0662. MODUL

SÍKIDOMOK

Kör és szög

Készítette: Takácsné Tóth Ágnes

MODULLEÍRÁS

A modul célja	A körrel kapcsolatos fogalmak ismétlése. A körvonal és körlemez, mint adott tulajdonságú pontok halmaza. A kör húrja. Középponti szögek. Szög törtrészének szerkesztése. A háromszögek, négyszögek belső és külső szögei, belső szögek összege tapasztalatok gyűjtése az észrevételek megfogalmazása. 60 fokos szög szerkesztése
Időkeret	4 óra
Ajánlott korosztály	6. osztály
Modulkapcsolódási pontok	*Ajánlott megelőző tevékenység:* 5. osztály: Alakzatok 0521–0523; Ponthalmazok 0571–0576; 6. osztály: Tengelyes tükrözés 0631–0633; Számok és műveletek 0651–0654; Adott tulajdonságú ponthalmazok 0661 *Ajánlott követő tevékenység:* 6. osztály: Háromszögek, nevezetes vonalak 0663; Háromszögek és négyszögek szerkesztése 0664; 7. osztály: A kör kerülete, területe 0763–64.
A képességfejlesztés fókuszai	*Számolás, becslés*: Háromszög szögösszegének tapasztalati úton történő megállapítása, szögszámítások, mértékváltási feladatok. *Rendszerezés, kombinativitás*: a szerkesztés menete, középponti szögek összehasonlítása, megszerkeszthető szögek. *Deduktív, induktív következtetés*: egyszerű következtetési feladatok megoldása, igaz-hamis állítások, adott tulajdonság alapján pontok keresése, tulajdonság és definíció megkülönböztetése, érvelés általánosan vagy ellenpéldával. *Kommunikációs készség, szövegértés*: pontos fogalomalkotás, definíció megfogalmazása.

AJÁNLÁS:

Az órákon vegyesen érdemes alkalmazni a frontális, egyéni és csoportmunkát, kooperatív tanulásszervezési eljárásokat. A csoportokban négyen dolgozzanak! Fontos, hogy a csoportokban teljesüljön az egymás véleményének tiszteletben tartása, türelem a másik meghallgatására, a vita pozitív menete. „Ne a hangerő, hanem a megfelelő érv döntsön!” Ezek betartása, gyakorlása messzemenően érvényesül más területeken is. Az itt szereplő tananyag egy része már ismert, ezért fontos, hogy ezeket az ismereteket elmélyítsük, rögzítsük. Emellett új fogalmak kerülnek elő, nélkülözhetetlen ezek megtapasztalása, felismerése mind csoportos, mind egyéni munkában. Frontális munka keretében pontosítjuk a fogalmakat. Lényegesnek tartom, hogy mindig éreztessük a gyerekekkel, hogy az órán megismert, általunk felkínált megoldás, gondolatmenet nem az egyetlen, emellett más eljárások, stratégiák is léteznek, és egyenértékűek lehetnek. Fontos az eszközhasználat megerősítése, ezáltal munkájuk egyre pontosabb kell, hogy legyen, tudjanak különbséget tenni rajzolás és szerkesztés között.

TÁMOGATÓ RENDSZER:

Mértani eszközök, feladatlapok, feladatgyűjtemény.

ÉRTÉKELÉS:

Mind az egyéni, mind a csoportmunkát folyamatosan értékeljük szóban, adjunk pozitív megerősítést, emellett hívjuk fel a figyelmet a hibákra és a hiányosságokra, de ez ne szegje kedvét a tanulóknak. A gyerekek egymást is értékeljék.

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök Feladatok
I. A körrel kapcsolatos fogalmak ismétlése			
1. a)	Ráhangolódás: Mese a körök városáról	Emlékezőképesség;	1. a) tanári melléklet: alakzatkártyák, b) Mese a körök városáról
1. b)	A körrel kapcsolatos fogalmak ismétlése; A körvonal és a körlap, mint adott tulajdonságú ponthalmaz	Rajzkészség, deduktív, induktív következtetés.	2. tanári melléklet: definíciókártya 1. feladatlap 1. 2. feladat
2.	Diákkvártett a körrel kapcsolatos fogalmakból	Emlékezőképesség, szövegértés, következtetések.	1. feladatlap 3. 4. feladat, körző, vonalzó
3.	„Kekec” játék	Rendszerező képesség, következtetések, szöveg értelmezése.	1. feladatlap 5. feladat, körző, vonalzó
4.	Szerkesztési feladatok	Rendszerező képesség, rajzkészség, szöveg értelmezése.	2. feladatlap, körző, vonalzó

II. Középponti szögek			
1.	A középponti szögek létrehozása, összehasonlítása: hajtogatással	Becslés, összehasonlítás, induktív, deduktív következtetés.	Papír-körlapok, olló, 3. feladatlap 1. feladat
2.	Stafétajáték	Figyelem, következtetések.	3. feladatlap 2. feladat
3.	Szögmásolás	Rendszerező képesség, rajzkészség, következtetés.	Körző, írólap, átlátszó lap, 4. feladatlap 1. 2. feladat
4.	Adott nagyságú szögek összeadása, kivonása szerkesztéssel	Becslés, mérés, eszközhasználat.	Szögmérő, 4. feladatlap 3. 4. 5. feladat

III. A háromszögek és négyszögek belső és külső szögei (szögösszegek)			
1.	Háromszögek tulajdonságai, csoportosítása	Megfigyelő és rendszerező képesség, megfigyelőképesség.	3. tanári melléklet: Háromszögkészlet; 4. tanári melléklet: táblai feliratok; vonalzó, színesek; 5. feladatlap
2.	A háromszögek belső és külső szögei és a belső szögek összege	Következtetés, számolás, elvonatkoztatás	6. 7. feladatlap, 5. tanári melléklet vagy sík- és térmértani modellező készlet, írásvetítőn kivetített háromszög
3.	A négyszögek belső és külső szögei	Következtetés, megfigyelőképesség, rendszerező képesség	8. 9. feladatlap, 6. tanári melléklet; 0664. modul 1. tanári melléklet, sík- és térmértani modellező készlet vagy 3. tanári melléklet háromszögkészlete

IV. Szög törtrészének szerkesztése

1.	A szög mértékegységei (ismétlés)	Emlékezőképesség, következtetések	Körző, vonalzó. 10. feladatlap
2.	A szögtartomány szimmetriája (ismétlés)	Becslés, mérés Deduktív, induktív következtetés.	Körző, vonalzó, 11. feladatlap, 1. feladat
3.	Szög törtrészének szerkesztése (60°-os szög szerkesztése)	Induktív, deduktív következtetés; rendszerezés.	Körző, vonalzó, 11. feladatlap, 2. 3. 4. feladat
4.	Megszerkeszthető szögek (tablókészítés)	Induktív, deduktív következtetés; rendszerezés, megfigyelőképesség, emlékezőképesség	Körző, vonalzó, olló, A4-es papír, ragasztó, színesek, 11. feladatlap 5. feladat

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. A körrel kapcsolatos fogalmak ismétlése

Bevezetésként két lehetőséget ajánlunk, mindkettő célja a körrel kapcsolatos fogalmak felelevenítése. Az a) részben a fogalmak összegyűjtése történik, míg a b) részben a definíciókártyák segítségével feleleveníthetjük a fogalmak tartalmát is. Választásunkat döntse el az adott osztály összetétele, érdeklődése! Amennyiben csak az a) részt választjuk, feltétlenül beszéljük meg a táblára felkerült fogalmak jelentését! Természetesen mindkettőt is választhatjuk. Azokban az osztályokban, ahol úgy látjuk nincs szükség ilyen mérvű átismétlésre, ott elegendő az 1. feladatlappal megtenni a felidézést.

1. a) Ráhangolódás: Mese a körök városáról!

Az óra első részében minden tanuló kap egy kártyát, amelyen elsősorban a körrel kapcsolatos alakzat rajza szerepel (1. a) tanári melléklet). A tanár elmesél egy történetet, a gyerekek pedig figyelik, hogy mikor hangzik el a kártyájukon szereplő alakzatnak a neve, vagy az alakzattal kapcsolatos információ. Amikor ez megtörtént, felteszik a táblára a kártyájukat, pl. gyurmával. A kártyák között azonosak is lehetnek, hiszen az alakzatok száma általában kevesebb, mint az osztály létszáma. A mellékletben 22 db kártyán található különböző alakzatrajz, 10 db kártya üres, erre tetszés szerint rajzolhatunk olyan ábrát, melyből szeretnénk, ha több azonos lenne. Ebben az esetben egyszerre többen teszik fel a táblára a kártyájukat. Előfordulnak átfedések is, pl.: Az egyenes és egyenes vonal, valamint a kör illetve a körvonal rajza megegyezik, ezért ezek bármelyikének elhangzásakor természetesen mindketten feltehetik kártyájukat, de beszéljük meg, hogy a kör szóval a körvonalat illetjük, bár érthetnénk rajta körlapot is. A pontosság kedvéért mindig emeljük ki, amikor a teljes körlapra gondolunk. A mese végére minden kártya a táblára kerül, hagyjuk is fent őket az egész órán.
A kártyákon a következő alakzatok rajza szerepel (1. a) tanári melléklet):
Kör, sugár, körvonal, félkörív, körszelet, átmérő, érintő, félkörlap, húr, körcikk, körgyűrű, szelő, egyenes, körlap, középpont, körző, körív, szakasz, félgömb, gömb, görbe vonal, egyenes vonal.
A felolvasandó mese (1. b) melléklet):
A 6. b. osztály kirándulni ment a hegyekbe. Elindultak a térképen jelölt ösvényen. Szép volt az idő, az erdő rengeteg látnivalót rejtett, így aztán észre sem vették, hogy eltévedtek. Mire feleszméltek már azt sem tudták hol vannak, pedig igyekezniük kellett, mert sötétedni kezdett.
– Most mi tévők legyünk? – kérdezte Zsuzsi.
– Feltétlenül találnunk kell éjszakai szállást! - válaszolta Kálmán bácsi. - Peti, te jól tudsz fára mászni, nézz körül, hátha észreveszel valamit!
Peti felmászott a legközelebbi **egyenes** fára, és körbe tekintett. Szerencsére észrevette, hogy nem túl messze fények világítanak. El is indultak, gondolták, ahol fény van, ott csak tudnak valami éjszakai szállást biztosítani. Nem sokára egy városhoz érkeztek. Magas fal vette körül, a falnak a felső részén különböző méretű **körív**ek kapcsolódtak egymáshoz. A városkapu egy nagy **körlap**ra emlékeztetett, mintha egy óriási **körző** segítségével rajzolták volna meg. Bementek a városba, ahol egy széles utcán gyorsan bejutottak a **középpont**ba, ami egy **kör** alakú tér volt, s a házakon minden vonal egy **körvonal** része volt. Ezen igen csak elcsodálkoztak, ilyen városban még nem jártak.

– Milyen érdekes hely ez! De hol vannak az emberek? Nem lakik itt senki? - kérdezgették egymástól, hiszen útjuk során egy teremtett lélekkel sem találkoztak. Elhatározták, hogy felderítik a terepet. Észrevették, hogy a térből **sugár** irányban indulnak ki az utcák. Kálmán bácsi javaslatára kisebb csoportokba rendeződtek, majd minden csoport elindult egy-egy utcán. Nemsokára mindenki visszatért felderítő útjáról, és elmesélték egymásnak, mit láttak.
– A mi utcánkban találtunk egy cukrászdát, de be volt zárva, pedig finomabbnál finomabb torták kínálták magukat a kirakatban, és minden torta **körcikk**ekre volt vágva. Gondolhatjátok, hogy megkóstoltuk volna! – mesélte Viki.
– Mi nem találtunk mást csak egy parkot. – folytatja Kinga. Körbe jártuk, először egy **félkörív,** majd egy **szakasz** mentén haladtunk.
– Akkor az a park **körszelet** alakú! – kiáltott fel Tomi. – Ezek szerint nemcsak **görbe vonal** akad ebben a városban!
– Úgy látszik, nem lakik ebben a városban senki, hiszen mi sem találkoztunk egyetlen emberrel sem! – mondta Dóri.
– Furcsa, hogy ennyire kihalt a város, hiszen minden olyan szép, tiszta, nem tűnik elhanyagoltnak. Ráadásul felfedeztünk egy gyönyörű virágágyást, teli szebbnél szebb virágokkal, melyek szín szerint voltak elkülönítve. Minden szín egy-egy **körgyűrű**t alkotott. – mesélte Tamara.
– Feltűnt nektek is, hogy az utcák csak **félkörlap**okkal vannak kikövezve? – kérdezte Márk?
– Odanézzetek! – kiáltott fel Gabi, és a tér közepére mutatott. Hirtelen mindannyian odanéztek, ugyanis halk zúgással egy hatalmas **gömb** emelkedett ki a földből, majd lassan megállt, és kettévált. A felső **félgömb** felemelkedett, és a levegőben lebegett. Az egész osztály odasereglett, és ámulva látták, hogy az alsó félgömb tetejét alkotó félkört több szakasz osztja részekre, melyek között volt egy, amely áthaladt a középponton. Ez az **átmérő** hirtelen megnyílt, és csak úgy özönlöttek ki az emberek a nyíláson. A többi **húr** pedig különböző színben kezdett fényleni. Mire a gyerekek felocsúdtak, már körbe is vették őket az emberek, akik boldogan nevetve mesélték el, hogy hála a gyerekeknek, megtört az átok, amely a gömbbe zárta őket. Történt ugyanis, hogy a városba tévedt **Érintő**, a gonosz varázsló, segédjével, **Szelő**vel. Érintő nem bírta elviselni az **egyenes vonal** látványát, ezért megátkozta a várost, s az emberek mindaddig nem szabadulhattak börtönükből, amíg valaki a városba nem téved, és kimond legalább tíz olyan szót, ami kapcsolatos a körrel, vagy a gömbbel. Most végre ez megtörtént, nincs hatalma többé Érintőnek a város felett. Természetesen minden épület visszakapta eredeti formáját.
Hálából egy fantasztikus ünnepséget rendeztek a gyerekeknek, majd másnap megmutatták a hazavezető utat. Bőségesen ellátták őket élelemmel, nehogy hazáig megéhezzenek.
A gyerekek még hosszú idő múlva is sokat meséltek erről a kalandjukról.

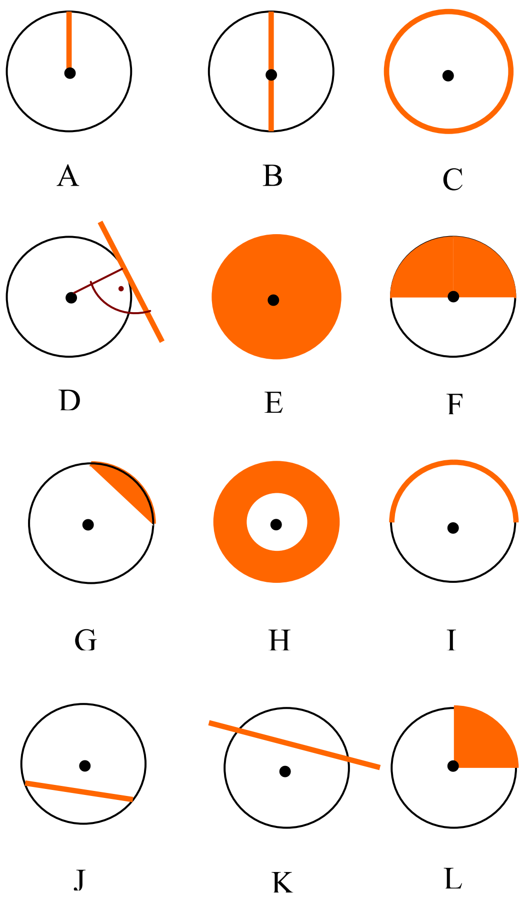
1. b) A körrel kapcsolatos fogalmak ismétlése; a körvonal és a körlap, mint adott tulajdonságú ponthalmaz

A körrel kapcsolatos fogalmak átismétléséhez használjuk a definíciókártyákat, minden csoportnak osszunk ki egy-egy definíciókártya-készletet (2. tanári melléklet), amelyek egyik oldalán megtalálhatók a tanult alapfogalmak, a hátoldalán a megfelelő rajz. A feladat, hogy tegyék le az asztalra a kártyákat a rajzos oldalukkal felfelé, a csoporton belül párokba rendeződve, az egyik tanuló választ egy kártyát, a párjának csak a rajzot mutatva, ellenőrzi, hogy jól el tudja-e mondani a párja a rajznak megfelelő fogalmat. Ezután cserélnek, de a már felhasznált kártyát visszateszik a kupacba, hogy a csoport másik párja is felhúzhassa ugyanazt a kártyát! A játékos gyakorlás alatt lehetőleg minden fogalom felmondására kerüljön sor, de a játék ne tartson tovább 5 percnél!

A kártyák folyamatosan legyenek kéznél, így bármikor ellenőrizhetik azt a fogalmat, melyben éppen bizonytalanok. A sokat használt fogalmak előbb-utóbb rögzülnek, még akkor is, ha nem magoltattuk be őket. Gyakorlásként oldják meg a 1. feladatlap 1. és 2. feladatát a „diákkvártett” módszerével! Adjunk minden csoportnak egy-egy gömbmodellt, és az adott tulajdonságú pontokat jelöljék meg a gömbön is! Beszéljük meg a feladatok megoldását párhuzamba állítva a kört és a gömböt!

1. FELADATLAP

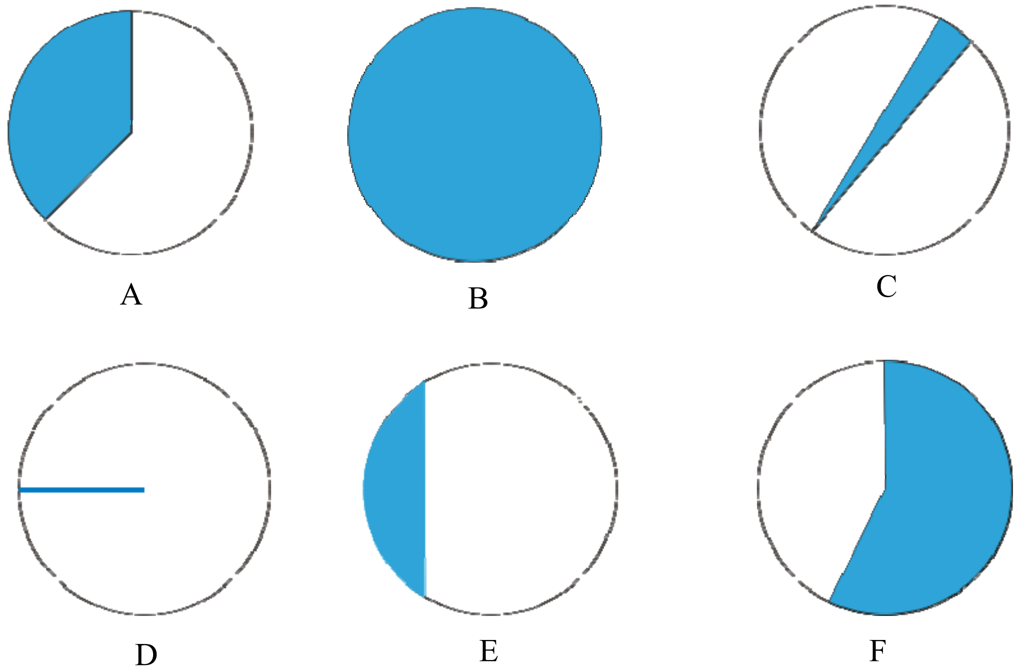
1. Keressétek meg az összetartozó párokat! (pirossal jelzett alakzat – fogalom)



1. körgyűrű
2. sugár
3. félkörív
4. körvonal
5. körszelet
6. szelő
7. átmérő
8. érintő
9. félkörlap
10. húr
11. körlap
12. körcikk

A – 2
B – 7
C – 4
D – 8
E – 11
F – 9, 5, 12
G – 5
H – 1
I – 3
J – 10
K – 6
L – 12

2. Hány körcikket látsz az ábrán? Kettőt: A, és F ábra. A nullszög (D ábra), és a B teljesszög elfajuló körcikkek.



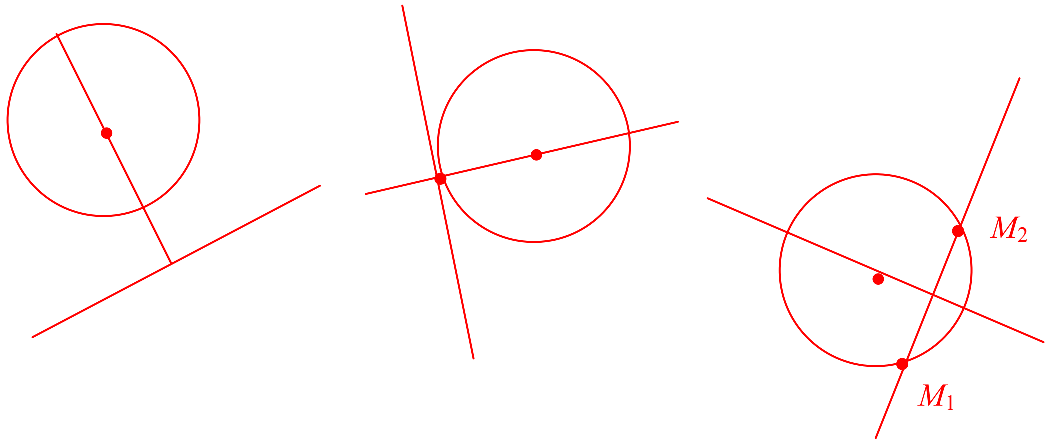
3. Döntsétek el, az alábbi állítások igazak vagy hamisak! A hamis állítást javítsátok ki úgy, hogy igaz legyen!

1. A körlap pontjai egyenlő távolságra vannak a középponttól. Hamis, egy adott számnál nem nagyobb távolságra vannak.
2. A húr olyan egyenes, mely a körvonal két pontját köti össze. Hamis, a húr szakasz.
3. A leghosszabb húr az átmérő. Igaz.
4. Az érintő olyan egyenes, amelynek egy közös pontja van a körrel. Igaz.
5. Minden szelő tartalmaz egy húrt. Igaz.
6. A körcikket egy körív és két húr határolja. Hamis, egy körív és két sugár határolja.
7. A sugár a kör tetszőleges két pontját köti össze. Hamis, a sugár a kör középpontját köti össze a körvonal egy tetszőleges pontjával.
8. Van olyan körszelet, ami egyben körcikk is. Igaz.
9. A sugár hossza kétszerese az átmérő hosszának. Hamis, az átmérő kétszerese a sugár hosszának.

4. Rajzolj egy egyenest és egy kört! Hányféleképpen helyezkedhet el egymáshoz képest a két alakzat?

a) Szerkessz olyan egyenest, melyre az egyenes és a kör szimmetrikus!

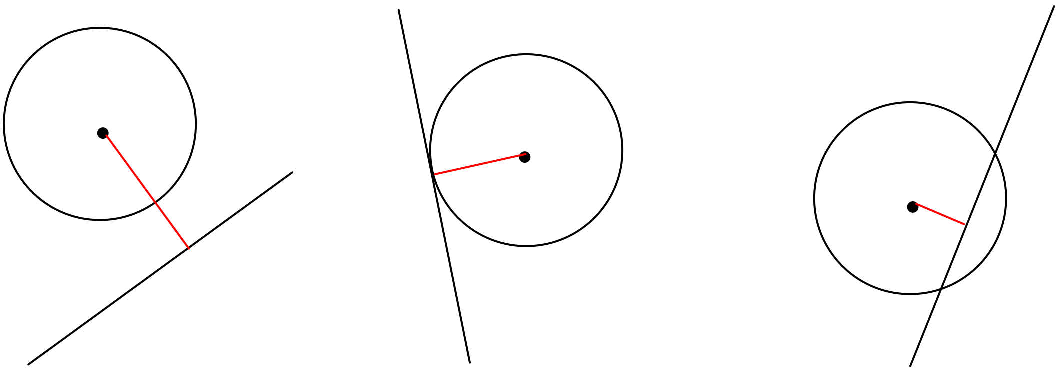
Az egyenesnek minden rá merőleges egyenes szimmetriatengelye. A körnek minden a középpontján áthaladó egyenes szimmetriatengelye. Ezért a kör középpontjából az egyenesre bocsátott merőleges közös szimmetriatengelye a körből és az egyenesből álló alakzatnak, mely alakzat mindig tengelyesen szimmetrikus.



b) Figyeld meg azt az esetet, amikor az egyenesnek és a körnek egy közös pontja van! Milyen kapcsolat van az érintő és az érintési pontba húzott sugár között?
Az érintési pontba húzott sugár merőleges az érintőre, mivel az érintési pont rajta van a közös szimmetriatengelyen, ami áthalad a kör középpontján és merőleges az egyenesre.

c) Figyeld meg azt az esetet, amikor az egyenesnek és a körnek két közös pontja van, M_1 és M_2! Mi a kapcsolat a két érintési pont között? Mivel esik egybe az M_1M_2 húr felezőmerőlegese?
Az M_1 és M_2 pontok egymásnak tükörképei. Az M_1M_2 húr felezőmerőlegese egybeesik a szimmetriatengellyel.

d) Határozd meg az egyenes és a kör középpontjának távolságát mindhárom esetben!



21 mm; 13 mm; 9 mm

A kör középpontjából az egyenesre bocsátott merőleges szakasz hossza: 2,1 cm; 1,3 cm és 0,9 cm.

e) Próbálj kapcsolatot találni az egyenes és a kör helyzete, valamint a távolságok között! Fogalmazz meg összefüggést a három esetben! Nevezd el c-nek a középpont és az egyenes távolságát, r-nek a kör sugarát!

0 közös pont esetén:	$c > r$	
1 közös pont esetén:	$c = r$	érintő
2 közös pont esetén:	$c < r$	szelő

5. Vegyél fel egy 4 cm sugarú kört, és jelölj ki rajta két pontot! Szerkessz a körhöz érintőket a kijelölt pontokban!
Megrajzoljuk a megadott pontokba a sugarat, mely sugárra merőlegest állítva kapjuk az érintő egyeneseket!

2. Diákkvártett a körrel kapcsolatos fogalmakból

A fogalmak elmélyítése, rögzítése, szabatos megfogalmazása érdekében a diákvártettet folytathatjuk a körrel kapcsolatos fogalmak elmélyítésével! A csoportokon belül mindenkinek legyen egy betűjele (A, B, C, D)! Nevezzék el a csoportok magukat, vagy számozzuk őket! A kérdéseket úgy tegyük fel, hogy mindegyik után hagyjunk egy kis időt, hogy a csoportokon belül meg tudják beszélni a választ, és felkészítsék egymást a helyes válasz megadására! A gondolkodási idő letelte után mondjunk egy betűt és egy csoportnevet! Ezt kis cédulákkal sorsolhatjuk is, így a véletlen határozza meg, hogy mely csoport, mely tagja válaszolhat a kérdésre. A játékos gyakorlás során lehetőleg ne használják a definíciókártyákat! A játékidő: kb. 5 perc

A diákkvártett kérdéseit az 1. feladatlap 3. feladata tartalmazza. Az állításokról el kell dönteni, hogy igazak vagy hamisak, ez utóbbi esetben ki is kell javítani úgy, hogy igaz legyen.

Azokban az osztályokban, amelyekben úgy érezzük, hogy a körrel kapcsolatos fogalmak még mindig nem pontosak, kérdezzük az alapfogalmakat (körvonal, körlap, sugár, átmérő, húr,…)! Próbálják minél pontosabban megfogalmazni őket!

Ezután a kör érintője és a sugár közötti kapcsolatot elevenítsük fel az 1. feladatlap 4. feladatának segítségével! A csoport közösen beszélje meg a feladatot, de mindenki a saját füzetében végezze el a szerkesztést, majd frontálisan is egyeztessük a tapasztaltakat! Beszéljünk arról, hogy egy egyenest és egy kört nem lehet úgy elhelyezni, hogy az együttesük ne legyen szimmetrikus! Kapjon hangsúlyt a 4. b) feladatban megállapított kapcsolat a kör érintője és az érintési pontba húzott sugár között! A 4. e) feladatot gyorsabban haladó tanulókkal, illetve osztályokkal oldassuk meg.

3. „Kekec”-játék

Ezután az érintő megszerkesztésének gyakorlására, felelevenítésére játsszunk „Kekec”-játékot! A játék során egy vállalkozó gyerek a táblán végzi a szerkesztést az elhangzó utasítások alapján, melyet jelentkezés, vagy véletlenszerű kiválasztás alapján a tanulók mondanak. A szerkesztést végző gyereknek, az a feladata, hogy keressen hibát (ha van) az instrukcióban:„kekeckedjen”. Hajtsa végre az utasítást, de ha az egy kicsit is pontatlan, értse félre! Például, ha egy gyerek azt mondja, hogy rajzold be az érintési pontba vezető sugarat, és állíts rá merőlegest, akkor a szerkesztést végző személy próbáljon például a középpontba állítani egy merőlegest! Ekkor a gyerekek látják, hogy az utasítást pontosítani kell. A játék során elmélyíthetjük az érintő megszerkesztésének lépéseit. Érdemes ezt a játékot kipróbálni időigényessége ellenére is. Az itt szerzett tapasztalatoknak – a fogalmazás pontosságának fontosságáról – a későbbiekben látjuk majd hasznát. A szerkesztést mindenki hajtsa végre az 1. feladatlap 5. feladatában, természetesen miután megbeszéltük a pontosított változatot!

EMLÉKEZTETŐ

A körrel kapcsolatos fogalmak

A húr olyan szakasz, melynek a körvonallal két közös pontja van.
A szelő olyan egyenes, melynek a körvonallal két közös pontja van.
Az érintő olyan egyenes, melynek a körvonallal egy közös pontja van. Az érintő és az érintési pontba húzott sugár merőlegesek egymásra.
A sugár olyan szakasz mely a körvonal tetszőleges pontját a kör középpontjával köti össze.

Az átmérő olyan szakasz, mely a körvonal két pontját köti össze és átmegy a kör középpontján. Az átmérő a leghosszabb húr.

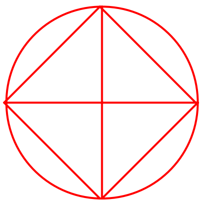
4. Szerkesztési feladatok

Amennyiben maradt még időnk, további feladatokkal rögzíthetjük az eddig tanultakat. Oldjanak meg feladatokat a 2. feladatlapról! Ezt a feladatlapot órai differenciálásra is használhatjuk, házi feladatnak is adhatjuk! A lassabban haladók az 1. feladatot, a 2. és 3. a) részét, a gyorsabban haladók a teljes feladatlapot is oldják meg! Adhatjuk házi feladatnak is. Abban az esetben, ha már egyáltalán nem jutott idő erre a feladatlapra, és házi feladatnak sem akarjuk feladni, próbáljunk a következő órák valamelyikének az elején vagy végén időt szakítani rá, illetve az összefoglaló órán is elővehetjük, mert fontos, hogy begyakorolják a merőleges és a párhuzamos egyenesek, illetve a kör érintőjének szerkesztését, meg tudják határozni két ponthalmaz távolságát!

2. FELADATLAP

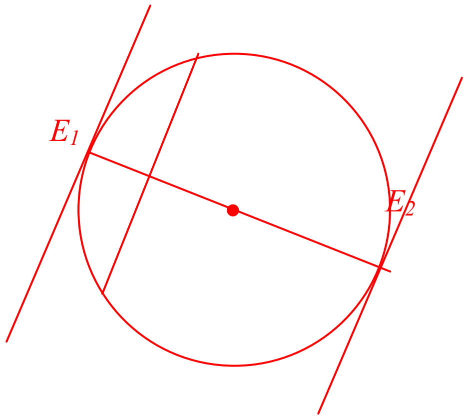
1. Egy 3 cm sugarú körbe húzz kettő 2 cm-es, és kettő 1,5 cm-es húrt! Szerkeszd meg a húrok kör középpontjától való távolságát! Hasonlítsd össze a távolságokat!
A kör középpontjából merőlegest állítunk a húrokra, s az így kapott szakaszok hossza a keresett távolság. Ezek a távolságok egyenlők az egyforma hosszú húrok esetében. A különböző hosszúságú húrok közül a hosszabbik van közelebb a középponthoz.

2. Rajzolj egy 25 mm sugarú kört!
a) Szerkeszd meg a kör két, egymásra merőleges átmérőjét! Mekkora az átmérők hossza? Szerkessz érintőket az egyik átmérő két végpontjába! Milyen helyzetben van a két érintő?
b) Kösd össze az átmérők végpontjait! Milyen négyszöget kaptál? Hogyan nevezzük a négyszög oldalait? Hány szimmetriatengelye van a négyszögnek?
c) Keress az ábrádon körcikket, körszeletet!



a) Az átmérők hossza 50 mm. A két érintő párhuzamos egymással.
b) Négyzetet kapunk, melynek oldalai a körnek a húrjai. A négyzetnek négy szimmetriatengelye van.
c) A négyzet egy-egy oldala, és a hozzátartozó körív egy-egy körszeletet határoz meg, a két-két sugár által határolt körlap rész egy-egy körcikk.

3.
a) Rajzolj egy 35 mm sugarú kört! Rajzold meg egy húrját! Szerkessz a húrral párhuzamos érintőt! Gondold végig a szerkesztés egyes lépéseit!



Megrajzoljuk a húr felezőmerőlegesét, ami átmegy a kör középpontján, és a körvonalon kimetsz két érintési pontot: E_1és E_2. E pontokban merőlegest állítunk a felező merőlegesre, így két érintőt kapunk.

b) Rajzod be pirossal azt az egyenest, amelyre az ábra szimmetrikus! Fogalmazz meg igaz állításokat a rajzról! E_1E_2 egyenesre szimmetrikus az ábra
Állítások pl.:
A húr felező merőlegese a szimmetriatengely.
A felezőmerőleges tartalmaz egy átmérőt.
Az érintő merőleges az érintési pontba húzott sugárra, átmérőre.
A kapott két érintő párhuzamos egymással.

A következő órára vágj ki papírból egy-egy 3 cm illetve 5 cm sugarú kört!

Feladatgyűjtemény: 1.-10. feladat

II. Középponti szögek

1. A középponti szögek létrehozása, összehasonlítása: hajtogatással

Minden tanuló hajtogatással állítson elő 90°-os, 45°-os szögeket az otthon készített 3 cm illetve 5 cm sugarú körlapokból (3. feladatlap 1. feladat)! Beszéljük meg, hogyan hajtották végre a feladatot! Feltétlenül utaljunk a szögtartomány szimmetriájára! Nevezzük meg, mik alkotják a szögszárakat, és a hajtogatással milyen részekre bontottuk a körlapokat! (szögszár-sugár; körcikk)
Négyes csoportokban dolgozzanak tovább a tanulók! Vágják szét a hajtási élek mentén a körlapokat, majd hozzák fedésbe az egyes körcikkeket egymással! Hasonlítsák össze az azonos sugarú, illetve a különböző sugarú körökből származtatott egyenlő illetve különböző szögek nagyságát, a megfelelő körívek hosszát! Kössék össze a körívek végpontjait, és az így kapott húrok hosszát is hasonlítsák össze! Fogalmazzák meg tapasztalataikat, észrevételeiket, amelyeket a füzetükbe is jegyezzenek fel! Fontos, hogy a megbeszélés során kellő hangsúlyt kapjon a középponti szögek és a körívek nagyságának kapcsolatára utaló észrevételek.

2. Stafétajáték.

A tanulók a helyükön állnak és igaz állításokat kell mondaniuk a szögekkel, és a körrel kapcsolatban. Például:
– a kör szimmetrikus alakzat,
– a szögfelező pontjai egyenlő távolságra vannak a szög száraitól,
– körlapból létrehozott szögeket két sugár és egy körív határolja,

– az azonos sugarú körökből kivágott egyenlő szögekhez egyenlő körívek tartoznak stb.
Aki hamis vagy már elhangzott állítást mond, esetleg túl sokáig gondolkodik, kiesik a játékból és leül. Jutalmazzuk az utoljára maradókat! A játék során előkerülhetnek mindazok a fogalmak, melyek szükségesek a középponti szögek tanulmányozásához. Játékidő: kb. 5 perc
Folytassuk az órát a 3. feladatlap 2. feladatával, amelyben igaz-hamis állítások szerepelnek a középponti szögekkel kapcsolatban, ezáltal pontosíthatjuk ismereteiket! A feladat megoldását párban végezzék! A páros tagjai felváltva adnak választ, illetve ellenőrzik egymást (feladatmegoldó és edző). Amikor készen vannak, a csoporton belül a párok összehasonlítják válaszaikat! Ha nem tudnak megegyezni, mind a négyen felteszik a kezüket!
Lassabban haladó osztályokban dönthetünk úgy is, hogy vagy csak a stafétajátékot, vagy csak a 3. feladatlap megoldását választjuk!

3. FELADATLAP

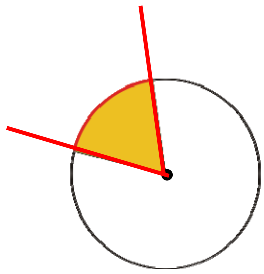
1. Hajtogatással állíts elő 90°-os, 45°-os szögeket az otthon készített 3 cm illetve 5 cm sugarú körlapokból! Mik alkotják a szögszárakat? Milyen részekre bontottuk a körlapokat!
Vágd szét a hajtási élek mentén a körlapokat, majd hozd fedésbe az egyes körcikkeket egymással! Hasonlítsd össze az azonos sugarú, illetve a különböző sugarú körökből származtatott egyenlő illetve különböző szögek nagyságát, a megfelelő körívek hosszát! Kösd össze a körívek végpontjait, és az így kapott húrok hosszát is hasonlítsd össze! Fogalmazd meg tapasztalataidat, észrevételeidet, amelyeket jegyezz le a füzetedbe!

2. Állapítsd meg, hogy az állítások igazak, vagy hamisak!
– A középponti szögtartomány egy körcikk. igaz
– A középponti szög csúcsa a körvonalon található. hamis
– A kör két húrja által határolt szög a középponti szög. hamis
– Egyenlő sugarú körökben egyenlő középponti szögekhez egyenlő körívek tartoznak. igaz
– A 2 cm sugarú kör 60°-os középponti szögéhez kisebb körív tartozik, mint egy másik 2 cm sugarú kör 45°-os szögéhez. hamis
– Az 5 cm hosszú húrhoz tartozó középponti szög nagyobb, mint az ugyanebben a körben lévő 3 cm-es húrhoz tartozó. igaz
– Ugyanabban a körben kétszer akkora középponti szöghöz kétszer akkora körív tartozik. igaz
– Különböző sugarú körökben egyenlő hosszú körívekhez egyenlő középponti szögek tartoznak. hamis
– Különböző sugarú körökben egyenlő nagyságú középponti szögekhez különböző hosszúságú körívek tartoznak. igaz
– Az 5 cm sugarú kör minden középponti szöge nagyobb, mint az 1 cm sugarú kör bármelyik középponti szöge. hamis

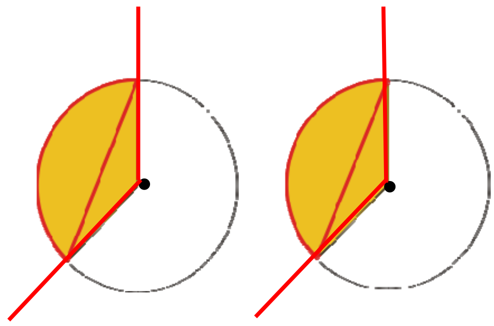
ÖSSZEGZÉS

A középponti szög

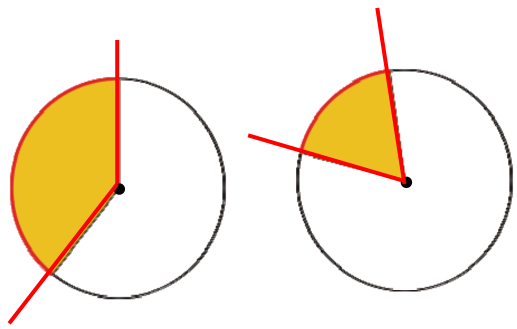
A kör két sugara által alkotott szögeket középponti szögeknek nevezzük, mivel csúcsuk a kör középpontja.



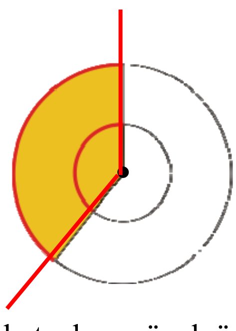
Az egyenlő sugarú körökben egyenlő középponti szögekhez egyenlő ívek és egyenlő húrok tartoznak.



Egyenlő sugarú körökben nagyobb középponti szöghöz nagyobb ív tartozik.



Különböző sugarú körök esetén ugyanakkora szöghöz különböző körívek tartoznak.



Egyenlő sugárral rajzolt körívek segíthetnek a szögek összehasonlításában.

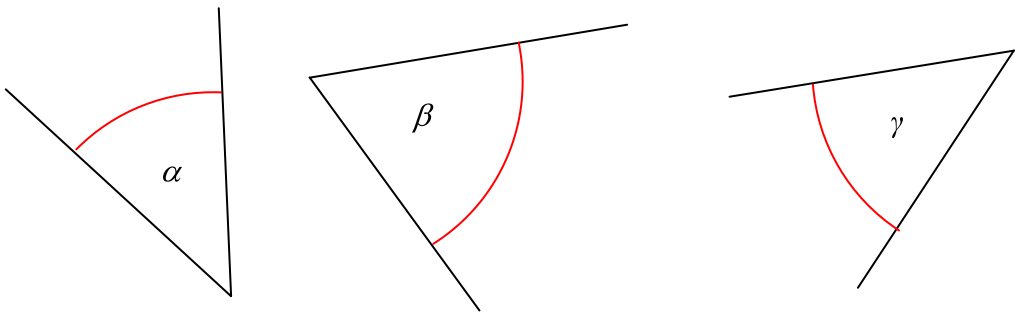
3. Szögmásolás

Célunk, hogy az óra első részében megismert középponti szögek, és a köztük felfedezett nagyságrendi viszonyok segítségével tudjanak tanulóink tetszőleges szögeket másolni. Osszunk ki minden csoportnak írólapot és áttetsző lapot! Rajzoljanak mindkettő lapra egy-egy 3 cm és 5 cm sugarú koncentrikus kört, szögmérő segítségével rajzoljanak a körbe 60°-os körcikkeket, húzzák meg a megfelelő húrokat, majd hosszabbítsák meg a sugarakat a körökön

túl! Nevezzék meg az így kapott síktartományokat (középponti szög-szögtartomány)! Hozzák fedésbe a két körlapot úgy, hogy a szögszárak fedésbe kerüljenek! Hasonlítsák össze a fedésbe hozott, egyforma szögekben a 3 cm-s illetve az 5 cm-es sugarakhoz tartozó húrokat és köríveket! Párban dolgozzanak! Frontális munkában beszéljük meg a tapasztaltakat!
A 4. feladatlap 1. feladata segítségével ellenőrizhetjük, mennyire sikerült elsajátítani a szögmásoláshoz szükséges ismereteket. A szögek összehasonlítását szögmérő használata, illetve mozgatás nélkül kell végrehajtani! A csoportokon belül beszéljék meg, és hajtsák is végre az összehasonlítást, majd hallgassuk meg az egyes ötleteket, és beszéljük meg az összehasonlítás helyes lépéseit!
A 2. feladatban már szögmásolást kell végrehajtani. Itt is beszéljék meg a csoporton belül a megoldást, de természetesen most is mindenki a saját feladatlapján dolgozik! A csoportok között járkálva ellenőrizzük a végrehajtás helyességét! Amikor minden csoport kész van, beszéljük meg a megoldást!

4. FELADATLAP

1. Szögmérő használata nélkül, csak egy körző segítségével rakjátok a következő szögeket nagyságuk szerint növekvő sorrendbe!



$\alpha < \gamma < \beta$

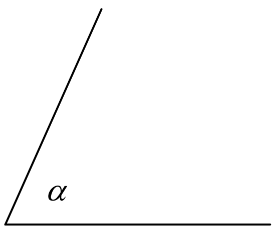
2. Az adott O kezdőpontú e félegyenesre szerkessz adott nagyságú szöget! A szög csúcs az O pontban legyen, az egyik szögszár illeszkedjen az e félegyenesre! Fogalmazd meg, és írd le a szerkesztés lépéseit!

3. Adott az α és a β szög. Szerkeszd meg a következő szögeket!

a) $\alpha + \beta$ **b)** $\alpha - \beta$
c) $2 \cdot \alpha$ **d)** $2\ \alpha - \beta$

a) A két szöget egymás mellé másoljuk.
b) A két szöget ugyanazzal a kezdő szárral másoljuk, és a nem közös szögszárak közötti szögtartomány a keresett szög.
c) Kétszer egymás mellé másoljuk az α szöget.
d) A c) feladat szögét lemásoljuk, közös kezdő szárral rámásoljuk a β szöget, és a nem közös szögszárak közötti szögtartomány a keresett szög.

4. Adott az α szög. Szerkeszd meg a következő szögeket!
a) $180°- \alpha$ **b)** $360° - \alpha$ **c)** $180° - \alpha$
a) b) A két szöget ugyanazzal a kezdő szárral másoljuk, és a nem közös szögszárak közötti szögtartomány a keresett szög.
c) A két szöget egymás mellé másoljuk.



5. Adott az α szög (4. feladat). Szerkeszd meg a szög háromszorosát! Mekkora lehet az α szög legnagyobb értéke, hogy a feladatot végre lehessen hajtani?
Az α szöget kétszer az eredeti mellé másoljuk. Értéke maximum 120° lehet.

4. Adott nagyságú szögek összeadása, kivonása szerkesztéssel

A szögmásolás gyakorlására oldják meg a 4. feladatlap további feladatait egyénileg, a lassabban haladók a 3. feladat a) és b) részét, a gyorsabban haladók a többi feladatból is oldjanak meg a rendelkezésre álló idő függvényében! A csoporton belül segítsenek egymásnak! A csoportok között járkálva ellenőrizzük, segítsük a munkát! A feladatok befejezését adhatjuk házi feladatnak, ebben az esetben a következő óra elején feltétlenül beszéljük meg a megoldásokat!

A III. és a IV. óra egyben tekintendő, ezért az óra menetének, haladási sebességének megfelelően bárhol megszakítható!

III. A háromszögek és négyszögek belső és külső szögei

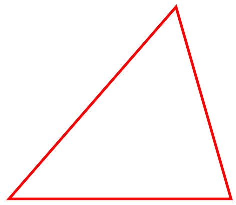
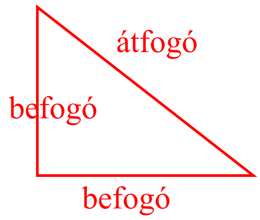
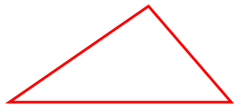
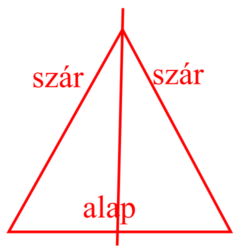
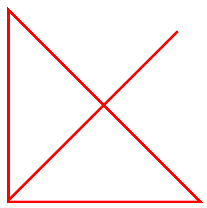
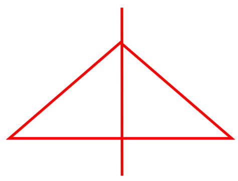
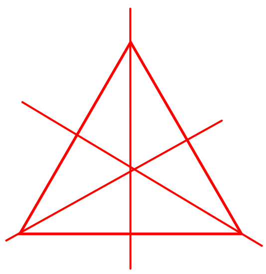
1. Háromszögek tulajdonságai, csoportosítása

Mondjuk el, hogy a mai órán részletesen először a háromszögekkel foglalkozunk, amelyek fajtáival, jelöléseivel, a szimmetrikus háromszögek elnevezésével, tulajdonságaival már korábban megismerkedtünk (tengelyes tükrözés)! Ismétlésként a háromszögek tanulmányozását csoportmunkában végezzék a gyerekek! Használjuk a 3. tanári melléklet

háromszögkészletét! A készletben található 7 fajta háromszög: hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű tengelyesen nem szimmetrikus, hegyesszögű (ezen belül két típus: a pontosan két oldala egyenlő és a három oldala egyenlő), derékszögű, tompaszögű tengelyesen szimmetrikus háromszög, mindegyik fajtából 2-2 db. Adjunk minden csoportnak egy fajta háromszöget a készletből (így 7 csoport estén minden csoportnak más típus jut), és A4-es papírlapot! A feladat a következő: A papírlapra egymás után mindenki írjon egy-egy tulajdonságot a kapott háromszögről mindaddig, amíg tudnak még olyan tulajdonságot mondani, ami nincs még a papírlapon leírva. Amíg dolgoznak a kiosztott háromszög fajták nevét helyezzük a táblára (4. tanári melléklet)! A feliratok a következők: hegyesszögű tengelyesen szimmetrikus; hegyesszögű tengelyesen nem szimmetrikus; derékszögű tengelyesen szimmetrikus; derékszögű tengelyesen nem szimmetrikus; tompaszögű tengelyesen szimmetrikus; tompaszögű tengelyesen nem szimmetrikus. Hívjuk fel a figyelmet a szép, áttekinthető munkavégzésre! A feladat ideje kb. 10 perc.
Amikor készen vannak, kérjük meg a csoportokat, hogy mutassák be saját háromszögeiket, majd a bemutatás után, helyezzék el a táblán (pl. gyurma segítségével) a háromszöget a megfelelő felirathoz!
Tekintsük át az egyes háromszög típusokat! Térjünk ki a hegyesszögű tengelyesen szimmetrikus csoportra, és beszéljük meg, hány szimmetriatengelye lehet egy háromszögnek, milyen elnevezést használunk az egyes esetekben! Kérdezzük meg, hogy minden háromszögfajta neve szerepel-e a táblán, ezzel ellenőrizhetjük, hogy van-e rálátásuk a háromszögek csoportosítására, és felvetődhet a kérdés, miért nincs derékszögű, illetve tompaszögű egyenlő oldalú háromszög! Erre a mai órán kapjuk meg a választ.
A továbbiakban rendszerezzük a háromszögeket, gyakoroljuk csoportosításukat! Oldják meg az 5. feladatlap 1. feladatát, mindenki töltse ki a saját munkafüzetét! Vizsgáljuk meg azokat a háromszögeket, amelyek valamely speciális tulajdonsággal rendelkeznek! Írják be pirossal a megfelelő elnevezéseket, ezeket, amikor készen vannak, frontális munkában közösen beszéljük meg! Hívjuk fel itt is a figyelmet arra, hogy milyenek lehetnek oldalaik szerint a hegyesszögű, derékszögű és a tompaszögű háromszögek!
Ezután folytassák a feladatlap kitöltését, gyorsabban haladók a 3. feladatot is oldják meg!

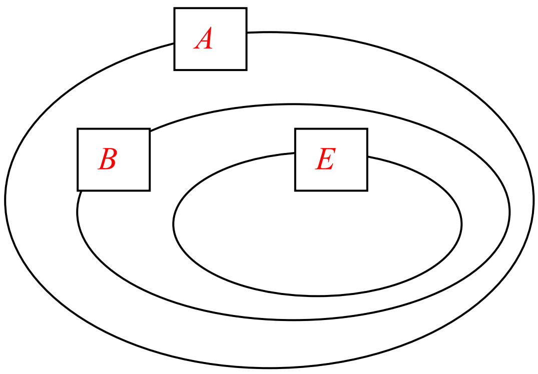
5. FELADATLAP

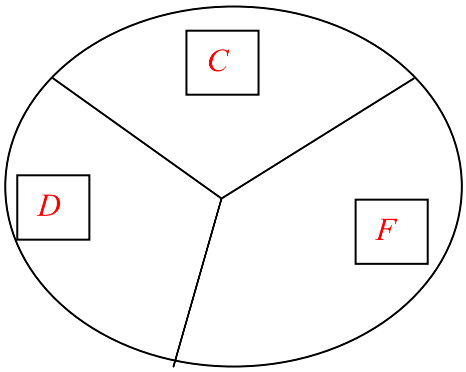
1. Rajzolj a táblázat megfelelő helyeire megfelelő háromszöget! Rajzold be a szimmetriatengelyeket!

HÁROMSZÖG	**Hegyesszögű**	**Derékszögű**	**Tompaszögű**
Különböző oldalú háromszög			
Olyan egyenlőszárú háromszög, amelynek pontosan két oldala egyenlő			
Olyan egyenlőszárú háromszög, amelynek minden oldala egyenlő. (Egyenlő oldalú vagy szabályos háromszög.)			

2. Az adott halmazábrákban keresd meg a megfelelő címke helyét!

A: háromszög
B: egyenlőszárú háromszög
C: hegyesszögű háromszög
D: derékszögű háromszög
E: egyenlő oldalú háromszög
F: tompaszögű háromszög





3. A koordinátarendszerben adott a *B* (5; 4) pont. Keress az x tengelyen két olyan pontot, melyek a *B* ponttal együtt

a) egy derékszögű háromszög csúcsai

A (5; 0), *C* pont az *x* tengely bármelyik pontja, kivéve *A*-t, valamint *A* (1; 0) és *C* (9; 0) Pl.: Zöldszínű háromszög.

b) egy egyenlőszárú hegyesszögű háromszög csúcsai,

A $(1<x<5;0)$ és *C* $(5<x<9;0)$ és az *A* és *C* pontok az (5; 0) ponthoz képest szimmetrikusan helyezkednek el. Pl.: Kékszínű háromszög.

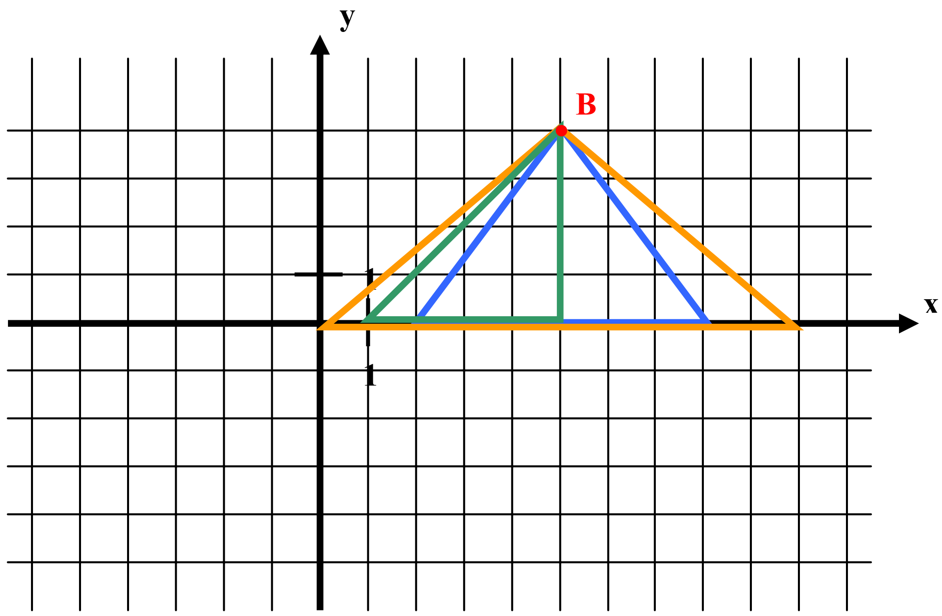
c) egy egyenlőszárú tompaszögű háromszög csúcsai!

Rajzolj is egy-egy megadott tulajdonságú háromszöget, színes használatával különítsd el őket!

Az *A* pont első koordinátája 1-nél kisebb, *C* pont első koordinátája 9-nél nagyobb. Pl.: Narancsszínű háromszög.

d) Hány megoldás van az a), b), c) esetekben? Keress minél több megoldást!

Végtelen sok megoldás van mindhárom esetben.



2. A háromszögek belső és külső szögei és a belső szögek összege

Az óra következő részében a csoportok együtt folytatják a munkát. Osszunk ki minden csoportnak egy nagyobb papírlapot (pl. csomagolópapír), írólapokat, ollót és ragasztót! Vágjanak ki több egybevágó háromszöget, fejenként kb. 4 darabot! Az egyes csoportoknak más-más típusú háromszöget adjunk, legkézenfekvőbb az óra első részében kiadott háromszögtípus!

Pl.:

1. csoport: tompaszögű tengelyesen szimmetrikus háromszög;
2. csoport: tompaszögű tengelyesen nem szimmetrikus háromszög;
3. csoport: hegyesszögű tengelyesen szimmetrikus (két oldala egyenlő);
4. csoport: hegyesszögű tengelyesen nem szimmetrikus háromszög;
5. csoport: derékszögű tengelyesen szimmetrikus háromszög;
6. csoport: derékszögű tengelyesen nem szimmetrikus háromszög;
7. csoport: egyenlő oldalú háromszög.

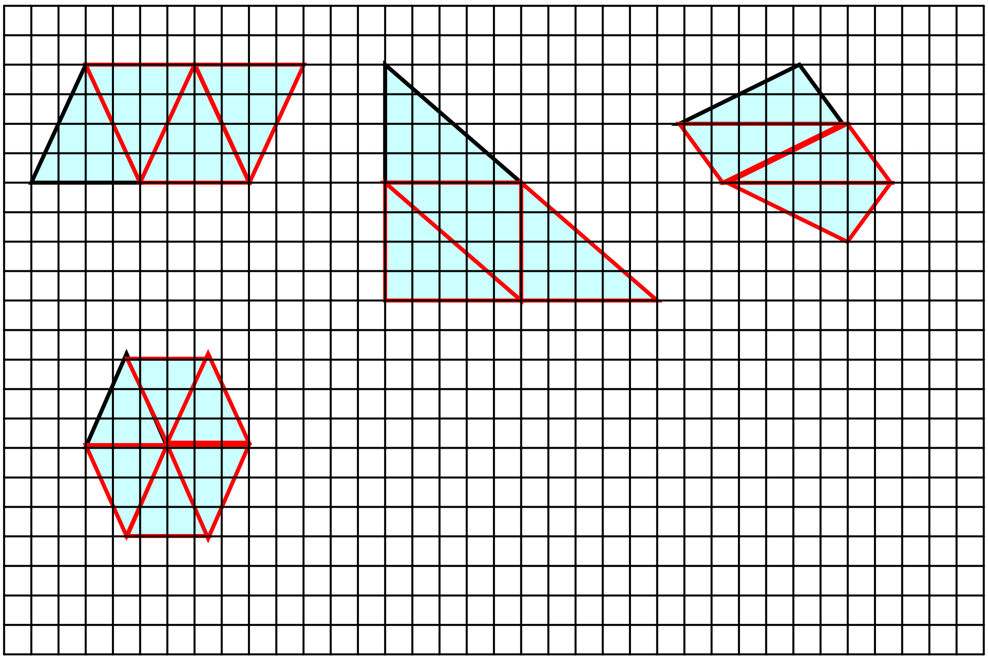
Először mind a négy kivágott háromszög egymásnak megfelelő szögeit azonos színnel színezzék be! Közösen végezzék ezt el, hogy a színezés minden csoporttag háromszögén megegyezzen, ennek a parkettázásnál lesz jelentősége! Az 1. feladatban egy háromszöget kell szétválasztani a három belső szögére, majd ezeket egymás mellé kell helyezni, ezt mindenki egyénileg oldja meg! A 2. feladatban a háromszögekkel kell parkettázni! A tanár a csoportok között járkálva ellenőrzi, jól parkettáznak-e, jól tépik-e szét a háromszögeket, megfelelően színeznek-e, ahol kell, segít. Amikor minden csoport kész van, beszéljük meg, mondják el észrevételeiket! A lassabban haladók a 3. feladatból az egyik szerkesztést oldják meg! Csomagolópapír helyett négyzetrácsos papírt is használhatunk, ezzel időt nyerhetünk, mert így könnyebb a parkettázás, valamint a ragasztás is elhagyható, ha időhiányban szenvedünk. További könnyítést jelent a sík- és térmértani modellező készlet, ebben az esetben garantált háromszögeink egybevágósága, míg a tanulók által elkészített háromszögek esetén biztos lesz eltérés.

6. FELADATLAP

Vágjatok ki a tanárotok által kiosztott háromszöggel egybevágó háromszögeket, fejenként négy darabot! Színezzétek az egymásnak megfelelő szögeket azonos színnel!

1. Tépd szét az egyik háromszöget úgy, hogy ezzel szétválasztod a három szögére! Tedd egymás mellé a három szöget, úgy hogy csúcsaik közösek legyenek, egy-egy szárukkal érintkezzenek! Mit tapasztalsz? Mekkora a háromszög három belső szöge együtt? Ragaszd be a füzetedbe az egymás mellé helyezett három szöget, és mellé egy, a széttépett háromszöggel egybevágó másik háromszöget is!

2. Készítsetek parkettázást úgy, hogy a háromszögek csúcsai csak csúcspontokkal találkozhatnak! Ragasszátok is fel a háromszögeket egy nagyobb papírlapra! Figyeljétek meg az egy sorban lévő háromszögek egymás mellé került belső szögeit! Fogalmazzátok meg észrevételeiteket! Rajzoljátok le a parkettázás egy részletét!



3. Az egyik szerkesztett háromszög rajzát egészítsd ki a külső szögek bejelölésével! Másold át átlátszó papírra a háromszög külső és belső szögeit, vágd ki őket, és segítségükkel próbálj összefüggést keresni a belső és külső szögek között! Szögmérővel ellenőrizd, jó-e a sejtésed! Mekkorák a háromszög külső szögei?

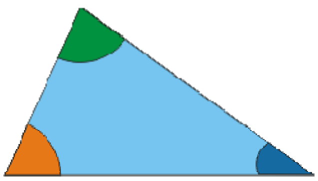
A külső szögek bemutatásához írásvetítőn vetítsünk ki egy háromszöget, melynek rajza kiegészül a külső szögek megjelölésével is (5. tanári melléklet)! Mutassuk meg a fólián a háromszög külső szögeit!
Ezután kérjük meg a csoportokat, hogy az előbbiekben elkészített parkettázáson válasszanak ki egy háromszöget, rajzolják át színessel az oldalait, majd jelöljék meg a háromszög külső szögeit, úgy, hogy színessel átrajzolják, megerősítik a külső szögek szárait.
Ezután alakítsanak párokat, és egyikőjük mondjon három szögértéket, a másiknak el kell dönteni, lehet-e az adott három szög egy háromszögnek a három belső szöge! Majd cseréljenek szerepet, játszanak így néhány kört!

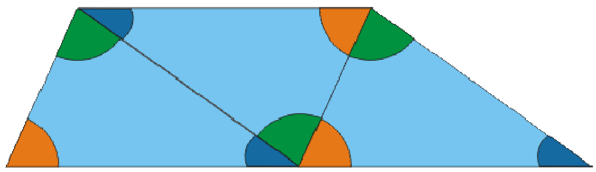
Gyorsabban haladó csoportok, illetve tanulók keressenek összefüggést a külső és belső szögek között! Figyeljék meg, mely szögek összege adja ki a külső szögeket! A 7. feladatlap 3. feladatát is oldják meg, melyben az egyik szerkesztett háromszöget kell kiegészíteni a külső szögek megjelölésével. Tippeljék meg a belső és külső szögek kapcsolatát, átlátszó papír segítségével ellenőrizzék sejtéseiket! Jegyezzék le munkafüzetükbe a külső és belső szögek közötti kapcsolatról szóló észrevételeiket! Ezeket szögmérővel ellenőrizzék is!

TUDNIVALÓ

A háromszög belső szögeinek az összege

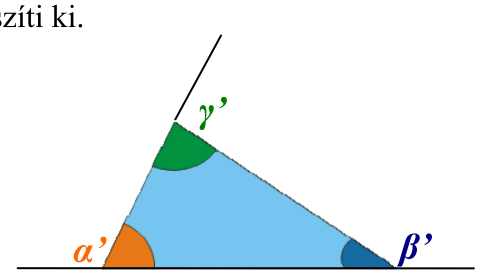
A háromszög színezett szögeit belső szögeknek nevezzük.
A háromszög belső szögeinek összege 180°.

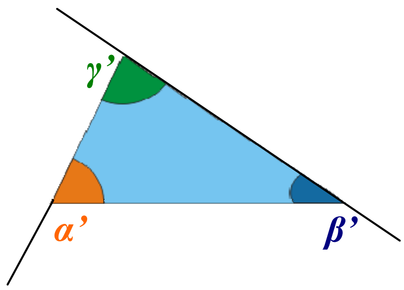




A háromszög külső szögei

A háromszög külső szögének nevezzük azt a szöget, amely a háromszög belső szögét 180°-ra egészíti ki.

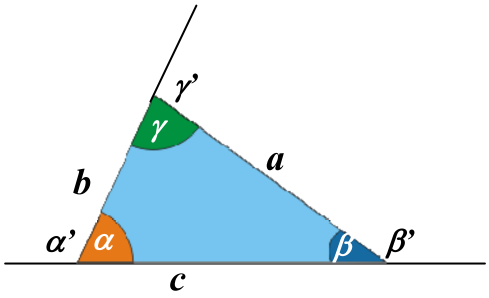


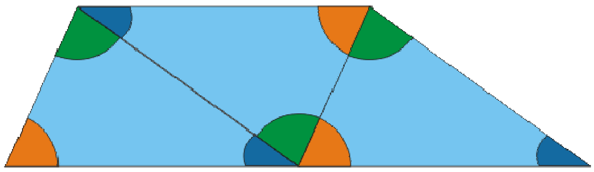


Minden belső szöghöz két külső szöget tudunk rajzolni, de a két szög nagysága megegyezik.

A háromszög belső és külső szögei közötti kapcsolat

A háromszög külső szöge egyenlő a nem mellette lévő két belső szög összegével.



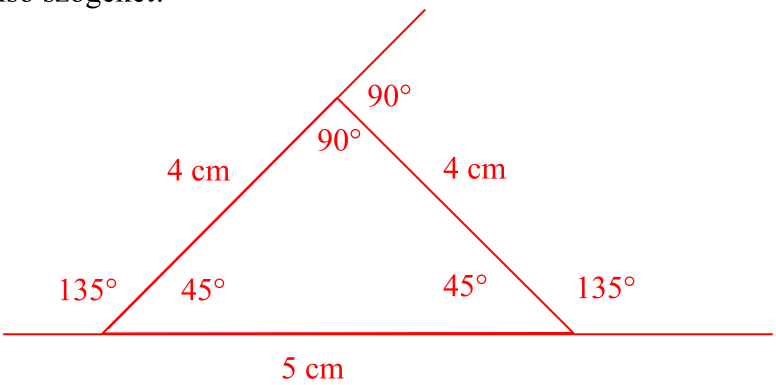


$\alpha' = \beta + \gamma$
$\beta' = \alpha + \gamma$
$\gamma' = \alpha + \beta$

A háromszög külső és belső szögeinek gyakorlására oldják meg egyénileg a 7. feladatlapot! Az 1. feladat a belső és külső szögek fogalmával, jelölésével kapcsolatos, amelynek a) részét oldja meg mindenki, a b) részt gyorsabban haladókkal oldassuk meg, mérési eredményeiket közösen megbeszélhetjük! Ha az órán már nincs elegendő időnk, akkor a 2. feladatot házi feladatnak adjuk fel!
Feltétlenül oldjuk meg még lehetőleg ezen az órán a 3. feladatot, mert ebben a speciális háromszögekkel kapcsolatos szögszámítások fordulnak elő!
A 4. feladatban is szögszámításokat kell végezni, erre nagy valószínűséggel csak a leggyorsabban haladóknak lesz idejük, a többieknek adhatjuk házi feladatnak.
A továbblépés szempontjából nagyon fontos ezeknek az új információknak a megértése, ismerjék fel, melyik szög a belső, illetve melyik a külső szög, és milyen összefüggések vannak ezek között.

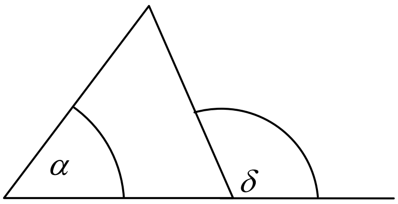
7. FELADATLAP

1. Szerkessz háromszöget, ha két oldala 4 cm és a harmadik 5 cm!
a) Jelöld meg a háromszög belső szögeit, majd a külső szögeit is!
b) Mérd meg a belső szögeit, add össze a belső szögeket! Van-e eltérés a mért és a várt szögösszeg között? Mi okozta az eltérést?
Számítsd ki a külső szögeket!



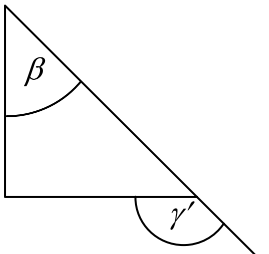
2. Mérd meg szögmérővel a megjelölt szögeket! Mindegyik esetben add meg, hogy a háromszögnek belső vagy külső szöge a megjelölt szög! Van-e olyan a megadott szögek között, amelyik nem lehet a háromszögnek külső szöge?

a)



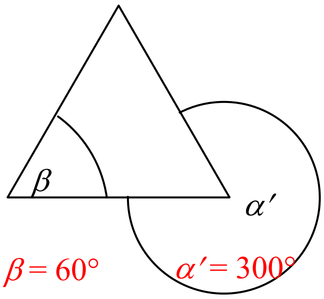
$\alpha = 53°$ $\delta = 114°$

b)



$\beta = 45°$ $\gamma' = 135°$

c)



$\beta = 60°$ $\alpha' = 300°$

3. Számítsd ki a háromszögek hiányzó belső szögeit! Milyen összefüggést használtál fel?

a) A szimmetrikus háromszög alapon fekvő szöge 49°. 49°; 49°; 82°.

b) A szimmetrikus háromszög szárszöge 76°. 52°; 52°; 76°.

c) A szimmetrikus háromszög szárszöge 60°. Minden szög 60°.

d) A szimmetrikus háromszög egyik szöge 100°. A 100° csak szárszög lehet: 40°; 40°; 100°.

e) A szimmetrikus háromszög szárszögének külső szöge 120°. Minden szög 60°.

4. Számítsd ki a háromszögek hiányzó belső szögeit! Milyen összefüggést használtál fel?

a) A szimmetrikus háromszög alapon fekvő szöge 64°. 64°; 64°; 52°.

b) A háromszög két belső szöge 65° és 34°. A harmadik szög 81°.

c) A háromszög egyik belső szöge 28°, a nem mellette fekvő egyik külső szög 107°. 28°; 73°; 79°.

d) A szimmetrikus háromszög egyik belső szöge 40°. Két megoldás van: 40°; 40°; 100° illetve 40°; 70°; 70°.

e) A háromszög két belső szöge 45°22’ és 38°54’. A harmadik szög 95°44’.

3. A négyszögek belső és külső szögei

A négyszögek külső és belső szögeinek meghatározása során a háromszög belső szögeinek összegét használjuk fel.
Az óra további részében használják a tanulók a háromszögkészletüket, vagy a sík- és térmértani modellező készletet!
A feladat a következő: Rakjanak ki a háromszögekből különböző négyszögeket, és figyeljék meg az így létrehozott négyszögek belső szögeit! Fogalmazzanak meg igaz állításokat a belső szögekről (8. feladatlap 1. feladat)!
A kialakult ábráról jól leolvasható, hogy a négyszögek belső szögei az őket létrehozó háromszögek belső szögeivel egyeznek meg, kivételt képeznek a két háromszög összeillesztésénél kialakuló belső szögek; itt a négyszög belső szögét a két háromszög egy-egy belső szöge együtt adja ki.
A továbbiakban elmélyítésként folytassuk a parkettázást a 6. tanári mellékletben megadott, előre elkészített négyszögekkel (8. feladatlap 2. feladat)! Minden csoportba adjunk az egyes négyszögekből 8-8 darabot! Válasszon mindenki magának egy-egy fajta négyszöget, nevezze

meg a választott négyszöget, készítse el a parkettázást, majd helyezzék fel a plakátjukra, amennyiben az óra elején a háromszögek vizsgálatánál a plakátkészítést választottuk! Mivel a húrtrapéz szögeiről még kevés információjuk van a gyerekeknek, ezért szakítsunk egy kis időt erre a négyszögre! Mondjuk el, hogy az előre elkészített húrtrapéz kékkel és zölddel színezett szögeinek összege 180°. Kérdezzük meg, hogy meg tudná-e ezt az állítást valaki indokolni! (A szár meghosszabbításával megkapjuk a kék, illetve zöld szögek külső szögét. A belső és külső szögek összege definíció szerint180 fok. A zöld szög külső szöge egyenlő a kék belső szöggel, ezért az egy száron fekvő szögek összege 180 fok.) Ezzel a kitérővel egy kicsit előkészíthetjük a párhuzamos szárú szögeket.
Az elkészített parkettázáson figyeljék meg az egymás mellé került négy belső szöget! Itt is szépen leolvasható a négyszög belső szögeinek összege 360°.
Ezután gyakorlásként oldják meg a 8. feladatlap 3. feladatát a már megszokott módon, mindenki egyénileg dolgozik, de a csoporton belül segíthetnek egy másnak! Javasoljuk, hogy használják 0664 modul 1. tanári mellékletében lévő definíciókártyákat! Segítségül mondjuk el, hogy a négyszögek külső szögeit ugyanúgy értelmezzük, mint a háromszögek külső szögeit!

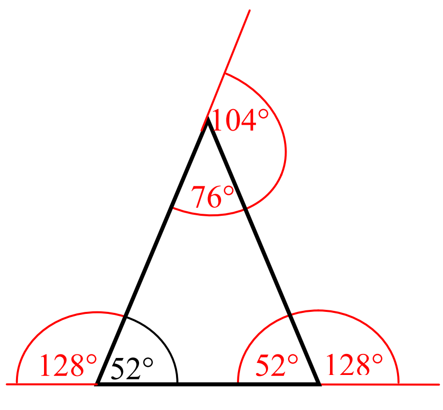
8. FELADATLAP

1. Az asztalon lévő háromszögekből rakjatok ki különböző négyszögeket, és figyeljétek meg az így létrehozott négyszögek belső szögeit! Fogalmazzatok meg igaz állításokat a belső szögekről!

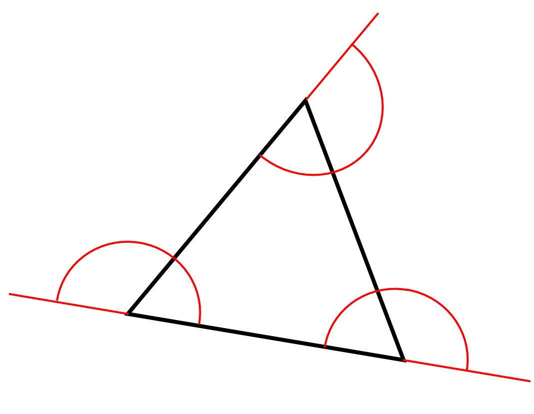
2. A tanárotok által kiosztott négyszög közül válasszon mindenki magának egy-egy fajta négyszöget! Nevezd meg a választott négyszöget, és a 8 db egybevágó négyszög segítségével készíts parketta mintát! Az elkészített parkettázáson figyeljétek meg az egymás mellé került négy belső szöget! Mekkora a négy belső szög összege?

3.
a) Jelöljétek meg a következő sokszögek belső és külső szögeit! Milyen összefüggés van egy belső, és a mellette lévő külső szög esetében? 180°-ra egészítik ki egymást.
b) Számítsd ki a hiányzó szögeket!

A) egyenlőszárú háromszög

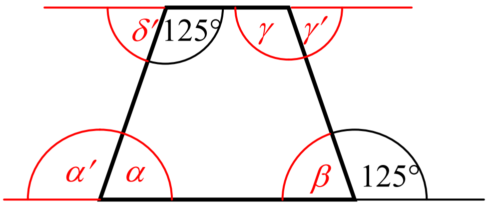


B) szabályos háromszög



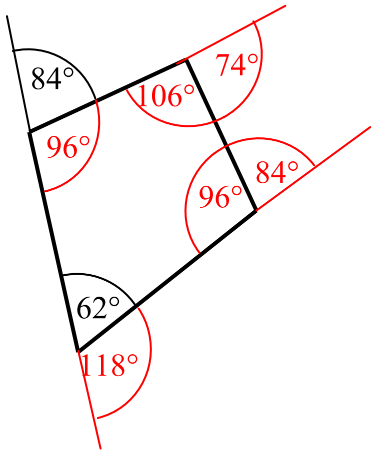
Belső szögei 60°-osak, külső szögei 120°-osak.

C) szimmetrikus trapéz



$\alpha = \beta = 55°$; $\alpha' = 125°$
$\gamma = \delta = 125°$; $\gamma' = \delta' = 55°$

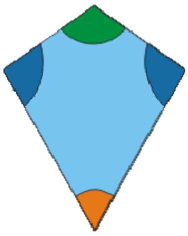
D) deltoid

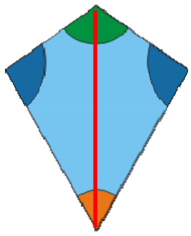


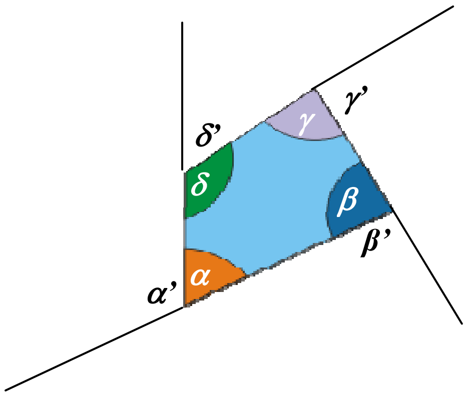
ÖSSZEGZÉS

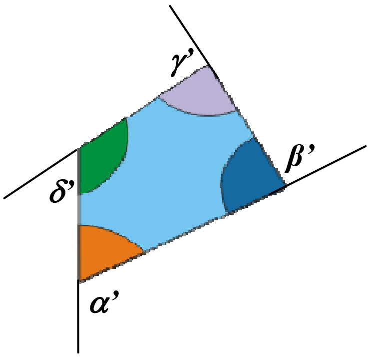
A konvex négyszög belső szögeinek összege

Minden konvex négyszöget egy átlója két háromszögre bont, amely háromszögek belső szögei alkotják a négyszög belső szögeit. Ebből következik, hogy a konvex négyszög belső szögeinek összege 360°.









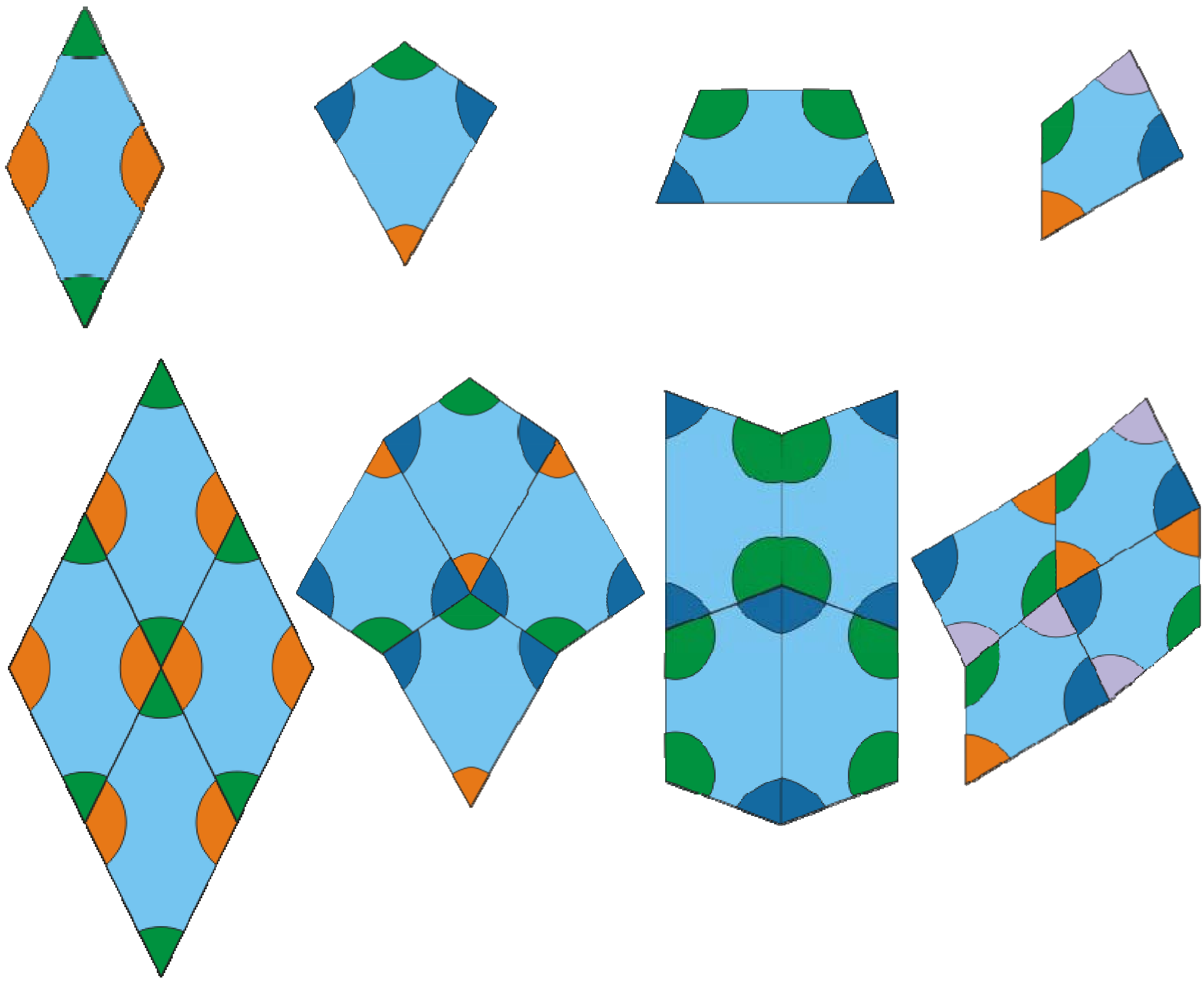
$\boldsymbol{\alpha + \alpha' = 180°}$

$\boldsymbol{\beta + \beta' = 180°}$

$\boldsymbol{\gamma + \gamma' = 180°}$

$\boldsymbol{\underline{\delta + \delta' = 180°}}$

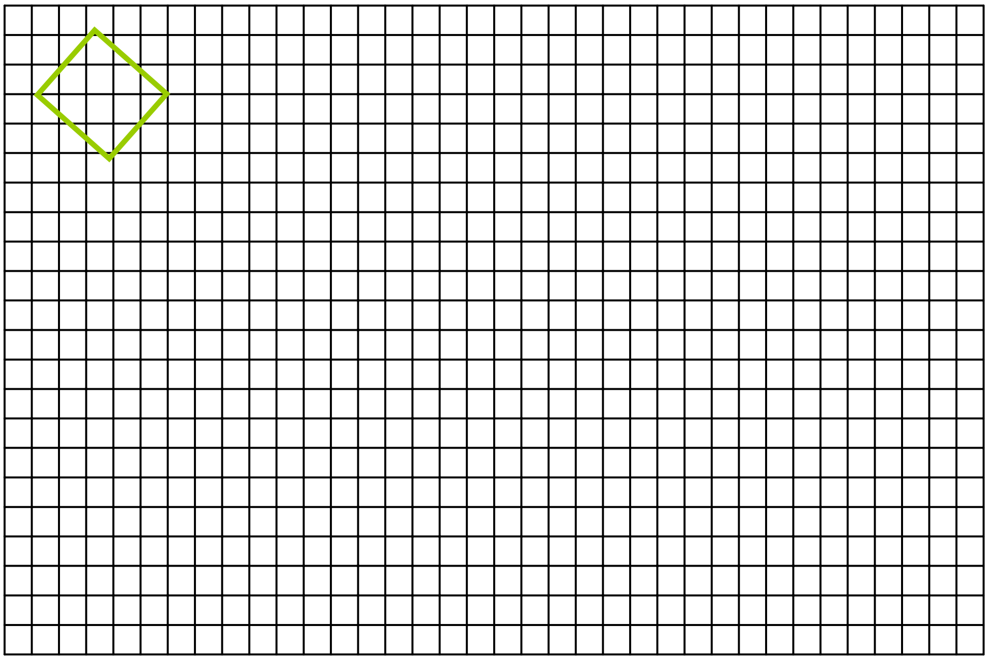
Négyszögekkel is parkettázhatunk

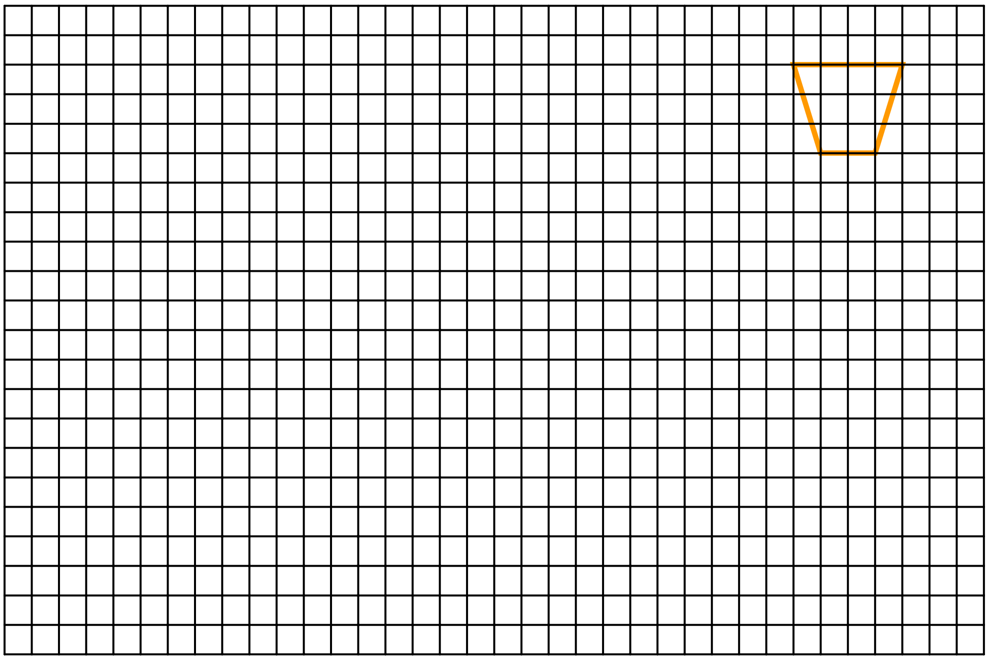


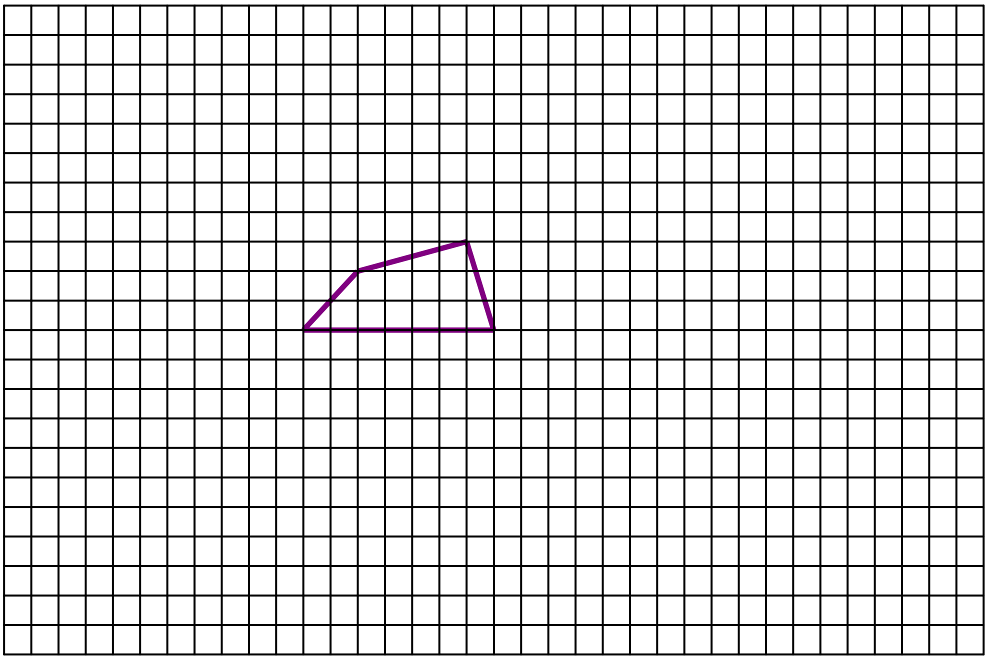
Az óra hátralévő részében gyakoroljuk az eddig szerzett ismereteket. Oldjuk meg a 9. feladatlapot! Lassabban haladók az 1. feladat első négyszögével parkettázzanak, a gyorsabban haladók mind a hárommal! A 2. és 3. feladatokkal is differenciáljunk!

9. FELADATLAP

1. Készíts „parketta mintát” a megadott négyszögek segítségével!







2. Számítsd ki a négyszögek ismeretlen belső szögeit!

a) Egy tengelyesen szimmetrikus trapéz egyik szöge 48°.

48°; 48°; 132°; 132°

b) Egy rombusz egyik szöge 123°.

57°, 123°; 57°; 123°;

c) Egy deltoid szemközti szögei 56° és 130°.

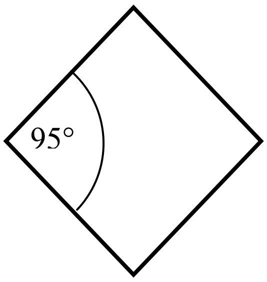
87° a másik két szög

d) Egy deltoid két szomszédos szöge 50,5° és 100,5°.

Két megoldás van: 50,5°; 158,5°; 50,5°, 100,5° illetve 100,5° és 108,5°; 100,5°; 50,5°.

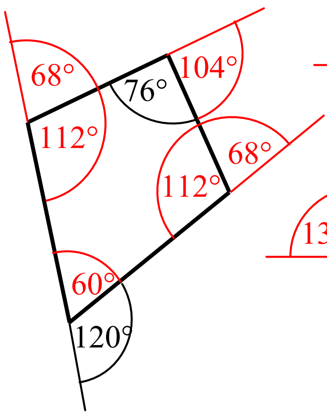
3. Határozd meg a négyszögek ismeretlen külső és belső szögeit!

a) rombusz

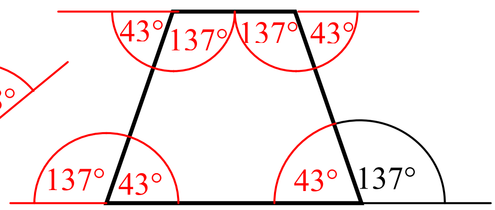


Belső szögek: 95° és 85°
Külső szögek: 85° és 95°

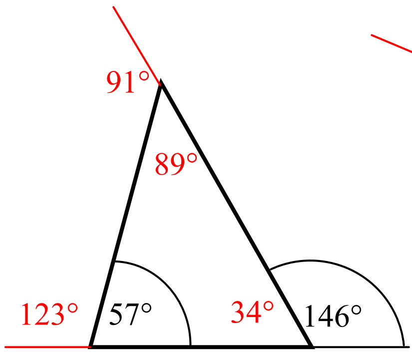
b) deltoid



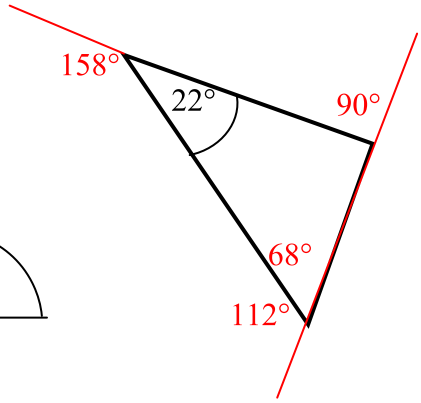
c) szimmetrikus trapéz



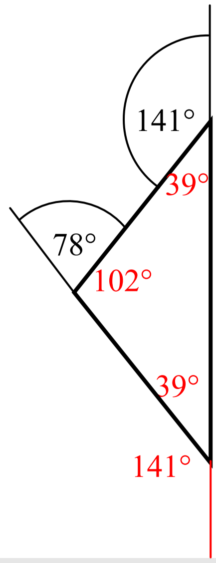
d) háromszög



e) derékszögű háromszög



f) szimmetrikus háromszög



A szög mértékegységeinek és szimmetriájának ismétlését részben, vagy teljesen házi feladatként is feladhatjuk, így kevesebb időt vesz el a következő órából.

Feladatgyűjtemény: 11.-18. feladat

IV. Szög törtrészének szerkesztése

1. A szög mértékegységei

Mielőtt rátérnénk a szerkesztésekre, feltétlenül szakítsunk időt a szög mértékegységeinek átismétlésére, az átváltások gyakorlására! Természetesen az osztály tudásszintje határozza meg, hogy mennyi időt fordítsunk erre. A 10. feladatlap ismétlő, gyakorló feladatait párban dolgozva oldják meg! Többféle variáció is lehetséges:

– Mindketten megoldják önállóan a feladatokat, amikor készen vannak, egyeztetik eredményeiket, az eltérőeket újból együtt kiszámítják.

– Felosztják maguk között a feladatokat, önállóan megoldják, majd ellenőrzik egymás eredményeit.

– Felváltva dolgoznak, amíg az egyik hangosan számol, a másik ellenőrzi a számítás menetét, majd cserélnek (feladatmegoldó és edző), majd a csoport másik párosával egyeztetik eredményeiket.

A feladatlappal differenciálhatunk is, lassabban haladóknak elegendő az a) feladatok első sorainak a megoldása (az 1. feladatban a b) első sora is). A gyorsabban haladók közül a legügyesebbek megbirkózhatnak az egész feladatlappal!

10. FELADATLAP

1. Végezd el a mértékváltásokat!

a)	1° = 60′ = 3 600″	6° = 360′ = 216 000″	23° = 1 380′ = 828 000″
	0,1° = 6′ = 360 ″	0,7° = 42′ = 2520″	1,7° = 102′ = 6 120″
	0,5° = 30′ = 1 800″	18,5° = 1 110′ = 66 600″	33,3° = 1 998′= 119 880″
b)	180′ = 3°	2 532′ = 42,2°	68,4′ = 1,14°
	15′ = 0,25°	45′ = 0,75°	90′ = 1,5°

14°32′ = 872′ 25°40′ = 1540′ 4°13′60″ = 254′

2. Fejezd ki fokban a következő szögeket (az egyenesszöget π jelöli!)

a) π = 180° 2π = 360° 4π = 720°
b) 0,5π = 90° 1,5π = 270° 0,75π = 135°

3. Fejezd ki az egyenesszög (π) törtrészeként a következő szögeket!

a) 30° = 1/6 π 150° = 5/6 π 45° = 1/4 π 135° = 3/4 π
b) 270° = 1,5 π 300° = 5/3 π 60° = 1/3 π 240° = 4/3 π

4. Számítsd ki a két szög összegét, illetve különbségét!

a) 87°36′ és 24°12′ 111°48′ és 63°24′
b) 132°58′ és 80°14′ 213°12′ és 52°44′
c) 206°13′ és 86°51′ 293°4′ és 119°22′

EMLÉKEZTETŐ

A szögmérés egysége a fok (°), kisebb egységei a szögperc (′), és a szögmásodperc (″).
1° = 60′ 1′ = 60″ 1° = 3600″
Gyakran használjuk az egyenesszöget (π) is.
1π = 180°

2. A szögtartomány szimmetriája (ismétlés)

Az első félévben foglalkoztunk a szimmetrikus alakzatokkal, így tudjuk, hogy a szögtartomány tengelyesen szimmetrikus, és szimmetriatengelye a szögfelező egyenese. Ismerjük, hogyan kell megszerkeszteni a szögfelezőt, tehát nem okoz gondot bármely szög megfelezése sem. Ismétlésként, az ismeretek felelevenítéseként oldjuk meg a 11. feladatlap 1. feladatát egyéni munkában, majd frontálisan beszéljük meg a megoldást! Ennek során előhívhatjuk, és pontosíthatjuk a szükséges ismereteket! Ellenőrizzük, hogy jól végzik-e el a szerkesztéseket! Fogalmazzuk meg a szögfelező definícióját!

3. Szög törtrészének szerkesztése

A továbbiakban megismerkedünk a 60°-os szög szerkesztésével (11. feladatlap 1. 2. feladat). Az 1. feladatban beláttatjuk, hogy egy körben sugár hosszúságú húrhoz 60°-os középponti szög tartozik, mivel a húr és a hozzátartozó két sugár egyenlő oldalú háromszöget határoznak meg. Ezt használjuk fel a 60°-os szög szerkesztésénél. Feltétlenül emeljük ki, hogy a 60°os szög megszerkesztése a szabályos háromszög szerkesztésére vezethető vissza! A 2. feladat a) és b) részében megismerkedhetünk további szögek megszerkeszthetőségével! Ezután folytassuk a munkát a 3. és 4. feladat megoldásával! Beszéljék meg a megoldásokat, és amikor készen vannak, együtt is egyeztessünk! Lassabban haladók csak az 1. és a 2.a) feladatot oldják meg!

11. FELADATLAP

1. Egy r sugarú körben az AB húr hossza megegyezik a sugár hosszával. Mekkorák a húrhoz tartozó középponti szögek?

Az *OAB* háromszög egyenlő oldalú, ezért a az *O*-nál lévő egyik középponti szög 60° (a másik 300°). Lásd az ÖSSZEGZÉST!

2. Szerkessz 4 cm oldalú szabályos háromszöget! Mekkorák a belső szögei?
A szabályos háromszög szögei 60°-osak, ezért a 60°-os szög szerkesztése visszavezethető a szabályos háromszög szerkesztésére.

a) Szerkeszd meg külön ezt a szöget, felezd meg, majd az így kapott szöget is felezd meg! Hány fokos szögeket tudunk így szerkesztéssel előállítani?
A 60°-os szögből felezéssel előállítható szögek: 30°, 15°, 7,5°, stb.

b) Ismét szerkessz 60°-os szöget, majd másold mellé önmagát! Hány fokos szöget kaptál? A szögmásolást a szögfelezéssel kombinálva, mekkora szögeket állíthatunk elő?
Az egyszeres másolással 120°-os szöget kapunk. A két módszer kombinálásával előállítható szögek például: 67,5°; 75°; 90°; 105°; 135°; 150°, stb.

3.

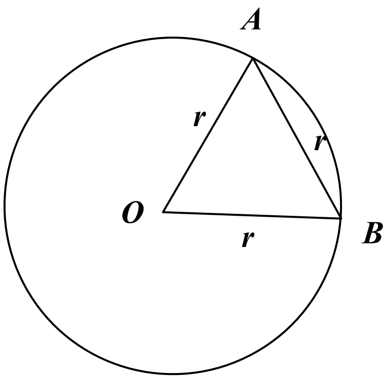
a) Szerkessz 90°-os szöget! Szerkeszd meg a szög felezőjét, majd az így kapott szöget is felezd meg! Hány fokos szögeket találsz az ábrádon?
A többszörös szögfelezés után a következő szögek találhatók az ábrán: 90°, 45°, 22,5°

b) Szerkessz 135°-os, 225°-os, 315°-os szöget!

4. Vegyél fel egy tompaszöget! Szerkeszd meg a felét, másfélszeresét, negyedét, háromnegyedét! Szögfelezés és szögmásolás végrehajtása szükséges.

5. Készítsetek egy tablót azokról a szögekről, amelyeket már meg tudunk szerkeszteni! A szerkesztéseket az A4-es lapokra készítsétek, amelyeket azután ragasszatok a tablóra!

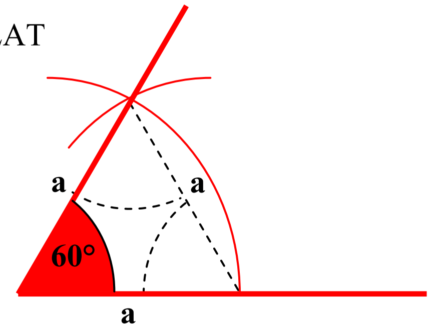
ÖSSZEGZÉS



Egy *r* sugarú körben az *AB* húr hossza megegyezik a sugár hosszával. A húrhoz tartozó középponti szög 60° és 300°.
$OA = OB = r$ és $AB = r$ a feladat szerint, ezért az *OAB* háromszög egyenlő oldalú, amelynek minden szöge 60°. Ezért az *O* pontnál lévő egyik középponti szög 60°, a másik 300°.

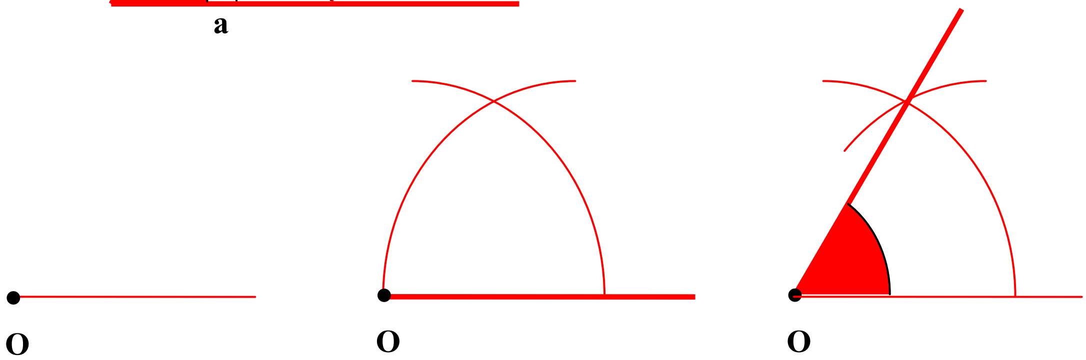
60 fokos szög szerkesztése adott félegyenesre

VÁZLAT



ÖSSZEFÜGGÉSEK

Az *O* pont köré kört rajzolunk, és a félegyenestől sugár hosszúságú húrt jelölünk ki a körben. 60°-os középponti szöget kapunk



A SZERKESZTÉS LÉPÉSEI

1. *O* pont körül tetszőleges sugarú kör rajzolása.

2. A kör és a félegyenes metszéspontjából a sugár felmérése.

3. A kapott ponthoz tartozó középponti szög megrajzolása.

4. Megszerkeszthető szögek (tablókészítés)

Utolsó feladat során minden csoport elkészít egy tablót azokról a szögekről, amelyeket már meg tudunk szerkeszteni (11. feladatlap 5. feladat)! Mielőtt hozzálátnának a feladathoz, beszéljük meg, melyek ezek a szögek! Ilyen például a 180°-os szög, vagyis az egyenesszög, valamint a 60°-os szög is. Ezekből kiindulva sok más szög is megszerkeszthető, pl. 30°, 120°, 90°, 45°. Beszéljük meg ezek megszerkesztését! Ezután hozzáfoghatnak a tabló elkészítéséhez. Osszuk ki az ehhez szükséges anyagokat: A4-es lapokat, ragasztót, nagyméretű papírt, például csomagolópapírt! A szerkesztéseket az A4-es lapokra készítsék, amelyeket azután ragasszanak a tablóra! Kérjük, hogy munkájukat próbálják meg rendszerbe foglalni! A csoportosítás szempontjait bízzuk rájuk (fajták szerint, vagy hány fokos szögből kiindulva lehet megszerkeszteni, stb.)! Az elkészített munkákat mutassák be az egyes csoportok, jutalmazzuk őket aszerint, kinek hány esetet sikerült találni. A tablók kerüljenek ki a tanterem falára, és maradjanak is ott az elkövetkezendő órákon.

Feladatgyűjtemény: 19–29. feladat

FELADATGYŰJTEMÉNY

1. Határozd meg a ponthalmazok távolságát!

a) Adott *P* pont és adott *AB* szakasz.

A *P* pontból a szakaszra bocsátott merőleges szakasz hossza.

b) Adott *AB* és *CD* szakasz.

Metsző szakaszok távolsága nulla, párhuzamos szakaszok esetén az őket (rajtuk áthaladó egyeneseket) összekötő merőleges szakasz hossza.

c) Egy háromszög és egy kör.

Ha van közös pontjuk, a távolság nulla, ha nincs közös pontjuk, az őket összekötő legrövidebb szakasz hossza.

2. Keresd meg Magyarország térképén az országhatár két legtávolabbi pontját! Mekkora a távolságuk a térképen és a valóságban? Kb. 543 km

3. Vegyél fel három egyenest és egy *P* pontot! Szerkeszd meg a *P* pont távolságát mindegyik egyenestől! Melyikhez van a legközelebb, melyiktől van a legtávolabb?

4. Fogalmazd meg, hogy milyen tulajdonságokkal rendelkeznek a következő pontok!

a) Az *O* középpontú 5 cm sugarú körvonal pontjai. Az *O* ponttól 5 cm távolságra vannak.

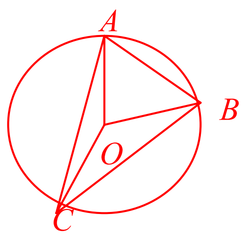
b) Az *O* középpontú 5 cm sugarú körlap pontjai. Az *O* ponttól legfeljebb 5 cm távolságra vannak.

c) A síknak azok a pontjai , melyeket az *O* középpontú 5 cm sugarú körlap elhagyásával kapunk. Az *O* ponttól 5 cm-nél nagyobb távolságra vannak.

5. Egy 3 cm sugarú körbe szerkessz 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm, 6 cm hosszúságú húrt! Szerkeszd meg a húrok középponttól való távolságát! Hasonlítsd össze ezeket a távolságokat!

A középpontból a húrokra szerkesztett merőleges szakaszok hossza. A legrövidebb húr van a legtávolabb a középponttól.

6. Rajzolj egy 35 mm sugarú kört! Jelölj ki a körvonalon tetszőlegesen három pontot, nevezd el őket (*A, B, C*)! Kösd össze a három pontot egymással és a kör középpontjával is! Keress az ábrádon húrt, körcikket, körszeletet, középponti szöget! Mérd meg az utóbbiakat!



Húr: *AB, BC, AC*

Körcikk: *AO* és *BO*, *BO* és *CO*, *AO* és *CO* sugarak és a körív által határolt alakzat

Körszelet: *AB* húr, *BC* húr, *AC* húr és a körív által határolt alakzat

Középponti szög: *AOB*□ , *BOC*□ , *AOC*□

7. Szerkessz érintőt a kör egy adott pontjához! Az adott pontba sugarat húzunk, majd erre a sugárra merőleges egyenest szerkesztünk.

8. Rajzolj egy egyenest, jelöld meg egy pontját! Szerkessz olyan 4 cm sugarú kört, amely az egyenest a megadott pontjában érinti! Hány megoldás van? Az egyenesre a megadott pontban merőlegest állítunk, és az egyenes egyik oldalára felmérünk 4 cm-t, ez lesz a kör középpontja. Mivel ugyanezt a másik oldalon is elvégezhetjük, ezért két megoldás van.

9. Készíts térképet, amelyen 1 cm feleljen meg 5 km-nek!
A sivatagban van egy oázis, melyet jelöljön *O* pont. Hol lehet az a szomjas vándor, aki

a) 5 km-nél nem nagyobb távolságra van az oázistól?

Az oázistól 5 km (*O* pont körül rajzolt 1 cm) sugarú körvonalon illetve azon belül.

b) legalább 10 km-re, de legfeljebb 15 km-re van az oázistól?

Az oázistól 10 km, illetve 15 km (*O* pont körül rajzolt 2 cm, ill. 3 cm) sugarú körgyűrűn.

10. Lehet-e

a) két hegyesszög összege hegyesszög, derékszög, tompaszög, homorúszög?

Igen, igen, igen, nem.

b) egy hegyes- és egy tompaszög összege hegyesszög, tompaszög, egyenesszög, homorúszög?

Nem, igen, igen, igen.

c) egy homorú-és egy tompaszög különbsége hegyesszög, derékszög, homorúszög?

Igen, igen, nem.

11. Az alábbi háromszögek közül válogasd ki, és add meg betűjelét azoknak, melyeknek

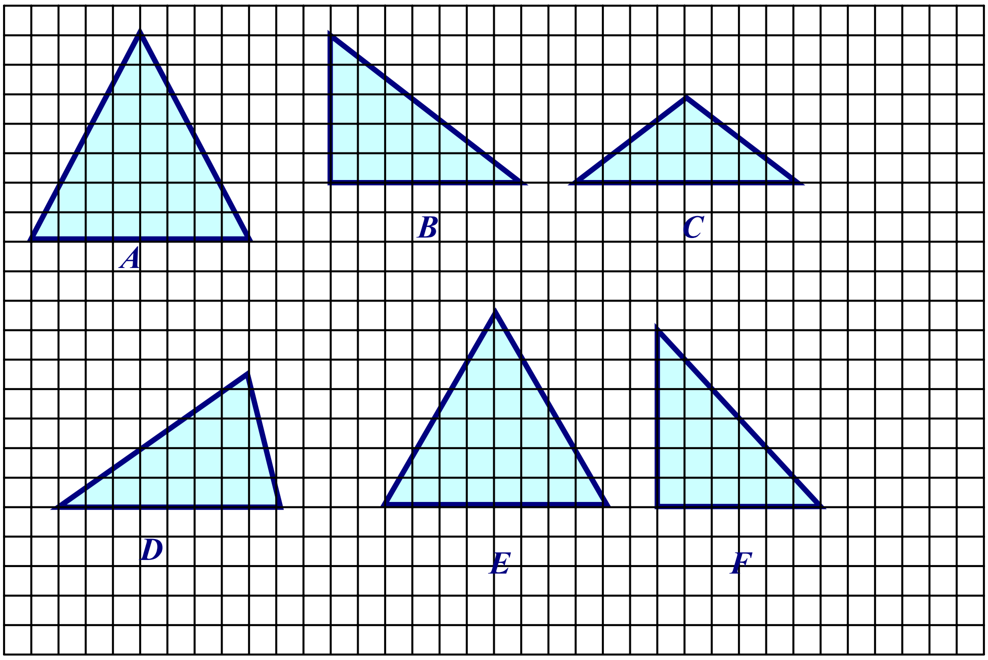
a) van derékszöge; *B*, *F*; derékszögű háromszög

b) van 90°-nál nagyobb szöge; *C*; tompaszögű háromszög

c) szögei kisebbek az egyenesszög felénél; *A*, *D*, *E*; hegyesszögű háromszög

d) vannak egyenlő oldalai; egyenlő szárú (*A*, *C*, *E*), illetve egyenlő oldalú háromszög (*A*)

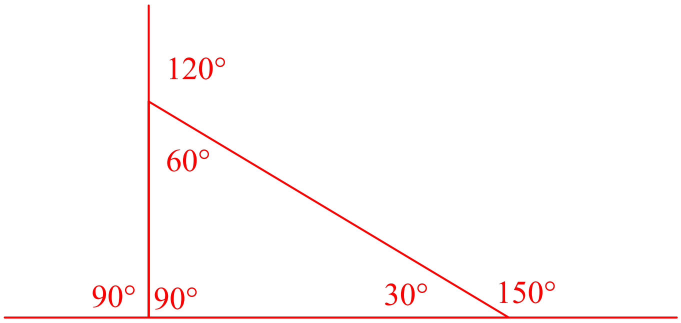
Add meg a csoportok nevét!



12. 13+1-es totó

1.	A háromszög belső szögeinek összege			2
	1.) kisebb 180°	2.) egyenlő 180°	X.) nagyobb 180°	
2.	A háromszög külső szöge a mellette fekvő belső szöggel együtt			1
	1.) biztosan 180°	2.) nem biztos, hogy 180°	X.) nem lehet 180°	
3.	Egy háromszög egyik belső szöge hegyesszög, a mellette lévő külső szög			X
	1.) hegyesszög	2.) derékszög	X.) tompaszög	
4.	Egy háromszög egyik külső szöge hegyesszög, a mellette lévő belső szög			2
	1.) homorúszög	2.) tompaszög	X.) hegyesszög	
5.	A derékszögű háromszög külső szögei között			1
	1.) biztos van derékszög	2.) nincs derékszög	X.) pontosan két derékszög van	
6.	Egy háromszögnek lehet			X
	1.) két derékszöge	2.) homorúszöge	X.) két hegyesszöge	
7.	Ha egy háromszög minden belső szöge hegyesszög, akkor minden külső szöge			2
	1.) hegyesszög	2.) tompaszög	X.) derékszög	
8.	Ha egy háromszögben két belső szög 60°, akkor a háromszögnek			X
	1.) nincs tükörtengelye.	2.) pontosan egy tükörtengelye van.	X.) három tükörtengelye van.	
9.	A háromszög belső szögei között lehet			1
	1.) egy tompaszög	2.) két tompaszög	X.) három tompaszög	
10.	A háromszög külső szögei között			1
	1.) lehetnek egyenlők	2.) nem lehetnek egyenlők	X.) nem lehet eldönteni	
11.	Ha egy háromszögnek két belső szöge 60°-os, akkor a harmadik belső szöge			X
	1.) 120°	2.) 30°	X.) 60°	
12.	Egy háromszög egyik külső szöge 150°. Belső szögei között lehet			1
	1.) 70°és 80°-os	2.) 30°és 150°-os	X.) 100°és 80°-os	
13.	Ha egy háromszög külső szögei egyenlők, akkor a háromszögnek			X
	1.) egy tükörtengelye van	2.) nincs tükörtengelye	X.) 3 tükörtengelye van	
13+1.	Egy háromszög két belső szöge 45° és 85°, akkor külső szögei közül biztos, hogy			1
	1.) két tompaszög van	2.) nincs tompaszög	X.) egy tompaszög van	

13. Rajzolj háromszöget, ha két külső szöge 120°és 150°! Milyen háromszöget kaptál? Számítsd ki, mekkorák a hiányzó szögei? Számításaidat ellenőrizd a megfelelő szögek megmérésével!



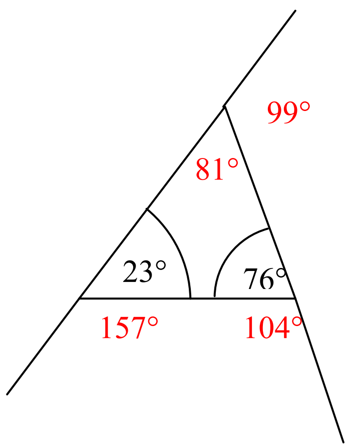
Derékszögű háromszöget kapunk.

14. Döntsd el az alábbi állításokról, hogy igazak vagy hamisak!
A háromszög belső szögeinek összege 360°. Hamis, mert 180°.
Van olyan háromszög, amelynek két belső szöge tompaszög. Hamis, mivel a háromszög belső szögeinek az összege 180°.
A derékszögű háromszög szögei legfeljebb 90°-osak. Igaz, ha egy háromszög egyik szöge 90°, akkor a másik két szög hegyesszög.
A tükrös háromszög minden belső szöge egyenlő. Hamis, ha egy tükörtengelye van, akkor csak két szöge egyenlő.
A szabályos háromszög minden belső szöge 60°. Igaz, mert a $3 \cdot 60° = 180°$.
Ha egy háromszögnek két szöge 50°, akkor van tükörtengelye. Igaz, a tükrös háromszög alapon fekvő szögei egyenlők.
Egy tükrös háromszögben a szárszög nem lehet egyenlő az alapon fekvő szögekkel. Hamis, az egyenlő oldalú háromszögben minden szög egyenlő, 60°.

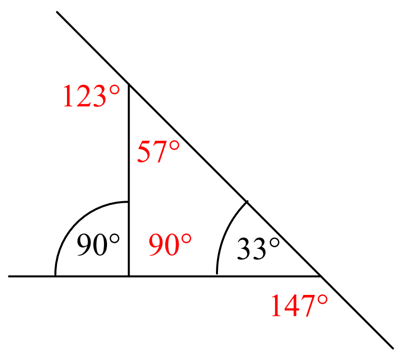
15.
a) Mekkorák az egyenlő oldalú háromszög külső szögei?
Mind a három 120°.
b) Mekkorák az egyenlőszárú derékszögű háromszög belső szögei?
45°, 45°, 90°.

16. Számítsd ki a háromszög hiányzó belső és külső szögeit!

a)



b)



17. Számítsd ki a háromszög hiányzó szögeit, ha

a) két belső szöge 35° és 110°;

Harmadik belső szöge 35°, külső szögei 145°, 70°, 145°.

b) két külső szöge 95° és 140°!

Harmadik külső szöge 125°, belső szögei 85°, 40°, 55°.

18. Egy háromszög egyik külső szöge 100°. A nem mellette lévő két belső szög közül az egyik háromszorosa a másiknak. Mekkorák a háromszög szögei?
A két belső szög összege 100°, ezért az egyik szög 25°, a másik 75°, a harmadik belső szög pedig 80°. A háromszög külső szögei 155°, 105°, 100°.

19. Végezd el a mértékváltásokat!

a) 3° = 180′ = 10 800 ″	15° = 900′ = 54 000 ″	40° = 2 400′ = 144 000″
0,4° = 24′ = 1 440″	2,4° = 144′ = 8 640″	10,9° = 654′ = 39 240″
100,5° = 6 030′ = 361 800″	180,4° = 10 824′ = 649 440″	
b) 120′ = 2°	930′ = 15,5°	77,4′ = 1,29°
30′ = 0,5°	60′ = 1°	720′ = 12°
5°28′ = 328′	14°20′ = 860′	30°15′60″ = 1816′

20. Fejezd ki az egyenesszög (π) törtrészeként a következő szögeket!

a) 90° = 0,5 π	360° = 2 π	9° = 0,05 π	27° = 0,15 π
b) 120° = 2/3 π	210° = 7/6 π	330° = 11/6 π	99° = 0,55 π

21. Fejezd ki fokokban a következő szögeket (az egyenesszöget π jelöli)!

a) 3π = 540°	1,5π = 270°	10π = 1800°
b) $\frac{1}{3}\pi = 60°$	$\frac{3}{4}\pi = 135°$	$\frac{1}{2}\pi = 90°$

22. Számítsd ki a két szög összegét, illetve különbségét!

a) 45°23’ és 66°11’	**b)** 89°29’ és 75°34’	**c)** 243°7’ és 86°56’
a) 111°34’ és 20°48’	**b)** 165°3’ és 13°55’	**c)** 330°3’ és 156°11’

23. Vegyél fel egy hegyesszöget és egy tompaszöget! Szerkessz olyan háromszöget, melynek van két, a megadott szögekkel egyenlő szöge! Tetszőleges hosszúságú szakaszra másoljuk a két szöget, és a két szögszár metszéspontja a háromszög harmadik csúcsa. A feladatnak végtelen sok megoldása van.

24. Vegyél fel egy tompaszöget! Szerkeszd meg a negyedét, ötnegyedét, háromkettedét, kétszeresét! Milyen fajta szögeket kaptál?
Hegyes; hegyes, v. tompa; tompa v. homorú; homorú.

25. Döntsd el, melyik állítás igaz, illetve melyik hamis!

a) A kör átmérője a leghosszabb húr. igaz

b) Az átmérő hossza kétszerese a sugárénak. igaz

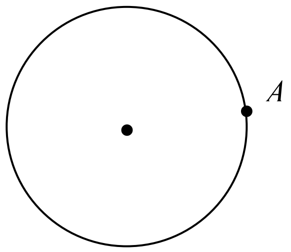
c) A leghosszabb sugár az átmérő. hamis

d) Az érintő távolsága a kör középpontjától egyenlő a kör sugarának hosszával. igaz

e) Ugyanabban a körben az a középponti szög a nagyobb, amelyikhez nagyobb körív tartozik. igaz

f) Különböző sugarú körökben egyenlő középponti szögekhez egyenlő húrok tartoznak. hamis

26. Adott egy kör és a körvonalon egy A pont. Szerkessz négyzetet úgy, hogy csúcsai a körvonalon legyenek, és a megadott pont az egyik csúcs legyen!



Két tetszőleges húr felezőmerőlegesét megszerkesztve, ezek metszéspontja kijelöli a kör középpontját. Megrajzolunk az A pontból kiindulva egy átmérőt, majd szerkesztünk egy erre merőleges másik átmérőt. E két átmérő végpontjai a keresett négyzet csúcsai.

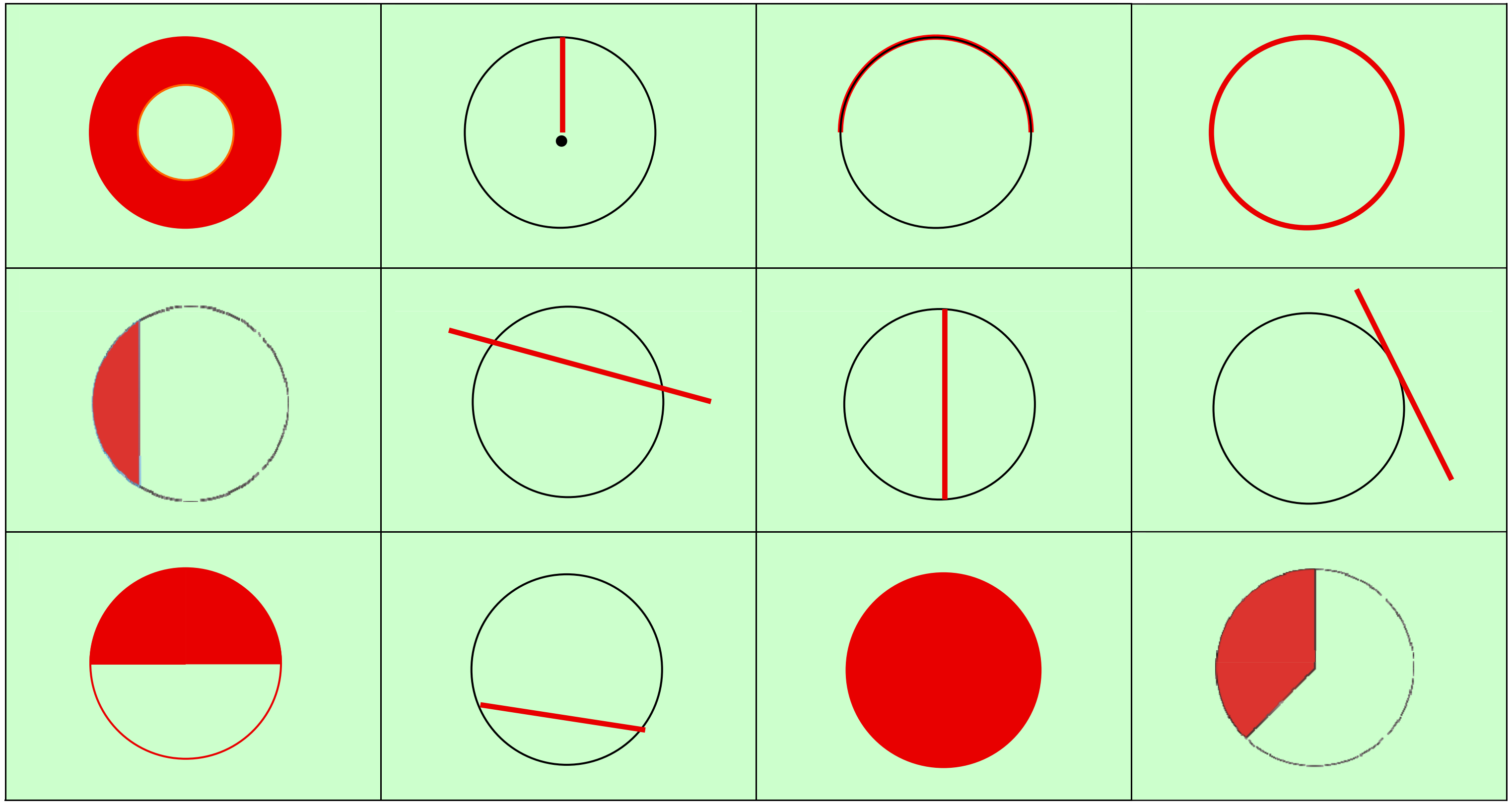
27. Szerkessz egy 4 cm sugarú körbe egymás mellé 135°-os és 22,5°-os szöget!
a) Hány fokos a harmadik középponti szög? 202,5°-os
b) Szerkessz a körhöz érintőket az ívek végpontjaiban! Merőlegest állítunk a szögszárakra a körrel közös pontjaikban.

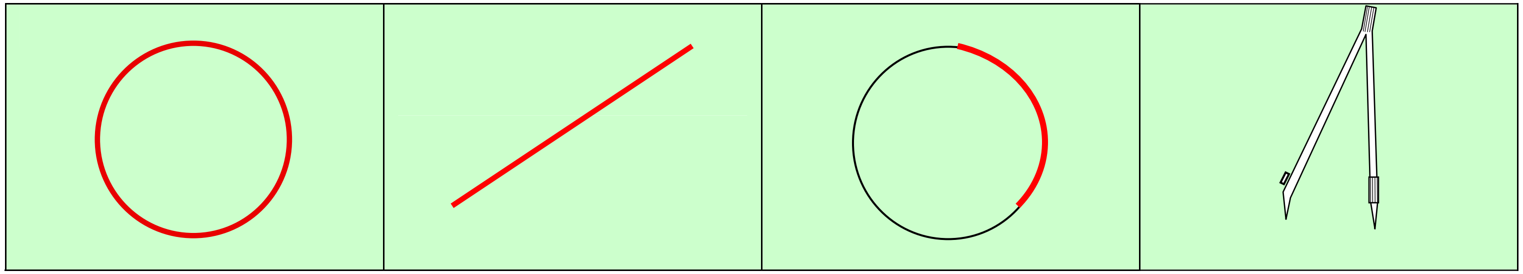
28. Lehetséges-e, hogy a különböző sugarú körpályán ugyanolyan sebességgel futó két versenyző egyszerre érjen a célba? Válaszodat indokold!
Nem, mert a nagyobb sugarú pályán futó versenyzőnek nagyobb köríven kell futnia, s mivel egyforma sebességgel futnak, ezért egyenlő idő alatt egyenlő utat tesznek meg.

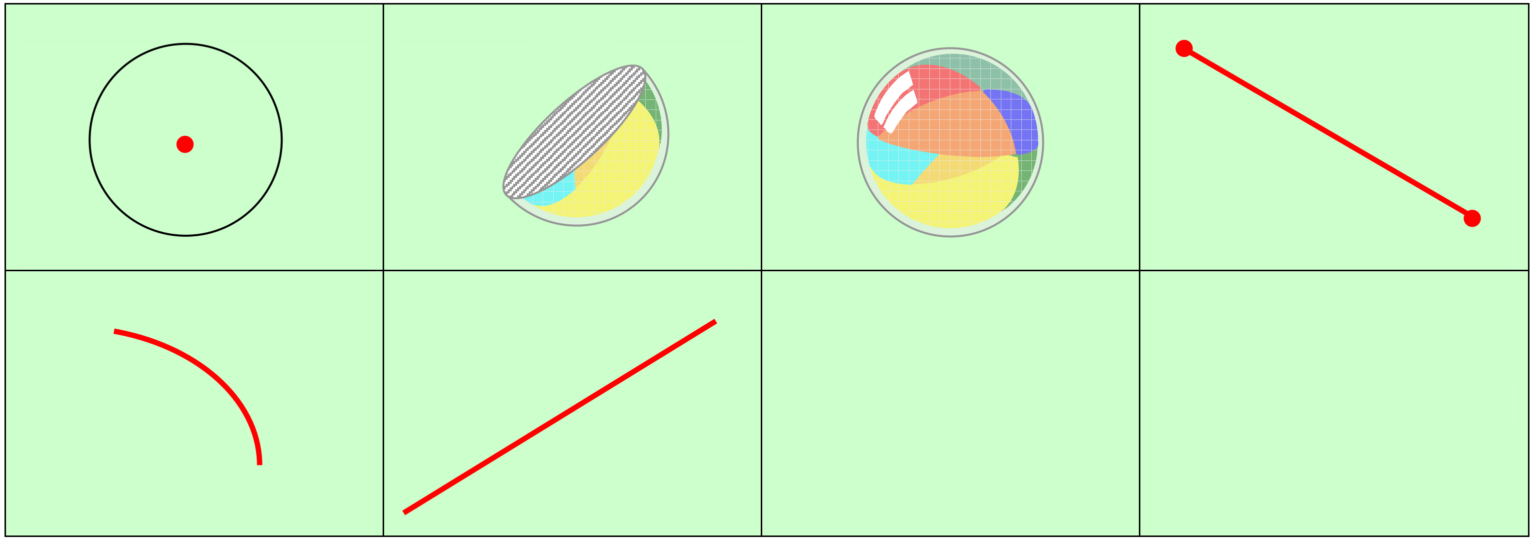
29. Van három koncentrikus kör, sugaruk 2 cm, 3 cm és 4 cm.
a) Egy 50°-os középponti szöghöz melyik kör esetén tartozik a leghosszabb körív?
A legnagyobb sugarúhoz.
b) Igaz-e, hogy a három kör egy-egy 25 mm-es húrjához ugyanakkora középponti szög tartozik? Válaszodat indokold!
Nem, mert különböző sugarú körökben ugyanakkora középponti szöghöz különböző hosszúságú húrok tartoznak, nagyobb sugarú körben lesz a hosszabb a húr.
c) Egy 30°-os és egy 150°-os középponti szög esetén melyik körön keletkezik a legrövidebb húr? Állítsd hosszúságuk szerint csökkenő sorrendbe az egyes körökben az egyes szögekhez tartozó íveket! Az íveket jelölje a kisebb szögtől indulva i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6!
Mindkét szög esetén a belső körön keletkeznek a legrövidebb húrok.
$i_4 = 150°_{\text{külső ív}} > i_5 = 150°_{\text{középső ív}} > i_6 = 150°_{\text{belső ív}} > i_1 = 30°_{\text{külső ív}} > i_2 = 30°_{\text{középső ív}} >$
$> i_3 = 30°_{\text{belső ív}}$

1. A) tanári melléklet – alakzatkártyák

Osztályonként 1 db. Kartonlapra nyomva, színesben, legalább négyszer ekkora méretben (táblára való demonstrációs eszköz), a fekete vonalak mentén kivágva.







1. B) tanári melléklet

Osztályonként 1 példány A4-es géppapírra nyomtatva.

Mese a körök városáról

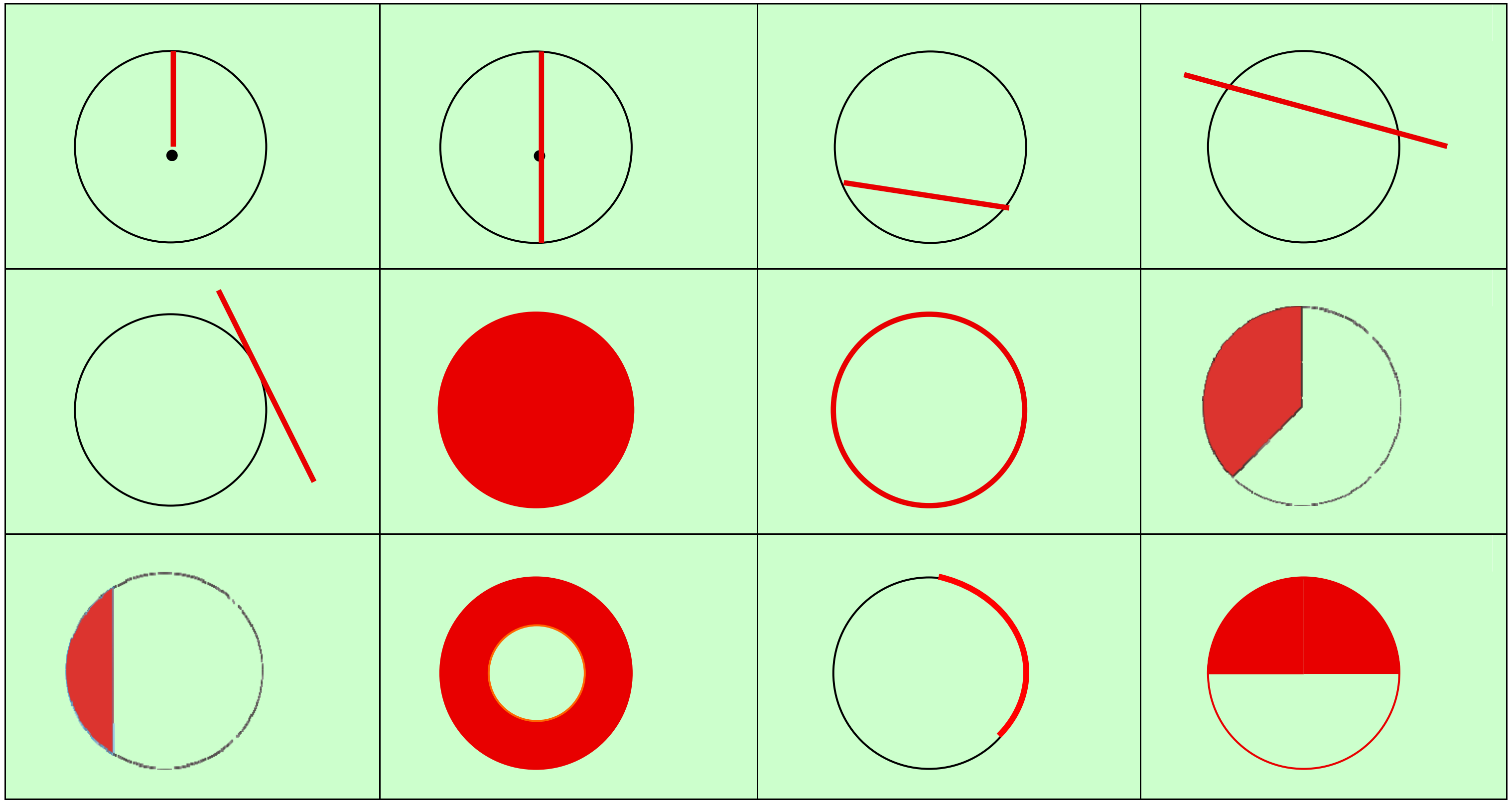
A 6. b. osztály kirándulni ment a hegyekbe. Elindultak a térképen jelölt ösvényen. Szép volt az idő, az erdő rengeteg látnivalót rejtett, így aztán észre sem vették, hogy eltévedtek. Mire feleszméltek már azt sem tudták hol vannak, pedig igyekezniük kellett, mert sötétedni kezdett.
– Most mi tévők legyünk? – kérdezte Zsuzsi.
– Feltétlenül találnunk kell éjszakai szállást! – válaszolta Kálmán bácsi. – Peti, te jól tudsz fára mászni, nézz körül, hátha észreveszel valamit!
Peti felmászott a legközelebbi **egyenes** fára, és körbe tekintett. Szerencsére észrevette, hogy nem túl messze fények világítanak. El is indultak, gondolták, ahol fény van, ott csak tudnak valami éjszakai szállást biztosítani. Nem sokára egy városhoz érkeztek. Magas fal vette körül, a falnak a felső részén különböző méretű **körív**ek kapcsolódtak egymáshoz. A városkapu egy nagy **körlap**ra emlékeztetett, mintha egy óriási **körző** segítségével rajzolták volna meg. Bementek a városba, ahol egy széles utcán gyorsan bejutottak a **középpont**ba, ami egy **kör** alakú tér volt, s a házakon minden vonal egy **körvonal** része volt. Ezen igen csak elcsodálkoztak, ilyen városban még nem jártak.
–Milyen érdekes hely ez! De hol vannak az emberek? Nem lakik itt senki? – kérdezgették egymástól, hiszen útjuk során egy teremtett lélekkel sem találkoztak. Elhatározták, hogy felderítik a terepet. Észrevették, hogy a térből **sugár** irányban indulnak ki az utcák. Kálmán bácsi javaslatára kisebb csoportokba rendeződtek, majd minden csoport elindult egy-egy utcán. Nemsokára mindenki visszatért felderítő útjáról, és elmesélték egymásnak, mit láttak.
– A mi utcánkban találtunk egy cukrászdát, de be volt zárva, pedig finomabbnál finomabb torták kínálták magukat a kirakatban, és minden torta **körcikk**ekre volt vágva. Gondolhatjátok, hogy megkóstoltuk volna! – mesélte Viki.
– Mi nem találtunk mást csak egy parkot. – folytatja Kinga. Körbe jártuk, először egy **félkörív,** majd egy **szakasz** mentén haladtunk.
– Akkor az a park **körszelet** alakú! – kiáltott fel Tomi. – Ezek szerint nemcsak **görbe vonal** akad ebben a városban!
– Úgy látszik, nem lakik ebben a városban senki, hiszen mi sem találkoztunk egyetlen emberrel sem! – mondta Dóri.
– Furcsa, hogy ennyire kihalt a város, hiszen minden olyan szép, tiszta, nem tűnik elhanyagoltnak. Ráadásul felfedeztünk egy gyönyörű virágágyást, teli szebbnél szebb virágokkal, melyek szín szerint voltak elkülönítve. Minden szín egy-egy **körgyűrű**t alkotott. – mesélte Tamara.
– Feltűnt nektek is, hogy az utcák csak **félkörlap**okkal vannak kikövezve? – kérdezte Márk?
– Odanézzetek! – kiáltott fel Gabi, és a tér közepére mutatott. Hirtelen mindannyian odanéztek, ugyanis halk zúgással egy hatalmas **gömb** emelkedett ki a földből, majd lassan megállt, és kettévált. A felső **félgömb** felemelkedett, és a levegőben lebegett. Az egész osztály odasereglett, és ámulva látták, hogy az alsó félgömb tetejét alkotó félkört több szakasz osztja részekre, melyek között volt egy, amely áthaladt a középponton. Ez az **átmérő** hirtelen megnyílt, és csak úgy özönlöttek ki az emberek a nyíláson. A többi **húr** pedig különböző színben kezdett fényleni. Mire a gyerekek felocsúdtak, már körbe is vették őket az emberek, akik boldogan nevetve mesélték el, hogy hála a gyerekeknek, megtört az átok, amely a gömbbe zárta őket. Történt ugyanis, hogy a városba tévedt **Érintő**, a gonosz varázsló, segédjével, **Szelő**vel. Érintő nem bírta elviselni az **egyenes vonal** látványát, ezért megátkozta a várost, s az emberek mindaddig nem szabadulhattak börtönükből, amíg valaki a városba nem téved, és kimond legalább tíz olyan szót, ami kapcsolatos a körrel, vagy a gömbbel. Most

végre ez megtörtént, nincs hatalma többé Érintőnek a város felett. Természetesen minden épület visszakapta eredeti formáját.
Hálából egy fantasztikus ünnepséget rendeztek a gyerekeknek, majd másnap megmutatták a hazavezető utat. Bőségesen ellátták őket élelemmel, nehogy hazáig megéhezzenek.
A gyerekek még hosszú idő múlva is sokat meséltek erről a kalandjukról.

2. tanári melléklet – Körrel kapcsolatos fogalmak – definíciókártya

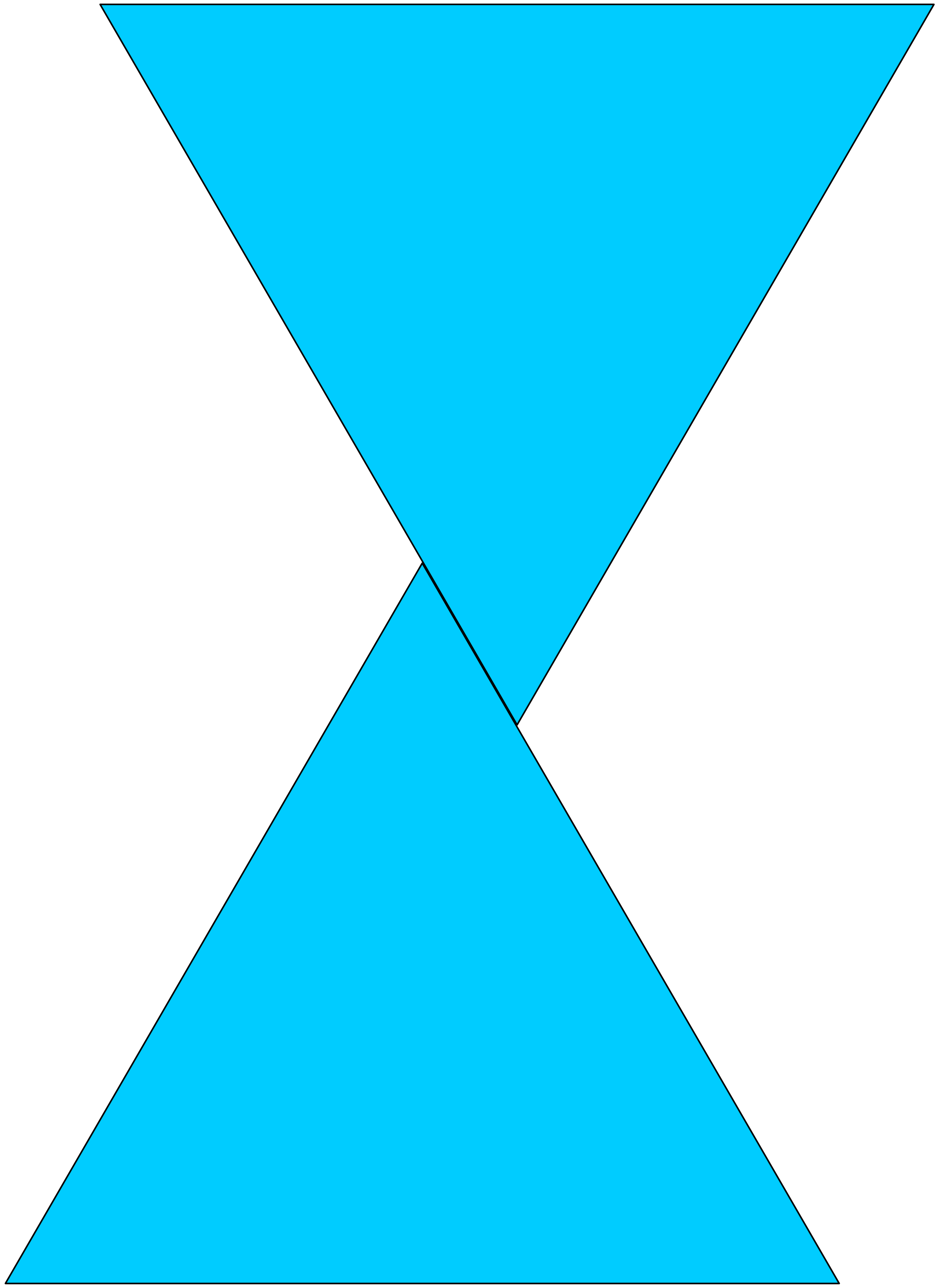
8 db készlet (minden csoportnak 1 db) kartonpapírra nyomva. Ez az oldal a kártyák első oldala (barack színű), a következő oldal (zöld színű) a kártyák hátoldala. Vigyázni kell, hogy a megfelelő fogalom a megfelelő rajzzal legyen egy kártyán. A kártyák kivágandóak.

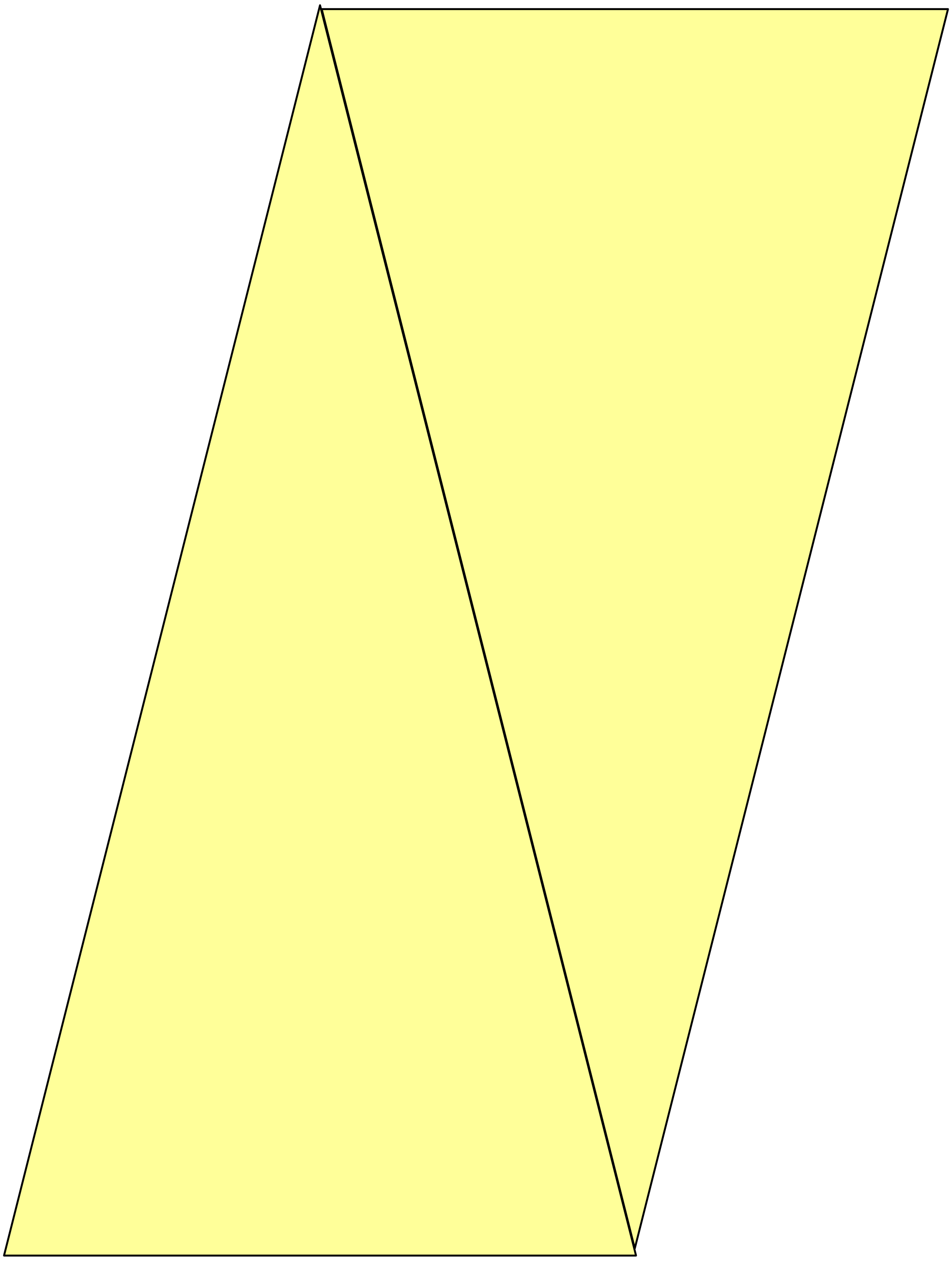
Sugár A kör középpontját a körvonal egy pontjával összekötő szakasz.	**Átmérő** A körvonal két pontját összekötő szakasz, mely átmegy a középponton.	**Húr** A körvonal tetszőleges két pontját összekötő szakasz.	**Szelő** Egyenes, melynek a körvonallal két közös pontja van.
Érintő Egyenes, melynek a körvonallal egy közös pontja van.	**Körlap** Pontjai a középponttól nincsenek messzebb egy megadott távolságnál.	**Körvonal** Pontjai a kör középpontjától egyenlő távolságra vannak.	**Körcikk** A körlapnak két sugár és egy körív által határolt része.
Körszelet A körlapnak egy húr és egy körív által határolt része.	**Körgyűrű** Két azonos középpontú különböző sugarú körvonal határolja.	**Körív** A körvonalnak két pontja által határolt része.	**Félkör** A körlapnak egy átmérő és egy körív által határolt része.

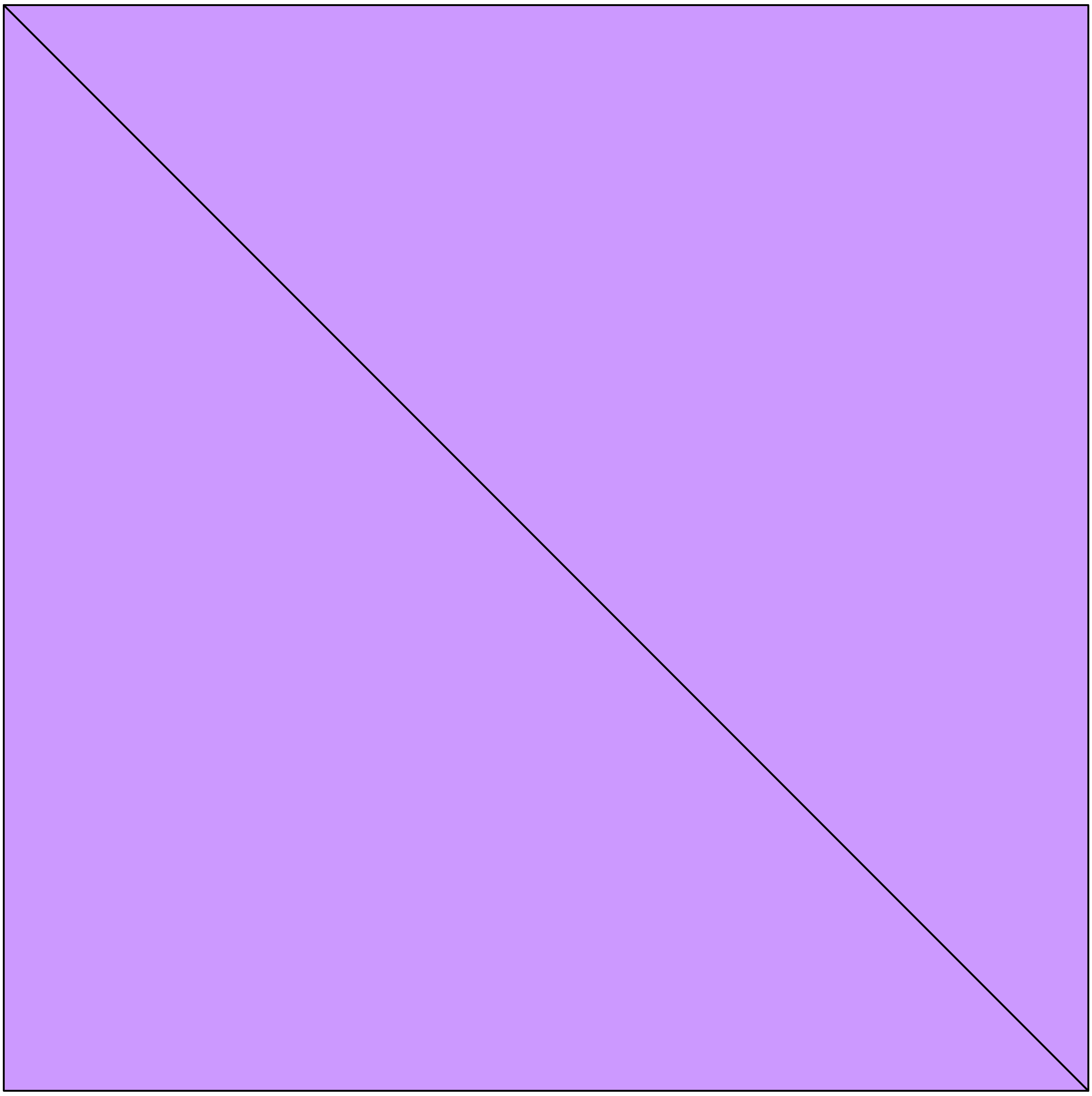


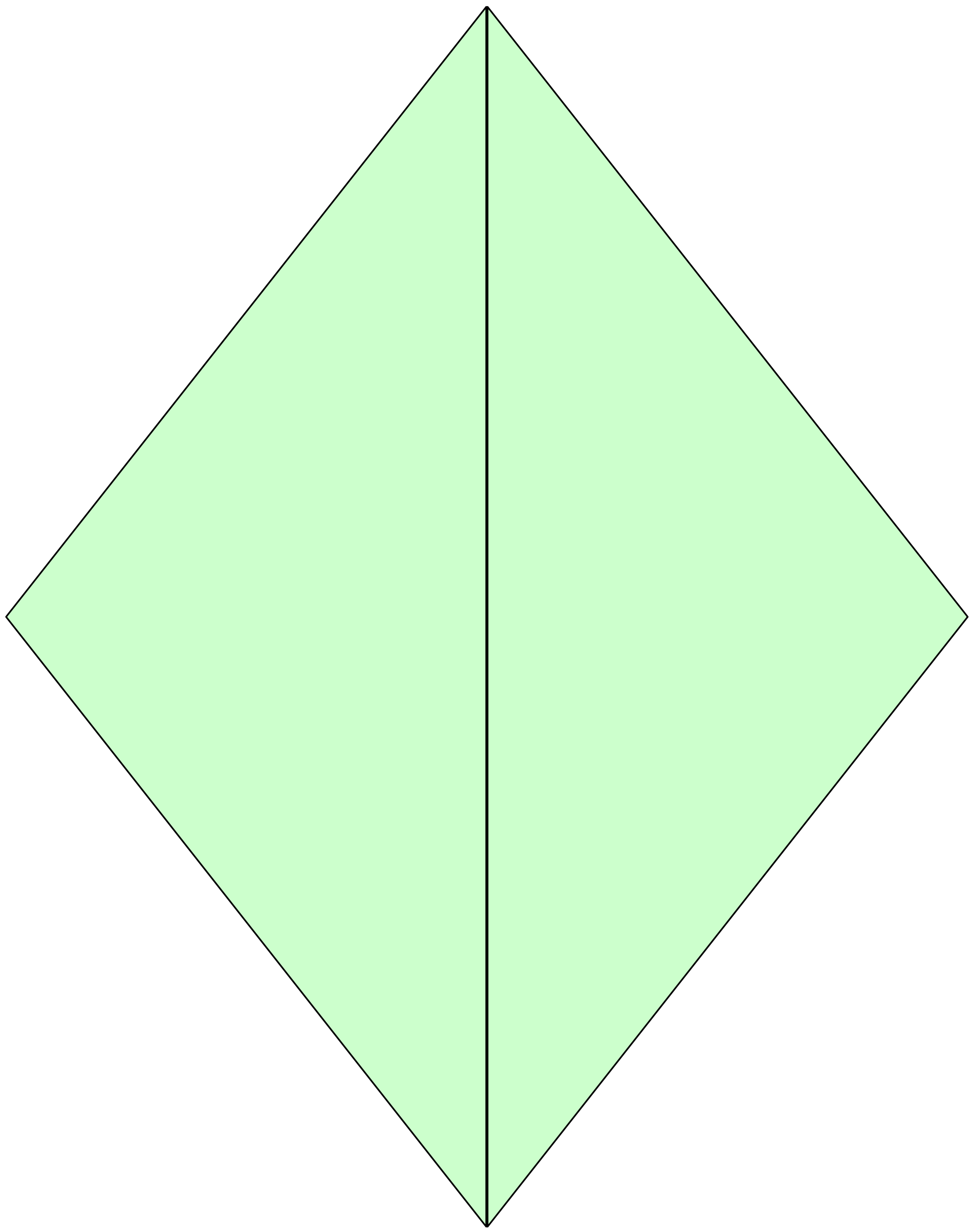
3. tanári melléklet: Háromszögkészlet

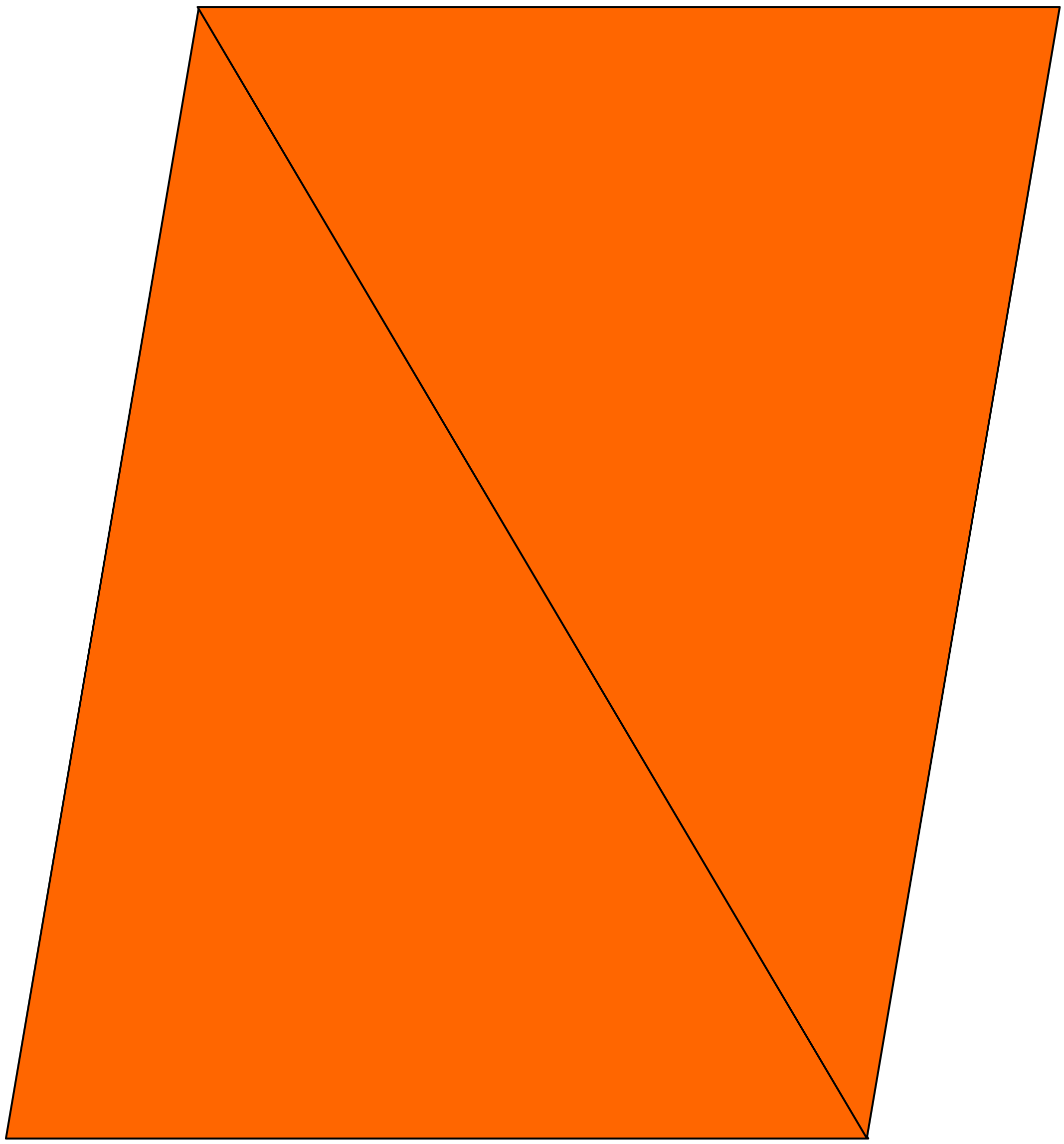
Osztályonként 1 készlet (7 oldal, 7x2 db háromszög) ebben a méretben kartonlapra nyomva. A háromszögek a határvonaluk mentén kivágandók.
Kék színű háromszög: egyenlő oldalú
Sárga színű háromszög: hegyesszögű, szimmetrikus (pontosan két oldala egyenlő)
Zöld színű háromszög: tompaszögű, szimmetrikus
Lila színű háromszög: derékszögű, szimmetrikus
Narancs színű háromszög: hegyesszögű, nem szimmetrikus
Barack színű háromszög: derékszögű, nem szimmetrikus
Piros színű háromszög: tompaszögű, nem szimmetrikus

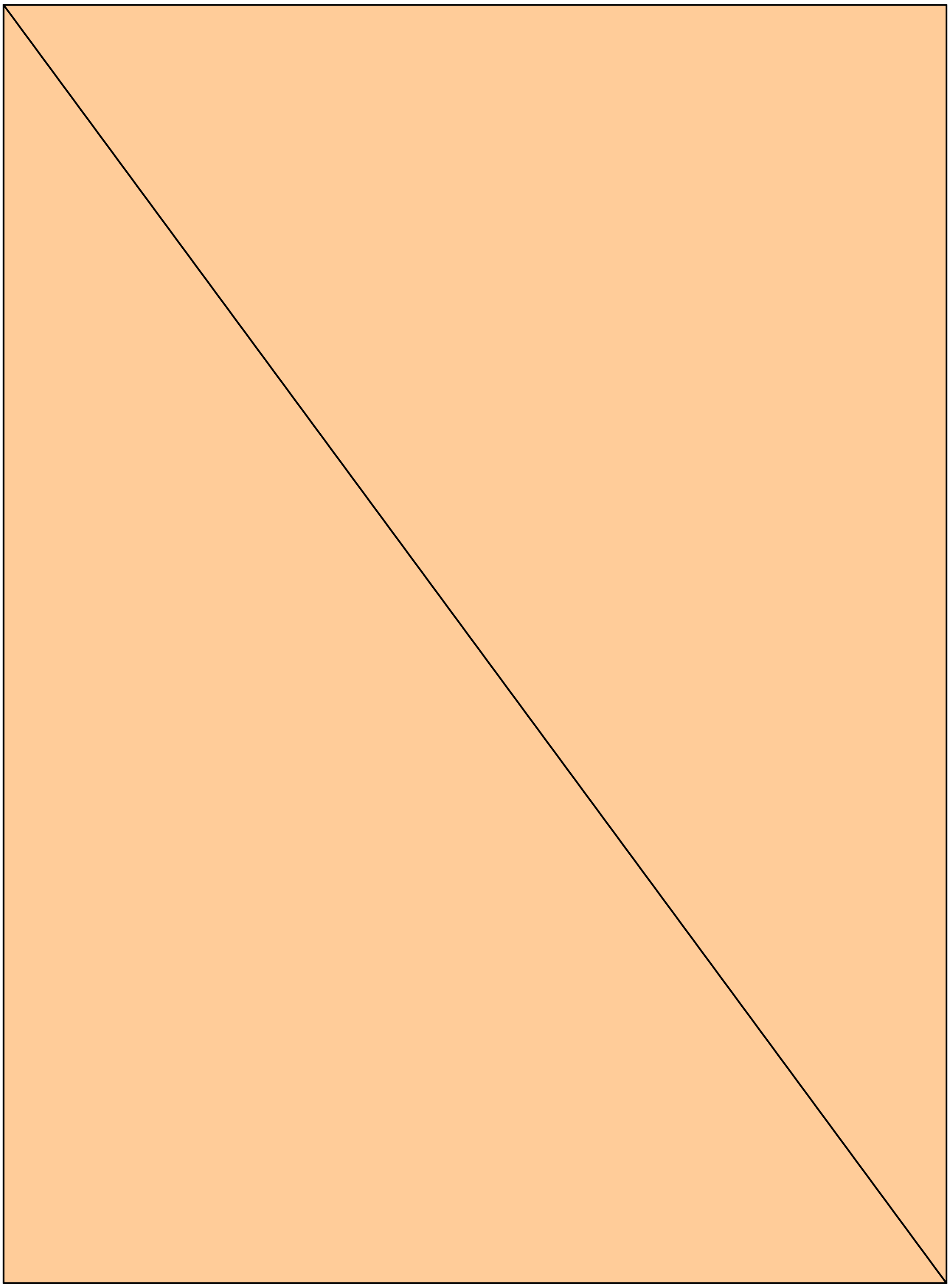


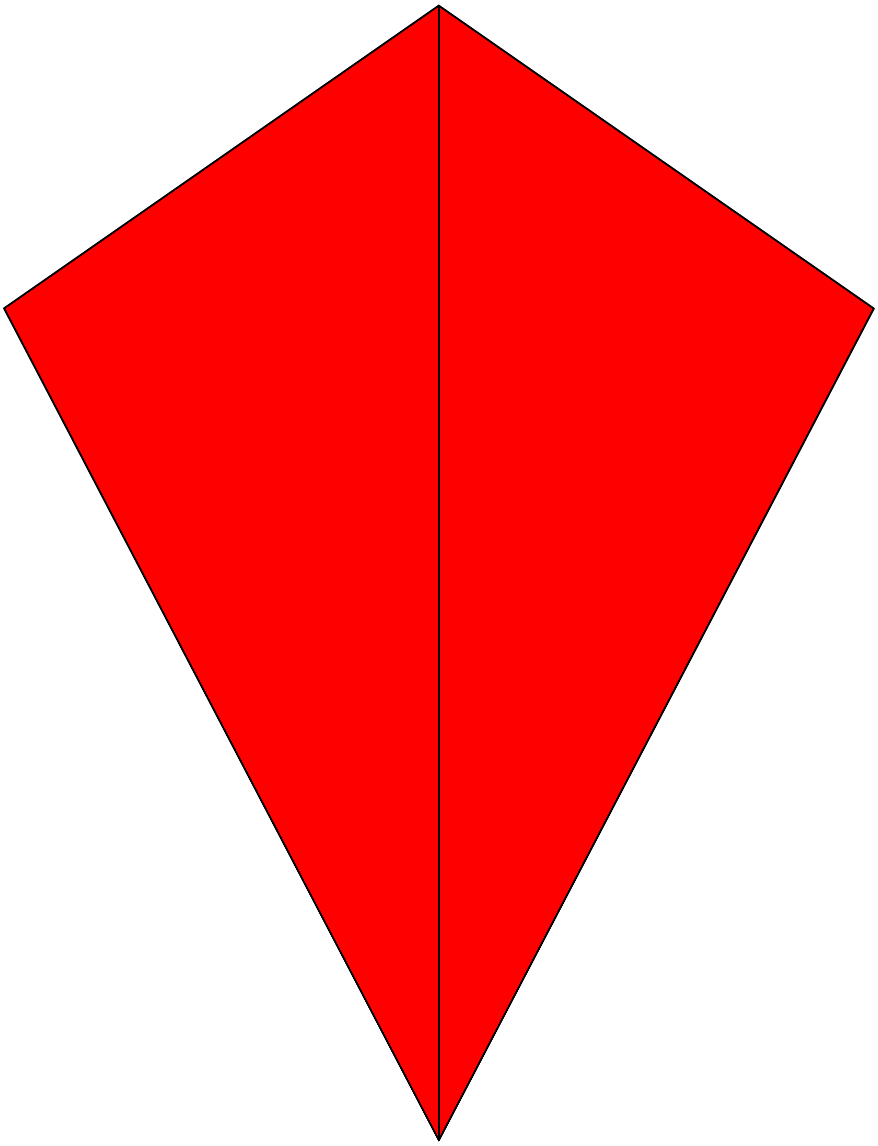












4. tanári melléklet: Háromszög fajták

Táblai eszköz, osztályonként 1 készlet, háromszorosra nagyítva, kartonlapra nyomva. A kártyák a fekete vízszintes vonalak mentén szétvágandó.

HEGYESSZÖGŰ TENGELYESEN SZIMMETRIKUS HÁROMSZÖG

DERÉKSZÖGŰ TENGELYESEN SZIMMETRIKUS HÁROMSZÖG

TOMPASZÖGŰ TENGELYESEN SZIMMETRIKUS HÁROMSZÖG

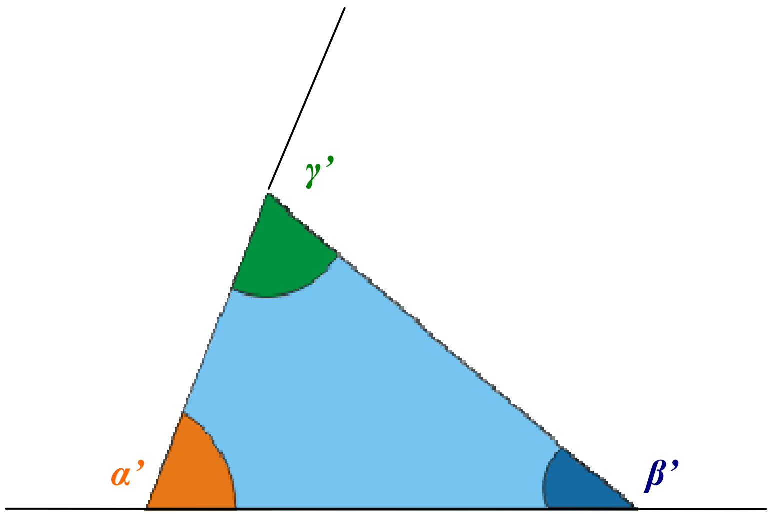
TENGELYESEN NEM SZIMMETRIKUS HEGYESSZÖGŰ HÁROMSZÖG

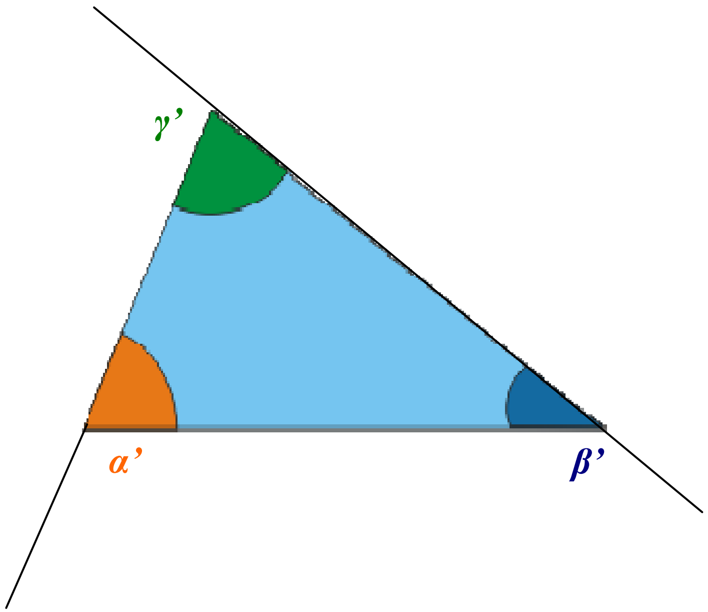
TENGELYESEN NEM SZIMMETRIKUS DERÉKSZÖGŰ HÁROMSZÖG

TENGELYESEN NEM SZIMMETRIKUS TOMPASZÖGŰ HÁROMSZÖG

5. tanári melléklet – A háromszögek belső és külső szögei

Írásvetítő fóliára nyomtatva, ebben a méretben, osztályonként 1 db.





6. tanári melléklet – Négyszögek parkettázáshoz

Mind a négy fajta négyszögből csoportonként 8-8 darabra van szükség, vagyis 8 db készlet (fajtánként összesen 64 db van típusonként) A négyzetek legyenek színesek, kemény kartonlapra nyomva, kivágva.