0681. MODUL

GEOMETRIAI SZÁMÍTÁSOK

Vegyes kerület- és területszámítási feladatok

Készítette: Takácsné Tóth Ágnes

MODULLEÍRÁS

A modul célja	A terület és a kerület fogalmáról tanultak átismétlése, továbbfejlesztése, gyakorlása összetett feladatok megoldására. Téglalap területére visszavezethető területszámítási feladatok. A derékszögű háromszög és a tükrös háromszög területe téglalapba foglalással, téglalappá való átdarabolással többféleképpen. Konvex deltoid területe: két közös alapú, egyenlő szárú háromszög területének összege. Konkáv deltoid területe: két közös alapú egyenlőszárú háromszög területének különbsége. A rombusz, mint egyenlő oldalú deltoid területe. A négyzet területének kiszámítása átlójából.
Időkeret	4 óra
Ajánlott korosztály	6. osztály
Modulkapcsolódási pontok	*Ajánlott megelőző tevékenység:* 5. osztály: Geometriai számítások 0591–0593; 6. osztály: Tengelyes tükrözés, tükrös alakzatok 0631- 0633; Háromszögek, nevezetes vonalak 0663. *Ajánlott követő tevékenység:* 7. osztály: Háromszögek, sokszögek 0751–0754
A képességfejlesztés fókuszai	*Becslés, mérés*: hétköznapi életben távolságok, méretek becslése, megfelelő mértékegység választása, mérőeszköz használata, mértékváltások, alapműveletek alkalmazása a kerület és területszámításokban *Kombináció, rendszerezés*: tükrös háromszög átdarabolása téglalappá – következtetés a tükrös háromszög területére, majd ebből a deltoid területére, mérőszám és mértkegység kapcsolata. *Indukció, dedukció*: azonos fajtájú alakzatok kerületének, területének meghatározása, tapasztalatszerzés, igaz-hamis állítások. *Mennyiségi következtetés*: az oldal változásának hatása a kerületre, területre. *Szövegértés, beszédkészség*: szöveges feladatok értelmezése, rajz illetve ábra készítése szöveg alapján, a matematikai összefüggések megfogalmazása, matematikai szókincs.

AJÁNLÁS

Frontális, egyéni és csoportmunka vegyesen fordul elő az órákon, a négyes csoportok lehetőleg heterogén összetételűek legyenek. Rendkívül fontos a tapasztalatszerzés útján történő megértés, ne csak képletben gondolkodjanak, értsék a terület és kerület kiszámításának lényegét. Alkalmazzuk a kooperatív tanulási technikákat!
A csoportokon belül fontos az egymás véleményének tiszteletben tartása, a megfelelő vitázó képesség, a pozitív, nem bántó véleményalkotás, csak így tudnak együtt jól dolgozni. Ezek a képességek az élet más területein is nagy hasznára lesznek tanulóinknak, szociális készségeik is fejlődnek. Minden tanulónak biztosítsuk a kényelmes munkavégzést, de figyeljünk arra is, hogy mindenki jól láthassa a táblát , és persze mi is könnyen áttekinthessük a csoportokat munkavégzés közben is.

TÁMOGATÓ RENDSZER

Feladatgyűjtemény, geometriai eszközök

ÉRTÉKELÉS

A tanár folyamatosan figyelemmel kíséri a csoportok munkáját, ahol szükséges javítja, segíti a feladatok megoldását. Nagyon fontos a pozitív motiváció, mind az egyéni, mind a csoportos munkavégzés kapcsán. Az egyéni és páros feladatlapokat osztályzattal is értékelhetjük. Az egyéni hiányosságokat differenciált feladat, pl. házi feladat adásával pótolhatjuk.
A geometriai témazáró dolgozatban mindenféleképp legyen kerület- és területszámítási feladat.

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök Feladatok
I. A kerület és a terület fogalma, mértékegységei; a téglalap kerülete, területe. (ismétlés)			
1.	A kerület és terület fogalma, kerület és területmérések (ismétlés, mértékváltások; ellenőrzés párban)	Mérés, következtetés, emlékezőképesség.	1. feladatlap, 1. a. és 1. b. tanári melléklet, 2. tanári melléklet
2.	Téglalap kerülete, területe (téglalapból szétdarabolással sokszögek előállítása, kerületük, területük meghatározása; ellenőrzés párban)	Következtetés, kombináció, rendszerezés	2. feladatlap
3.	Téglalapból szétdarabolással sokszögek előállítása, kerületük, területük meghatározása	Kombináció, rendszerezés.	Írólapok, olló, ragasztó, 3. feladatlap
II. A derékszögű és a tükrös háromszög kerülete, területe			
1.	Bemelegítés: staféta játék	Emlékezőképesség.	Labda v. babzsák.
2.	Derékszögű és tükrös háromszögek kerülete és területe	Következtetés, kombináció.	Papírlapok, olló, ragasztó, 4. feladatlap
3.	Kerület- és területszámítási feladatok	Kombináció, rendszerezés.	5. feladatlap, körző, vonalzó.

III. A deltoid területe			
1.	Ráhangolódás: A deltoid tulajdonságai (Füllentős játék; ismétlés)	Emlékezőképesség, következtetések.	
2.	A konvex deltoid területe	Következtetések, absztrakció.	vonalzó, négyzetrácsos lapok, olló, ragasztó, 6. feladatlap.
3.	A konkáv deltoid területe	Következtetések, absztrakció	Papír háromszögek, 7. feladatlap
4.	Játék: Játsszunk deltoidokkal!	Következtetések.	3. melléklet.

IV. Vegyes területszámítási feladatok			
1.	Kerület-és területszámítási feladatok (diákkvártett)	Rendszerezés, szerkesztések.	8. feladatlap

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. A kerület és a terület fogalma, mértékegységei; a téglalap kerülete, területe

1. A kerület és terület fogalma, kerület és területmérések

Az óra első részében felelevenítjük a kerületről és a területről eddig tanultakat. Nagyon fontos a szemléletesség, minél több tapasztalatuk legyen e témakörben, egyrészt a pontos fogalomalkotás miatt, másrészt azért is, hogy ne keverjék össze e két fogalmat, ami nem ritka jelenség. Gyakorlásként oldják meg az 1. feladatlap feladatait! Ehhez minden csoportnak osszuk ki az 1. tanári melléklet alakzatkészletét (1. a.), és a hozzátartozó A4-es méretű négyzetrácsokat (1. b.)! Minden csoport megkapja a 4 alakzatot fólián, és a három különböző négyzetrácsot. Határozzák meg a mellékletben szereplő alakzatok kerületét, területét, és kerületük, területük nagysága szerint állítsák növekvő sorrendbe őket (1. feladatlap 1. 4. feladat)! (1. b. tanári melléklet), A feladat megoldása úgy történik, hogy az egyes alakzatokat ráhelyezik a négyzethálós lapra, megszámolják, hány egység a kerület, hány egységnégyzetet fed le az alakzat, s így meghatározzák a kerületet, illetve a területet, majd elkészítik a sorrendet. A csoporton belül fel is oszthatják maguk között a feladatokat: négy alakzat van, minden csoporttag egy alakzattal végzi el a méréseket a különböző méretű négyzetrácsokkal. Beszéljük meg a kapott eredményeket, amelyek a négyzetháló méretétől függően változnak! Beszéljük meg az eltérés okát, a mérőszám-mértékegység kapcsolatát! A sorrendnél viszont ugyanarra az eredményre kell jutni, hiszen az alakzatok méretei állandóak!
Az alakzatok méretei az I. II. III. négyzetrácsok szerint:
Háromszög: 65; 47; 39,5 k. e; 180; 93,5; 66,5 t. e.
Rombusz: 48; 36; 32 k. e; 134; 72; 56 t. e.
Négyzet: 72; 52; 44 k. e; 324; 169; 121 t. e.
Téglalap: 82; 60; 52 k. e; 400; 216; 160 t. e.
Ezután frontális munkában beszéljük meg, melyek a terület mértékegységei, és az ezek közötti átváltási számokat! Gyakorlásként használhatjuk a terület kártyakészletet (2. tanári melléklet.) A 2. mellékletben páronként az egymás alatt lévő kártyák az egyenlők. Egyenlően elosztják a csoporton belül egymás között a kártyákat, egy tanuló letesz egy kártyát, s most az a kártya következik, amelyen azonos nagyságú terület van jelölve, természetesen más mértékegységben kifejezve, leteszi az előző mellé. Majd ismét letesz valaki egy lapot, s mellé kerüljön a párja. Amikor mindenki letette az összes kártyát, ismét keverjék össze és játszanak egy új menetet! Kettő, három menet lejátszása elegendő (ha van rá idő), hiszen ekkorra már meg is jegyezhetik az összetartozó párokat, s így unalmassá válik a játék. Amennyiben szükséges ezen kívül is a mértékváltások gyakorlása oldják meg az 1. feladatlap 2. 3. 5. 6. feladatát az „ellenőrzés párban” módszerrel, esetleg adjuk ezeket házi feladatnak!

1. FELADATLAP

1. Kerületük alapján állítsd növekvő sorrendbe a tanárotok által kiosztott sokszögeket!
Rombusz < háromszög < négyzet < téglalap.

2. Váltsd át méterbe!

a) 56 dm = 5,6 m　　**b)** 1350 cm = 13,5 m
c) 483 mm = 0,483 m　　**d)** 10,8 dm = 1,08 m

3. Váltsd át centiméterbe!

a) 13 m = 1300 cm

b) 440 mm = 44 cm

c) 0,92 km = 92000 cm

d) 5 m 32 mm = 503,2 cm

4. Területük alapján állítsátok növekvő sorrendbe az 1. feladatban használt alakzatokat!

Rombusz < háromszög < négyzet < téglalap

5. Váltsd át cm^2-be!

a) 2 500 mm^2 = 25 cm^2

b) 34,9 dm^2 = 3490 cm^2

c) 7,06 m^2 = 70600 cm^2

d) 8 dm^2 5 mm^2 = 800 cm^2 0,05 cm^2 = 800,05 cm^2

6. Váltsd át m^2-be!

a) 3 km^2 = 3000000 m^2

b) 456,78 cm^2 = 0,045678 m^2

c) 88,9 dm^2 = 0,889 m^2

d) 6 500 dm^2 314 cm^2 = 65,0314 m^2

ÖSSZEGZÉS

A **kerület** a síkidom határvonalának a hosszát jelenti. A sokszögek kerülete a határoló szakaszok hosszának az összegével egyezik meg.

A kerület mértékegysége megegyezik a hosszúság mértékegységével.

$$1\text{ mm} \xrightarrow{\cdot 10} 1\text{ cm} \xrightarrow{\cdot 10} 1\text{ dm} \xrightarrow{\cdot 10} 1\text{ m} \xrightarrow{\cdot 1000} 1\text{ km}$$

A **terület** megmutatja, hogy egy adott alakzat a síknak mekkora részét foglalja el. Egy alakzat területét úgy határozhatjuk meg, hogy összehasonlítjuk az egységül választott területtel.
A területmérés egységéül az egységnyi oldalhosszúságú négyzet területét szoktuk választani.

A terület mértékegységei:

$$1\text{ mm}^2 \xrightarrow{\cdot 100} 1\text{ cm}^2 \xrightarrow{\cdot 100} 1\text{ dm}^2 \xrightarrow{\cdot 100} 1\text{ m}^2 \xrightarrow{\cdot 1} 1\text{ km}^2$$

A téglalap kerülete $\mathbf{K = 2 \cdot (\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})}$

A téglalap területe $\mathbf{T = \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}}$

2. Téglalap kerülete, területe

A téglalap kerületének, területének kiszámítását 5. osztályban megtanultuk, így itt is csak felelevenítésre van szükség. Ehhez oldják meg a 2. feladatlap 1. feladatát! A csoporton belül párban ellenőrizzék egymás munkáját! Amikor készen vannak, beszéljük meg a téglalap kerületének és területének a kiszámítását! Ezután oldják meg a feladatlap további feladatait, a lassabban haladók a 2. és 3. feladatot számítsák ki, a gyorsabban haladók a 4. feladatot is! Amennyiben túl soknak érezzük a feladatok mennyiségét, válogassunk belőlük, a maradékot adhatjuk házi feladatnak is!

2. FELADATLAP

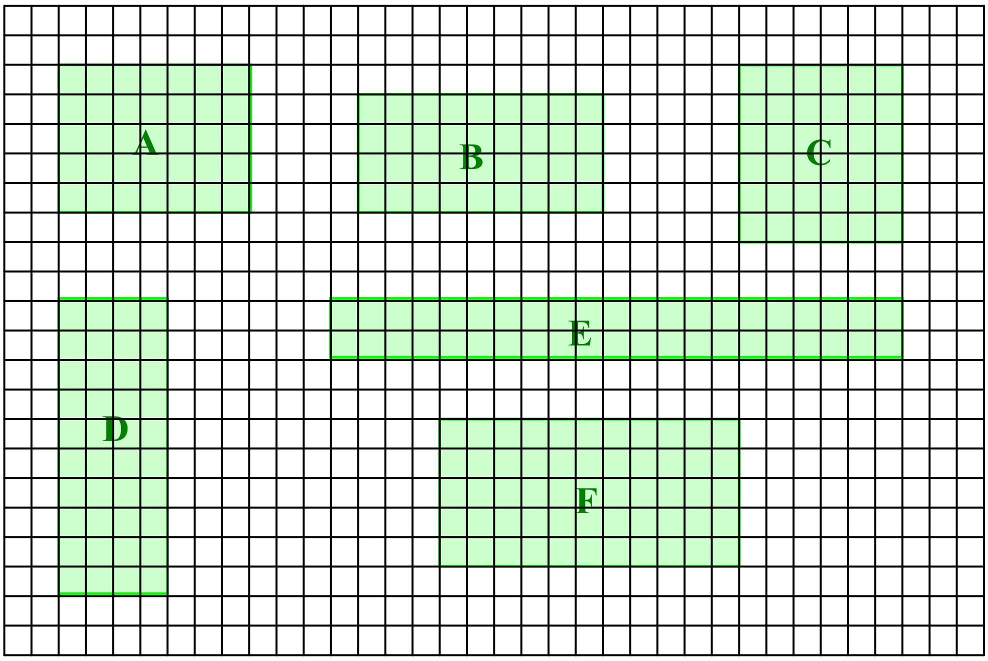
1.

a) Kerületük nagysága szerint írd fel növekvő sorrendben a téglalapok betűjelét!

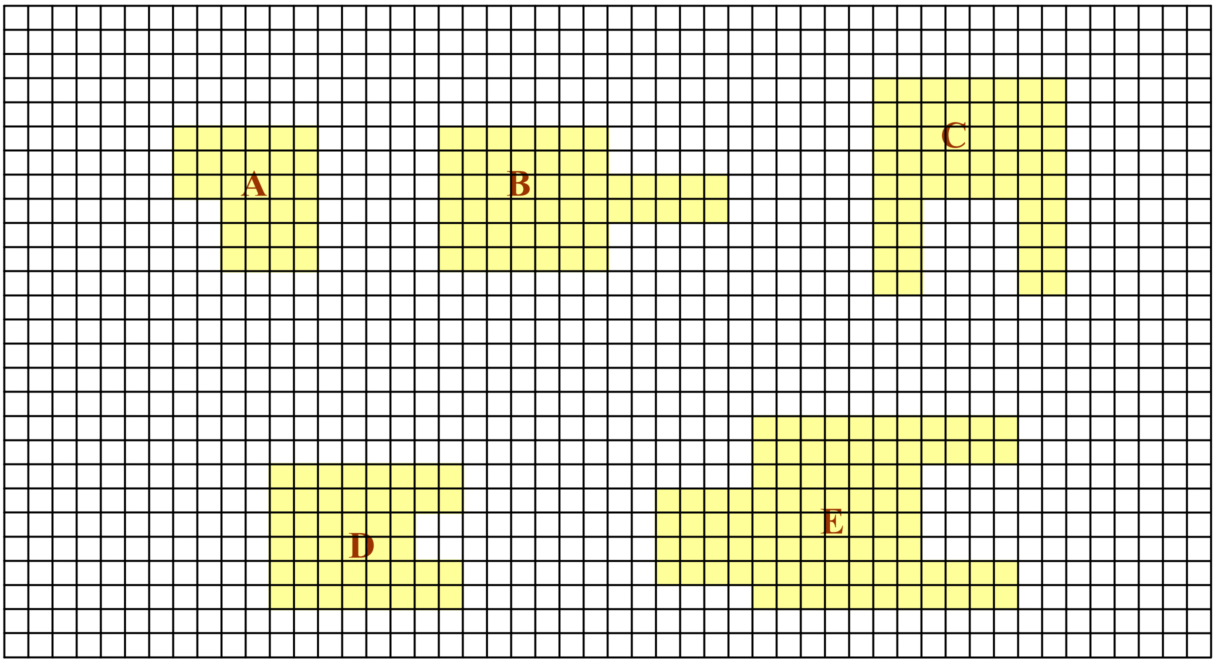
A = C < B < D < F < E

b) Területük nagysága szerint írd fel csökkenő sorrendben a téglalapok betűjelét!

F > E > D > C = B > A



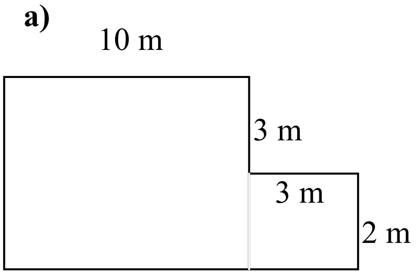
2. Határozd meg a következő alakzatok kerületét, területét! Az egység a rácsnégyzet oldalhossza (k. e.), illetve területe (t. e.).



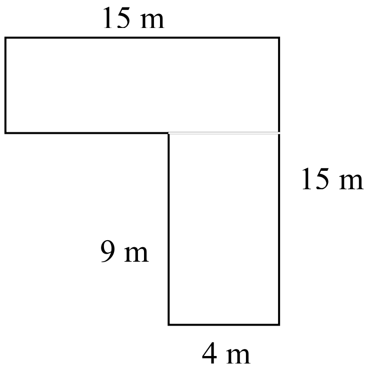
A = 24 k. e; 30 t. e.; B = 36 k. e; 52 t. e. ; C = 42 k. e; 56 t. e.; D = 32 k. e; 44 t. e.;
E = 54 k. e; 88 t. e.

3. A következő ábrák épületek alaprajzát szemléltetik. Mekkora az alapterületük?

a)

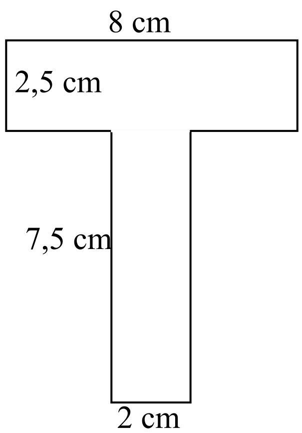


b)

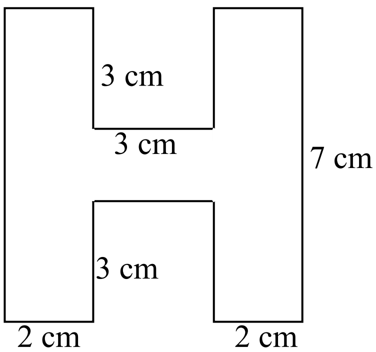


a) T = 50 m^2 + 6 m^2 = 56 m^2; b) T = 90 m^2 + 36 m^2 = 126 m^2.

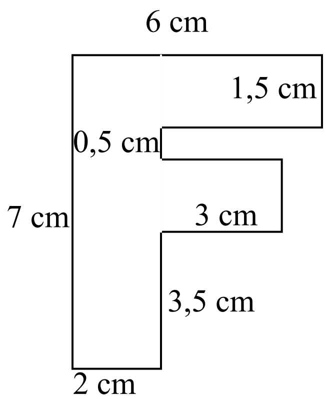
4. Mekkora az egyes betűk kerülete, területe?



K = 36 cm
T = 35 cm^2



K = 40 cm
T = 31 cm^2



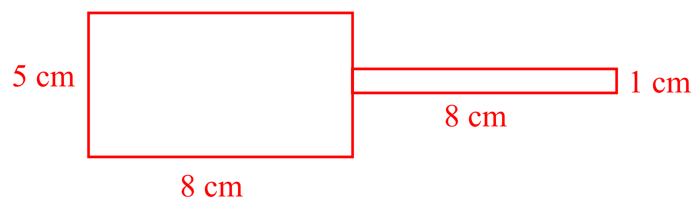
K = 32 cm
T = 24,5 cm^2

3. Téglalapból szétdarabolással sokszögek előállítása, kerületük, területük meghatározása

Az óra utolsó részének a célja, hogy a téglalap szétdarabolásával (két tetszőleges méretű téglalapra bontják) állítsanak elő összefüggő sokszögeket, és a kirakások segítségével maguktól jöjjenek rá arra, hogy a kapott sokszögek területe minden esetben megegyezik az eredeti téglalap területével, a kerülete viszont változhat. Ezzel már előkészítjük a következő órát, amikor a derékszögű és a tükrös háromszögek területét határozzuk meg téglalap segítségével. Az elvégzendő feladatot a 3. feladatlap tartalmazza. Osszunk ki minden csoportnak írólapokat, ollót, ragasztót, mivel a kapott sokszögeket és az eredeti méretű téglalapot be is kell ragasztaniuk a füzetükbe!

3. FELADATLAP

Vágj ki papírból 5 db téglalapot, melyeknek oldalai 6 cm és 8 cm! Az egyik téglalapot ragaszd be a munkafüzetedbe, majd egy másikat vágj szét két, tetszőleges méretű téglalapra, és az így kapott darabokból állíts elő bármilyen összefüggő sokszöget, melyet szintén ragassz be a munkafüzetedbe! Ismételd meg a darabolást (újabb téglalappal) többször is, és az új alakzatokat is ragaszd be!
Mekkora a kapott alakzatok kerülete, területe? Hasonlítsd össze az új alakzatok területét az eredeti téglalapéval! Indokolj!
Az új alakzatok területe megegyezik az eredeti téglalap területével, a kerület a szétdarabolás és összeillesztés függvényében változik.
Legkevesebb hány csúcsa, illetve oldala lehet egy ilyen sokszögnek? Mennyi lehet a maximális oldalszám?
Minimum 4 csúcsa, 4 oldala, maximum 8 csúcsa, 8 oldala lehet a sokszögnek.
Tudsz-e 40 cm-nél nagyobb kerületű sokszöget létrehozni?



K = 42 cm

II. A derékszögű és a tükrös háromszög kerülete, területe

1. Bemelegítés: staféta játék

A bemelegítés célja, hogy felelevenítsük a háromszögekről, ezen belül a tükrös háromszögről tanultakat azokban az osztályokban, ahol úgy látjuk, hogy ez szükséges. A többi osztályban elhagyhatjuk, hiszen az egyes feladatok során is megbeszélhetjük az adott háromszög tulajdonságait.
Alakítsanak egy nagy kört, adjunk a kezdő játékosnak egy kisebb labdát, vagy babzsákot! A kezdő játékos mond egy háromszög típust, és egy társának dobja a labdát, akinek a megadott háromszögről kell mondani egy igaz állítást, majd ő is megad egy háromszög típust, eldobja a labdát, aki elkapja, igaz állítást mond a háromszögről, és így tovább, amíg el nem fogynak az állítások. Már elhangzott állítást nem lehet mondani, aki hamis állítást mond, kiesik. Jutalmazzuk az utoljára maradókat! A játékos ismétlés ideje kb. 5 perc.

2. Derékszögű és tükrös háromszögek kerülete és területe

Az elmúlt órán már foglalkoztunk téglalapok szétdarabolása segítségével sokszögek létrehozásával. Most ehhez hasonló feladatot végzünk, csak kicsit egyszerűbben. Ismét téglalapból indulunk ki, de most csak az átlója mentén vágjuk szét. Láthatjuk, hogy két, egybevágó derékszögű háromszöget kaptunk, melyek befogói a téglalap oldalaival egyeznek meg, területük pedig a téglalap területének a fele. Ismét ragasszák be a füzetükbe a háromszögeket és mellé az eredeti téglalappal egybevágó téglalapot is! Ehhez természetesen a feladat elején kettő darab egybevágó téglalapot kell készíteniük (4. feladatlap, 1. feladat)! Azután oldják meg a 2. feladatot is, amelyben gyakorolhatják az eddig megismerteket! Gyorsabban haladó osztályokban az 1. feladatot ki is hagyhatjuk, elegendő a 2. feladat

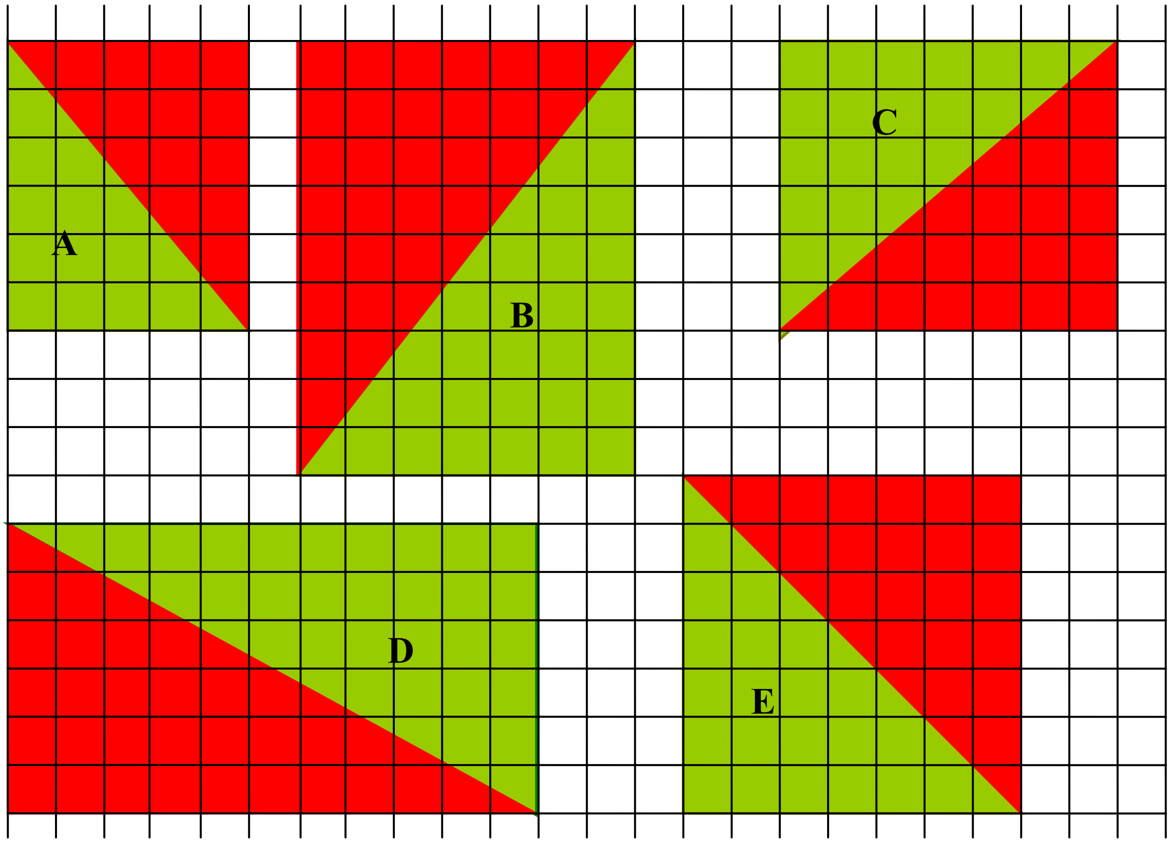
segítségével felismertetni a téglalappá való kiegészítést, a téglalap és a derékszögű háromszög területe közötti összefüggést.
A következőkben a tükrös háromszögek kerületével és területével foglalkozunk. Ehhez lassabban haladó csoportokban a derékszögű háromszögekhez hasonlóan járhatunk el. Kapjon minden csoport ollót, rajzlapot, 4 db különböző tükrös háromszöget! Használjuk a 0662 3. tanári melléklet háromszögkészletének szimmetrikus háromszögeit (kék: egyenlő oldalú; sárga: hegyesszögű, szimmetrikus; lila: derékszögű, szimmetrikus; zöld: tompaszögű, szimmetrikus) Válasszon mindenki egy háromszöget, majd határozzák meg a háromszögeik kerületét cm-ben kifejezve (4. feladatlap, 3. feladat)!
Beszéljük meg, hogy a tükrös háromszögek kerületének meghatározásakor elegendő volt két oldalt megmérni, az alapot és az egyik szárat, hiszen ez utóbbiból két egyforma van, és a tükrös háromszög kerületének kiszámítása: az alap és a két szár összege!
A következő lépés a terület meghatározása. Ehhez először rajzlapból vágjon ki mindenki magának 3 db, az előző feladatban általa kiválasztott, háromszöggel egybevágó háromszöget, így most mindenkinek van négy, egybevágó tükrös háromszöge.
A feladat a következő: egy, vagy két egybevágó háromszög felhasználásával próbáljunk meg téglalapot kialakítani, úgy, hogy sem elvenni, sem hozzárakni nem lehet, csak a tükrös háromszöget, illetve annak darabjait lehet felhasználni! Próbáljanak többféle megoldást találni! Ragasszák be az eredeti háromszöget, és a kapott téglalap(-ok)at is a füzetükbe (4. feladatlap, 4. feladat)! A csoportok között járkálva figyeljük munkájukat, ahol kell, segítsünk!
Amikor mindenki elkészült a téglalappá alakítással, beszéljük meg, hogyan oldották meg a feladatot! Nagy valószínűséggel többféle lehetőséget találnak, ezért külön-külön beszéljük meg mindegyiket! Láthatjuk, akárhogyan daraboltuk át a tükrös háromszöget téglalappá, a területére mindig ugyanaz a megoldás adódik. Minden egyes megoldást rakjunk fel a táblára, figyeljünk arra, hogy mind a négy típusú háromszöggel kerüljön fel egy-egy kirakás a táblára!
Gyorsabban haladó csoportokban elegendő a 4. feladatlap 5. feladatát megoldatni! Feltétlenül beszéljük meg az alaphoz tartozó magasság fogalmát, és rajzoltassuk be az 5. feladat háromszögeibe!

4. FELADATLAP

1. Vágj ki papírból 2 db téglalapot, melyeknek oldalai 6 cm és 8 cm! Az egyik téglalapot ragaszd be a munkafüzetedbe, a másikat vágd szét az egyik átlója mentén!
Milyen sokszögeket kaptál? Mekkorák az oldalai? Ragaszd be a munkafüzetedbe ezeket is az előző téglalap mellé! Határozd meg kerületüket, területüket?
Két egybevágó derékszögű háromszöget kapunk, amelyek befogói a téglalap oldalaival egyeznek meg, területük pedig fele a téglalapénak, T = 24 cm^2. A kerület kiszámításához meg kell mérniük az átfogót (10 cm), ami egyben a téglalap átmérője. Így a háromszögek kerülete 24 cm.

Segíthetünk a gyerekeknek a következő feladatban azzal, hogy milliméterbe váltsák át az adatokat a könnyebb számítás érdekében (Egy rácsnégyzet oldalhossza 5 mm.).

2. Egészítsd ki a derékszögű háromszögeket téglalappá, majd határozd meg a háromszögek területét! Az egység a rácsnégyzet oldathossza (k.e.), illetve területe (t.e.). Fejezd ki a területet cm^2-ben is, ha egy rácsnégyzet oldalhossza fél cm! Fogalmazd meg, hogyan tudnád kiszámítani a derékszögű háromszög területét!
A: 15 t.e.; 3,75 cm^2, B: 31,5 t.e.; 7,875 cm^2; C: 21 t.e.; 5,25 cm^2;
D: 33 t.e.; 8,25 cm^2; E: 24,5 t.e.; 6,125 cm^2.

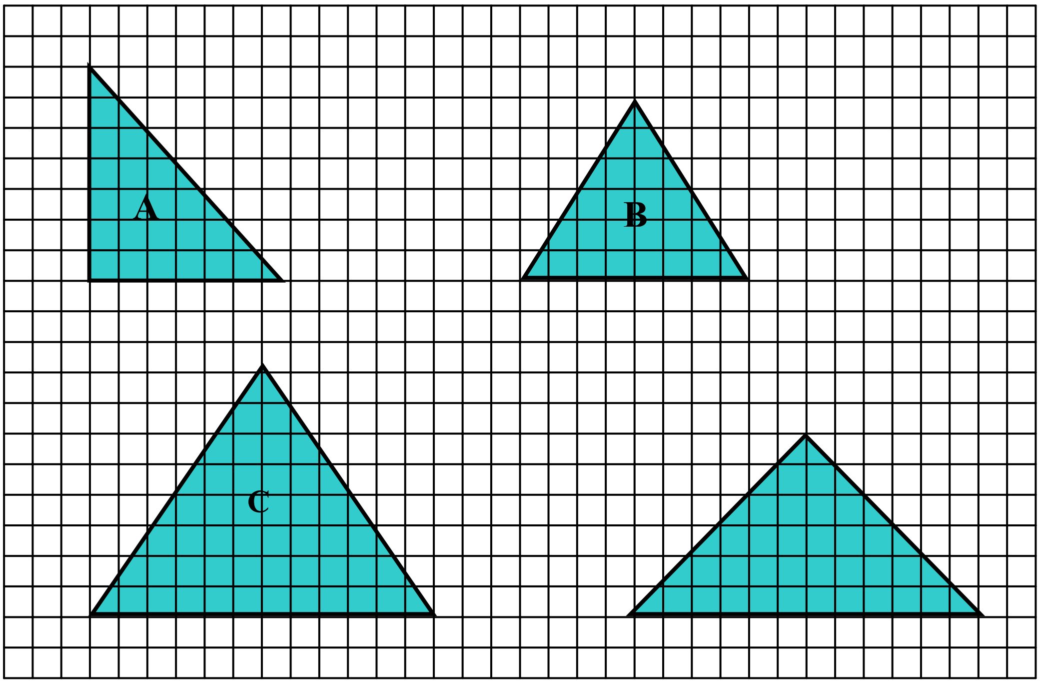


3. Válassz az asztalodon található háromszögek közül egyet! Mérd meg a háromszög kerületét! Hogyan tudnád leírni a matematika nyelvén a tükrös háromszög kerületének a kiszámítását?

A háromszögek kerületei: Hegyesszögű a = 8,5 cm; b = 17,7 cm; K = 43,9 cm;
Derékszögű: befogók 15,4 cm; átfogó 21,8 cm; K = 52,6 cm;
Tompaszögű: a = 19,5 cm; b = 12,5 cm; K = 44,5 cm;
Egyenlő oldalú: a = 14 cm; K = 42 cm.
$K = a + 2 \cdot b$

4. Vágj ki rajzlapból 4 db, az előző feladatban kiválasztott háromszöggel egybevágó háromszöget! Egyet ragassz be a munkafüzetedbe! Próbálj téglalapot létrehozni egy másik tükrös háromszög szétvágásával! Keress több megoldást! Ragaszd be a kapott téglalapokat a munkafüzetbe!

5. Mekkora a háromszögek területe? Egy kis négyzet területe a területegység. Fogalmazd meg, hogyan tudnád kiszámítani a tükrös háromszög területét!



A háromszögeket téglalappá kiegészítve, a területük a következő
A: 24,5 t. e B: 24 t. e. C: 48 t. e. D: 36 t. e.

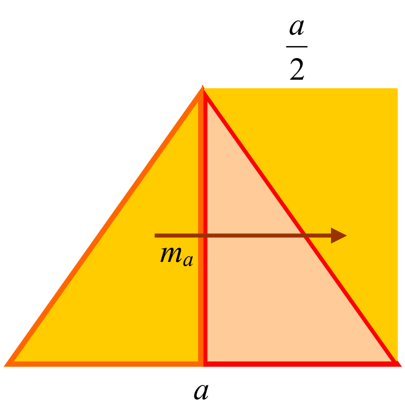
ÖSSZEGZÉS:

A derékszögű háromszög területe

A derékszögű háromszög területe fele egy olyan téglalap területének, amelynek oldalai a háromszög befogóival egyenlők, tehát a befogók szorzatának a fele a terület.

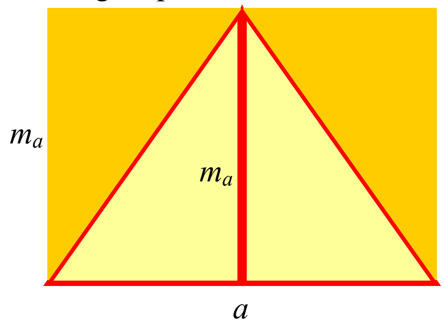
Tükrös háromszöge területe

Ha a tükrös háromszöget a szimmetriatengelye mentén kettévágjuk, két, egybevágó derékszögű háromszöget kapunk, melyekből téglalapot illeszthetünk össze.
A tükrös háromszög területe megegyezik annak a téglalapnak a területével, amelynek egyik oldala az egyenlő szárú háromszög alapjának a fele, másik oldala az alaphoz tartozó magasság.
A tükrös háromszögben az alaphoz tartozó magasságnak (m_a) nevezzük az alappal szemközti csúcsból az alapra bocsátott merőleges szakasz hosszát.



Egy másik módszer:

A tükrös háromszöget kiegészíthetjük téglalappá. A téglalap egyik oldala a háromszög alapja, a másik oldala a háromszög alaphoz tartozó magassága.
A tükrös háromszög területe fele a téglalap területének.



A tükrös háromszög területe az alap és az alaphoz tartozó magasság szorzatának a fele.

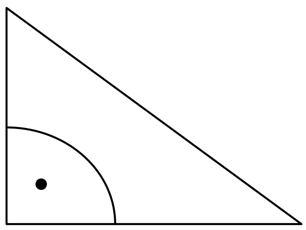
$$T = \frac{a \cdot m_a}{2}$$

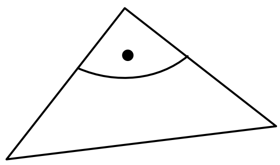
3. Kerület- és területkiszámítási feladatok

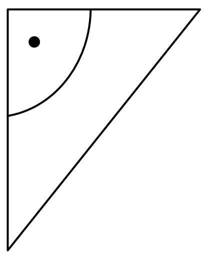
Az óra hátralévő részét gyakorlásra használjuk az idő és az osztály képességeinek függvényében! Ehhez használhatjuk a 5. feladatlapot, melyet egyénileg oldjanak meg, de a csoporton belül segítsenek egymásnak, illetve mi is tegyük ezt meg! A feladatlapon lévő feladatokkal differenciálhatunk is, a lassabban haladóknak adjuk az 1. 2. feladatokat, a gyorsabban haladók pedig az egész feladatlap megoldásával próbálkozhatnak. Természetesen továbbra is a téglalappá való átdarabolás módszerével történő terület meghatározást várjuk el, emellett ismerkedhetnek a kiszámítási képlettel is, de ennek ismerete nem minimumszint.

5. FELADATLAP

1. A szükséges adatok megmérése után határozd meg a derékszögű háromszögek kerületét, területét!

a) 

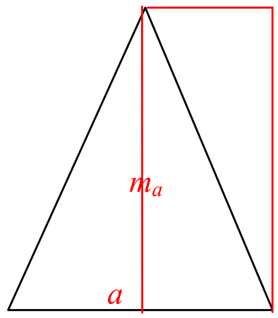
b) 

c) 

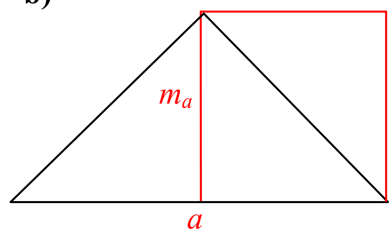
a) K = 30 mm + 40 mm + 50 mm = 120 mm
T = 30 mm · 40 mm : 2 = 600 mm^2
b) K = 36 mm + 25 mm + 25 mm = 86 mm
T = 25 mm · 25 mm : 2 = 312,5 mm^2
c) K = 25 mm + 31 mm + 40 mm = 96 mm
T = 25 mm · 31 mm : 2 = 387,5 mm^2.

2. A szükséges adatok megmérése után, számítsd ki az egyenlő szárú háromszögek területét!

a)



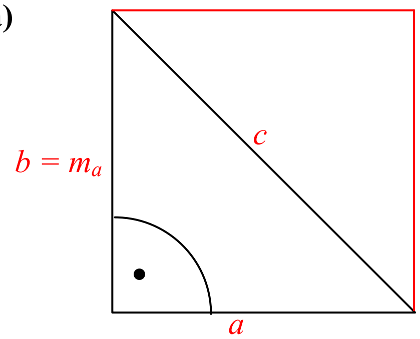
b)



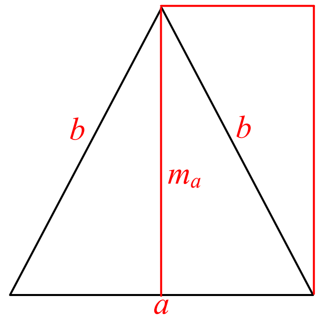
a) a = 3,5 cm m_a = 4 cm T = 7 cm²
b) a = 5 cm m_a = 2,5 cm T = 6,25 cm²

3. A szükséges adatok megmérése után számítsd ki a tükrös háromszögek kerületét és területét! Szerkeszd meg a szimmetriatengelyt is!

a)



b)



a) a = 4 cm $b = m_a$ = 4 cm c = 5,6 cm K = 13,6 cm T = 8 cm²
b) a = 4 cm b = 4,3 cm m_a = 3,8 cm K = 12,6 cm T = 7,6 cm²

4. Szerkeszd meg a derékszögű háromszöget! Mekkora a háromszög kerülete, illetve területe?

a) Az egyik befogó 6 cm az átfogó 7,5 cm. $m_a = b$ = 4,5 cm K = 18 cm; T = 13,5 cm².

b) Az egyik befogó 4 cm, a hozzátartozó magasság 3 cm. $m_a = b$ = 3 cm; c = 5 cm; K = 12 cm; T = 6 cm².

5. Szerkeszd meg az egyenlőszárú háromszöget! Mekkora a háromszög kerülete, illetve területe?

a) alapja 5 cm, az alapon lévő szögek 45°-osak?

b) alapja és az alaphoz tartozó magassága 4,5 cm ?

a) a = 5 cm $b = m_a \approx$ 3,5 cm K = 12 cm T = 8,75 cm²
b) a = 4,5 cm m_a = 4,5 cm $b \approx$ 5 cm K = 14,5 cm T = 10,125 cm²

6. A derékszögű koordináta-rendszerben adott egy A (4; 3) pont, amely egy tükrös háromszög egyik csúcsa. Add meg a háromszög hiányzó két csúcsának jelzőszámait, ha a háromszög területe 15 rácsegység, és a háromszög alapja az x vagy az y tengellyel párhuzamos! Keress több megoldást!

Pl.: B (1;–2) és C (7;–2); B (–2;–2) és C (4;–2) B (10;–2) és C (4;–2); stb.

Feladatgyűjtemény: 1–12. feladat

III. A deltoid területe

1. Ráhangolódás: A deltoid tulajdonságai

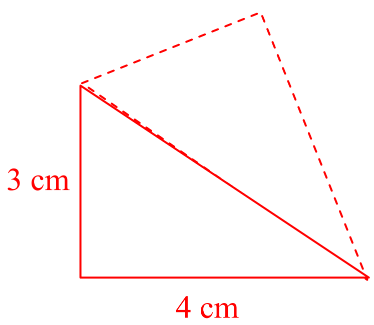
Bevezetőként elevenítsük fel a deltoiddal kapcsolatos ismereteket! A füllentős játék során minden csoport mond három állítást a deltoidról, melyekből kettő igaz, egy hamis, és a többi csoportnak el kell dönteni, melyik volt a hamis állítás. Így felidézhetjük a deltoidról eddig szerzett ismereteket! A játékos gyakorlás ideje max. 10 perc.

2. A konvex deltoid területe

A deltoid terület-meghatározásával folytathatjuk az órát a következőképpen! A csoport egyik fele, párban dolgozva derékszögű háromszögből (6. feladatlap 1. feladat), a csoport másik fele egyenlőszárú háromszögből tükrözéssel hoz létre deltoidot (6. feladatlap 2. feladat). Miután elkészültek a párok a feladattal, beszéljék meg a csoportok tapasztalataikat, hogyan lehetne meghatározni a deltoid, illetve a rombusz területét! Nagy valószínűséggel gyorsan rájön minden csoport, hogy a két közös alapú, egyenlőszárú háromszög területének összegével egyenlő a deltoid és a rombusz területe. Írjuk fel ezt a kiszámítási lehetőséget a táblára, a tanulók pedig a füzetükbe!
Osszunk ki minden csoportnak ollót, ragasztót, négyzetrácsos lapokat! A csoportban az egyik pár 6. feladatlap, 3. feladat oldja meg! A négyzetrácsos lapokra rajzoljanak 3 db deltoidot (szimmetriaátló 7 cm, a másik átló 5 cm, és ez az átló a szimmetriaátlót 3 cm illetve 4 cm-es részekre osztja, majd vágják ki ezeket! Egy deltoidot ragasszanak be a füzetükbe, a többi deltoidot pedig próbálják egyenként egy-egy téglalappá átalakítani, majd ragasszák be ezeket a téglalapokat is a munkafüzetükbe! A másik pár a 4. a) feladatban megadott rombusszal hajtsa végre ugyanezt a feladatot! A gyorsabban haladó páros, végezze el a 4. b) megadott négyzettel is az átdarabolást! Amikor készen vannak, egyeztessék a párosok a csoporton belül a tapasztalataikat, majd közösen is beszéljük meg, mi a kapcsolat a deltoid és a téglalap területe között, hogyan lehet a deltoid területét kiszámítani? A táblára is írjuk fel a deltoid területének kiszámítási lehetőségeit!

6. FELADATLAP

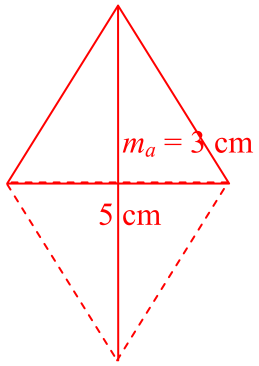
1. Szerkessz derékszögű háromszöget, melynek befogói 3 cm és 4 cm! Tükrözd a háromszöget az átfogójára! Milyen síkidomot kaptál? Számítsd ki a síkidom kerületét és a területét!



Deltoidot kapunk, oldalai 3 cm és 4 cm.
$K = 14$ cm
$T = 12\ cm^2$ kétszerese a derékszögű háromszög területének

2. Szerkessz egyenlőszárú háromszöget, ha alapja 5 cm, az alaphoz tartozó magassága 3 cm! Tükrözd a háromszöget az alapjára! Milyen síkidomot alkot az eredeti háromszög és a tükörképe? Hány szimmetriatengelye van?

Hogyan tudnád kiszámítani a síkidom területét? A szükséges adatok megmérése után számítsd is ki a területet!



Rombuszt kapunk, melynek oldala 3,9 cm, átlói 5 cm és 6 cm, ezért területe 15 cm^2. Két csúcson átmenő szimmetriatengelye van.

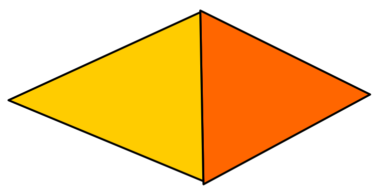
3. Négyzetrácsos lapra rajzolj 3 db deltoidot (szimmetriaátló 7 cm, a másik átló 5 cm, és ez az átló a szimmetriaátlót 3 cm, illetve 4 cm-es részekre osztja), majd vágd ki a deltoidokat! Egy deltoidot ragassz a füzetedbe, a többi deltoidot pedig próbáld egyenként egy-egy téglalappá átalakítani, majd ragaszd be ezeket a téglalapokat is a füzetedbe! Hogyan tudnád meghatározni a deltoid területét? Milyen kapcsolatban van a deltoid és a belőle származtatott téglalap területe között? Mekkorák a téglalap oldalai?
A téglalap egyik oldala 7 cm, vagyis a deltoid szimmetriaátlójával egyezik meg, a másik oldala 2,5 cm, vagyis a deltoid másik átlójának a felével egyezik meg. A téglalap és a deltoid területe megegyezik, T = 17,5 cm^2.

4. Ismételd meg a 4. feladatot
a) rombusszal (átlói 6 cm és 8 cm)! Határozd meg a rombusz területét!
T = 24 cm^2.
b) négyzettel (oldalai 5 cm-esek)! Határozd meg a négyzet területét a belőle létrehozott téglalap adatainak segítségével!
T = $a \cdot a$ = 25 cm^2. A négyzetből létrehozott téglalap oldalai kerekítve 7,1 cm és 3,5 cm, ezekkel az adatokkal a terület 24,85 cm^2 adódik. Hívjuk fel a figyelmet, hogy amennyiben ismert a négyzet oldala, akkor a területének kiszámítása pontosabb eredményt ad, ha az oldalak segítségével történik.

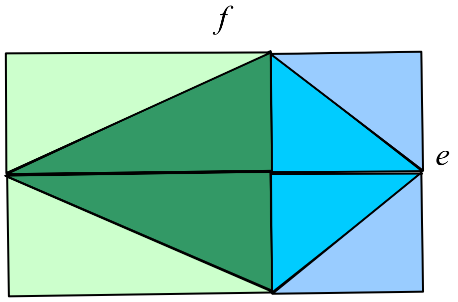
ÖSSZEGZÉS:

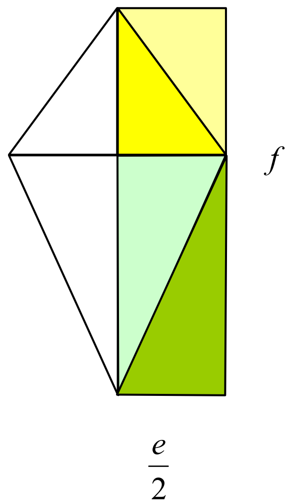
A konvex deltoid területe

A konvex deltoid területe felírható két, közös alapú egyenlőszárú háromszög területének összegeként.



A konvex deltoidot egy olyan téglalapba foglalhatjuk, melynek területe kétszerese a deltoidénak, oldalai pedig megegyeznek a deltoid átlóinak hosszával., illetve olyan téglalappá darabolhatjuk át ,melynek egyik oldala egyenlő a deltoid szimmetriaátlójának hosszával, másik oldala pedig a másik átló hosszának a felével egyezik meg.





A konvex deltoid területe kiszámítható átlói segítségével

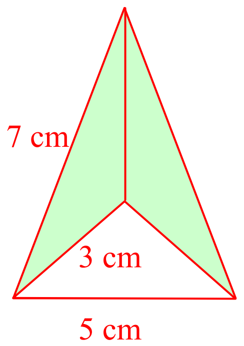
$$T = \frac{e \cdot f}{2}$$

3. A konkáv deltoid területe

A feldolgozás menete hasonló, mint a konvex deltoid esetében. Osszunk ki átlátszó papírt és négyzetrácsos lapokat, amennyiben a 2. részben kiosztottakból nem maradt! Először tompaszögű háromszög tükrözésének segítségével határozzák meg a csoportok a konkáv deltoid területét (7. feladatlap 1. feladat)! Ezután átdarabolással, vagy téglalapba foglalással is határozzák meg a konkáv deltoid területét (2. feladat)! Az átlátszó papír segítségével másolják át a négyzethálós lapra az 1. feladatban megszerkesztett két, közös alapú tükrös háromszöget, majd színezzék be a konkáv deltoidot (A közös alap illeszkedjék a négyzethálo valamelyik vonalára!) Ezután következhet a megfelelő átdarabolás, illetve a téglalapba foglalás. A konvex deltoid terület-meghatározásánál szerzett tapasztalatok birtokában bizonyoson könnyen rátalálnak a jó megoldásra. A kapott alakzatot ismét ragasszák be a füzetükbe!
Gyorsabban haladó osztályok, illetve csoportok a feladatlap 3. feladatát is megoldhatják, amelyben észrevehetjük, hogy a tompaszögű háromszög megfelelő tükrözésével (a tompaszög egyik szárára történő tükrözéssel) konkáv deltoidot állíthatunk elő.

7. FELADATLAP

1. Szerkessz közös alapra, az alap ugyanazon oldalára két egyenlőszárú háromszöget a következő adatokkal! A közös alap 5 cm, az egyik háromszög szárai 7 cm-esek, a másiké 3,5 cm-esek. Színezd be azt az alakzatot, amely a két háromszög különbségeként állítható elő! Mi a neve a beszínezett alakzatnak?
Hogyan tudnád kiszámítani a síkidom területét? A szükséges adatok megmérése után számítsd is ki a területet!



Konkáv deltoidot kapunk, melynek területe a két tükrös háromszög területének különbségével egyezik meg. A háromszögekben az alaphoz tartozó magasság 1,7 cm illetve 6,5 cm, a terület 4,25 cm^2 és 16,25 cm^2. A konkáv deltoid területe 12 cm^2.

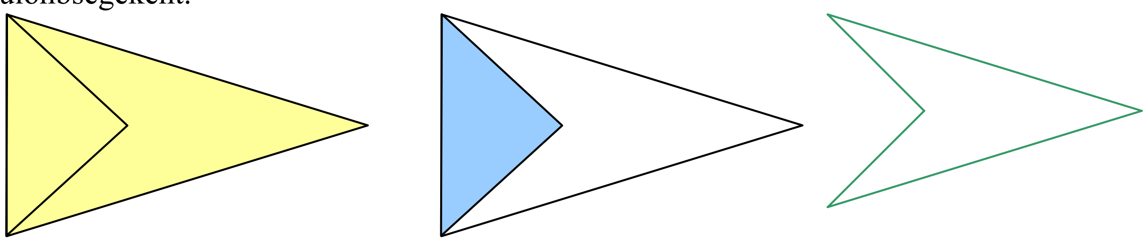
2. Átlátszó papír segítségével másold át a négyzethálós lapra az 1. feladatban megszerkesztett két, közös alapú tükrös háromszöget háromszor, majd színezd be a konkáv deltoidokat! (A közös alap illeszkedjék a négyzetháló valamelyik vonalára!) Ezután vágd ki a konkáv deltoidokat, és a kisebbik tükrös háromszöget is! Egy deltoidot ragassz a füzetedbe, a többi deltoidot pedig próbáld egyenként egy-egy téglalappá átalakítani, vagy próbáld a deltoidot téglalapba foglalni, majd ragaszd be a téglalapokat is a füzetedbe! Hogyan tudnád meghatározni a deltoid területét? Milyen kapcsolatban van a deltoid és a belőle származtatott téglalap területe között? Mekkorák a téglalap oldalai?
A konkáv deltoid területe felírható két közös alapú, egyenlő szárú háromszög területének különbségeként. A téglalap oldalai:

3. Szerkessz egyenlőszárú háromszöget, amelynek szárai 4 cm hosszúak, a szárszög 120°! Tükrözd a háromszöget az egyik szárára! Milyen síkidomot alkot az eredeti háromszög és a tükörképe? Hány szimmetriatengelye van?
Hogyan tudnád kiszámítani a síkidom területét? A szükséges adatok megmérése után számítsd is ki a területet!
Konkáv deltoidot kapunk, melynek területe kétszerese az eredeti háromszög területének, T = 14 cm^2. A háromszögben az alap 7 cm, az alaphoz tartozó magasság 2 cm.

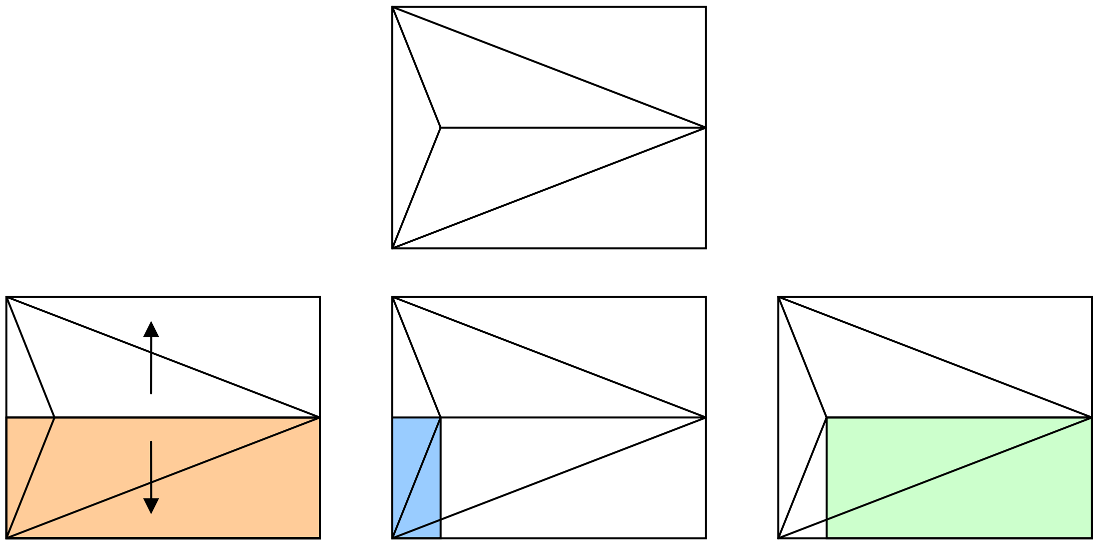
ÖSSZEGZÉS:

A konkáv deltoid területe

A konkáv deltoid területe felírható két közös alapú, egyenlő szárú háromszög területének különbségeként.



A konkáv deltoid ugyancsak befoglalható egy olyan téglalapba, melynek oldalai a konkáv deltoid átlóinak hosszával egyenlők és területe kétszerese a deltoid területének, illetve átdarabolható egy, a deltoid területével megegyező területű téglalappá, melynek oldalai a deltoid szimmetriaátlójával és a másik átló hosszának felével egyenlők.



4. Játék: Játsszunk deltoidokkal!

Amennyiben maradt még idő az órából, egy játékos gyakorlással is zárhatunk. A csoportok tagjai osszák ki egymás között a 3. tanári melléklet kártyáit, melyeken négyzet, rombusz illetve deltoid rajza található rácsozott háttérrel! A tanár mond egy információt (pl. Ennek a négyszögnek a területe 24 területegység), és akinél van az információnak megfelelő kártya, az feláll, miközben felmutatja kártyáját! A területegység egy rácsnégyszög területe (t. e.).
A következő területek fordulnak elő: 18; 24; 28; 30; 35; 36; 40; 42; 45; 48; 56; 64; 70; 72; 81; 104 területegység.

IV. Vegyes kerület- és területszámítási feladatok

1. Kerület-és területszámítási feladatok

Ebben az órában gyakorló feladatokat oldhatunk meg az előző órákon tanult alakzatok területével, kerületével kapcsolatosan. Ha a múlt óra végén nem volt már idő a játékos gyakorlásra, akkor most indítsunk azzal! Az elméleti tudnivalókat gyakorolhatjuk például a füllentős játékkal (lásd III./1.), vagy a diákkvártett módszerével. Az utóbbi esetén a csoportokon belül minden tanuló kapjon A,B,C vagy D jelet, tegyünk fel kérdéseket, vagy mondjunk igaz-hamis állításokat, amelyekre a helyes választ az általunk kijelölt csoport megfelelő jelű tanulója adja meg!
Példák kérdésekre:
A téglalap területét két oldalának összegével számíthatjuk ki. hamis
A derékszögű háromszög területe kiszámítható a befogói segítségével. igaz
A tükrös háromszög területének kiszámításához az alap és a hozzátartozó magasság szükséges. igaz
A tükrös háromszög területe megegyezik a befoglaló téglalap területének a felével. igaz
A deltoid területét kiszámíthatjuk az átlói segítségével. igaz
A konvex deltoid területét megkapjuk, ha a két tükrös háromszög területét kivonjuk egymásból. hamis

A terület kiszámításának gyakorlására a 8. feladatlap feladataiból illetve a feladatgyűjteményből válogathatunk. A feladatlapok segítségével differenciálhatunk, a lassabban haladók a feladatlap 1., 2. a) esetleg b) feladatát oldják meg, a gyorsabban haladók a többi feladatot is megoldhatják!

8. FELADATLAP

1. Szerkessz egyenlőszárú háromszöget, ha alapja 5 cm, szára 3 cm!
Tükrözd a háromszöget az alapjára! Milyen síkidomot alkot az eredeti háromszög és a tükörképe? Hány szimmetriatengelye van? Rajzold be őket! A szükséges adatok megmérése után számítsd ki a területet!
Rombuszt kapunk, melynek oldala 3 cm, átlói 5 cm és 3,3 cm, ezért területe 8,25 cm^2. Két csúcson átmenő szimmetriatengelye van.

2. Szerkeszd meg a deltoidot, ha

a) $e = 4$ cm,	$f = 7$ cm	T = 14 cm^2
b) $e = 3{,}5$ cm,	$f = 45$ mm;	T = 7,875 cm^2
c) $e = 25$ cm,	$f = 0{,}9$ dm	T = 112,5 cm^2

Az e és az f a deltoid átlói.
Darabold át a deltoidot téglalappá, s ennek segítségével határozd meg a deltoid területét!

3 Szerkessz rombuszt, melynek átlói 6 cm és 8 cm! Számítsd ki a területét!
Határozd meg a rombusz kerületét is!
Területe 24 cm^2. Oldalai 5 cm-esek, tehát kerülete 20 cm.

4. Szerkeszd meg a deltoidot, és a szükséges adatok megmérése után számítsd ki a területét és a kerületét!

a) A deltoid oldalai 3 cm és 5 cm, a két oldal által bezárt szög 120°;
b) A deltoid egyik oldala 3 cm, átlói 5 cm és 8 cm;
c) A deltoid szimmetriaátlója 7 cm, két szöge, melyen a tükörtengely áthalad 60° illetve 75°.

a) $e = 3{,}5$ cm $f = 7$ cm K = 16 cm T = 12,25 cm^2
b) A másik oldal 6,8 cm. K = 19,6 cm T = 20 cm^2
c) A deltoid oldalai 3,4 cm és 4,3 cm, a másik átló 3,2 cm. K = 15,4 cm. T = 11,2 cm^2.

5. Mekkora a téglalapba írt deltoidnak a területe, ha a téglalap oldalai
a) 28 cm és 45 cm?
b) 57 mm és 1,2 dm?
a) T = 630 cm^2 **b)** T = 3420 mm^2

6. Szerkessz szimmetrikus trapézt, amelynek alapjai 5,5 cm és 3,5 cm, magassága 3 cm. Számítsd ki a területét!
A húrtrapéz területe 13,5 cm^2.

Feladatgyűjtemény: 13-35. feladat

FELADATGYŰJTEMÉNY

1. Számítsd ki a téglalap kerületét és területét, ha oldalai

a) 6 cm és 8 cm;	K = 28 cm	T = 48 cm^2
b) 12 cm és 5 dm;	K = 124 cm	T = 600 cm^2
c) 10 cm és 2 dm 4 cm!	K = 68 cm	T = 240 cm^2

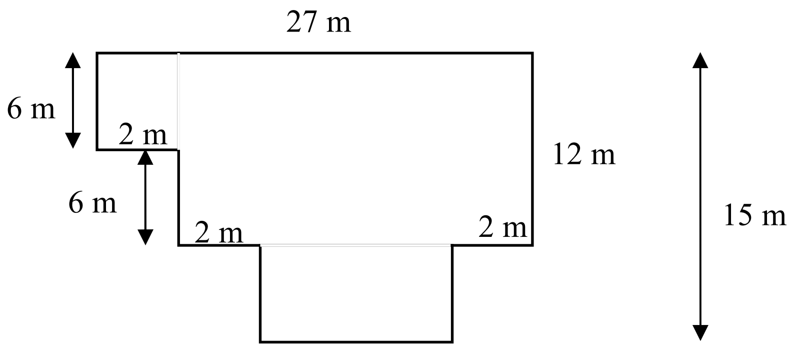
2. Mekkora a négyzet kerülete és területe, ha oldala 3 m 6 dm?
K = 144 dm; T = 1296 dm^2

3. Mekkora a téglalap ismeretlen oldala, ha
a) ismert oldala 65 cm, területe 52 dm^2? a = 80 cm
b) ismert oldala 15 dm, kerülete 5400 mm? a = 12 dm

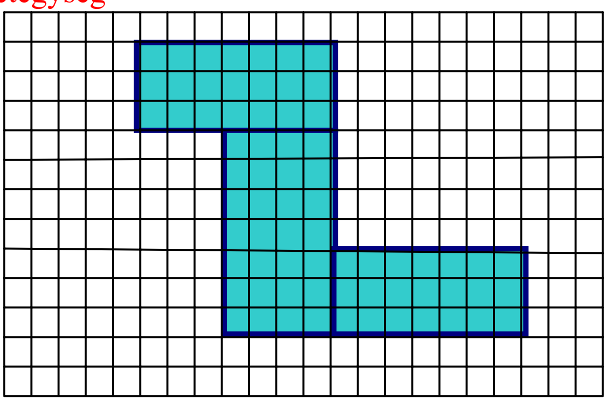
4. Számítsd ki a négyzet oldalát, ha
a) kerülete 480 cm! a = 120 cm
b) területe 400 cm^2! a = 20 cm

5. Végezd el a mértékváltásokat!
450 cm^2 = 45000 mm^2 = 4,5 dm^2 = 0,045 m^2
80 dm^2 = 8000 cm^2 = 800000 mm^2 = 0,8 m^2
0,012 m^2 = 1,2 dm^2 = 120 cm^2 = 12000 mm^2

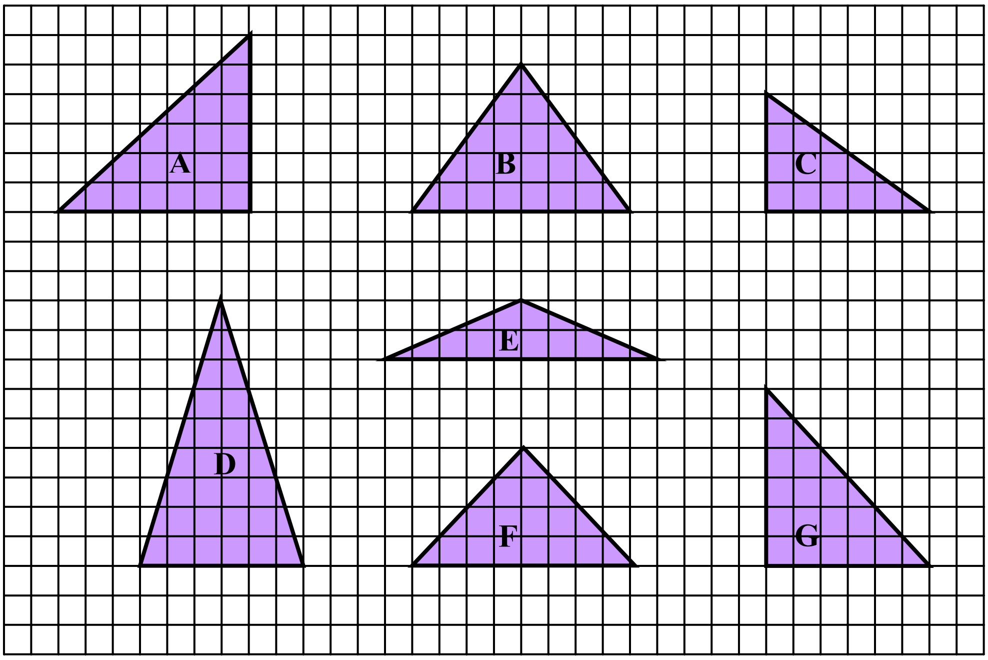
6. A rajz egy medence alaprajzát mutatja. Sajnos a tél folyamán feltöredezett az alja, ezért újból kell csempézni. Mekkora a csempézendő terület? Hány darab négyzet alakú csempét kell vásárolni, ha a csempe oldala 15 cm? Mennyibe fog kerülni, ha a csempe darabja 254 Ft?
T = 375 m^2. Egy csempe területe: 225cm^2; 3750000 : 225 = 16666,6 = 16667 db csempe kell, ami 4 233 418 forintba kerül.



7. Mekkora a területe a következő alakzatnak? A területegység egy rácsnégyzet területe.
70 (négyzetrács) területegység



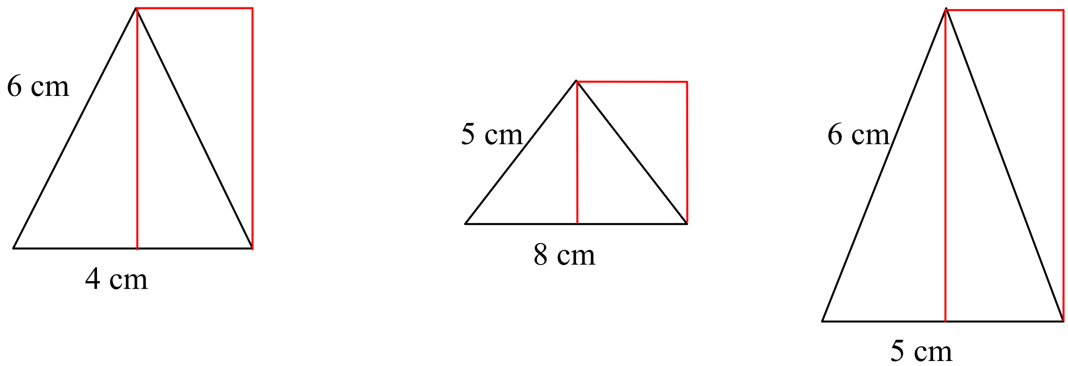
8. Területük alapján állítsd növekvő sorrendbe a következő háromszögeket!



A területek a következők:
A: 21 t. e. B: 20 t. e C: 12 t. e. D: 27 t. e. E: 10 t. e. F: 16 t. e.
G: 18 t. e.
A növekvő sorrend: E < C < F < G < B < A < D

9. Számítsd ki az egyenlőszárú háromszög területét, ha
a) alapja 4 cm, magassága 5 cm; $T = 10\ cm^2$
b) alapja 4,3 cm, magassága 33 mm! $T = 7{,}095\ cm^2$

10. Szerkeszd meg a háromszögeket, majd átdarabolással készíts belőlük téglalapot! A szükséges adatok megmérése után számítsd ki kerületüket, területüket!



K = 16 cm
$m_a = 5.6$ cm; $T = 11.2\ cm^2$

K = 18 cm
$m_a = 3$ cm; $T = 12\ cm^2$

K = 17 cm
$m_a = 5{,}5$ cm; $T = 8\ cm^2$

11. Egy négyzet alakú kert oldala 15 m. A kertész négyféle növényt szeretne benne termeszteni, ezért az átlók mentén kerítést épített.
Milyen alakú részekre osztotta a kertet? Számítsd ki az egyes kertrészek területét!
Egyenlőszárú, derékszögű háromszögekre, melyek területe a négyzet területének negyede, $225\ m^2 : 4 = 56{,}25\ m^2$.

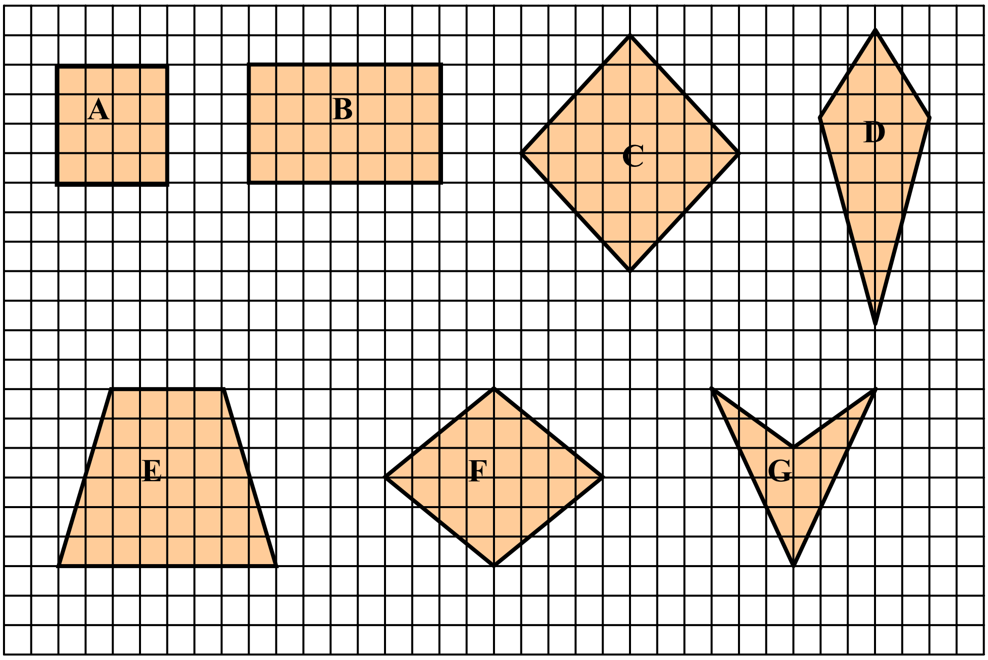
12. Jelölj ki a koordináta-rendszerben olyan egyenlőszárú háromszöget, amelynek az egyik csúcsa az A (3; –2) pont, a többi csúcsa is rácspont, alapja párhuzamos az x vagy az y tengellyel, és területe 12 kis rácsnégyzet! Keress minél több megoldást!
B (0; 2); C (–3; –2) vagy B (0, 2); C (0; –6) vagy B (6, 2); C (9, –2) stb.

13. Az alábbi állításokról döntsd el, melyik igaz, melyik hamis!

A deltoidnak van csúcson átmenő szimmetriatengelye:	igaz
Van olyan deltoid, melynek négy szimmetriatengelye van:	igaz
A deltoid átlói felezik egymást:	hamis
Nem minden négyzet rombusz:	hamis
A négyzet átlói szimmetriaátlók:	igaz
Ha egy rombusz átlói egyenlő hosszúak, akkor négyzet:	igaz
Nincs olyan deltoid, melynek két szimmetriatengelye van:	hamis
A négyzet olyan deltoid, melynek minden szöge, minden oldala egyenlő:	igaz

14. Egy egyenlőszárú háromszög alapja 8 cm. Az alapon lévő szögek 45°-osak. Tükrözd a háromszöget az alapjára! Milyen alakzatot határoz meg az eredeti háromszög és a tükörképe? Mekkora a területe?
A háromszög derékszögű, ezért alapjára tükrözve, egy négyzetet kapunk. A négyzet egyik átlójának hossza megegyezik a háromszög alapjával, vagyis 8 cm. A négyzet átlói egyenlő hosszúak, tehát ismerjük mindkét átlót, így a területet deltoidként kiszámítva 32 cm^2 adódik.

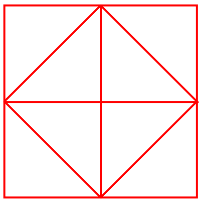
15. Határozd meg a négyszögek területét! Egy rácsnégyzet területe az egység.



A területek a következők:
A: 16 t. e. B: 28 t. e. C: 32 t. e. D: 20 t. e E: 36 t. e. F: 24 t. e.
G: 12 t. e.

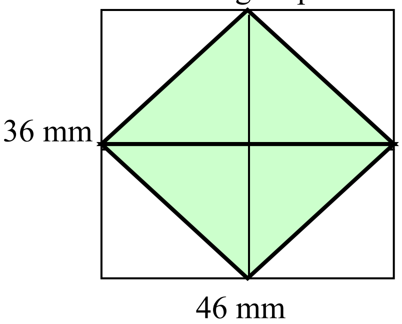
16. Szerkessz derékszögű háromszöget, melynek befogói 3 cm és 4 cm! Tükrözd a háromszöget az átfogójára! Milyen síkidomot kaptál? Számítsd ki a síkidom kerületét és a területét!
Deltoidot kapunk, melynek oldalai 3 cm és 4 cm, kerülete 14 cm, területe 12 cm^2.

17. Szerkessz négyzetet, melynek oldala 6 cm! Szerkeszd meg a négy oldal felezőpontját, és kösd össze a szomszédos felezőpontokat! Milyen négyszöget kaptál? Milyen hosszúak az átlói? Mekkora ennek a négyszögnek a területe? Határozd meg a területet többféleképpen!

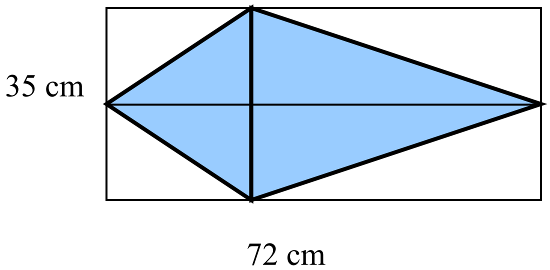


A négy felezőpont négyzetet határoz meg, melynek átlóinak hossza az eredeti négyzet oldalhosszúságával egyezik meg, tehát területe 12,5 cm^2.

18. Számítsd ki a téglalapba írt négyszögek területét!

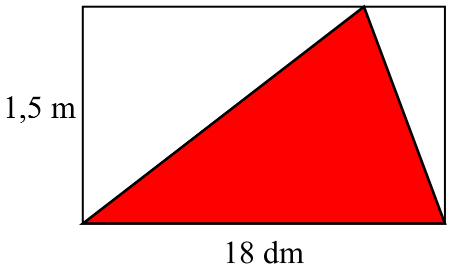


$T = 1656\ mm^2$

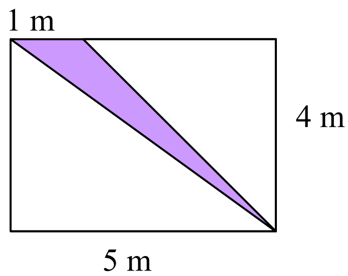


$T = 2520\ cm^2$

19. Számítsd ki a háromszögek területét!



$T = 135\ dm^2$



$T = 2\ m^2$

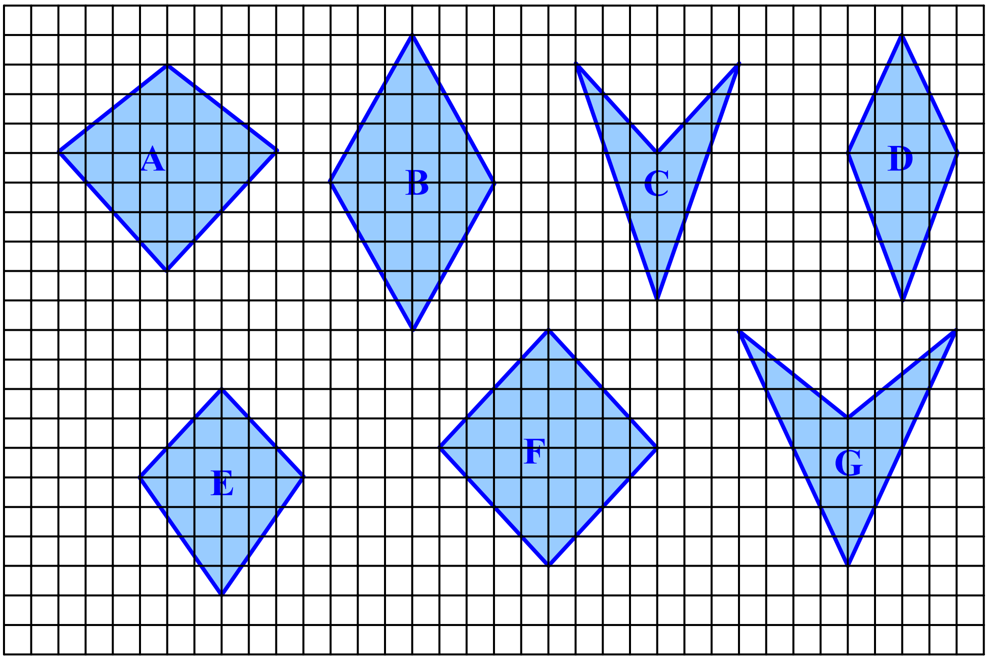
20. Határozd meg a deltoid területét, ha átlóik

a) 5 cm és 8 cm; $T = 20\ cm^2$

b) 35 mm és 2 cm; $T = 3,5\ cm^2$

c) 660 mm és 1,8 m! $T = 5940\ cm^2$

21. Területük alapján állítsd csökkenő sorrendbe a következő deltoidokat! Egy rácsnégyzet a területegység.



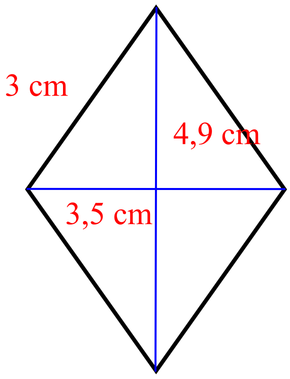
A területek a következők:
A: 28 t.e B: 30 t.e. C: 15 t.e D: 18 t.e E: 21 t.e. F: 32 t.e G: 20 t.e.
A csökkenő sorrend: F > B > A > E > G > D > C

22. Szerkeszd meg a deltoidot, és a szükséges adatok megmérése után számítsd ki a kerületét és a területét!

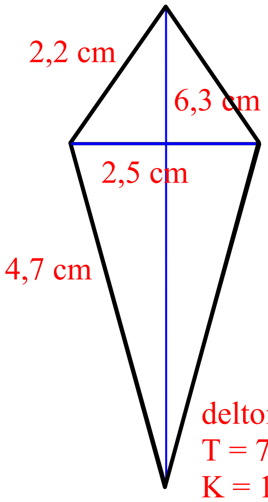
a) oldalai 3 cm és 5 cm, szimmetriaátlója 7 cm;
K = 16 cm e = 3,5 cm T = 12,25 cm^2.

b) a szimmetriaátlója 8 cm, két szöge, melyen a szimmetriaátló áthalad 60° és 30°!
a = 3 cm b = 5 cm K = 16 cm e = 3 cm T = 12 cm^2.

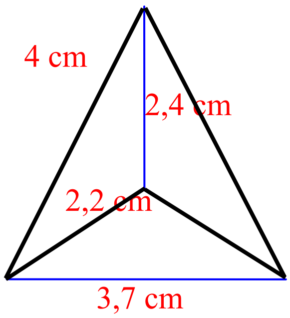
23. A szükséges adatok megmérése után, számítsd ki a négyszögek kerületét, területét!



Rombusz
T = 8,16 cm^2
K = 12 cm



deltoid
T = 7,875 cm^2
K = 13,8 cm



deltoid
T = 4,44 cm^2
K = 12,4 cm

24. Szerkeszd meg a rombuszt, és számítsd ki a területét (mérd meg a szükséges adatokat), ha

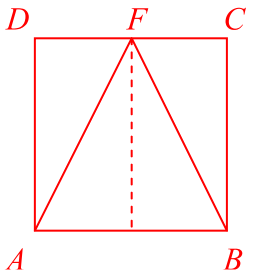
a) átlói 5 cm és 6 cm; T = 15 cm^2

b) oldala 4 cm, egyik szöge 75°! A rombusz átlói 5 cm és 6,5 cm, tehát T = 16,25 cm^2

25. Szerkeszd meg azt a deltoidot, melynek átlói 4 cm hosszúak? Milyen deltoidot kaptál? Számítsd ki a területét kétféleképpen!
Négyzetet kapunk. Területe kiszámítható az oldalaiból illetve az átlóiból: T = 8 cm$^{2.}$ A négyzet oldala 2 cm.

26. A rombusz egyik átlója 10 cm. Hogyan változik a rombusz területe, ha a másik átlója 2 cm, 4 cm, 6 cm, 8 cm, 10 cm?
A rombusz területe kétszeresére, háromszorosára, négyszeresére, ötszörösére növekszik.

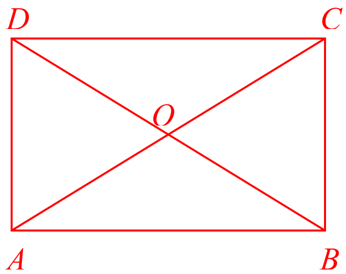
27. Egy négyzet egyik oldalának felezőpontját összekötjük a szemközti két csúccsal. Milyen alakzatokat kaptál? Ezek területe hányadrésze a négyzet területének? Számítsd ki az egyes területeket, ha a négyzet oldala 14 cm!



Két derékszögű háromszöget (*AFD, BCF*), és egy egyenlő szárú háromszöget (*ABF*) kapunk, melyek területe negyede illetve fele a négyzetének, 49 cm^2 és 98 cm^2. A négyzet területe 196 cm^2.

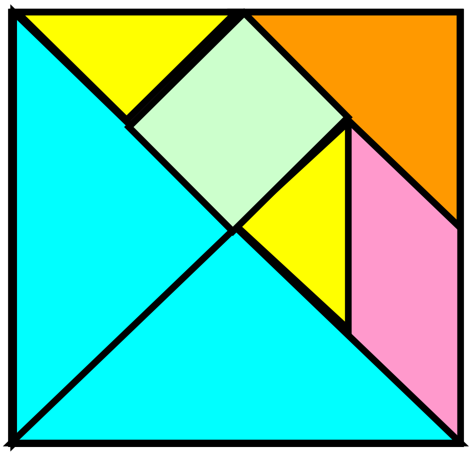
28. Hogyan változik a négyzet területe, ha oldalát kétszeresére, háromszorosára, négyszeresére növeljük?
A terület négyszeresére, kilencszeresére, tizenhatszorosára növekszik.

29. Rajzolj téglalapot 4 cm és 8 cm oldalakkal! Rajzold meg az átlóit! Milyen síkidomokat kaptál? Mekkora ezeknek a síkidomoknak a területe?

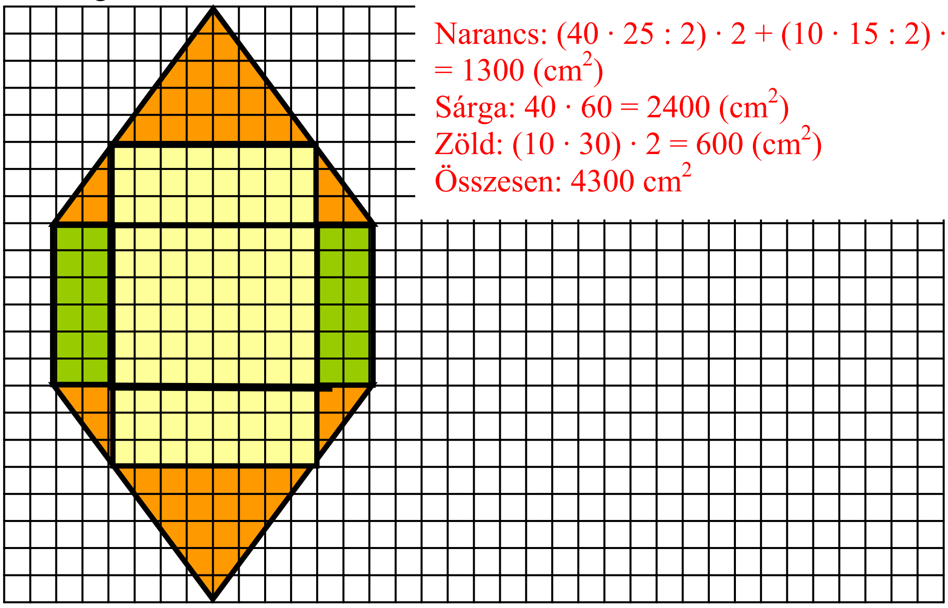


Négy egyenlőszárú háromszöget kapunk, közülük kettő-kettő egybevágó. *ABO* és *CDO* magassága fele a *BC* oldalnak, 2 cm; területük 8 cm^2.
AOD és *BCO* magassága az *AB* oldal fele, 4 cm, területük 8 cm^2. Tehát a négy háromszög területe egyenlő.

30. A Tangram nevű kirakós játék elemeiből rakj ki
a) húrtrapézt
b) deltoidot
c) téglalapot! (Nem kell minden elemet felhasználnod!)
Milyen fajta négyszöget tudsz kirakni, ha az összes elemet felhasználod?



31. Hány m^2 üveget használtak fel ehhez a színes ablakhoz? 1 rácshossz a valóságban 5 cm-nek felel meg.



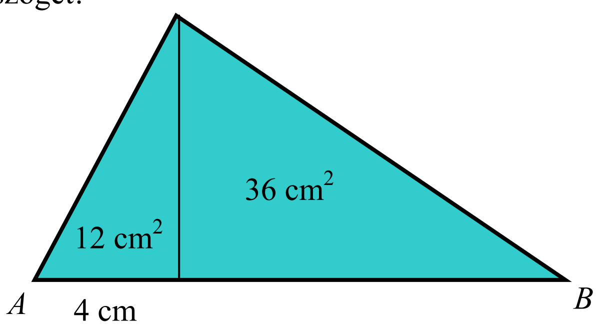
Narancs: $(40 \cdot 25 : 2) \cdot 2 + (10 \cdot 15 : 2) \cdot 4 =$
$= 1300$ (cm^2)
Sárga: $40 \cdot 60 = 2400$ (cm^2)
Zöld: $(10 \cdot 30) \cdot 2 = 600$ (cm^2)
Összesen: 4300 cm^2

32.

a) Számítsd ki az *AB* oldal hosszát!

b) Szerkeszd meg a háromszöget!

AB = 12 cm



33. Egy téglalap alakú szántóföld méretei: 3 km és 4,5 km. A szántóföldet az átlója mentén két részre osztották, az egyik részt pihentették, a másikat bevetették búzával. Hány hektár területen termelnek búzát? Hányad része ez a terület az eredeti téglalapnak?

6,75 km^2 = 675 ha. A búzával bevetett terület fele az eredetinek.

34. Egy rombusz alakú virágágyást átlóival négy részre osztottak, az egyes részekbe piros, fehér, kék és sárga színű virágokat ültettek.

a) Mekkora a különböző színű virágos részek területének aránya? Egyenlő. Negyede az eredeti területnek az egyes részek területe.

b) Mekkora része a kék és sárga virágágyás együttes területe az egész virágágyás területéhez képest? A fele.

c) Mekkora az egyes részek területe, ha az eredeti ágyás átlói 0,4 km illetve 630 m? Fejezd ki a területet km^2-ben, m^2-ben és hektárban! 0,0315 km^2 = 31500 m^2 = 3,15 ha.

35. Szerkessz húrtrapézt! A szükséges adatok megmérése után számítsd ki a kerületét és a területét!

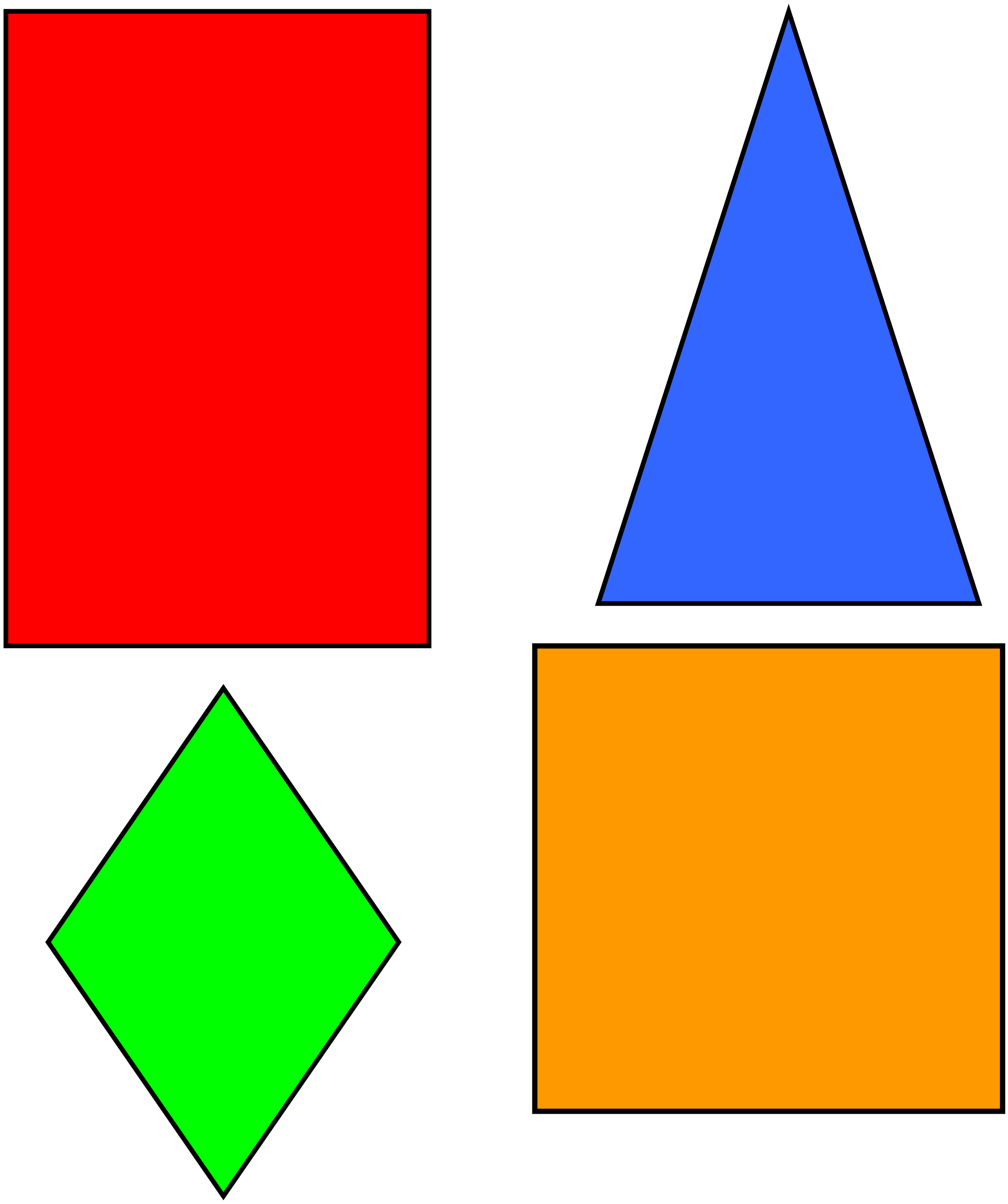
a) alapja 5 cm, az alapon lévő szög 60°, szára 2,5 cm. c = 2,3 cm; K = 12,3 cm; m_a = 2,1 cm; T = 7,665 cm^2.

b) alapja 6,3 cm, magassága 4 cm, szára 4,1 cm. c = 4,7 cm; K = 19 cm; T = 22 cm^2.

c) A húrtrapéz köré írható kör sugara 4 cm, egyik alapja 6 cm, magassága 3,5 cm. $b = d$ = 3,7 cm; c = 7,8 cm; K = 21,2 cm; T = 24,15 cm^2.

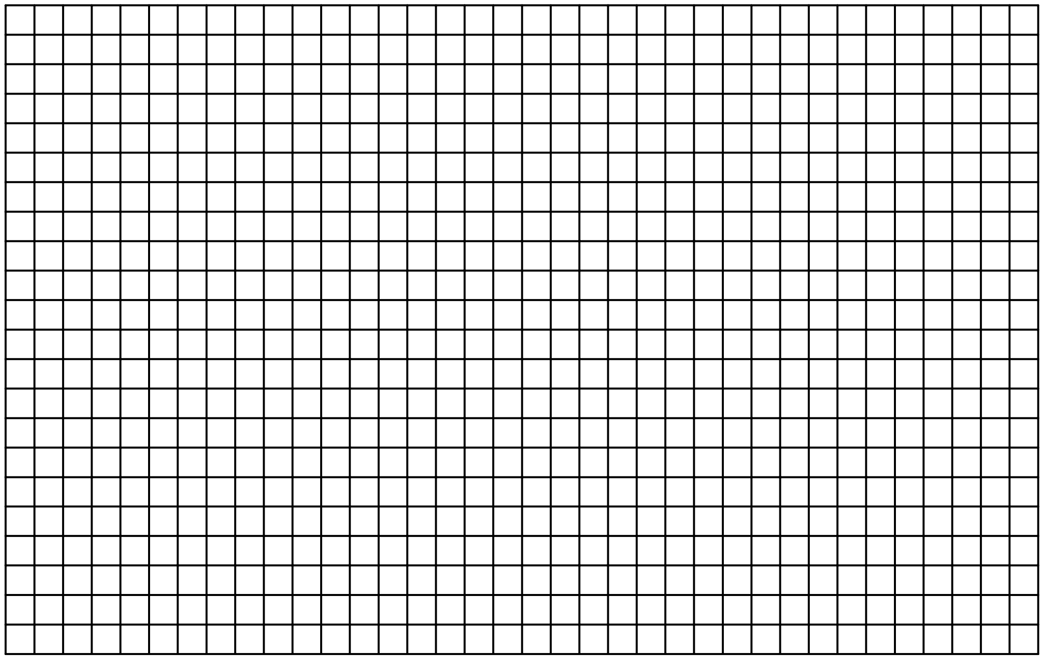
1. a) tanári melléklet

8 db, a készletből csoportonként 1 db szükséges fóliára nyomva ebben a méretben, színesben.



1. b) tanári melléklet

Kartonlapra nyomtatva 8-8 db (minden csoportnak 1-1 db a három méretből) az I. II. III. számú négyzetrácsokból



II.

III.

2. tanári melléklet – Terület kártyakészlet

8 db, csoportonként 1 készlet (32 kártya), kartonlapra nyomva, ebben a méretben, kivágva.

10 cm^2	1 m^2	2,5 dm^2	360 mm^2
1000 mm^2	100 cm^2	25000 mm^2	3,6 cm^2
1 cm^2	1 dm^2	2 m^2	4500 cm^2
100 mm^2	100 cm^2	200 dm^2	45 dm^2

3,2 m^2	**46 cm^2**	**8 mm^2**	**80 cm^2**
320 dm^2	**0,46 dm^2**	**0,08 cm^2**	**0,08 dm^2**
0,46 m^2	**2 cm^2**	**25 cm^2**	**150 mm^2**
4600 cm^2	**200 mm^2**	**0,25 dm^2**	**0,015 dm^2**

3. tanári melléklet: Területkártyák

8 db, csoportonként 1 db (2 oldal), kartonlapra nyomva ebben a méretben, szétvágva alakzatokra.