon! Kérjünk fel önként jelentkezőket a 2. feladat két egyenlőtlenségének fóliás feldolgozására is! Kérjük az egyenlőtlenség megoldáshalmazának számegyenesen való ábrázolását is!

IV. A mérleg elv gyakorlása.

1. Ráhangolás

a) A házi feladat ellenőrzése

A már korábban is alkalmazott módszerrel történjen, azaz a fóliák alapján valaki más magyarázza el, hogy hogyan gondolkodhatott a társa, és ez után ismertesse azt is, hogy ő mit tett másképpen, és miért!

b) Egy szöveges feladat

Oldjuk meg közösen:
Gondoltam egy számot. Ha a nála 1-gyel nagyobb számot megduplázom, 3-hoz jutok. Melyik számra gondoltam?

$2 \cdot (x + 1) = 3$ A gondolt szám a 0,5.

Ha a gyerekek mindkét oldalt elosztják 2-vel, akkor a feladat zárójelbontás nélkül is megoldható. Ha valaki felveti, beszéljük meg, hogy a kettes szorzó az egész zárójel tartalmára vonatkozik. Érdeklődés esetén mutassuk meg, hogy az egyenlet $2x + 2 = 3$ alakban is felírható. Hivatkozzunk a korábban a számoknál már tapasztalt kétféle kiszámításra!

2. Találd ki!

a) Két kartonlapot mutassunk fel a gyerekeknek. Az egyiken számukra láthatóan: I. gép, az eltakart oldalon: $x + 5$; a másikon láthatóan: II. gép, az eltakart oldalon $2x – 1$.
Elmondjuk, hogy az első gép szerepét játsszuk. A gyerekek mondjanak számot, mi pedig megmondjuk, hogy mit ad ki az adott szám esetén a gép. Kb. így: Ha azt mondod 2 (ez az egyik gyerek száma), én azt mondom 7. Mindezeket az alábbi táblázatban a táblán rögzítjük. A gyerekek próbálják kitalálni a gép szabályát. Aki rájön, válaszoljon a tanár helyett, vegye át a kartont. Ez után a másik gép szabályát próbálják kitalálni. Ha már a másik gépet is gyerek tartja, akkor kitűzzük azt a célt, hogy keressük meg, milyen szám esetén adja ki mindkét gép ugyanazt a számot? A gyerekek tovább folytatják a számok megadását, a kartonokat tartó két gyerek pedig számol a gépe helyett.

Ha azt mondod	I. gép Én azt mondom	< ; > ; =	II. gép Én azt mondom
0	– 1	<	5
1	1	<	6
10	19	>	15
6	11	=	11

Amikor megtaláltuk az egyenlőség helyét, fordítsuk meg a kartonokat, és annak alapján írjuk fel az egyenletet: $x + 5 = 2x – 1$. Beszéljük meg, hogy ennek az egyenletnek a megoldása: $x = 6$
Ez után kérdezzük meg, mi lenne a $x + 5 < 2x – 1$ ill. $x + 5 > 2x – 1$ egyenlőtlenség megoldása? Mindhárom megoldáshalmazt ábrázoljuk számegyenesen!

Jobb osztályokban, ill. ha az időbe belefér, megvizsgálhatjuk a $x + 5 \le 2x – 1$ ill.

$x + 5 \geq 2x - 1$ egyenlőtlenségek megoldását is, megfigyelve az előző két egyenlőtlenség megoldáshalmazaitól való eltérést a számegyeneseken is.

b) Oldassuk meg az egyenletet és az egyenlőtlenségeket mérlegelvvel is!

$x+5$	$=$	$2x-1$	$/-x$	$x+5$	$<$	$2x-1$	$/-x$	$x+5$	$>$	$2x-1$	$/-x$
5	$=$	$x-1$	$/+1$	5	$<$	$x-1$	$/+1$	5	$>$	$x-1$	$/+1$
6	$=$	x		6	$<$	x		6	$>$	x	

3. Oldjuk meg, és töprengjünk el a megoldásokon!

a. Tegyük fel a kérdést: Vajon olyan gépek is lehettek volna a kartonokon, amelyek semmilyen szám esetén sem adtak volna ki azonos értéket? Azaz van olyan egyenlet, aminek nincs megoldása? Esetleg van olyan, aminek minden szám megoldása?
A következő egyenleteket párban oldják meg a gyerekek, a tapasztalatokat pedig a négyes csoport egyeztesse a közös megbeszélés előtt! Amikor a gyerekek a feladatok végére érnek, az ellenőrzés a diákkvartett módszerével történik (Kagan nyomán).
Tehát a feladatokat egyenként megbeszélik, mégpedig úgy, hogy minden gyerek sorszámot kap (az asztalra helyezett 1–4. számokból húznak), a tanár is húz egy számot, és minden csoportban jelentkeznek az ugyanolyan sorgyámú gyerekek. Közülük kér fel egyet a tanár a megoldás ismertetésére. Ha a többi csoport egyetért vele, akkor az ugyanolyan sorszámú tanuló zöld, ha hibásnak találja a megoldást, akkor piros lapot emel a magasba. Ha nem hibát szeretne javítani, csupán kiegészítést tenne, akkor azt kék lappal jelzi.

4. FELADATLAP

1. Oldjuk meg a következő egyenleteket, és gondolkodjunk el a megoldásokon!

a) $3x + 5 = 3x - 5$ $x =$ nincs megoldás	b) $-2x + 7 = 5x + 7$ $x = 0$	c) $5x + \frac{2}{3} = 2x + \frac{2}{3} + 3x$ $x =$ bármely szám

Beszéljük meg részletesen, hogy mit jelent, ha „+ 5 = – 5”-höz, ill. mit jelent, ha „$\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$” - hoz jutunk? Érdemes figyelmet fordítani a b) feladatra is, mert mindig vannak olyan gyerekek, akik pl. a „*7x = 0*” sorral nem tudnak mit kezdeni. Elevenítsük fel az azonosság fogalmát! Kérdezzük meg, hogy sejtette-e valaki előre, hogy melyik feladatnak nem lesz megoldása, ill. melyiknek lesz végtelen sok?

b) Erősebb osztályokban, ha az idő engedi, oldjuk meg az egyenlőtlenségeket is!

2. Oldjuk meg a következő egyenlőtlenségeket, és gondolkodjunk el a megoldásokon! Ábrázoljuk a megoldáshalmazokat számegyenesen!

a) $2x + 5 < 3x + 6$ $x > -1$	b) $2x + 5 < 3x + 5$ $x > 0$
c) $2x + 5 < 2x - 5$ nincs megoldás	c) $2x - 5 < 2x + 5$ bármely szám megoldás

Beszéljük meg részletesen, hogy mit jelent, ha „+ 5 < – 5" – höz, ill. mit jelent, ha „+ 5 < – 5" jutunk? Elevenítsük fel az azonos egyenlőtlenség fogalmát! Kérdezzük meg, hogy sejtette-e valaki előre, hogy melyik feladatnak nem lesz megoldása, ill. melyik egyenlőtlenséget teszi igazzá bármely szám?

4. A házi feladat előkészítése

Az a)–d) feladatokból legalább hármat kérjünk mindenkitől, a e), f) feladatokat pedig bízzuk önként vállalkozókra, akik nem ijednek meg egy kis kihívástól.
Ismét kapjanak a gyerekek megbízást egy-egy feladat fólián történő feldolgozására! Így előbb-utóbb minden gyerekre sor kerül, és átélheti, hogy az ő megoldását kell értelmeznie másoknak, rá, a munkájára figyelnek, ill. azt is, hogy neki kell mások munkáját értelmeznie, arra odafigyelnie.

3. Oldd meg, és ellenőrizd!

- **a)** $x - 7 = -1$ — $x = 6$
- **b)** $5 \cdot x - 3 = -23$ — $x = -4$
- **c)** $3 \cdot x + 9 = 44 - 4 \cdot x$ — $x = 5$
- **d)** $2 \cdot (x - 3) = 8$ — $x = 7$
- **e)** $\frac{5}{8}x - \frac{1}{2} = 2 \cdot x - 1\frac{7}{8}$ — $x = 1$
- **f)** $2 \cdot x - 3 < x + 2$ — $x < 5$

V. A mérleg elv gyakorlása

1. Ráhangolás

a) Az a megoldás, hogy nincs megoldás, vagy nem tudjuk megkeresni?

Egy akácfán 5-ször annyi veréb csivitelt, mint a mellette álló jegenyén. Egyszer csak óriási reccsenéssel letört a jegenyéről egy vastag, de korhadt ág. Az ágon ülő három veréb, huss, elrepült. Hány veréb maradt a jegenyén?
Egyetlen veréb sem marad a fán, hacsak nem használtak füldugót. Ha feltételeznénk, hogy nem repülnek el ijedtükben, akkor sem tudnánk megmondani, hogy hányan maradnak a fán, mivel nincs elég adatunk hozzá.

b) A házi feladat megbeszélése.

A már korábban is alkalmazott módszerrel történik. A fóliák alapján más – a személyt diákkvartettel választjuk ki – ismerteti a megoldást.

2. Verseny

5. FELADATLAP

1. Két egyenlet megoldásának sorai összekeveredtek. Válogassátok külön az összetartozó sorokat, és rakjátok helyes sorrendbe. A sorok mellett jelöljétek a szokott módon, hogy milyen változtatás lesz a következő sorban?

$$\begin{aligned}
2 &= x + 3\\
3 \cdot y &= 12\\
2 + x &= 2 \cdot x + 3\\
x &= -1\\
2 \cdot y - 7 &= 5 - y\\
y &= 4\\
3 \cdot y - 7 &= 5
\end{aligned}$$

Megoldás:

$$\begin{aligned}
2 + x &= 2 \cdot x + 3\\
2 &= x + 3\\
x &= -1
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
2 \cdot y - 7 &= 5 - y\\
3 \cdot y - 7 &= 5\\
3 \cdot y &= 12\\
y &= 4
\end{aligned}$$

Javasoljuk a gyerekeknek, hogy mielőtt munkához látnak, dolgozzanak ki egy jó módszert arra, hogy a lehető legrövidebb idő alatt a legbiztosabb eredményhez jussanak! Ne feledkezzenek meg az ellenőrzésről sem! Az a csoport nyer, amelyik a legrövidebb idő alatt készül el a hibátlan megoldással.
A közös megbeszéléskor feltétlenül tisztázzuk, hogy az x = –1 és a –1 = x tartalma megegyezik. (Az egyenlőség szimmetrikus)

3. Gyakorlás

Beszéljük meg, hogy négy kifejezés hányféleképpen párosítható, és kapcsolható össze egyenlőség jellel? Tisztázzuk, hogy a felcserélt sorrend nem jelent más egyenletet. Javasoljuk, hogy a négyes csoport együtt állítsa össze az egyenleteket, majd felosztva egymás között párban vagy egyénileg oldják meg. Diákkvartett módszerrel ellenőrizhetjük. Kérjük meg a gyorsan dolgozó csoportokat, hogy ha tudnak, találjanak ki az $x + 5$ kifejezés mellé egy olyan másikat, hogy azonosságot alkossanak együtt.

2. A felsorolt kifejezések felhasználásával készítsetek minél több egyenletet, oldjátok meg, és ellenőrizzétek azokat!

$x + 5$	$3\,x + 9$	$2\,x + 10$	$x + 3$

$x + 5 = 3\,x + 9$ $\quad x = -2$

$x + 5 = 2\,x + 10$ $\quad x = -5$

$x + 5 = x + 3$ $x =$ nincs megoldás

$3x + 9 = 2x + 10$ $x = 1$

$3x + 9 = x + 3$ $x = –3$

$2x + 10 = x + 3$ $x = –7$

4. Megoldáshoz egyenlet

Próbáljatok 3 olyan egyenletet építeni, amelynek a megoldásai rendre: $x_1 = 3$; $x_2 = –2$; $x_3 = \frac{2}{3}$

Írjuk a táblára az azonos megoldású egyenleteket egymás alá!

5. A házi feladat előkészítése

Az 5. Feladatlap 3. Feladatsorából négy egyenletet oldjanak meg, azzal a kiegészítéssel, hogy legalább egy egyenlethez próbáljanak meg szöveget is írni, és ahány szöveget írnak, annyi egyenlettel kevesebbet kell megoldaniuk. Figyelmeztessük a gyerekeket, hogy a megoldáshoz az ellenőrzés is hozzá tartozik! Kérjük itt is, hogy az egyes feladatokat dolgozzák fel fóliára! Az utolsó három egyenlet feldolgozására a tanár kérjen fel gyerekeket pedagógiai megfontolások alapján!

3. Oldd meg, és ellenőrizd!

a) $3 \cdot a – 2 = 5 \cdot a – 10$ $a = 4$

b) $– 2 \cdot b + 5 = 3 \cdot b – 10$ $b = 3$

c) $9 \cdot e – 2 = 4$ $e = \frac{2}{3}$

d) $5 = 7 – 2{,}5 \cdot f$ $f = \frac{4}{5}$

e) $\frac{3}{4} - g = 2\frac{1}{4}$ $g = -\frac{3}{2}$

f) $4 \cdot (d + 1) + 3 = 10$ $d = \frac{3}{4}$

VI. Bevezetés az egyszerű szöveges feladatok készítésébe és megoldásába

1. Ráhangolás

a) A házi feladat rövid ellenőrzése

Ha készített valaki szöveges feladatot, akkor felolvassa az osztálynak, és a többiek megállapítják, hogy melyik egyenlethez született, megbeszélik az egyenlet megoldását, és azt, hogy a szöveg befolyásolja-e a megoldáshalmazt. Azoknál az egyenleteknél, amelyekhez nem született szöveg, csak a gyököt és a két oldalnak az adott gyökre vonatkozó helyettesítési értékét egyeztetjük.

b) Számkitalálás

A feladatcsere módszerét használjuk. A feladatokat külön-külön kártyán szerepelnek (**5. tanári melléklet**), és szétosztjuk a csoportok között. A csoport közösen megoldja a feladatot, és a kártya másik oldalára írják a megoldásukat a csoport nevével együtt, majd továbbadják azt egy másik csoportnak, és átveszik a feladatot egy másik csoporttól. Ezt is megoldják, majd megfordítva a kártyát összehasonlítják a megoldásukat a kártyán eddig feltüntetett megoldásokkal. Ha egyetértenek, akkor csak a csoport nevét írják a kártyára, ha nem értenek egyet, akkor ráírják a saját megoldásukat a csoport nevével, és továbbadják a feladatot, miközben átvesznek egy másikat. Ez a folyamat addig tart, amíg minden feladat megfordul minden csoportnál. Csak a kitalálandó két számot kell feltüntetni, a megoldáshoz vezető utat nem.
Amikor minden kártya visszakerül a tanárhoz, akkor csak azt a feladatot beszélik meg közösen, amelyiknél hibás megoldás szerepel a kártyán, vagy amelyikről hiányzik a helyes megoldások valamelyike. Ezeket a feladatokat írjuk fel közösen nyitott mondattal is!

Két szám összege $\frac{4}{3}$, az egyik szám az $\frac{1}{2}$, melyik a másik szám? $\frac{5}{6}$	Két szám különbsége $\frac{2}{5}$, az egyik szám az $\frac{1}{2}$, melyik lehet a másik? $\frac{9}{10}$ vagy $\frac{1}{10}$
Két szám szorzata – 3,6, az egyik a 0,4. Melyik a másik szám? – 9	Két szám hányadosa $\frac{1}{2}$, az egyik szám a 7, mi lehet a másik szám? 14 vagy 3,5
Két szám aránya 1 : 3 , az egyik szám a 6, melyik a másik? 18 vagy 2	Két szám szorzata $\frac{5}{8}$, az egyik szám a $\frac{3}{4}$, melyik lehet a másik? $\frac{5}{6}$
Két szám közül az egyik 3-szor akkora, mint a másik. Az összegük 12. Melyik ez a két szám? 3 és 9	

2. Egyenlettel és egyenlet nélkül

Olvastassuk el a gyerekekkel a következő feladatot, adjunk időt a csoportoknak a gondolkodásra, majd kérjünk ötleteket a megoldáshoz! A feladat egyenlet nélkül is megoldható, de talán lesz olyan gyerek, aki megkísérli egyenlet felírását. Fontos, hogy mindkét módot beszéljük meg közösen. Tisztázzuk, hogy mindkét módszer eredményre vezethet, hogy melyiket használjuk, azt a célszerűség, no meg az ízlésünk dönti el! Vannak azonban feladatok, amelyek könnyebben megoldhatók, ha az adatok közötti összefüggést felírjuk egyenlettel vagy egyenlőtlenséggel. Úgy is szoktuk mondani, hogy a feladatot lefordítjuk a matematika nyelvére.

6. FELADATLAP

1. Szundi és Morgó munkát kerestek. Már az első napon alkalmazták őket egy bányában. Este, amikor hazafelé bandukoltak, Szundi talált egy bugyellárist, amiben 12 peták lapult. Amikor másnap Morgó munkába indult, Szundi nem ment vele, hanem beverte a szundit. Morgó még két napig dolgozott, így 4 petákkal több pénze lett, mint Szundinak. Mennyi a vagyonuk a három nap után?

Beszéljük meg a célszerű adatrögzítést! Állapodjunk meg abban, hogy mit jelölünk betűvel. Ezt írjuk is fel!

Legyen az egy napi munka bére x!

A törpék vagyona a következőképpen alakul:

Szundi: 1 napi bér és a talált pénz. Morgó: 3 napi bér.

Beszéljük meg, hogyan fejezhetjük ki a törpék pénzét a matematika nyelvén!

$$x + 12 \underset{\text{4-gyel}}{<} 3 \cdot x$$

Kérdezzük meg, hogyan tehetnénk egyenlővé a két törpe pénzét? Keressünk többféle megoldást!

Egyenlő lenne a vagyonuk, ha Szundinak 4-gyel több lenne: $(x + 12) + 4 = 3 \cdot x$, vagy ha Morgónak 4-gyel kevesebb lenne: $x + 12 = 3 \cdot x - 4$

Oldassuk meg párhuzamosan – két gyerek egyszerre dolgozik a táblánál – mindkét egyenletet. Végezzük el közösen a szöveg szerinti ellenőrzést!

$x = 8$

Ha tehát egy napi munkáért 8 peták járt, akkor Szundit 8 petákja és a talált 12 peták együtt 20 peták vagyonhoz juttatta.

Mivel Morgó 3 napot dolgozott, ő $3 \cdot 8 = 24$ petákot gyűjtött.

Vagyis Morgónak $24 - 20 = 4$ petákkal több a pénze, és a feladat éppen ezt állította.

A feladat egyenlet nélkül is megoldható.

Ha Szundinak 4 petákkal többje lenne, akkor a 16 peták éppen kétnapi munkabér lenne. Egy napi bér tehát 8 peták.

Vagy: Szundi 12 talált petákja 4 peták híján kétnapi bér. Tehát kétnapi bér $12 + 4 = 16$ peták. Ebből következik, hogy egy napi bér 8 peták.

3. Az adatok közötti összefüggések felírása

2. Egészítsétek ki a táblázatot a hiányzó szám kifejezésével!

Itt is válogathatunk a feladatokból az osztály adottságainak ismeretében! Néhányat kitűzhetünk úgy is, hogy elmondjuk, ezek nehezebbek, aki mégis megbirkózik velük, annak a megoldását kitesszük a faliújságra, és teljesítményéről a szüleit is értesítjük. Határidő: a következő óra.

Gyengébb osztályokban a feladat kitűzése előtt folytassunk frontális beszélgetést a gyerekekkel! Tegyük fel szóban az alábbi feladatok kérdéseit, de az egyik szám megnevezése ne betű, hanem egy konkrét szám legyen. Pl.: Két szám összege 27, az egyik szám 11 (2; 24; stb.) mennyi a másik? Hogyan számoltad ki?

a)	Két szám összege 27	Az egyik szám: a	A másik: $27 - a$
b)	Két szám szorzata 24	Az egyik szám: b	A másik: $24 : b$ vagy $\frac{24}{b}$
c)	Két szám hányadosa –2	Az egyik szám: c	A másik: $-2 \cdot c$ vagy $c / -2$
d)	Két szám különbsége 11	A kisebbik szám: d	A nagyobbik: $d + 11$
e)	Két szám különbsége 3	A nagyobbik szám: e	A kisebbik: $e - 3$
f)	Két szám összege: f	Az egyik szám: 5	A másik: $f - 5$
g)	Két szám szorzata: g	Az egyik szám: –5	A másik: $g / -5$
h)	Két szám hányadosa: h	Az egyik szám: 2	A másik: $2 \cdot h$ vagy $2 / h$
i)	Két szám különbsége: i	Az egyik szám: 4	A másik: $4 + i$ vagy $4 - i$
j)	Két szám összege: $\frac{3}{8}$	Az egyik szám: j	A másik: $\frac{3}{8} - j$
k)	Két szám különbsége: $\frac{3}{7}$	Az egyik szám: k	A másik: $k + \frac{3}{7}$ vagy $k - \frac{3}{7}$
l)	Két szám szorzata: $\frac{5}{9}$	Az egyik szám: l	A másik: $\frac{5}{9} : l$
m)	Két szám hányadosa: $\frac{5}{6}$	Az egyik szám: m	A másik: $\frac{5}{6} \cdot m$ vagy $m : \frac{5}{6} = \frac{6}{5} \cdot m$

Az Ellenőrzés párban módszerét alkalmazzuk. Mivel mindenki a saját feladatlapján dolgozik, minden második feladat lenne a gyerekek lapján, ezért amikor a feladatsor végére érnek, mindenki önállóan kiegészíti a feladatlapját, és csak akkor kér tanácsot a szomszédjától, ha elakad. Négyes munka csak akkor következik, ha minden kijelölt feladat benne van minden gyerek füzetében. Ekkor a két pár egyeztet, ha a válaszok nem azonosak, akkor közösen javítanak, ill. – szükség esetén – külső segítséget kérnek. Miután készen vannak a csoportok, a Diákkvartett módszerrel ellenőrzik a megoldásokat, és a szokott módon színes kartonnal jelzik, ha egyetértenek, ha nem, ill. ha kiegészítést tennének.

4. Egyszerű szöveges feladatok készítése, a házi feladat kijelölése

Megkérdezzük a gyerekeket, hogy milyen korábbi feladatokra emlékezteti őket az előbbi feladatsor?

A feladatcsere feladatai.

Vajon a birtokukban lévő információk alapján megmondható-e konkrétan a keresett két szám az a) feladatban például? Nem

Tudnak-e olyan számpárokat mondani, amelyek megfelelnek az a) feladatnak?

Igen. Pl.: 5 és 22

10,5 és 16,5

5 2/3 és 21 1/3
11 és 16 stb.

Milyen újabb információval, adattal, feltétellel szűkíthetnénk a megoldások halmazát?

Pl.: csak egész számok lehetnek; vagy a szorzatuknak 90-nek kell lennie; vagy a két szám különbsége pontosan 15 legyen; stb.

Melyikhez tudunk nyitott mondatot felírni?

Pl.: a · (27 – a) = 90 de ezt nem tudjuk megoldani a most megismert módszerekkel, csak próbálgatással

a – (27 – a) = 15 ezt meg is tudjuk oldani, ha felelevenítjük azt, amit számok esetében tapasztaltunk, ha a zárójel előtt kivonás jel volt. Pl.:
50 — (12 — 2) = 50 — 12 + 2 = 40

Négyes csoportban dogoznak tovább. Általuk is megoldható szöveges feladatokat kell késziteniük az a)b)c)d) feladatokhoz. Minden diák írja le egy írólapra a négy elkészített feladatot! Ha kész, cseréljék el egy másik csoport feladataival! Ez lesz a házi feladat.

FELADATGYŰJTEMÉNY

1. Oldd meg és ellenőrizd a következő egyenleteket:

a) $a - 7 = -5$ 2
b) $7 \cdot b + 5 = 26$ 3
c) $-c + 9 = 11$ –2
d) $-3 \cdot d - 2 = -17$ 5
e) $9 - 5 \cdot e = 14$ –1
f) $18 = 2 \cdot f + 9$ 4,5
g) $0 = -3 \cdot g - 30$ –10

2. Oldd meg és ellenőrizd a következő egyenleteket:

a) $8 \cdot a - 9 = 7 \cdot a$ 9
b) $29 - 5 \cdot b = 1 - 3 \cdot b$ 14
c) $11 \cdot c + 5 = 9 \cdot c$ –2,5
d) $\frac{2}{3} + d = 2 \cdot d$ $\frac{2}{3}$
e) $3 \cdot e - \frac{1}{4} = 5 \cdot e - \frac{3}{2}$ $\frac{5}{8}$
f) $\frac{4}{5} - f = 2 \cdot f - \frac{11}{5}$ 1
g) $3 + \frac{g}{2} = 2 \cdot g$ 2

3. Oldd meg és ellenőrizd a következő egyenleteket:

a) $3 - a = -3$ 6
b) $2 + 3 \cdot b - 3 = 5$ 2
c) $24 + 4 \cdot c = 5 - c - 1$ –4
d) $13 - 5 + 2 \cdot d = 3 \cdot d - 3$ 11
e) $7 \cdot e - 5 + 3 \cdot e = 5 \cdot e - 10 + 7$ 0,4
f) $5 + 7 - 2 \cdot f = 11 - 3 \cdot f - 6$ –7
g) $6 \cdot 2 \cdot g - 18 - 7 \cdot g - 9 = 14 \cdot g - 8 - 2 \cdot g + 2$ –3

4. Oldd meg és ellenőrizd a következő egyenleteket:

a)

$-3 \cdot x + 9 = 3$	2
$4 \cdot x + 4 = 3 \cdot x - 1$	-5
$3 \cdot x + 3 = 9 \cdot x - 1$	$\frac{2}{3}$
$5 - 4 + x = 1{,}75 + 2 \cdot x$	$-\frac{3}{4}$
$2 \cdot x - 4 + 1 = -5 \cdot x + 2{,}6$	$0{,}8$
$5 - 3 \cdot 4 \cdot x - 15 = 8 \cdot x$	$-0{,}5$
$7 + 2 \cdot x - 18 = 5 \cdot \frac{1}{5}x + 5 - 6$	10

b)

$3 \cdot x + 4 = -11$	-5
$9 \cdot x - 5 = x + \frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
$8 \cdot x + 10{,}5 = 2 \cdot x + 6$	$-\frac{3}{4}$
$1 - 3 + 5 \cdot x = 2$	$0{,}8$
$12 \cdot x + 3 = 4 \cdot x - 1$	$-0{,}5$
$-5 \cdot \frac{1}{5} x - 15 = \frac{1}{2} \cdot x - 30$	10
$-3 \cdot x - x - 4 = 2 \cdot x - 16$	2

c)

$9 \cdot x + 1 = 7$	$\frac{2}{3}$
$2 \cdot x + 5\frac{3}{4} = x + 5$	$-\frac{3}{4}$
$-5 \cdot x - 0{,}4 = 5 \cdot x - 8{,}4$	$0{,}8$
$9 - x - 3{,}5 = 4 \cdot x + 8$	$-0{,}5$
$2 \cdot x - 18 + 1 = x - 7$	10
$-15 + 9 \cdot x + 1 = -3 \cdot x + 10$	2
$3 \cdot x + x + 3 = 3 \cdot x + 30 - 32$	-5

d)

$2 \cdot x + 5 = 3{,}5$	$-\frac{3}{4}$
$2 \cdot x - 3{,}6 = -5 \cdot x + 2$	$0{,}8$
$\frac{1}{2} \cdot x + \frac{5}{4} = 2 \cdot x + 2$	$-0{,}5$
$3 - x - 1 = \frac{1}{5} x - 10$	10
$28 - 12 \cdot x = 2 \cdot x$	2
$3 \cdot x + 20 = -2 \cdot x - 12 + 7$	-5
$-3 \cdot x - 1 = 18x - 15$	$\frac{2}{3}$

e)

$-5 \cdot x + 5 = 1$	0,8
$4 \cdot x + 8 = 3 \cdot x + 7{,}5$	–0,5
$\frac{1}{5} \cdot x + 3 = x - 5$	10
$7 - 4 + 3 \cdot x = 9$	2
$6 \cdot x + 42 = 12$	–5
$9 \cdot x + 4 = 4 - 2 \cdot 3 \cdot x + 10$	$\frac{2}{3}$
$5 - 4 \cdot x - 3 = 10 \cdot x + 12{,}5$	$-\frac{3}{4}$

f)

$4 \cdot x + 9 = 7$	– 0,5
$\frac{2}{5} \cdot x - 1 = \frac{1}{5} \cdot x + 1$	10
$-3 \cdot x + 11 = 3 \cdot x - 1$	2
$-9 \cdot x - 40 = 5$	–5
$3 \cdot x + 3 - 5 = 9 \cdot x - 6$	$\frac{2}{3}$
$5 - 8 \cdot x + 8 = 2 \cdot x + 20{,}5$	$-\frac{3}{4}$
$5 \cdot x - 10 \cdot x + 7 = 18 - 10 \cdot x - 7$	0,8

g)

$\frac{1}{5} \cdot x - 13 = -11$	10
$-3 \cdot x + 7 = -5 \cdot x + 11$	2
$3 \cdot x - 9 = 5 \cdot x + 1$	–5
$-9 \cdot x + 5 + 3 = 2$	$\frac{2}{3}$
$12 \cdot x + 15 = 2 \cdot x + 7{,}5$	$-\frac{3}{4}$
$10 - 2 \cdot x - 2 = -5 \cdot x + 10{,}4$	0,8
$3 + x + \frac{3}{2} = 1 - 4 \cdot x + 1$	–0,5

5. Gondoltam egy számot. Ha a kétszeresét elosztom 3-mal, és az eredményhez 2-t adok, akkor a gondolt számnál 2-vel kisebb számot kapok. Melyik számra gondoltam? 12

6. Egy szép számot választottam,
azt még öttel megtoldottam,
amit kaptam ezután,
öttel osztom szaporán.
Hozzáteszek ötöt még,
amit kapok, tizenhét.
Mondd meg gyorsan pajtikám:
Melyik ez a titkos szám? 55

1. tanári melléklet:

Fóliára nyomva osztályonként 1 db

a)	-5 $:4$	$4 \cdot x + 5 = 17$ $4 \cdot x = 12$ $x = 3$	-5 $:4$
b)	$+6$ $:3$ $+1$	$3 \cdot (x-1) - 6 = -12$ $3 \cdot (x-1) = -6$ $x - 1 = -2$ $x = -1$	$+6$ $:3$ $+1$
c)	$+6$ $\cdot 2$ -3 $:2$	$(2 \cdot x + 3) : 2 - 6 = -4$ $(2 \cdot x + 3) : 2 = 2$ $2 \cdot x + 3 = 4$ $2 \cdot x = 1$ $x = 0{,}5$	$+6$ $\cdot 2$ -3 $:2$
d)	$\cdot 2$ -13 $:5$ $+2$	$[(x-2) \cdot 5 + 13] : 2 = 4$ $(x-2) \cdot 5 + 13 = 8$ $(x-2) \cdot 5 = -5$ $x - 2 = -1$ $x = 1$	$\cdot 2$ -13 $:5$ $+2$
e)	$+5$ $:2$ $+3$ $\cdot 4$ -5 $:(-3)$	$\{(5 - 3 \cdot x) : 4 - 3\} \cdot 2 - 5$ $\{(5 -$ $= -5{,}5$ $3 \cdot x) : 4 - 3\} \cdot 2 = -0{,}5$ $(5 - 3 \cdot x) : 4 - 3 = -0{,}25$ $(5 - 3 \cdot x) : 4 = 2{,}75$ $5 - 3 \cdot x = 11$ $-3 \cdot x = 6$ $x = -2$	$+5$ $:2$ $+3$ $\cdot 4$ -5 $:(-3)$
f)	$+2$ $:3$	$3 \cdot x - 2 < 5$ $3 \cdot x < 7$ $x < \; < 2\frac{1}{3}$	$+2$ $:3$
g)	-3 $\cdot 6$ -3 $:2$	$(3 + 2 \cdot x) : 6 + 3 > 1$ $(3 + 2 \cdot x) : 6 > -2$ $3 + 2 \cdot x > -12$ $2 \cdot x > -15$ $x > -7{,}5$	-3 $\cdot 6$ -3 $:2$

2. tanári melléklet:

Egyenletek a színes téglalapok értékének meghatározásához. Osztályonként 1 készlet ebben a méretben kartonlapra nyomva. (Soronként szétvágandó.)

Egyenletek a világoskék téglalap értékének meghatározásához
5 fehér + 2 világoskék = 23 fehér
3 világoskék + 2 fehér = 2 világoskék + 11 fehér
2 világoskék + 10 fehér = 3 világoskék + 1 fehér
3 világoskék + 11 fehér = 4 világoskék + 2 fehér
5 világoskék + 1 fehér = 3 világoskék + 19 fehér
3 fehér + 3 világoskék = 1 világoskék + 21 fehér
4 világoskék + 5 fehér = 2 világoskék + 23 fehér

Egyenletek a rózsaszín téglalap értékének meghatározásához
1 rózsaszín + 9 fehér = 2 rózsaszín + 1 fehér
2 rózsaszín + 4 fehér = 1 rózsaszín + 12 fehér
21 fehér + 2 rózsaszín = 4 rózsaszín + 5 fehér
15 fehér + 1 rózsaszín = 2 rózsaszín + 7 fehér
5 fehér + 4 rózsaszín = 2 rózsaszín + 21 fehér
20 fehér + 1 rózsaszín = 4 fehér + 3 rózsaszín
5 rózsaszín + 1 fehér = 2 rózsaszín + 25 fehér

Egyenletek a bordó téglalap értékének meghatározásához
2 bordó = 1 bordó + 2 fehér
3 bordó + 2 fehér = 1 bordó + 6 fehér
5 bordó = 2 bordó + 6 fehér
1 bordó + 4 fehér = 3 bordó
4 bordó + 8 fehér = 8 bordó
5 bordó + 2 fehér = 3 bordó + 6 fehér
1 bordó + 10 fehér = 6 bordó

Egyenletek a sötétkék téglalap értékének meghatározásához
4 sötétkék = 2 sötétkék + 6 fehér
3 sötétkék = 1 sötétkék + 6 fehér
6 sötétkék = 4 sötétkék + 6 fehér
5 sötétkék + 1 fehér = 3 sötétkék + 7 fehér
1 sötétkék + 9 fehér = 2 sötétkék + 6 fehér
9 fehér + 2 sötétkék = 4 sötétkék + 3 fehér
2 sötétkék + 5 fehér = 3 sötétkék + 2 fehér

Egyenletek a fekete téglalap értékének meghatározásához
2 fekete = 1 fekete + 4 fehér
3 fekete = 1 fekete + 8 fehér
5 fekete + 4 fehér = 6 fekete
4 fekete + 3 fehér = 2 fekete + 11 fehér
2 fekete + 11 fehér = 4 fekete + 3 fehér
9 fehér + 2 fekete = 17 fehér
3 fekete + 3 fehér = 11 fehér + 1fekete

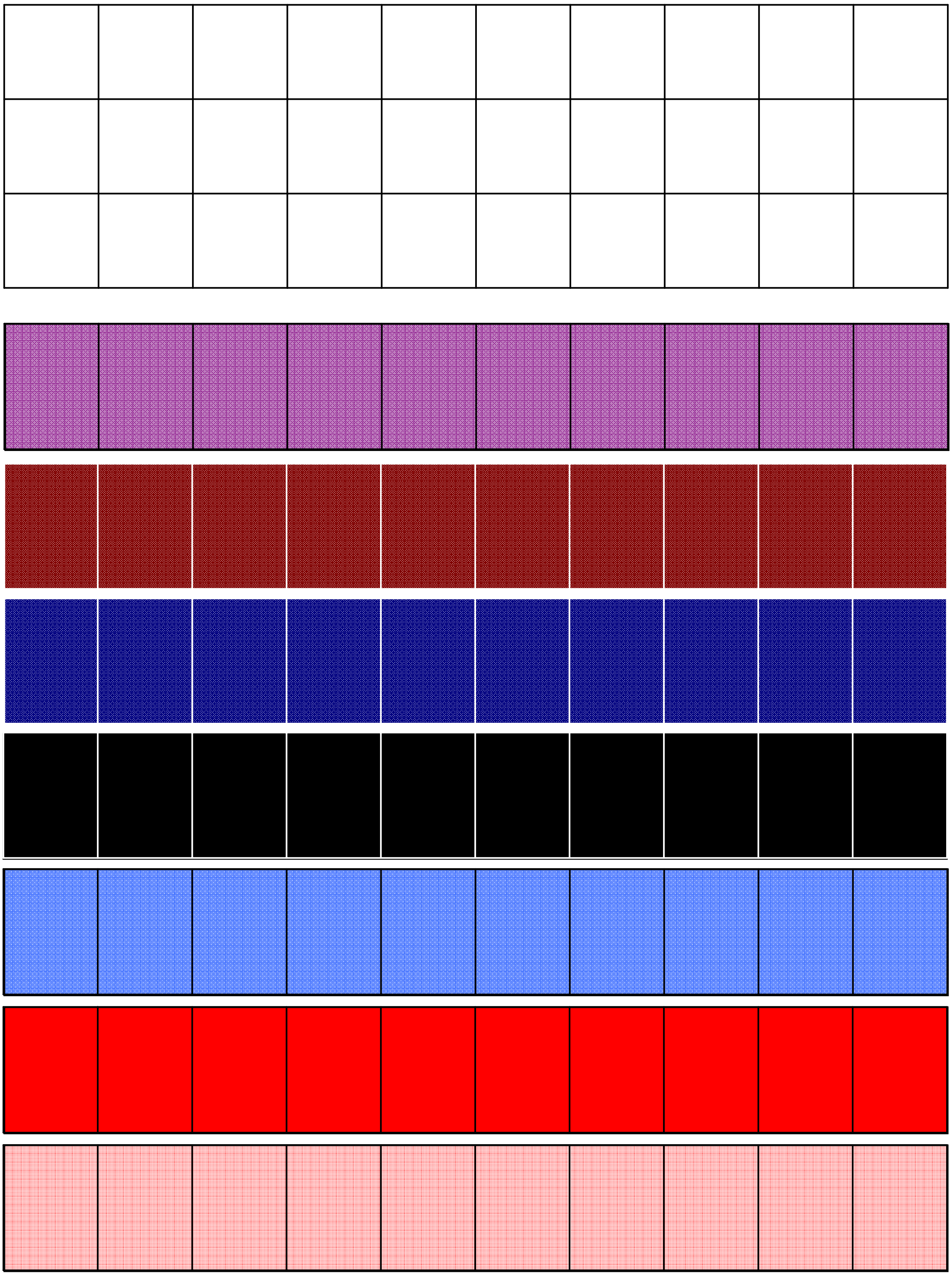
Egyenletek a piros téglalap értékének meghatározásához
3 piros = 2 piros + 6 fehér
5 piros = 3 piros + 12 fehér
2 piros + 20 fehér = 5 piros + 2 fehér
4 piros = 2 piros + 12 fehér
3 piros + 5 fehér = 1 piros + 17 fehér
11 fehér + 2 piros = 3 piros + 5 fehér
12 fehér + 4 piros = 6 piros

Egyenletek a lila téglalap értékének meghatározásához
3 lila = 2 lila + 7 fehér
5 lila = 3 lila + 14 fehér
2 lila + 11 fehér = 3 lila + 4 fehér
4 lila + 3 fehér = 2 lila + 17 fehér
3 lila + 15 fehér = 5 lila + 1 fehér
1 lila + 19 fehér = 3 lila + 5 fehér
6 lila + 2 fehér = 4 lila + 16 fehér

3. tanulói melléklet

Színes lap készlet

Kartonlapra nyomva, minden tanulónak 1 készlet. A négyzeteket egyenként ki kell vágni.



4. tanári melléklet

Feladatkártyák

Kartonlapra nyomva ebben a méretben osztályonként 1 készlet. A fekete vonalak mentén szétvágandó.

Két szám összege $\frac{4}{3}$, az egyik szám az $\frac{1}{2}$, melyik a másik szám?	Két szám különbsége $\frac{2}{5}$, az egyik szám az $\frac{1}{2}$, melyik lehet a másik?
Két szám szorzata – 3,6, az egyik a 0,4. Melyik a másik szám?	Két szám hányadosa $\frac{1}{2}$, az egyik szám a 7, mi lehet a másik szám?
Két szám aránya 1 : 3 , az egyik szám a 6, melyik a másik?	Két szám szorzata $\frac{5}{8}$, az egyik szám a $\frac{3}{4}$, melyik lehet a másik?
Két szám közül az egyik 3-szor akkora, mint a másik. Az összegük 12. Melyik ez a két szám?	