
EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK

Nyitott mondat, egyenlet, egyenlőtlenség

KÉSZÍTETTE: OROSHÁZI KATALIN

A modul célja	Az állítás, nyitott mondat fogalmának alakítása. Egyszerű logikai állítások igazságértékének megállapítása. Az egyenlet, egyenlőtlenség, azonosság, azonos egyenlőtlenség, alaphalmaz és igazsághalmaz fogalmának megalapozása. Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása próbálgatással, lebontogatással.
Időkeret	3 óra
Ajánlott korosztály	6. osztály
Modulkapcsolódási pontok	<i>Szűkebb környezetben:</i> műveletek racionális számokkal. Inverz műveletek. Mérlegelv. <i>Tágabb környezetben:</i> problémamegoldás. Változó mennyiségek közötti kapcsolatok felismerése.
A képességfejlesztés fókuszai	A logikai gondolkodás fejlesztése. Rendszerező képesség. Összefüggés felismerő képesség.

Ajánlás

Ültessük a gyerekeket négyes asztalok köré, és használjunk kooperatív tanulási technikákat. Ügyeljünk rá, hogy a csoporton belül a különböző szerepekben mindenki kipróbálhassa magát. Minden órán elevenítsük fel az előző órán történeteket, és mindig tegyük lehetővé a házi feladat ellenőrzését részletes, közös megbeszéléssel, faliújságra kitett megoldásokkal, vagy fóliáról való kivetítéssel.

Az órákon feldolgozandó feladatcsoportok fokozatosan nehezedő feladatokat tartalmaznak. Az osztály és az egyes gyerekek ismeretében bátran válogassunk belőlük, akár úgy, hogy a végéről hagyunk el feladatokat, akár úgy, hogy az ügyesebbeknek megengedjük, hogy a gyakorlást az összetettebb feladatokkal kezdjék.

Támogató rendszer:

Számkártyák, szerepkártyák, tanulói munkafüzet, feladatgyűjtemény, fólia, faliújság.

Értékelés:

Megfigyelés alapján.

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képessegek	Eszközök, Feladatok
I. Állítások, nyitott mondatok			
1.	Állítások	Logikai gondolkodás	1. feladatlap 1., Világatlasz, állathatározó, Toldi, Internet
2.	Nyitott mondatok	Az ismerethordozók használata.	1. feladatlap 2., Világatlasz, állathatározó, Toldi, Internet
3.	Alaphalmaz, igazsághalmaz	Halmaz szemlélet. Ábrázolás számegyenesen. Rendszerező képesség	Számkártyák –30-tól +30-ig, dobozok, Számegyenes
4.	Egyenlet, egyenlőtlenség	Definiálás	
5.	Azonosság, azonos egyenlőtlenség	Az ismeretek alkalmazása. Besorolás.	1. feladatlap 3.
6.	A házi feladat előkészítése	Az ismeretek alkalmazása. Analizálás, összehasonlítás, besorolás.	1. feladatlap 4., Feladatlapok, gyűjtemények, füzetek
II. Egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása lebontogatással			
1.	Ráhangolás	Ismeretek összekapcsolása. Felidézés. Asszociáció. Az ismeretek alkalmazása.	
2.	Egyenletek és egyenlőtlenségek felépítése és lebontogatása	Analízis, szintézis, analógia.	2. feladatlap 1. 2., Papírsíkok
3.	Az egyenletek, egyenlőtlenségek megoldásának gyakorlása – lebontogatás	Gondolkodási műveletek.	2. feladatlap 3.

4.	A házi feladat előkészítése. (A pályázat kihirdetése.)	Motiváció.	3. feladatlap 1. 2., Faliújság
----	--	------------	--------------------------------

III. Egyenletek, egyenlőtlenségek megoldásának gyakorlása lebontogatással

1.	Ráhangolás	Memória. Kommunikáció.	1. tanári melléklet, faliújság
2.	Csoportalakítás. A szóvivő szerep kipróbálása	Több szempont egyidejű érvényesítése. Együtműködés.	Csoportnév kártyák, Szerepkártya
3.	Csoportos gyakorlás	Önfegyelem. Kommunikáció. A gátlások feloldása. Együtműködés. Megfigyelés. Közös felelősségvállalás.	3. feladatlap 3.
4.	Frontális megbeszélés	Kommunikáció	2. tanári melléklet
5.	A házi feladat kitűzése	Az ismeretek önálló alkalmazása, ellenőrzés.	3. feladatlap 4.

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. Állítások, nyitott mondatok

1. Állítások

a) Kérdezzük meg a gyerekeket, hogy mi jut eszükbe az „állítás” szóról, majd kérjünk példákat állításokra! Írjunk ezek közül néhányat a táblára, és kérdezzük meg, hogy igazak vagy hamisak!

Pl.: Magyarország európai ország. A 27 kétjegyű szám. Nagypapa fiatalabb, mint az unokája. Van legnagyobb páros szám. Ezeknek a kijelentő mondatoknak az igazságértéke egyértelműen eldönthető. Vannak azonban olyan kijelentő mondatok is, amelyek igazságértéke nem dönthető el egyértelműen. Pl.: Péter a legerősebb fiú. A foltos szalamandra szép állat. A 15 nagy szám. Ezeket a kijelentő mondatokat nem tekintjük állításoknak.

b) Oldassuk meg az 1. Feladatlap 1. Feladatát! Gyorsabb és hatékonyabb lehet a munka, ha az egy asztalnál ülők csoportban dolgoznak. A megbeszélésnél sorsolhatjuk, hogy melyik csoport ismertetheti a megoldást, ha a csoportokat, pl. számmal megkülönböztetjük. A többi csoport színes kartonlap felmutatásával jelezheti egyetértését (zöld), tiltakozását (piros) vagy kiegészítési szándékát (kék).

Előzőleg készítsünk be néhány könyvet, vagy ha van Internet hozzáférésünk, engedjük annak a használatát, hogy vitás esetben segítsen eldönteni az állításokról, hogy melyik igaz, melyik hamis! (Pl. Világtalasz, Állathatározó, Arany: Toldi)

1. FELADATLAP

1. Állapítsd meg a következő állítások közül, melyik igaz (i), melyik hamis (h)!

- | | |
|--|---|
| a) Az 5 nagyobb, mint a 2. | i |
| b) A „fácán” szó ige. | h |
| c) $2 \cdot 3 - 1 = 5$ | i |
| d) Törökország ...-i állam. | ? |
| e) $11 \leq 11$ | i |
| f) A Föld leghosszabb folyója a Duna. | h |
| g) $2 \cdot x - 4 = 2$ | ? |
| h) ... a legjobb matekos az osztályban. | ? |

Beszéljük meg, hogy a **d) g) h)** állítások nyitott mondatok! A „kiegészítéstől” függ, hogy igazak lesznek, vagy hamisak. Kérjünk olyan „kiegészítéseket”, amelyek igazzá teszik, és olyanokat is, amelyek hamissá teszik ezeket a nyitott mondatokat!

2. Nyitott mondatok

Miután megbeszéltük az 1. Feladatot, kérdezzük meg a gyerekeket az 1. Feladatlap 2. Feladatában szereplő mondatokról is! Néhány vélemény meghallgatása után ajánljuk fel a gyerekeknek, hogy ha akarják, beszéljék meg a feladatok megoldását a mellettük ülővel!

2. Állapítsd meg, hogy a nyitott mondatokat a megadott halmazok mely elemei teszik igazzá!

- a)** Arany János „Toldi” című elbeszélő költeményének egyik szereplője:.....

$A = \{V. László, Bence, Nagy Lajos, Jóka, Toldi György\}$

b) A a Naprendszer bolygója.

$B = \{\text{Hold, Mars, Göncöl-szekér, Föld, Plútó}\}$

Felvethetik a gyerekek, hogy a Hold is kering, bár a Föld körül, és nem csillag, hiszen nincs saját fénye. Tisztázzuk, hogy a bolygók a csillagok körül keringő saját fény nélküli égitestek.

c) $2x - 1 = 5$

$C = \{-3; 3; 0; 5; 6; -1\}$

d) $z - 4 > 0$

$D = \{-1; 0; 2; 4; 6\}$

e) $2 \cdot x - 1 < 5$

$E = \{2; 1; 0; -1; -2\}$

f) A Magyarországon honos állat.

$F = \{\text{zebra, fácán, feketeterítő, víziló, vízisikló}\}$

g) európai állam.

$G = \{\text{Ausztria, Argentína, Szlovénia, Örményország, Románia, Tunézia}\}$

h) A prímszám.

$H = \{5; 9; 8; 11; 29; 51; 23\}$

i) ≤ 11

$I = \{5; 9; 7; 2; 3; 8; 10; 4; 1\}$

j) $5 \cdot y \neq 15$

$J = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$

k) A összetett szám

$K = \{8; 12; 26; 6548; 57490023\}$

l) A összetett szín.

$L = \{\text{sárga, kék, piros}\}$

Egyeztessük a megoldásokat! A vitás kérdésekben vegyük le a polcra a szükséges könyveket!

3. Alaphalmaz, igazsághalmaz

Beszéljük meg, hogy az előző feladatban megadott halmazokat, amelyekben a megoldásokat kerestük, alaphalmaznak nevezzük, az alaphalmaznak azt a részhalmazát, amelynek elemeire az állítást igaznak találtuk, megoldáshalmaznak vagy igazsághalmaznak hívjuk!

Írjuk fel a táblára kézzel a $2 \cdot x + 3 < 31$ nyitott mondatot, és helyezzünk az asztalra egy ALAPHALMAZ feliratú dobozt, amelybe előzőleg számkártyákat tettünk! (Javasolom: -30 -tól $+30$ -ig az egészeket) Tegyük mellé két másik dobozt, az egyiknek IGAZSÁGHALMAZ, a másiknak HAMISHALMAZ legyen a felirata! (A „HAMISHALMAZ” nem bevett kifejezés a matematikában, aki zavarónak érzi, használjon helyette más feliratot, pl. „IGAZZÁ TESZIK” ill. „NEM TESZIK IGAZZÁ” is lehet a két doboz felirata.) A táblára rajzoljunk egy számegyenest, amelyen azokat a számokat ábrázoltuk, amelyeknek kártyái az ALAPHALMAZ feliratú dobozba kerültek, vagy használjuk a műanyag számegyenest -20 -tól $+20$ -ig számozva!

Kérjük a gyerekeket, hogy egyenként húzzanak egy számkártyát, mutassák fel, és helyezzék a megfelelő dobozba! A többiek ellenőrizzék, hogy jó helyre kerültek-e a kártyák! Aki olyan számot húzott, amelyre a nyitott mondat igaznak bizonyult, színezza kékre a számegyenes megfelelő pontját is! ($x < 14$)

Miután visszaraktuk a kártyákat az ALAPHALMAZ dobozba, írjuk fel a táblára zölddel a $-13 \leq 2 \cdot x + 3$ nyitott mondatot, és keressük meg az előbbi módon ennek az igazsághalmazát is! Most karikáztassuk be zölddel a számegyenes megfelelő pontjait! ($-8 \leq x$)

Ezután írjuk fel pirossal a táblára a $-13 \leq 2 \cdot x + 3 < 31$ nyitott mondatot, és kérdezzük meg, vajon milyen számkártyák teszik igazzá ezt, ha ugyanaz az alaphalmaz, mint eddig!

Valószínűleg többen is rájönnek, hogy az előbbi két igazsághalmaz közös része a megoldás, vagyis a késsel és zölddel egyaránt megjelölt számok. Keretezzük be ezeket pirossal! ($-8 \leq x < 14$)

Ha tartunk az idő szorításától, a feladatot úgy is megoldhatjuk, hogy az alaphalmazban lévő számkártyákat mindkét esetben szétosztjuk a gyerekek között. Így egyszerre többen is dolgozhatnak. A számegyenes alapján a gyanús számokat feltétlenül ellenőrizzük, akkor is, ha a gyerekek közül esetleg senki nem veszi észre a hibát! Ugyanígy járjunk el az intervallumok határszámaival is!

4. Egyenlet, egyenlőtlenség

Hívjuk fel a gyerekek figyelmét arra, hogy a számokra vonatkozó nyitott mondatok között — volt olyan, amelyben az állítás két oldalát = jellel kapcsoltuk össze, ezeket egyenleteknek nevezzük, és

— volt olyan, amelyben az állítás két oldalát <, >, ≤, ≥, vagy ≠ jelek valamelyikével kapcsoltuk össze, az ilyeneket egyenlőtlenségeknek hívjuk!

Kérjük meg a gyerekeket, hogy keressenek egyenletet és egyenlőtlenséget az órán eddig megismert nyitott mondatok között!

Pl.: egyenlet: $2x - 1 = 5$

egyenlőtlenség: $2 \cdot x + 3 < 31$; $-13 \leq 2 \cdot x + 3$; ... ≤ 11 stb.

5. Azonosság, azonos egyenlőtlenség

Beszéljük meg, hogy a továbbiakban az egyenletekkel és az egyenlőtlenségekkel foglalkozunk! Javasolom, hogy a négyes csoport tagjai osszák fel maguk között az 1. feladatlap 3. feladatának négy feladatát, majd mondják el tapasztalataikat egymásnak. Végül sorsoljunk beszámoló csoportokat az egyes feladatokhoz! A csoportok a színes lapok felmutatásával jelezzék véleményüket! Ha nincs egyetértés, vagy nincs jó megoldás, részletes megbeszélés után korrigáljunk!

3. A következő feladatban az alaphalmazunkat **A** betűvel jelöltük. Az alaphalmazban megadtuk azokat a számokat, amelyeket a nyitott mondatokba behelyettesíthetsz.

Határozd meg a következő egyenletek és egyenlőtlenségek megoldását az adott alaphalmazban!

- | | | |
|--|-------------------------|---------------|
| a) $4 \cdot a - 2 = 2 \cdot (2 \cdot a - 1)$ | $A = \{-1; 0; 1; 0,5\}$ | A |
| b) $3 \cdot b - 5 < 2 \cdot b + 1$ | $A = \{-1; 0; 2; 0,1\}$ | A |
| c) $-2 \cdot c + 3 = 4 \cdot c - 9$ | $A = \{-2; 0; 2; 1\}$ | {2} |
| d) $2 \cdot d + 1 \geq d + 5$ | $A = \{-1; 0; 4; 5\}$ | {4; 5} |

Beszéljük meg, hogy az olyan egyenlőséget, amelynek igazsághalmaza az egész alaphalmaz, az adott halmazon azonosságnak, az olyan egyenlőtlenséget, amelynek igazsághalmaza az egész alaphalmaz, az adott alaphalmazon azonos egyenlőtlenségnek nevezzük!

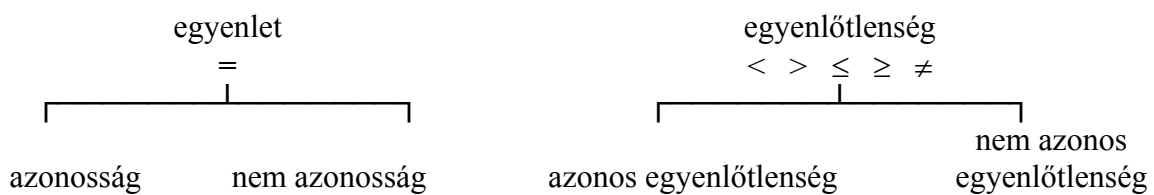
6. Házi feladat előkészítése

Az órán szereplő nyitott mondatokat csoportosítsák a gyerekek: gyűjtsenek egyenletet, egyenlőtlenséget, azonosságot, azonos egyenlőtlenséget!

Az ügyesebb osztályokban, ill. bármely osztályban az ügyesebbeknek igényesebb feladatot is adhatunk:

A 2. és az 5. témakörben az idén – és korábbi tanulmányaik során is – találkoztak már a gyerekek nyitott mondatokkal. Nézzék át a füzeteket, feladatlapjaikat, feladatgyűjteményeiket, és gyűjtsenek egyenleteket, egyenlőtlenségeket, esetleg azonosságokat, azonos egyenlőtlenségeket is! Ezeket külön papírcsíkokra írják, és helyezték el a falijúsgon, a megfelelő feliratok alá!

4. Csoportosítsd az órán előforduló matematikai nyitott mondatokat!



II. Egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása lebontogatással

1. Ráhangolás

a)

Négy egyszerű szöveges feladatot olvasunk fel egyenként a gyerekeknek, és arra kérjük őket, írják fel azokat nyitott mondattal. A helyes felírást megbeszéljük. Miután mind a négy nyitott mondat a füzetekben van, arra kérjük a gyerekeket, hogy keressék meg a nyitott mondatok megoldását, majd olvassák össze a megoldásokat az egyenletek sorrendjében. Bízassunk páros munkára, de javasoljunk az előző óraitól eltérő párosítást! A kapott négyjegyű szám Nagy Lajos trónra kerülésének (Károly Róbert halálának) éve: 1342. Emlékeztessük a gyerekeket, hogy Nagy Lajos korában játszódik a Toldi!

A felolvasandó feladatok:

Írd fel nyitott mondattal:

- Gondoltam egy számot, hozzáadtam -3 -at, és így -2 -t kaptam. Melyik számra gondoltam? Pl.: $x + (-3) = -2$ $x = 1$
- Melyik az a szám, amelynek a -3 -szorosa -9 ? Pl.: $-3 \cdot y = -9$ $y = 3$
- Gondoltam egy számot, elosztottam 2 -vel, és 2 -t kaptam. Melyik számra gondoltam? Pl.: $v : 2 = 2$ $v = 4$
- Melyik az a szám, amelynél 5 -tel kisebb a -3 Pl. $z - 5 = -3$ $z = 2$

Oldd meg a nyitott mondatokat, és a megoldásokat írd egymás mellé a feladatok elhangzásának sorrendjében! Milyen évszámhoz jutottál?

b) A házi feladat megbeszélése

A falújságot használjuk, az előre elkészített feliratokkal:



A feliratok alá gyűjtjük a gyerekek által összeírt nyitott mondatokat. Az előző órán előforduló nyitott mondatokat célszerű, ha a tanár előre papírcsíkokra írja. Az azonosságoknál, azonos egyenlőtlenségeknél megbeszéljük, hogy milyen alaphalmazon azok. Egy-egy egyenlet ill. egyenlőtlenséget kiválasztunk, és megbeszéljük a benne szereplő műveletek sorrendjét, és a lebontogatást.

Pl.: Nagy méretben a táblára kerül:

$$-3 \cdot x + 9 = 15$$

Megbeszéljük, hogy hogyan épült fel ez az egyenlet, a műveletek milyen sorrendben követték egymást. Ez után azt mondjuk, hogy a bal oldalt becsomagoljuk. Ez a táblán úgy jelenik meg, hogy egy papírcsíkkal letakarjuk. (Javaslom a rögzítő gyurma használatát) Jónak tartom, ha a gyerekeknek is van papírcsíkjuk – ezt készítünk elő megfelelő szélességű csíkot vágva, hogy a papírvágás ne terelje el a figyelmet a lényegről, ne vegyen el fölöslegesen időt –, és velünk együtt végzik a be és kicsomagolást. Ekkor ez látszik:

$$\boxed{} = 15$$

Most elkezdjük kibontani a csomagot, azaz az utolsó műveletről (+9) visszahajtjuk a papírcsíkot. Keressük azt a számot, amelyhez 9-et adva 15-öt kapunk.

$$\boxed{} + 9 = 15$$

A csomagban tehát $15 - 9 = 6$ érték van. Most tovább bontjuk a csomagot, ami a táblán így jelenik meg:

$$-3 \cdot \boxed{} = 6,$$

mivel visszahajtottuk a papírt az együtthatóról. Keressük azt a számot, amelyet (-3)-mal megszorozva 6-ot kapunk.

Ebből már látszik, hogy az utolsó csomag értéke $6 : (-3) = -2$

Jó, ha a csomagolás módszert alkalmazzuk több, összetettebb egyenlettel is. Ha azonban a lebontogatás jól megy, elegendő lehet kevesebb, akár egyetlen „kicsomagolás” végrehajtása is.

$$5 \cdot (x - 4) + 7 = 32$$

$$\boxed{} = 32$$

$$\boxed{} + 7 = 32$$

Melyik az a szám, amelyhez 7-et adva 32-t kapunk?

$$\boxed{} = 25$$

$$5 \cdot \boxed{} = 25$$

Melyik az a szám, amelyet 5-tel megszorozva 25-öt kapunk?

$$\boxed{} = 5$$

$$\boxed{} - 4 = 5$$

Melyik az a szám, amelyből 4-et kivonva 5-höz jutunk?

$$\boxed{} = 9$$

$$x = 9$$

$$(y - 4) \cdot 2 + 3 = 13$$

$$\boxed{} = 13$$

$$\boxed{} + 3 = 13$$

Melyik az a szám, amelyhez 3-at adva 13-at kapunk?

$$\boxed{} = 10$$

$$\boxed{} \cdot 2 = 10$$

Melyik az a szám, amelynek a kétszerese 10?

$$\boxed{} = 5$$

$$\boxed{} - 4 = 5$$

Melyik az a szám, amelyből 4-et kivonva 5-öt kapunk?

$$\boxed{} = 9$$

$$y = 9$$

$$2 \cdot z - 3 < 9$$

$$\boxed{} < 9$$

$$\boxed{} - 3 < 9$$

Melyik az a szám, amiből 3-at kivonva 12-nél kisebb számot kapunk?

$$\boxed{} < 12$$

$$2 \cdot \boxed{} < 12$$

Mely számok kétszerese kisebb 12-nél?

$$\square < 6$$

$$z < 6$$

Ha az előbbi típusokhoz hasonlókat hoztak a gyerekek, akkor a csomagolást azokon végezzük el.

2. Egyenletek és egyenlőtlenségek felépítése és lebontogatása

A következő feladatsor megoldásánál dolgozzanak a gyerekek négyes csoportban úgy, hogy mindenki egy feladatot old meg, és a megoldást elmondja a társainak! Végül a megoldások helyességét mindenki ellenőrzi behelyettesítéssel. Előre tisztázzuk, hogy a csoport minden tagjának értenie, tudnia kell a végére valamennyi egyenlet megoldását!

2. FELADATLAP

1. Állapítsátok meg, hogyan épültek fel a következő nyitott mondatok! Oldjátok meg ezeket lebontogatással, majd ellenőrizzétek behelyettesítéssel! Írjátok a nyilakra a műveleteket! Tegyétek ki a relációs jeleket ott, ahol hiányzik!

a) $3 \cdot x + 5 = 26$

$$\begin{array}{ccccc}
 & \cdot 3 & & +5 & \\
 x & \longrightarrow & 3 \cdot x & \longrightarrow & 3 \cdot x + 5 \\
 \parallel & & \parallel & & \parallel \\
 7 & \longleftarrow & 21 & \longleftarrow & 26 \\
 & :3 & & -5 &
 \end{array}$$

Ha nem adtam volna hozzá 5-öt, 21 lenne, mert $26 - 5 = 21$.

Ha nem szoroztam volna meg 3-mal, 7 lenne, mert $21 : 3 = 7$

b) $2 \cdot y - 1 = 9$

$$\begin{array}{ccccc}
 & \cdot 2 & & -1 & \\
 y & \longrightarrow & 2 \cdot y & \longrightarrow & 2 \cdot y - 1 \\
 \parallel & & \parallel & & \parallel \\
 5 & \longleftarrow & 10 & \longleftarrow & 9 \\
 & :2 & & +1 &
 \end{array}$$

Ha nem vontam volna ki 1-et, akkor 10 lenne, mert $9 + 1 = 10$

Ha nem szoroztam volna meg 2-vel, akkor 5 lenne, mert $10 : 2 = 5$

abban is, hogy a négyes csoport minden tagja egy-egy nyitott mondatot old meg társa kontrollja mellett, majd a négyes csoportban meghallgatják egymás megoldását, és rögzítik azt a füzetükben. Ezután végezzék el az ellenőrzést behelyettesítéssel! Idő hiányában az első két nyitott mondat megoldásával is megelégedhetünk. Hívjuk fel a figyelmet a szorzótényezők felcserélhetőségére! Javasoljuk, hogy a zárójelre vonatkozó szorzót írják a zárójel elé, de tisztázzuk, hogy az sem hiba, ha a zárójel mögé írják azt!

2. Építsetek fel egyenleteket és egyenlőtlenségeket az útmutatások szerint, majd oldjátok meg azokat lebontogatással! Ellenőrizzétek a megoldások helyességét behelyettesítéssel!

a)

$$\cdot(-3) \qquad +\frac{1}{2} \qquad \cdot 2 \qquad -1$$

$$a \longrightarrow \boxed{} \longrightarrow \boxed{} \longrightarrow \boxed{} \longrightarrow \boxed{} = -3$$

b)

$$+0,5 \qquad \cdot 2 \qquad -7$$

$$b \longrightarrow \boxed{} \longrightarrow \boxed{} \longrightarrow \boxed{} = -3$$

c)

$$: 2 \qquad +3 \qquad \cdot 4 \qquad -1$$

$$c \longrightarrow \boxed{} \longrightarrow \boxed{} \longrightarrow \boxed{} \longrightarrow \boxed{} = 19$$

d)

$$\cdot 5 \qquad -3 \qquad : 2$$

$$d \longrightarrow \boxed{} \longrightarrow \boxed{} \longrightarrow \boxed{} > 3,5$$

Megoldások:

$$\text{a) } 2 \cdot \left(-3 \cdot a + \frac{1}{2}\right) - 1 = -3$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$\text{b) } 2 \cdot (b + 0,5) - 7 = -3$$

$$b = 1,5$$

$$\text{c) } 4 \cdot \left(\frac{c}{2} + 3\right) - 1 = 19$$

$$c = 4$$

$$\text{d) } \frac{5 \cdot d - 3}{2} > 3,5$$

$$d > 2$$

Kérdezzük meg, hogy volt-e olyan gyerek vagy páros, akinek a megoldását az ellenőrzés nem igazolta! Ha igen, keressük meg a hibát közösen! Ábrázoljuk együtt a műanyag számegyenesen vagy a táblán az egyes nyitott mondatok megoldáshalmazát! Kérhetünk a gyerekektől szöveget az egyes nyitott mondatokhoz.

3. Az egyenletek és egyenlőtlenségek megoldásának gyakorlása – lebontogatás

3. Oldjátok meg lebontogatással! Ellenőrizzétek a megoldások helyességét! A megoldáshalmazt ábrázoljátok számegyenesen!

Javasoljuk a gyerekeknek, hogy az összetartozó egyenletek és egyenlőtlenségek igazsághalmazát közös számegyenesen ábrázolják két különböző színnel. Nem baj, ha nem jut el mindenki a feladatsor végére. Ezt mondjuk is el a gyerekeknek. Ha úgy gondoljuk, hogy az osztálynak ezek a feladatok nagyobb nehézségeket okozhatnak, akkor azt is megtehetjük, hogy az első feladatot közösen oldjuk meg, azután pedig kettesével haladunk, kettesével beszéljük meg a feladatokat, amelyeket a gyerekek párban oldanak meg, felváltva betöltve a megoldó ill. megfigyelő szerepét. Szükség esetén eltekinthetünk az egyenlőtlenségek megoldásától.

a)	$5 \cdot (x : 2 + 3) = 15$	$x = 0$	$5 \cdot (x : 2 + 3) < 15$	$x < 0$
b)	$(5 \cdot x + 3) : 2 = 14$	$x = 5$	$(5 \cdot x + 3) : 2 \geq 14$	$x \geq 5$
c)	$5 \cdot (x + 3) : 2 = 5$	$x = -1$	$5 \cdot (x + 3) : 2 > 5$	$x > -1$
d)	$5 \cdot x : 2 + 3 = 13$	$x = 4$	$5 \cdot x : 2 + 3 \leq 13$	$x \leq 4$
e)	$\{(4 \cdot x - 3) : 5\} : 5 = 0,2$	$x = 2$	$\{(4 \cdot x - 3) : 5\} : 5 < 0,2$	$x < 2$
f)	$4 \cdot x : 5 - 3 = -0,2$	$x = 3,5$	$4 \cdot x : 5 - 3 > -0,2$	$x > 3,5$
g)	$2 \cdot (x - 3) + 5 = 17$	$x = 9$	$2 \cdot (x - 3) + 5 \neq 17$	$x \neq 9$

4. Házi feladat előkészítése

3. FELADATLAP

1. Vizsgáld meg a következő példákat!

- Ázsia a Föld legnagyobb kontinense.
- $19 < 17$
- A ... bogár. {katica, légy, szúnyog, cserebogár, szitakötő}
- $2 \cdot x < 3 \cdot x$ {pozitív számok}
- $2 \cdot x < 3 \cdot x$ {racionális számok}
- $2 \cdot x = 3 \cdot x$ {0}
- Dr. Bubó okos ember.
- $2 \cdot x = 3 \cdot x$ {racionális számok}
- Az a legkisebb természetes szám. $\{-2; 0; 5; \frac{2}{3}; -\frac{1}{2}\}$
- Minden egész szám felírható tört alakban.
- $-2 \cdot x + 3 = 3 \cdot x$ {az egész számok}
- $-2 \cdot x + 3 = 3 \cdot x$ {a pozitív számok}

Az előbbi példák közül melyekre igazak a következő állítások? Válaszolj a példa betűjelével!

- Kijelentés: a, b, g, j
- Nyitott mondat: c, d, e, f, h, i, k, l
- Egyenlet: f, h, k, l
- Egyenlőtlenség: d, e
- Azonosság: f
- Azonos egyenlőtlenség: d

Csak két nyitott mondat megoldását adjuk kötelező házi feladatnak, de teremtünk olyan hangulatot, hogy minél többen próbálkozzanak a többi feladat megoldásával is, és legyenek büszkéek erre! A nehezebb nyitott mondatok megoldását tegyük ki a faliújságra!

2. Oldd meg lebontogatással a következő nyitott mondatokat, majd ellenőrizd a megoldások helyességét behelyettesítéssel! Az egyenlőtlenségek megoldáshalmazát ábrázold számegyenesen!

- | | |
|----------------------------|------------|
| a) $4 \cdot x + 8 = 12$ | $x = 1$ |
| b) $4 \cdot (x + 8) = -24$ | $x = -14$ |
| c) $(x - 3) : 6 = 1$ | $x = 9$ |
| d) $(x + 6) - 5 = -4$ | $x = -5$ |
| e) $2 \cdot x + 5 < 2$ | $x < -1,5$ |
| f*) $3 \cdot (5 - x) > 9$ | $x < 2$ |

Pályázat: ufonauták landolnak az osztályteremben, nem értik, hogy miről beszélünk. Meg kellene magyarázni nekik, mit nevezünk mi a./ kijelentésnek, b./ nyitott mondatnak, c./ egyenletnek, d./ egyenlőtlenségnek, e./ azonosságnak, f./ azonos egyenlőtlenségnek, g./ alaphalmaznak, h./ igazsághalmaznak.

Kérjük, hogy a magyarázatokat külön-külön, egy-egy fél írólapra írják, hogy kitehessük a faliújságra.

III. Egyenletek, egyenlőtlenségek megoldásának gyakorlása lebontogatással

1. Ráhangolás

a) A házi feladat ellenőrzése

Érdeemes a tanárnak a 3. feladatlap 2. feladatát fóliára feldolgozni az **1. tanári melléklet** szerint, és az ellenőrzést ennek segítségével végezni. Javasoljuk a gyerekeknek, hogy az egymás mellett ülők cseréljenek füzetet, ugyanis a friss szemnek könnyebb észrevenni a hibát!

b) A fogalommagyarázó pályázat állásának értékelése

Ha vannak pályázók, akkor ismertessék a fogalommagyarázatokat, és tűzzük ki azokat a faliújságra! Mondjuk el, hogy lehet még pályázni, és a legjobb magyarázatokat írjuk majd fel a tudnivalók közé. A szerző szüleit értesítjük a jó teljesítményről. A döntésre a témakör utolsó előtti óráján kerül sor. A magyarázatokat mindig a tanár nézze meg először! Helyesírási hibával ne tegyünk ki szöveget a faliújságra!

2. Csoportalkotás, a szóvivő szerep kipróbálása

Kagan nyomán: Keveredj, állj meg, csoportosulj!

Egyszerű egyenleteket írunk a táblára. Az osztály feladata, hogy olyan csoportokat alkosson, amelyeknek a létszáma megegyezik az adott egyenlet megoldásával. A kimaradók a tanár

mellett tartalékot képeznek. Egy tanuló csak egyszer lehet tartalék. Ha másodszor is tartalék lenne, egyezkednie kell egy társával. Az egyenletek egyenként kerülnek a táblára. Az utolsó egyenlet megoldása 4, tehát az utolsó esetben az osztály négyes csoportokat alkot. Ez a csoportosulás lesz a következő néhány óra szervezeti formája. (Ha az osztálylétszám nem osztható 4-gyel, akkor a maradék létszámától függően egy hármas vagy két ötös vagy egy ötös csoport alkotása célszerű)

$$\begin{array}{ll} \text{Az egyenletek: } a : 2 = 4 & 8 \\ 7 - d = 1 & 6 \\ 5 \cdot g = 20 & 4 \end{array}$$

Utoljára tehát a gyerekek négyes csoportokban állnak. Megkérjük őket, hogy így üljenek le a négyfős asztalokhoz. Sorsolással adjunk nevet a csoportoknak. Készítsünk elő névkártyákat. A csoportok megnevezésére használhatjuk pl. a görög abc betűit, vagy híres matematikusok nevét, esetleg a négyszögek fajtáit, de a gyerekek által kitalált fantázianeveket is. Ettől nem kell félteni a tantárgy tekintélyét, a pozitív attitűd viszont sokat segíthet.

Első közös feladatuk annak megbeszélése, hogy hogyan oldották meg az egyenleteket?

Hogyan számolták ki, hogy hányas csoportokat kell éppen alkotniuk.

Közben a tanár „SZÓVIVŐ” kártyát ad a csoportok egy – egy tagjának.

Javaslat: érdemes olyan gyereket választani szóvivőnek, aki visszahúzódó, ritkán szokott jelentkezni. Beszéljük meg, hogy néhány órán át a csoportok tagjai egy szoros szövetségben dolgoznak majd. Legyen a jelszavuk: „Egy mindenkiért, mindenki egyért”.

Tudatosítsuk: Az a cél, hogy a csoport minden tagja értse, képes legyen megoldani a feladatokat. Tehát a csoporttagok hol tanárok, hol tanulók lesznek. Közös felelősségük minden csoporttag boldogulása. Értékelésnél csoportjegyet is kapnak majd, ami az egyéni teljesítmények átlagából áll elő.

Ezután megkérdezzük, hogyan számoltak. Ha egy csoport szóvivője megszólalt csoportja képviselőjében, adja tovább a szóvivő kártyát! Ugyanahhoz a gyerekhez csak akkor kerülhet, ha már mind a négyen képviselték a csoportot.

3. Csoportos gyakorlás

A gyerekek feladatlapból dolgoznak majd. Kérjük meg őket, hogy az egyes feladatok megoldását két formában rögzítsék. Az egymás mellett ülő párok egymás között osszák fel a feladatot. Egyikük írja le egy sorban a lebontogatás során végzett műveleteket, másikkal pedig a lebontogatás egyes lépései utáni állapotokat rögzítse, minden állapotot új sorba írva. Mutassunk mintát! Adjunk lehetőséget kérdésre!

Táblán vagy fólián:

$$\text{Pl.: } 5 \cdot (x - 2) + 8 = 43$$

Kérjünk önként vállalkozót a táblai munkához. Ha nincs önkéntes, vagy túl sok van, akkor sorsoljuk ki a csoportot, amelynek aktuális szóvivője bemutatja a megoldást a segítségünkkel.

$$\begin{array}{ll} \text{Egyik lejegyzés:} & x = (43 - 8) : 5 + 2 \\ & x = 9 \\ \text{Másik lejegyzés:} & 5 \cdot (x - 2) + 8 = 43 \\ & 5 \cdot (x - 2) = 35 \\ & x - 2 = 7 \\ & x = 9 \end{array}$$

Mielőtt a páros munkát elkezdénénk, adjunk lehetőséget a kérdésre! Ha a gyerekek nem vetették fel, akkor is beszéljük meg, hogy az f) és a g) feladatot hogyan lehetett volna másképpen felírni!

$$(2 \cdot q - 7) : 3 + 5 = 7$$

$$-3 \cdot (4 - r) : 2 - 1 = 5$$

E két feladat megoldását ne várjuk el mindenkitől, használjuk differenciálásra, bízzuk meg vele a legügyesebbeket!

3. Oldjátok meg a következő egyenleteket! Ellenőrizzétek a megoldások helyességét behelyettesítéssel!

a) $2 \cdot x - 3 = 7$

$x = 5$

b) $2 \cdot (y - 3) = 8$

$y = 7$

c) $-1 \cdot (v + 2) = 9$

$v = -11$

d) $5 - (p + 4) - 7 = -5$

$p = -1$

e) $-3 \cdot (9 - 4 \cdot z) + 2 = -1$

$z = 2$

f) $\frac{2 \cdot q - 7}{3} + 5 = 7$

$q = 6,5$

g) $\frac{-3 \cdot (4 - r)}{2} - 1 = 5$

$r = 8$

4. Frontális megbeszélés

A 3. feladatot is dolgozzuk fel a **2. tanári melléklet** szerint. Ezen a fólián minden feladat kétféle lejegyzése szerepeljen, ennek alapján számolnak be a csoportok. Figyelmeztessük a gyerekeket a megbeszélés előtt, hogy legyen új szóvivője a csoportnak! Sorsolással döntsük el, hogy melyik csoport számol be az adott feladról. Egy dobozban legyen ott a tanár mellett minden csoport névtáblájának másodpéldánya, és innen húzza ki feladatonként a megoldást ismertető csoport nevét! Célszerű, ha a kihúzott névtáblát visszateszi a dobozba. Így bármelyik csoport akár újra is sorra kerülhet, de mivel a szóvivő kártyát a csoporton belül minden megszólalás után továbbadják, más-más gyerek képviseli a csoportot. Figyelmeztessük a diákokat, hogy a csoport minden szóvivő szerepléséért felelős, és fordítva!

5. Házi feladat kitűzése

3. feladatlapon 4. feladat: kínáljuk fel, hogy válasszanak a feladatsorból feladatot a gyerekek! Vagy az **a–d** feladatok mindegyikének megoldását kérjük ellenőrzéssel együtt, vagy az **e–g** feladatokból legalább kettőt.

4. Oldd meg a nyitott mondatokat, és ellenőrizd a megoldások helyességét!

a) $4 \cdot x + 5 = 17$

$x = 3$

b) $3 \cdot (x - 1) - 6 = -12$

$x = -1$

c) $(2 \cdot x + 3) : 2 - 6 = -4$

$x = 0,5$

d) $[(x - 2) \cdot 5 + 13] : 2 = 4$

$x = 1$

e) $\{(5 - 3 \cdot x) : 4 - 3\} \cdot 2 - 5 = -5,5$

$x = -2$

f) $3 \cdot x - 2 < 5$

$x < 2\frac{1}{3}$

g) $(3 + 2 \cdot x) : 6 + 3 > 1$

$x > -7,5$

Kérjük a gyerekektől, hogy a házi feladatban is igyekezzenek mindkét lejegyzési módot használni. Ezen kívül gondolják át, és néhány mondatban – szóban – fogalmazzák meg, hogy

elég alaposan sikerült-e elsajátítaniuk a témakör első három órájának anyagát! Ennek megítélésében segíti őket a házi feladat megoldása. Mennyi idő alatt, az ellenőrzés tanúsága szerint mennyire jól oldották meg a feladatokat? Ami nem ment, annak pótlását egyedül vagy csoporttársaik segítségével képesek-e elvégezni, kérnek-e tanári segítséget?

FELADATGYŰJTEMÉNY

1. Vizsgáld meg a következő példákat!

- a) $5 < 7$
 b) $x + 8 > 3$ {A -5 -nél nagyobb, de $+5$ -nél kisebb egész számok}
 c) $2 \cdot y - 0,4 = -2 \cdot (0,2 - y)$ $\{-1; -\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1\}$
 d) $z - 5 > 2 \cdot z - 7$ $\{100; 11; 5; 0; -10\}$
 e) A 2 a legkisebb prímszám
 f) $3 \cdot p - 6 = 5$ {Az egész számok}
 g) $2 \cdot q + 1 = 21$ {Az egész számok}

Az előbbi példák közül melyekre igazak a következő állítások? Válaszolj a példa betűjelével!

1. Kijelentés: **a, e**
2. Nyitott mondat: **b, c, d, f, g**
3. Egyenlet: **c, f, g**
4. Egyenlőtlenség: **b, d**
5. Azonosság: **c**
6. Azonos egyenlőtlenség: **d**

2. Oldd meg lebontogatással a következő nyitott mondatokat, majd ellenőrizd a megoldások helyességét behelyettesítéssel!

- a) $-3 \cdot a - 8 = 1$ $a = -3$
 b) $-2 \cdot (b + 6) = 18$ $b = -15$
 c) $\frac{c+9}{2} = 5$ $c = 1$
 d) $\frac{2 \cdot d - 7}{3} = 3$ $d = 8$

3. Oldd meg a nyitott mondatokat, és ellenőrizd a megoldások helyességét!

- a) $2 \cdot (k - 7) = 6$ $k = 10$
 b) $\frac{5l - 2}{9} = 2$ $l = 4$
 c) $\frac{(-2 \cdot m + 5) \cdot 3}{2} = -6$ $m = 4,5$
 d) $\frac{-2 \cdot (7 - n) + 1}{3} - 8 = -7$ $n = 8$

4. Alaphalmaz $U = \{-5; -3; -1; 0; 1; 3; 5; 8\}$

Keresd meg az alábbi nyitott mondatok igazsághalmazát:

- a) $|x| = x$ $x \geq 0$ $\{0; 1; 3; 5; 8\}$
 b) $x - 3 = 5$ $x = 8$

- c) $\frac{1}{x+3} = 0$ nincs megoldás
- d) $2 \cdot x - 4 = 2 \cdot (x - 2)$ U
- e) $2 \cdot x - 4 = x + (-4)$ $x = 0$
- f) $3 \cdot (x - 1) - 1 = 3 \cdot x - 4$ U
- g) $x < |x|$ $x < 0$ {-5; -3; -1}
- h) $(x + 1) \cdot (x - 3) = 0$ $x_1 = -1; x_2 = 3$
- i) $-|x + 1| = x + 1$ $x \leq -1$ {-5; -3; -1}
- j) $\frac{x}{x+1} > 0$ $x > 0$ vagy $x < -1$ {-5; -3; 1; 3; 5; 8}

Állapítsd meg, hogy az előbbi nyitott mondatok közül melyik azonosság, melyik azonos egyenlőtlenség az adott alaphalmazban?

azonosság: d, f

5. A következő szöveges feladatoknak megfelelő nyitott mondatokat találhatsz a 4. feladatban. Keresd meg, hogy az egyes szöveges feladatoknak melyik nyitott mondat felel meg?

p) Gondoltam egy számot. A nála 3-mal nagyobb szám reciproka 0. Melyik számra gondoltam? c

q) Melyik az a szám, amelyre igaz, hogy a nála 1-gyel nagyobb és a nála 3-mal kisebb szám szorzata 0? h

r) Mely számokra igaz, hogy ha elosztjuk őket a náluk 1-gyel nagyobb számmal, akkor pozitív számhoz jutunk? j

s) Gondoltam egy számot. Ha a nála 1-gyel kisebb szám háromszorosából kivonok 1-gyet, akkor a szám 3-szorosánál 4-gyel kisebb számot kapok. Melyik számra gondoltam? f

6. Oldd meg, és ellenőrizd!

- a) $x + 9 = 11$ $x = 2$
 $1,9 + y = 7,8$ $y = 5,9$
 $v + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ $v = 1$
 $z + \frac{1}{4} = -\frac{2}{3}$ $z = -\frac{11}{12}$
- b) $x - 7 = 5$ $x = 12$
 $5 - y = 9$ $y = -4$
 $v - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ $v = \frac{5}{4}$
 $\frac{3}{5} - z = \frac{1}{2}$ $z = \frac{1}{10}$
- c) $-4 \cdot x = 12$ $x = -3$
 $2,5 \cdot y = -15$ $y = -6$
 $\frac{5}{7} \cdot v = -\frac{1}{2}$ $v = -0,7$
 $-5 \cdot z = 2,5$ $z = -0,5$
- d) $\frac{x}{4} = -0,25$ $x = -1$
 $15 : y = 6$ $y = 2,5$

$$\frac{9}{v} = -1$$

$$v = -9$$

$$z : 7 = \frac{3}{4}$$

$$z = 5,25$$

7. Oldd meg, és ellenőrizd!

a) $2 \cdot a + 9 = 11$

$$a = 1$$

b) $-5 \cdot b - 7 = -17$

$$b = 2$$

c) $2 \cdot (c - 1) + 9 = 13$

$$c = 3$$

d) $-3 \cdot (2 \cdot d + 1) - 11 = 10$

$$d = -4$$

e) $\frac{2}{7}e - 3 = 1$

$$e = 14$$

f) $\frac{3}{5} \cdot f + 3 = 0$

$$f = -5$$

g) $\frac{4}{5} \cdot \left(g + \frac{3}{4}\right) - \frac{3}{5} = 1$

$$g = \frac{5}{4}$$

h) $(h - 5) : (-9) + 1,5 = 2$

$$h = \frac{1}{2}$$

1. tanári melléklet

3. feladatlap 2. feladatához

Fóliára nyomva, osztályonként 1 db.

a)

$$\begin{aligned}4 \cdot x + 8 &= 12 \\4 \cdot x &= 4 \\x &= 1\end{aligned}$$

$$x = (12 - 8) : 4 = 1$$

b)

$$\begin{aligned}4 \cdot (x + 8) &= -24 \\x + 8 &= -6 \\x &= -14\end{aligned}$$

$$x = -24 : 4 - 8 = -14$$

c)

$$\begin{aligned}\frac{x-3}{6} &= 1 \\x-3 &= 6 \\x &= 9\end{aligned}$$

$$x = 1 \cdot 6 + 3 = 9$$

d)

$$\begin{aligned}\frac{x+6}{3} - 5 &= -4 \\ \frac{x+6}{3} &= 1 \\ x+6 &= 3 \\ x &= -3\end{aligned}$$

$$x = (-4 + 5) \cdot 3 - 6 = -3$$

e)

$$\begin{aligned}2 \cdot x + 5 &< 2 \\2 \cdot x &< -3 \\x &< -1,5\end{aligned}$$

$$x < (2 - 5) : 2 = -1,5$$

f)

$$\begin{aligned}3 \cdot (5 - x) &> 9 \\5 - x &> 3 \\-x &> -2 \\x &< 2\end{aligned}$$

$$x < (9 : 3 - 5) \cdot (-1) = 2$$

2. tanári melléklet

3. feladatlap 3. feladatához

Fóliára nyomva, osztályonként 1 db.

- a) $2 \cdot x - 3 = 7$ $x = (7 + 3) : 2 = 5$
 $2 \cdot x = 10$
 $x = 5$
- b) $2 \cdot (y - 3) = 8$ $y = 8 : 2 + 3 = 7$
 $y - 3 = 4$
 $y = 7$
- c) $-1 \cdot (v + 2) = 9$ $v = 9 : (-1) - 2 = -11$
 $v + 2 = -9$
 $v = -11$
- d) $5 - (p + 4) - 7 = -5$ $p = (-5 + 7 - 5) : (-1) - 4 = -1$
 $5 - (p + 4) = 2$
 $-(p + 4) = -3$
 $p + 4 = 3$
 $p = -1$
- e) $-3 \cdot (9 - 4 \cdot z) + 2 = -1$ $z = [(-1 - 2) : (-3) - 9] : (-4) = 2$
 $-3 \cdot (9 - 4 \cdot z) = -3$
 $(9 - 4 \cdot z) = 1$
 $-4 \cdot z = -8$
 $z = 2$
- f) $\frac{2 \cdot q - 7}{3} + 5 = 7$ $q = [(7 - 5) \cdot 3 + 7] : 2 = 6,5$
 $\frac{2 \cdot q - 7}{3} = 2$
 $2 \cdot q - 7 = 6$
 $2 \cdot q = 13$
 $q = 6,5$
- g) $\frac{-3 \cdot (4 - r)}{2} - 1 = 5$ $r = [(5 + 1) \cdot 2 : (-3) - 4] : (-1) = 8$
 $\frac{-3 \cdot (4 - r)}{2} = 6$
 $-3 \cdot (4 - r) = 12$
 $4 - r = -4$
 $-r = -8$
 $r = 8$