
GEOMETRIAI SZÁMÍTÁSOK

Testek térfogata és felszíne

Készítette: Takácsné Tóth Ágnes

MODULLEÍRÁS

A modul célja	Téglatestből és kockából felépített testek térfogata, felszíne
Időkeret	3 óra
Ajánlott korosztály	6. osztály
Modulkapcsolódási pontok	<p><i>Ajánlott megelőző tevékenység:</i></p> <p>5. osztály: Geometriai számítások 0591–0593</p> <p>6. osztály: Geometria számítások: Vegyes kerület és területszámítási feladatok 0681</p> <p><i>Ajánlott követő tevékenység:</i></p> <p>7. osztály: Területszámítás 0761–0764; Hasáb henger felszíne, térfogata 0781–0783</p>
A képességfejlesztés fókuszai	<p><i>Számolás, becslés:</i> Felszín, térfogat becslése, számítása, mértékváltás.</p> <p><i>Problémamegoldás:</i> testháló elkészítése.</p> <p><i>Következtetés:</i> összetett testek testhálójának elkészítése, felszínének térfogatának kiszámítása.</p> <p><i>Beszédkészség, szövegértés:</i> a feladat illetve a megoldás pontos megfogalmazása; a szöveg értelmezése.</p> <p><i>Rajzkészség:</i> Testháló készítése.</p>

AJÁNLÁS

A téglatest és kocka felszínének és térfogatának ismeretében, ezekből felépíthető összetettebb testek felszínének, térfogatának meghatározása a cél, melynek során erősíthető a térszemlélet. Nagyon fontos, hogy sok-sok tapasztalatszerzésre legyen lehetőség mind egyéni, mind csoportmunka keretében. Minél több testet rakjanak ki, és közvetlen megfigyeléssel jöjjenek rá az összefüggésekre.

TÁMOGATÓ RENDSZER

Színesrúd-készlet, testmodellek: téglatest, kocka, szabályos testek. Tanulói munkafüzet, feladatgyűjtemény.

ÉRTÉKELÉS

Egyéni és csoportmunka szóbeli értékelése, a geometriai téma végén felmérő feladatlap.

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök Feladatok
I. Téglatestből, kockából felépíthető testek térfogata, felszíne			
1.	A téglatest és a kocka felszíne, térfogata	Emlézőképesség, következtetések, térlátás, számolás, mértékváltás.	Előzetesen elkészített téglatest hálójaja; különböző testek, testmodellek.
2.	Testek építése téglatestből, kockából	következtetések, térlátás, számolás,	Színesrúd-készlet, 1. feladatlap.
3.	13+1-es totó kitöltése (diákkvártett)	Következtetések, térlátás, mértékváltás, becslés.	
II. Testek felszínének és térfogatának kiszámítása			
1.	A felszín és térfogat mértékegységei	Következtetések, logikai gondolkodás, összefüggések felismerése.	1. tanári melléklet, a 0682 sz. modul 2. melléklete
2.	Testek felszínének és térfogatának kiszámítása (szakértői mozaik)	Következtetések, logikai gondolkodás, összefüggések felismerése.	2. feladatlap, gyufásdoboz
III. Testek építése téglatestből, kockából			
1.	Feladatok gyakorlásra (stafétajáték, feladatküldés)	Emlézőképesség, következtetések, térlátás, számolás, mértékváltás, logikus gondolkodás	Gyakorló feladatlap, színesrúd-készlet, gyufaskatulyák, papírdobozok

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. Téglatestből, kockából felépíthető testek felszíne, térfogata

A modul három órája egységes egésznek tekinthető, az osztály haladási sebességének függvényében tetszőlegesen tagolható. A következőkben leírt órátagolás egy mintának tekinthető.

1. A téglatest és a kocka felszíne, térfogata

Az óra első részének célja, hogy felelevenítsük a téglatest és a kocka felszínéről, illetve térfogatáról, valamint ezen mennyiségek mértékegységeiről tanultakat. Erre az órára készítse el mindenki egy téglatest testhálóját (pl. egy gyógyszeres doboz szétvágása)!

Készítsünk be az órára különböző, lehetőleg minél több fajta testet (dobozok, kocka, hengerek, gúla, kúp, bármilyen formájú test), lehetőség szerint annyit, hogy minden csoportnak jusson minél többféle test, de minden csoportnál legyenek különböző méretű téglatestek, illetve kocka! Első feladatként válasszák ki a testek közül a téglatesteket, amikor készen vannak, beszéljük meg! Ha a csoportoknál nem ugyanazok a testek vannak, akkor minden csoport ismertesse a saját megoldását! Kérdezzük meg a következőket:

Téglatest-e a kocka? **Igen**

Meg tudod-e nevezni a többi testet?

Mit értünk egy test felszínén? **A határoló lapok területeinek az összegét.**

Mit értünk egy test térfogatán? **Amekkora helyet elfoglal a test a térből.**

Melyik testnek tudjuk kiszámolni a felszínét, illetve a térfogatát? **Téglatest és a kocka.**

(Megkérdezhetjük, esetleg ismerik-e más test térfogatának illetve felszínének a kiszámítását!)

Válasszatok ki egy téglatestet! Mutassátok meg a csúcsait; éleit, lapjait!

Milyen lapok határolják a téglatestet? Hány darab? Van-e közöttük egybevágó? Hány darab?

Hat téglalap, 2-2 egybevágó, vagyis legfeljebb háromféle különböző méretű.

Hogyan számíthatjuk ki a téglatest felszínét? **A határoló téglalapok területeit összeadjuk.**

$$A = 2(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$

Hogyan számíthatjuk ki a téglatest térfogatát? **Az egy csúcsba futó élek szorzata. $V = a \cdot b \cdot c$**

Milyen lapok határolják a kockát? Hány darab? **Hat egybevágó négyzet.**

Hogyan számíthatjuk ki a kocka felszínét? **A határoló négyzet területének hatszorosa.**

$$A = 6 \cdot a \cdot a$$

Hogyan számíthatjuk ki a kocka térfogatát? **Az egy csúcsba futó élek szorzata. $V = a \cdot a \cdot a$**

2. Testek építése téglatestből, kockából

Az óra következő részében kockából és téglatestből felépíthető testek felszínét és térfogatát határozzuk meg. Ehhez hasonló típusú feladatokat 5. osztályban már megoldottak, (a felszínfogalom kialakítása című modul), ezért várhatóan nem okoz túl nagy problémát a feladat. Segítségül használjuk fel a színesrúd-készletet! Egyénileg vagy párban dolgozzanak! Az elvégzendő feladatokat az 1. feladatlap tartalmazza. Lassabban haladók az 1. és a 2. feladatnak megfelelően rakjanak ki téglatesteket illetve kockákat! Gyorsabban haladók próbálkozhatnak a 3. és a 4. feladattal is, az összes lehetőség megkeresésével! A 4. feladatban már nem kockából, hanem téglatestekből kell újabb testeket építeni! Amikor kész vannak a

csoportok, beszéljük meg a megoldásokat, hallgassuk meg észrevételeiket, magyarázzuk meg ezeket!

Ezeknek a feladatoknak a megoldása igen időigényes, de a testek kirakása, vizsgálata során sok tapasztalatra tesznek szert tanulóink, mindenképp érdemes erre megfelelő időt szánni! Fejlődik a térszemlélet, mélyül a felszín és térfogat fogalma.

1. FELADATLAP

1. Építsetek 1, 2, 3, 4 5, ... db egységkockából összetett téglatestet, majd határozzátok meg a testek felszínét, térfogatát! Az egységkockák lapjai teljes felülettel érintkezzenek egymással! Hasonlítsátok össze az így kapott testek felszínét, térfogatát a külön álló kockákéval!

Az összetett téglatestek lapszáma mindig 6, felszíne pedig rendre 6; 10; 14; 18; 22, 26, ... cm^2 abban az esetben, ha az egységkockákat egy sorban egymás után helyezük el. 4 egységkockából már másképpen is készíthetünk téglatestet, amelynek élei 2, 2, 1, ezért felszíne 16 cm^2 . Hasonló a helyzet négynél több, páros egységkockaszám esetén. A térfogat mindenesetben megegyezik a különálló egységkockák össztérfogatával.

2.

a) Az egységkockák felhasználásával építsetek kockákat! Hány darab kocka felhasználásával lehet újabb kockát építeni? Keressetek szabályszerűséget!

Az egységkockák száma növekvő sorrendben: 1, 8, 27, 64, stb., vagyis a köbszámok sorozatának felel meg.

b) Határozzátok meg a felépített kockák felszínét, térfogatát! Hasonlítsátok össze az így kapott testek felszínét, térfogatát a külön álló kockákéval!

1 kocka	$A = 6 \text{ cm}^2$	$V = 1 \text{ cm}^3$
8 kocka	$A = 24 \text{ cm}^2$	$V = 8 \text{ cm}^3$
27 kocka	$A = 54 \text{ cm}^2$	$V = 27 \text{ cm}^3$

Az összetett test térfogata a különálló kockák térfogatának az összege. A felszín viszont kisebb lesz a külön álló kockák felszínének összegénél. 8 kockánál a felére, 27 kockánál pedig a harmadára csökken.

c) Válasszatok ki egy összetett kockát! Emeljetek le egy, majd kettő, stb. egységkockát valamelyik csúcsáról! Határozzátok meg az így kapott testek felszínét, térfogatát! Keressetek szabályszerűséget!

1 kocka valamelyik csúcsról történő elvétele esetén a térfogat 1 cm^3 -rel csökken, a felszín viszont nem változik, mert ugyanannyi (három) új négyzetlap keletkezik, mint amennyi megszűnt.

3. Építsetek 1, 2, 3, 4 db egységkockából összetett testeket, majd határozzátok meg a testek felszínét, térfogatát! Az egységkockák lapjai teljes felülettel érintkezzenek egymással! Hasonlítsátok össze az így kapott testek felszínét, térfogatát a külön álló kockákéval!

	Különálló kockák			összetett test		
	lapszáma	A (cm^2)	V (cm^3)	lapszáma	A (cm^2)	V (cm^3)
1 kocka	6	6	1	6	6	1
2 kocka	12	12	2	6	10	2
3 kocka	18	18	3	6	14	3
				8	14	3
				10	14	3
4 kocka	24	24	4	6	18	4
				8	18	4

				10	18	4
				12	18	4
				14	18	4

4. Válasszatok ki a színesrúd-készletből egy tetszőleges színű rudat, ez lesz most az egység!

a) Építsetek 2, 3, 4, 5 db ilyen egységből összetett téglatestet! Hasonlítsátok össze az így kapott összetett téglatestek felszínét, térfogatát a külön álló egység téglatestekével! Észrevételeiteket vessétek össze az 1. feladatban tapasztaltakkal!

b) Építsetek 2, 3 db ilyen egységből összetett testet úgy, hogy az összetett test ne legyen téglatest, és az egyes egységek teljes lapjaikkal érintkezzenek! Hasonlítsátok össze az így kapott összetett téglatestek felszínét, térfogatát a külön álló egység téglatestekével!

A tapasztalat ugyanaz, mint az a) feladatban a kockák esetén. Az összetett test térfogata most is megegyezik a különálló téglatestek össztérfogatával, a felszínt pedig ebben az esetben is minden érintkező lappár 2 téglalap területével csökkenti. Természetesen itt már nem mindegy, mely lapokkal érintkeznek az egyes téglalapok.

c) Építsetek 3 egységből olyan testet, amelynek felszíne feleannyi, mint a különálló egységek összfelszíne! **Egymásra kell helyezni a három egységet!**

3. 13+1-es totó kitöltése

Az óra utolsó részében töltsék ki a 13+1-es totót! A csoportok egymás között versenyezhetnek, ezért érdemes csoporton belül elosztaniuk egymás között az egyes kérdések megoldását. A megbeszélés történhet diákkvártett módszerrel, „csoporttáblák” segítségével. Egy-egy papírra felírják az 1, 2 illetve X jelet. A tanár kiválaszt egy számot (betűjelet), és azok a diákok, akiknek ez a számuk, felemelik a megfelelő választ tartalmazó papírt. Az a szabály, hogy a papírokat addig senki sem emelheti fel, amíg a számokat nem szólítják, és azután már nem lehet beszélgetni, segíteni. Amennyiben nem maradt időnk adjuk fel házi feladatnak, vagy átvihetjük a következő óra elejére bemelegítő feladatnak.

13+1-es totó

1.	Minden kocka téglatest. Az állítás			1
	1.) igaz	2.) hamis	X.) nem lehet eldönteni	
2.	Bármely síklapokkal határolt test felszínének meghatározásakor összeadjuk a határoló lapok			2
	1.) kerületét	2.) területét	X.) átlóinak hosszát	
3.	A téglatest különböző területű lapjainak a száma legfeljebb			1
	1.) 3	2.) 6	X.) 12	
4.	Az 1 cm élű kocka felszíne			2
	1.) 1 cm^2	2.) 6 cm^2	X.) 8 cm^2	
5.	1 liter víz éppen teletölt egy olyan kockát, amelynek éleinek hossza			2
	1.) 1000 mm	2.) 10 cm	X.) 10 dm	
6.	A 3 cm élű kocka térfogata			X
	1.) 9 cm^3	2.) 18 cm^3	X.) 27 cm^3	
7.	A téglatestet határoló lapok és élek számának aránya			2
	1.) 2 : 3	2.) 1 : 2	X.) 1	
8.	A téglatest lapjainak és csúcsai számának az aránya			X
	1.) 2 : 3	2.) 1 : 2	X.) 3 : 4	
9.	Ha egy téglatest egy csúcsba összefutó éleinek a hossza: 2 cm, 3 cm, 4 cm, akkor a felszíne			X

	1.) 24 cm^2	2.) 48 cm^2	X.) 52 cm^2	
10.	Ha egy téglatest egy csúcsba összefutó éleinek a hossza: 3 cm, 4 cm, 5 cm, akkor a térfogata			1
	1.) 60 cm^3	2.) 45 cm^3	X.) 12 cm^3	
11.	Ha egy kocka térfogata 64 cm^3 , akkor éleinek hossza			2
	1.) 8 cm	2.) 4 cm	X.) 16 cm	
12.	Melyik mértékváltás helyes?			1
	1.) $85 \text{ cm}^3 = 0,085 \text{ liter}$	2.) $1078 \text{ dm}^3 = 10,78 \text{ m}^3$	X.) $2,3 \text{ dm}^3 = 2\,300 \text{ mm}^3$	
13.	Ha egy téglatest térfogata 48 cm^3 , akkor van olyan határoló lapja, melynek területe 6 cm^2 .			X
	1.) igaz	2.) hamis	X.) lehet, de nem biztos	
13+1.	Egy téglatest egy csúcsba összefutó éleinek a hossza 4 cm, 6 cm, 9 cm. Térfogata egyenlő annak a kockának a térfogatával, melynek éle			2
	1.) 4 cm	2.) 6 cm	X.) 9 cm hosszú	

Feladatgyűjtemény: 1. – 7. feladat

II. Testek felszínének és térfogatának kiszámítása

1. A felszín és a térfogat mértékegységei

Következő lépésben ismételjük át a felszín és térfogat mértékegységeiről tanultakat, kezdjük a felszínnel! Sorolják fel a mértékegységeket, majd kérdezzük meg, melyik mennyiség mértékegységeivel egyeznek meg ezek, és miért azonosak a két mennyiség mértékegységei! **A felszín mértékegységei a területével azonosak, mivel a felszín nem más, mint a határoló lapok területeinek az összege.**

Amennyiben úgy látjuk, hogy szükséges az ezek közötti átváltások gyakorlása, használjuk a 0681. számú modul 2. tanári mellékletének kártyáit!

A térfogat esetében is először sorolják fel a tanult mértékegységeket, majd gyakorlásra használjuk az 1. tanári melléklet kártyáit! A kártyákon térfogat adatok vannak megadva úgy, hogy közöttük 2-2 egyenlő. A feladat az, hogy megtalálják az összetartozó párokat!

A megoldások:

$$320 \text{ cm}^3 = 0,32 \text{ dm}^3$$

$$3200 \text{ mm}^3 = 3,2 \text{ cm}^3$$

$$0,032 \text{ m}^3 = 32 \text{ dm}^3$$

$$5,4 \text{ dm}^3 = 5400 \text{ cm}^3$$

$$0,54 \text{ m}^3 = 540 \text{ dm}^3$$

$$51,4 \text{ dm}^3 = 51,4 \text{ liter}$$

$$302 \text{ dm}^3 = 0,302 \text{ m}^3$$

$$30200 \text{ mm}^3 = 0,0302 \text{ dm}^3$$

$$51,4 \text{ cm}^3 = 51400 \text{ mm}^3$$

$$5140 \text{ mm}^3 = 0,00514 \text{ dm}^3$$

$$54000 \text{ mm}^3 = 0,054 \text{ dm}^3$$

$$0,00514 \text{ m}^3 = 5140 \text{ cm}^3$$

$$51,4 \text{ m}^3 = 51400 \text{ dm}^3$$

$$51400 \text{ mm}^3 = 0,0514 \text{ dm}^3$$

$$3200 \text{ cm}^3 = 3200 \text{ ml}$$

$$0,032 \text{ l} = 32 \text{ cm}^3$$

Ha mind a két mennyiséggel kapcsolatban gyakoroltatjuk tanulóinkat, akkor a csoport egyik fele az egyik, a másik fele a másik kártyacsoporttal játsszon, majd cseréljenek, így mindenki át tudja ismételni mindkét mértékegység típusát!

Feltétlenül hangsúlyozzuk ki az űrtartalom és a térfogat kapcsolatát, amennyiben szükséges ismételjük meg a jól bevált kísérletet: Öntsünk 1 liter vizet egy 1 dm^3 térfogatú kockába! Így ismét meggyőződhetünk az $1 \text{ liter} = 1 \text{ dm}^3$ egyenlőségről is!

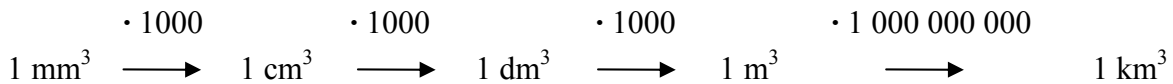
ÖSSZEGZÉS:

A FELSZÍN a testet határoló lapok területeinek az összege. A felszín mértékegységei megegyeznek a terület mértékegységeivel.

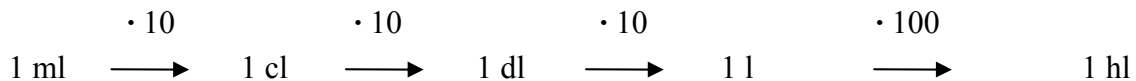
A TÉRFOGAT megmutatja, mekkora helyet foglal el a test a térből.

A téglatest felszíne	$A = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$
térfogata	$V = a \cdot b \cdot c$
A kocka felszíne	$A = 6 \cdot a \cdot a$
térfogata	$V = a \cdot a \cdot a$

A térfogat mértékegységei:



Az űrtartalom mértékegységei



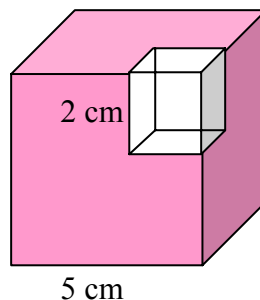
$$1 \text{ liter} = 1 \text{ dm}^3$$

2. Testek felszínének és térfogatának kiszámítása

Miután közvetlen tapasztalatszerzéssel többféle összetett test térfogatát, felszínét meghatároztuk, következhetnek a számítási feladatok (2. feladatlap), melyekben felhasználjuk az előzőekben felismert összefüggéseket! Az adott osztálytól függően dolgozhatnak egyénileg (ebben az esetben differenciáljunk), vagy csoportban közösen, de fel is oszthatjuk az egyes feladatok megoldását a csoportok között, és az óra utolsó harmadában ismertetik a csoportok a megoldásaikat. Dolgozhatunk a „szakértői mozaik” módszerével is! A gyorsabban haladóknak adhatunk feladatot a feladatgyűjteményből is! Amennyiben csak egy részét tudjuk megvalósítani a feladatlapnak, vigyük át a következő órára a 2. feladatlap részleges vagy teljes megoldását!

2. FELADATLAP

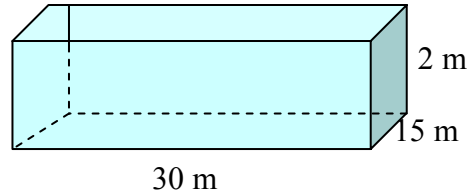
1. Számítsd ki annak az 5 cm élű kockának a felszínét és a térfogatát, amelynek egy csúcsánál kimetszettünk egy 2 cm élű kockát!



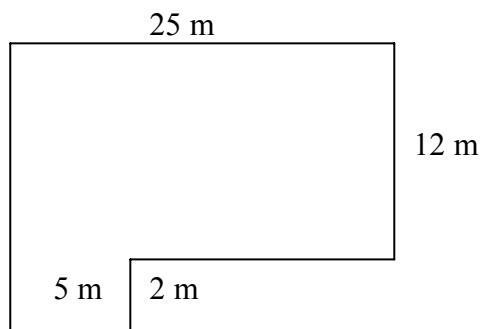
$$V = 125 \text{ cm}^3 - 8 \text{ cm}^3 = 117 \text{ cm}^3$$

A felszín nem változik, 150 cm^2 .

2. A strandon az egyik medence szélessége 15 méter, hosszúsága 30 méter, mélysége 2 méter. A medence felújításakor mekkora felületet kell újracsempézni? Mennyi víz fér a medencébe? 630 m^2 felületet kell csempézni; 900 m^3 víz fér a medencébe.

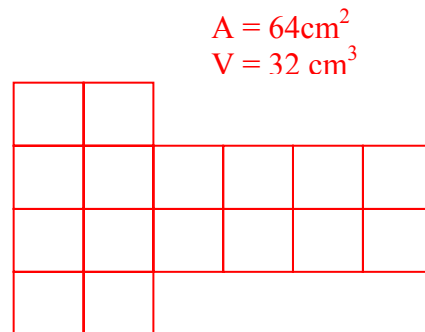
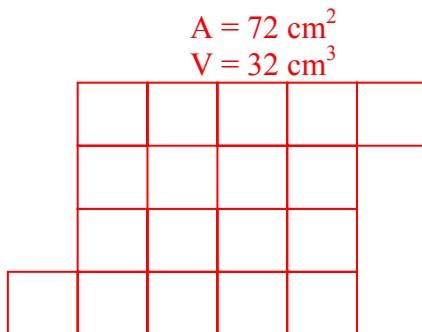


3. Az ábra egy úszómedence alaprajzát mutatja. Mekkora nagyságú falfelületet kell kicsempézni, ha a medence mélysége 2 m? Hány m^3 víz fér bele? Mennyi idő alatt telik meg, ha a csapokon összesen 500 liter víz folyik be percenként?



466 m^2 felületet kell csempézni. A medencébe 620 m^3 víz fér, és 1240 perc = 20,6 óra alatt telik meg.

4. Négy darab 2 cm élű kockából hányféle téglatest készíthető? A kockák lapjai teljes felülettel érintkeznek egymással! Használd a színesrúd-modellt! Rajzold le ezek testhálóját! Számítsd ki felszínüket, térfogatukat!



Kétféle téglatest készíthető.

5. Egy téglatest egy csúcsba futó élei 5 cm , 6 cm és 8 cm .

a) Hány darab 1 cm , 2 cm , élű kockából lehet megépíteni?

240 db illetve 30 db .

b) Hány darab 6 cm^3 térfogatú téglatestből lehet megépíteni? Milyen hosszúak lehetnek ezeknek a téglatesteknek az élei (az élek mérőszáma egész szám)?

40 darab , melynek élei a következők lehetnek: $1, 1, 6 \text{ cm}$; $1, 2, 3 \text{ cm}$.

c) Mekkora lesz annak a testnek a felszíne és a térfogata, melyet úgy kaptunk, hogy a nagy téglatest egyik csúcsáról leemelünk két darab egységkockát? Számít-e az, hogy egymás alatti vagy egymás melletti egységkockákat választunk le? Válaszodat indokold!

A nagy téglatest térfogata 240 cm^3 , ebből elveszünk 2 cm^3 -t, tehát a térfogat 238 cm^3 lesz. A felszín nem változik akár egymás alatti, akár egymás melletti egységkockát emelünk le, mivel ugyanannyi új felület keletkezik, mint amennyi megszűnt.

d) Hogyan változik a test felszíne, térfogata, ha most két darab 6 cm^3 térfogatú téglatestet emelünk ki egy csúcsáról?

A felszín nem változik, a térfogat 12 cm^3 -rel csökken.

A következő órán testeket fogunk építeni, amelyhez használhatunk gyufásdobozokat. Mérjük meg együtt a gyufásdoboz éleit, és adjuk fel házi feladatnak a gyufásdoboz felszínének, térfogatának kiszámítását!

III. Testek építése téglatestből, kockából

Ezt az órát nem tagoltuk részekre, hiszen itt főleg a gyakorlásra van a hangsúly, új ismeretek nem kerülnek elő. Az adott csoport függvényében indíthatjuk az órát a mértékváltások játékos gyakorlásával, például stafétajáték keretében. Egy kezdő játékos mond egy felszín vagy térfogat mennyiséget, megadja, milyen mértékegységbe kéri az átváltást, és vagy ő, vagy a tanár kijelöli a válaszadót, aki, ha jól válaszolt, adhat egy újabb feladványt, stb.! Használhatjuk a feladatküldés módszerét is!

Ezen az órán is, a hangsúly a szemléletességen, a manipulációs tevékenységen van. Az a fontos, hogy minél több testet építsenek, vizsgáljanak meg minél több szempont szerint. Erre az órára hozzanak a gyerekek otthonról gyufásdobozokat, de természetesen használhatjuk a színesrúd-készletet is (ez utóbbi esetben elmarad az összeragasztás)! Szükség lehet ragasztóra is! Párban dolgozzanak, az elkészült testet mutassák be a tanárnak! Az itt javasolt feladatokon kívül válogathatunk a feladatgyűjtemény feladataiból is!

1. Feladatok gyakorlásra

GYAKORLÓ FELADATLAP

1. Építs két gyufásdobozból testet! Keress több megoldást! Hasonlítsd össze a kapott test felszínét, térfogatát a két, különálló gyufásdoboz felszínével, térfogatával!

Az új test térfogata nem változik a két különálló gyufásdobozokéhoz képest, a felszín viszont csökken annak a két lapnak a területével, amely lapokkal érintkezik a két doboz.

2. Építs gyufásdobozokból tetszőlegesen testeket! (Ragaszd össze a dobozokat!) Készítsd el az így megalkotott testek alaprajzát, előlnézetét, oldalnézetét! Hogyan változott a megépített test felszíne, illetve térfogata a különálló gyufásdobozokhoz képest?

Lásd 1. feladat.

3.

a) Egységkockákból áll az a test, amelynek alaprajzán számok jelölik az egymás tetejére rakott kockák számát. Építsd meg a testeket! Rajzold meg a testek elől-, és oldalnézetét! Számítsd ki felszínüket és térfogatukat!

b) Építs tornyot az alaprajzokra, mindenütt három egység magasan! Számítsd ki a tornyok térfogatát!

9 cm^3 ; 12 cm^3 ; 15 cm^3 ; 24 cm^3 .

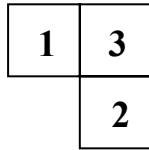
c) Hogyan változik az egyes esetekben a torony térfogata, ha kétszer, háromszor olyan magasra építed?

A térfogat kétszeresére, háromszorosára nő.

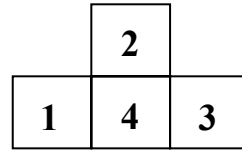
d) Hogyan változik a torony térfogata, ha az a) esetben az alapterületet a harmadára; a b)-ben a felére; a c)-ben az ötödére; a d)-ben a negyedére csökkented?

A térfogat a harmadára, felére, ötödére, negyedére csökken.

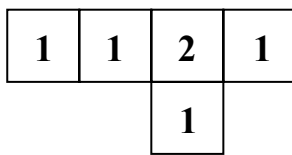
a) $A = 24 \text{ cm}^2$; $V = 6 \text{ cm}^3$



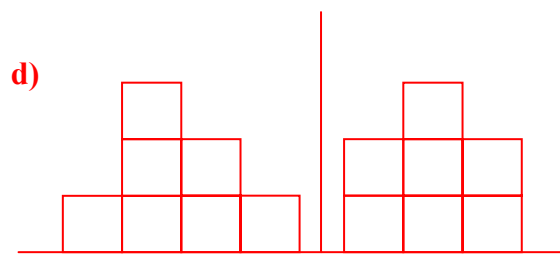
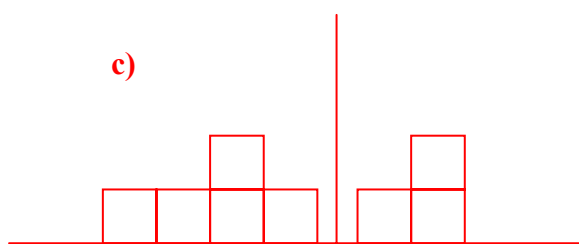
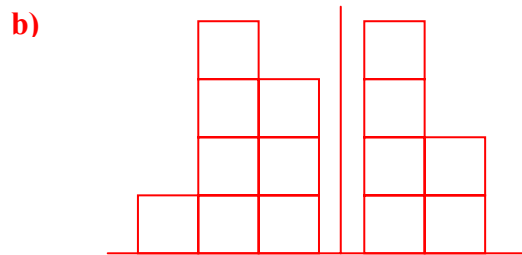
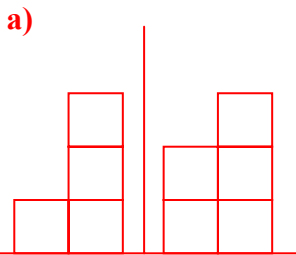
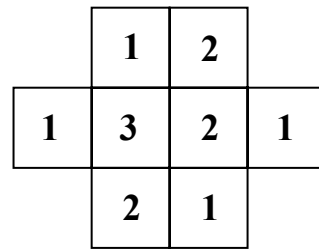
b) $A = 36 \text{ cm}^2$; $V = 10 \text{ cm}^3$



c) $A = 26 \text{ cm}^2$; $V = 6 \text{ cm}^3$

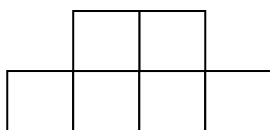


d) $A = 44 \text{ cm}^2$; $V = 13 \text{ cm}^3$



4. Az asztalra tettünk néhány egyenlő méretű kockát.

Ha ezeket előlről nézzük, ezt látjuk:



oldalról pedig ezt:



a) Építs olyan testet, amelyek megfelelnek a feltételnek! Keress több megoldást!

A gyerekek párban dolgozva, a színesrúdkészlet egységkockáiból építkezzenek. Ha elkészültek egy lehetőséggel, mutassák be, és kérjük meg őket, hogy számolják meg, hány kockából épült.

b) Legkevesebb hány kocka lehet az asztalon? Készíts alaprajzot!

c) Legfeljebb hány kockából áll az építmény?

b) legkevesebb 6 kocka, pl.:

0	2	0	0
1	0	0	0
0	0	2	0
0	0	0	1

e) legfeljebb 20 kocka pl.:

1	2	2	1
1	1	1	1
1	2	2	1
1	1	1	1

5. Építs téglatesteket 27 db egyforma kockából, és rajzold le a testek határoló lapjait!

A téglatestek élei 3; 3; 3 vagy 1; 1; 27 vagy 1; 3; 9 egységnyiek. A határoló lapok:

	6 db	

2 db

4 db				...	
------	--	--	--	-----	--

(27 db négyzet egy sorban)

	2 db	
--	------	--

			2 db						
--	--	--	------	--	--	--	--	--	--

			2 db					

6. Padtársaddal felváltva színezzétek pirosra, illetve kékre ugyanazon téglatest 3-3 élét! Az nyer, akinek sikerül a téglatest valamely lapjának mind a négy élét saját színével kiszíneznie. (A játék során mindkettőtökre legfeljebb kétszer kerülhet sor, hiszen 12 él van.) A kezdő játékos megakadályozhatja-e, hogy játszótársa nyerjen?

Igen, ha a téglatest három, páronként kitérő élét színezi ki.

Feladatgyűjtemény: 8. – 27. feladat

FELADATGYŰJTEMÉNY

1. Végezd el a mértékváltást!

$$65 \text{ dm}^2 = \underline{6\,500} \text{ cm}^2 = \underline{0,65} \text{ m}^2$$

$$1,7 \text{ km}^2 = \underline{1\,700\,000} \text{ m}^2 = \underline{170} \text{ ha}$$

$$0,46 \text{ ha} = \underline{0,0046} \text{ km}^2 = \underline{460\,000} \text{ dm}^2$$

$$3\,560 \text{ cm}^2 = \underline{356\,000} \text{ mm}^2 = \underline{0,356} \text{ m}^2$$

$$900 \text{ cm}^3 = \underline{0,9} \text{ dm}^3 = \underline{900} \text{ ml}$$

$$0,0216 \text{ m}^3 = \underline{21,6} \text{ liter} = \underline{0,216} \text{ hl}$$

$$70 \text{ hl} = \underline{7\,000\,000} \text{ cm}^3 = \underline{7} \text{ m}^3$$

$$5\,555 \text{ mm}^3 = \underline{0,005555} \text{ dm}^3 = \underline{5,555} \text{ ml}$$

2. Számítsd ki a téglatest felszínét és térfogatát, ha az egy csúcsba futó élei

a) 5 cm; 7 cm; 9 cm; $A = 286 \text{ cm}^2$ $V = 315 \text{ cm}^3$

b) 2 dm; 35 cm; 40 cm; $A = 5800 \text{ cm}^2$ $V = 28 \text{ dm}^3$

c) 6 m; 5 dm; 150 cm. $A = 2550 \text{ dm}^2$ $V = 4500 \text{ dm}^3$

3. Számítsd ki a kocka felszínét és térfogatát, ha élei

a) 8 cm; $A = 384 \text{ cm}^2$ $V = 512 \text{ cm}^3$

b) 6,2 dm. $A = 245,52 \text{ dm}^2$ $V = 238,328 \text{ dm}^3$

4. Mekkora a téglatest harmadik éle, ha

a) a = 12 cm $b = 5 \text{ cm}$ $V = 900 \text{ cm}^3$ $c = 15 \text{ cm}$

b) a = 23 cm $b = 8 \text{ dm}$ $V = 64,4 \text{ dm}^3$ $c = 3,5 \text{ dm}$

c) a = 450 cm $b = 18 \text{ dm}$ $V = 24,3 \text{ m}^3$ $c = 3 \text{ m}$

5. Egy téglatest alakú akvárium éleinek a hossza 40 cm, 55 cm és a magassága 7 dm. Hány négyzetcentiméter üveg szükséges az elkészítéséhez? 15500 cm^2

Hány liter víz fér bele? 154 liter

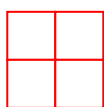
6. Rajzolj olyan testet, melyet csak négyzetek határolnak! Keress többféle megoldást!

7. Rajzolj olyan testet, melyet csak téglalapok határolnak! Keress többféle megoldást!

8. Legkevesebb hány egységkockából építhetünk egy nagyobb kockát? Számítsd ki ennek a testnek a felszínét és a térfogatát! 8 kocka $V = 8 \text{ cm}^3$ $A = 24 \text{ cm}^2$

9. Építs 8 egyforma kockából téglatesteket! Rajzold le ezek határoló lapjait!

Háromféle téglatest építhető.



6 db



2 db



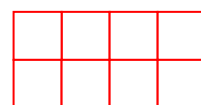
4 db



2 db



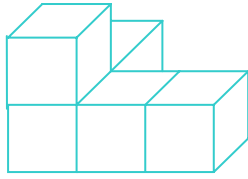
2 db



2 db

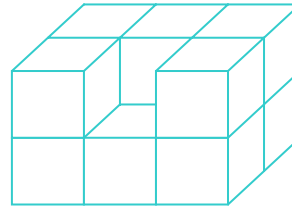
10. Számítsd ki a rajzon látható testek felszínét és térfogatát! A kockák élei 2 cm hosszúak.

a)



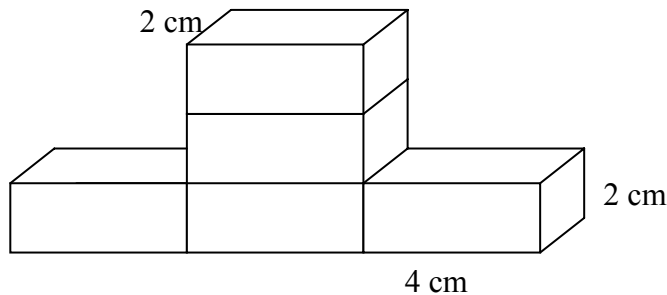
a) $V = 5 \text{ cm}^3$ $A = 22 \text{ cm}^2$

b)



b) $V = 11 \text{ cm}^3$ $A = 34 \text{ cm}^2$

11. Számítsd ki a rajzon látható test felszínét és térfogatát!



$V = 80 \text{ cm}^3$

$A = 200 \text{ cm}^2 - 48 \text{ cm}^2 = 152 \text{ cm}^2$

12. Egy téglatest három különböző élének hosszúsága 2 cm, 4 cm, 5 cm. A tetejére teszünk egy másik téglatestet, melynek élei 1 cm, 2 cm, 3 cm.

Mekkora az így kapott test térfogata és a felszíne? Változik-e valamelyik mennyiség, ha a kisebb téglatestet különböző lapjaival helyezzük a másikkra? Hány megoldás lehetséges? Hány darab 1 cm élű kockából rakhatnánk ki ezt az összetett testet?

$V = 46 \text{ cm}^3$ 46 db egységkockából lehet kirakni.

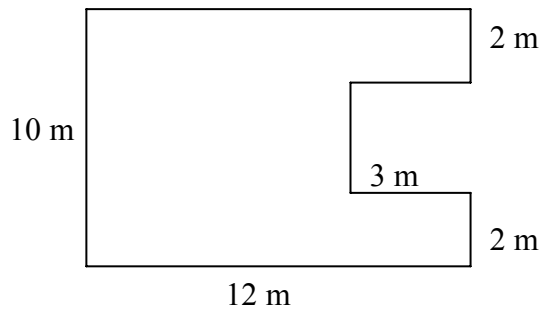
A felszín háromféle lehet attól függően, hogy a kisebb téglatestet melyik lapjával tesszük rá a nagyobbra: 96 cm^2 ; 92 cm^2 , 95 cm^2 .

13. Egységkockákból piramist építünk úgy, hogy a tetején 1 darab kocka legyen. Hány darab kocka lesz a második, harmadik, negyedik, stb. sorokban? Milyen szabályszerűséget veszel észre?

Hány kockából áll az 1, 2, 3, 4 réteget tartalmazó test? Számítsd ki ezek felszínét, térfogatát! 1, 9, 25, 49 stb. darab kockából állnak az egyes rétegek, ez a páratlan számok négyzeteinek sorozata.

A kockák száma 1, 10, 35, 84 db. A felszín rendre: 24, 136, 344, 648 cm^2 , a térfogat: 8, 80, 280, 672 cm^3 .

14. Az ábra egy lakás alaprajzát mutatja. Hány m^3 a lakás légtere, ha magassága 2,5 m? Hány ember tartózkodhat egyszerre a lakásban szellőztetés nélkül, ha fejenként 3 m^3 levegőt használnak el az adott idő alatt?



255 m^3
85 ember tartózkodhat

15. Egy úszómedence egyik oldala mentén 15 db, másik oldala mentén 7 db 40 cm oldalú négyzet alakú csempelapokból készült a burkolat

a) Körülbelül hány m^2 fóliával fedhető le a medence vízfelülete?

A medence oldalai 6 m és 2,8 m, a víztükör területe $16,8 \text{ m}^2 \approx 17 \text{ m}^2$.

b) A medencét belül is 40 cm oldalú lapokkal burkolták. Hány m^2 csempére volt szükség, ha a medence mélysége 120 cm?

Az alap területe $16,8 \text{ m}^2$, a két-két oldalfal területe $3,36 \text{ m}^2$ illetve $7,2 \text{ m}^2$. A medence belső felülete $37,92 \text{ m}^2$.

16. Végezd el a mértékváltásokat!

$$61 \text{ cm}^3 = \underline{61000} \text{ mm}^3 = \underline{0,061} \text{ dm}^3 = \underline{61} \text{ ml}$$

$$456 \text{ mm}^3 = \underline{0,456} \text{ cm}^3 = \underline{0,000456} \text{ dm}^3 = \underline{0,000456} \text{ l}$$

$$0,01213 \text{ m}^3 = \underline{12,13} \text{ dm}^3 = \underline{12130} \text{ cm}^3 = \underline{0,1213} \text{ hl}$$

$$58 \text{ dl} = \underline{5,8} \text{ l} = \underline{0,058} \text{ hl} = \underline{5800} \text{ cm}^3$$

17. Melyik a nagyobb? Mennyivel?

a) $0,068 \text{ ha} - 24 \text{ m}^2$ vagy $49\,000 \text{ dm}^2 + 2\,000\,000 \text{ cm}^2$ A jobb oldali 34 m^2 -rel.

b) $0,22 \text{ hl} + 8,3 \text{ dm}^3$ vagy $48\,000 \text{ ml} - 0,015 \text{ m}^3$ A jobb oldali $2,7 \text{ dm}^3$ -rel.

18. Mennyi víz van abban a kádban, amelybe 65 másodperc alatt 154,5 litert engedtek, de 15 másodperc alatt kifolyt $56\,000 \text{ cm}^3$, és eredetileg már volt benne 2,3 hl víz? $328,5 \text{ dm}^3$

19. Hány ragasztással lehet egy kockát valamely hálózatából elkészíteni?

A 11 féle hálózat mindegyikének 14 egység a kerülete. Tehát 7 él lesz ragasztott, és 5 él mentén kell hajtogatni.

20. Egy téglatest élei 3 cm, 5 cm és 7 cm hosszúak. Hány cm hosszú drótból készülhet el az élváza? Legkevesebb hány darab drótból kell készíteni a vázat?

60 cm drót kell. 4 db drót mindenféleképpen kell a váz elkészítéséhez.

21. Egy kocka élvázát 48 cm hosszú drótból lehetett elkészíteni.

a) Hány cm a kocka éle? 4 cm

b) Hány cm^2 papírral lehet egyrétegűen beborítani? 96 cm^2

22. Egy téglatest két éle 5 cm és 8 cm. Harmadik éle is egész szám centiméterben mérve. Van 24 cm^2 területű lapja. Számítsd ki a felszínét!

A harmadik él 3 cm, a téglatest felszíne 158 cm^2 .

23. Négy egybevágó téglából hányféle különböző téglatest készülhet? Számítsd ki egynek a felszínét!

A téglá élei a, b, c . A megépített téglatestek élei: $(4a, b, c)$, $(a, 4b, c)$, $(a, b, 4c)$, $(2a, 2b, c)$, $(2a, b, 2c)$, $(a, 2b, 2c)$.

24. Ha a süteményt a szokásos módon párhuzamos vágásokkal felszeletelik, lesznek belső darabok (oldalai vágottak), és lesznek szélső darabok (van olyan oldaluk, amelyik nem vágott). Hány darab szélső sütemény lesz, ha a belső sütemények száma pontosan

- a) 4 b) 5 c) 3 d) 6 e) 8?
 14 vagy 12 16 12 18 vagy 14 22 vagy 16

Lehet-e egyenlő a szélső és a belső darabok száma?

Igen, $3 \cdot 10 = 30$ vagy $4 \cdot 6 = 24$ belső sütemény esetén. Bizonyítható, hogy más lehetőség nincs.

25. 64 darab 1 cm élű kockát kell téglatest alakú dobozba csomagolnunk úgy, hogy a kockák teljesen kitöltsék a dobozt. Milyen méretű dobozokat használhatunk erre a célra? Melyik doboz elkészítéséhez kell a legkevesebb papírt felhasználnunk?

A doboz méretei: (cm)	1, 1, 64;	1, 2, 32;	1, 4, 16;	1, 8, 8;	2, 2, 16;	2, 4, 8;	4, 4, 4
Papírméret: (cm ²)	258;	196;	168;	160;	136;	112;	96

Legkevesebb papír a kockához kell.

26. Egy fakocka éle 7 cm. Minden csúcsából kivágunk egy-egy 1 cm élű kockát. Számítsd ki az így kapott test felszínét és a térfogatát!

Befestjük a testet piros színűre, majd szétvágjuk 1 cm élhosszúságú kis kockákra. Milyen színűek lesznek az egységkockáknak a lapjai? Hány darabot kapunk az egyes fajtákból?

$$V = 335 \text{ cm}^3 \qquad A = 294 \text{ cm}^2$$

125 db kockának minden lapja festetlen

150 db kockának 1 lapja piros, 5 lapja festetlen

36 db kockának 2 lapja piros, 4 lapja festetlen

24 darab kockának 3 lapja piros, 3 lapja festetlen

27. Tervezz épületet, rajzold le az elől-, oldal-, és felülnézetét! Készítsd el az épület makettjét építőkockából!

1. tanári melléklet: Térfogat kártyakészlet

Kartonlapra nyomva ebben a méretben, 8 db, csoportonként egy készlet. A kártyák a fekete vonalak mentén kivágandók.

320 cm^3	3200 mm^3	$0,032 \text{ m}^3$	$5,4 \text{ dm}^3$
$0,54 \text{ m}^3$	5400 cm^3	540 dm^3	54000 mm^3
$0,32 \text{ dm}^3$	$0,054 \text{ dm}^3$	302 dm^3	$0,302 \text{ m}^3$
32 dm^3	30200 mm^3	$3,2 \text{ cm}^3$	$0,0302 \text{ dm}^3$

$51,4 \text{ cm}^3$	5140 mm^3	$0,00514 \text{ m}^3$	$0,00514 \text{ dm}^3$
$51,4 \text{ m}^3$	5140 cm^3	51400 dm^3	51400 mm^3
$0,514 \text{ dm}^3$	514000 mm^3	3200 cm^3	0,032 liter
$51,4 \text{ dm}^3$	51,4 liter	32 cm^3	3200 ml