
TÖRTEK

Szorzás törttel, osztás törttel

KÉSZÍTETTE: BENCZÉDY-LACZKA KRISZTINA, MALMOS KATALIN

MODULLEÍRÁS

A modul célja	Törtek szorzása és osztása törttel.
Időkeret	7 óra
Ajánlott korosztály	6. osztály
Modulkapcsolódási pontok	5. osztályos törtek témakör
A képességfejlesztés fókuszai	<p><i>Számlálás, számolás:</i> Műveletek a pozitív és negatív törtek körében.</p> <p><i>Mennyiségi következtetés:</i> Mennyiségek tört részének számítása. Műveleti tulajdonságok megfigyelése.</p> <p><i>Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció:</i> Valós életből vett problémák megoldása, szöveges feladatok megoldása, ellenőrzés.</p> <p><i>Rendszerezés, kombinativitás:</i> Több megoldás keresése, lehetséges megoldások száma. Számok felírása sokféle alakban. Adott feltételek mellett az összes megoldás keresése.</p> <p><i>Deduktív következtetés, induktív következtetés:</i> Műveletek kiterjesztése a negatív törtek körére és analógiák keresése.</p>

AJÁNLÁS:

Egyéni munka, csoport munka, kooperatív módszerek vegyes használata. A csoport munkák során a tanulók többnyire négyes csoportokban dolgoznak, de fontos, hogy egyéni feladattal is kipróbálhassák magukat. Nagyon fontos a csoportokon belül kialakuló vita, a gondolkodás szabadsága, a másik véleményének figyelembe vétele, egymás tisztelete, a játékok során a játékszabályok betartása. Az egyén szerepe fontosságának megtapasztalása a közösségben. A tanulói tapasztalatcsere hangsúlyozása mellett ugyanilyen fontosnak kell lennie a frontális tanári munkának, amelynek során a tanulók megerősítést kapnak a továbbhaladásuk szempontjából legfontosabb ismeretekben, tisztázódnak a meg nem értett anyagrészek.

TÁMOGATÓ RENDSZER:

Feladatlapok, feladatgyűjtemény, torta modell, színes rúdkészlet, törtkártyák, számkártyák, számegyenes.

ÉRTÉKELÉS:

Az eddig tanultak ellenőrzésére ellenőrző feladatlap kitöltését ajánljuk. Megfigyelés módszerét is ajánljuk, az egyéni és csoport-munkák során. Fontos az egyéni- és csoporteredmények szóbeli értékelése, a hiányosságok pótlására, hibák javíttatására is kiterjedően. Egyéni- és csoporteredmények pozitív értékelése. Ösztönözzünk arra, hogy a tanulók egymás munkáját is értékeljék, megbecsüljék.

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képeségek	Eszközök, Feladatok
I. Törtek összehasonlítása			
1.	Ellenőrző feladatlap kitöltése	Induktív, deduktív következtetés, számolás, alkalmazás.	Ellenőrző feladatlap
2.	Gyakorló feladatlap megoldása (1. Különböző számlálójú és különböző nevezőjű törtek összehasonlítása. 2. Szöveges feladat megoldása problémafelvetéssel.)	Induktív, deduktív következtetés, kombinatív gondolkodás, számolás, alkalmazás.	1. feladatlap
II. Tört szorzása egész számmal, egész szám szorzása törttel, tört szorzása törttel			
1.	Pozitív tört szorzása, osztása pozitív egészszel	Számolás, alkalmazás.	2. feladatlap
2.	Ráhangolás: 4 fős csoportok kialakítása	Deduktív, induktív következtetés, alkalmazás.	Számkártyák (1. tanári melléklet)
3.	Kerekasztal	Induktív, deduktív következtetés, kombinatív gondolkodás, számolás, alkalmazás.	
4.	Feladatküldés	Induktív, deduktív következtetés, kombinatív gondolkodás, számolás, alkalmazás.	
5.	Tört szorzása törttel – bevezetés	Számolás, alkalmazás.	3. feladatlap
6.	Problémafelvetés	Induktív, deduktív következtetés.	Területmodell
7.	Az ellenőrző feladatlap javításának megbeszélése	Induktív, deduktív következtetés, számolás, alkalmazás.	Ellenőrző feladatlap

III. Tört szorzása törttel			
1.	Szorzat meghatározása színes rúdkészlet és területmodell segítségével	Induktív, deduktív következtetés.	Színes rúdkészlet, területmodell
2.	Dominó játék	Számolás, alkalmazás.	Dominó kártyák (2. tanári melléklet)
3.	Gyakorló feladatlap kitöltése	Számolás, alkalmazás.	4. feladatlap

IV. Reciprok fogalmának bevezetése			
1.	Dominó játék	Számolás, alkalmazás.	Dominó kártyák (3. tanári melléklet.)
2.	Szorzat előállítás számkártyák segítségével	Induktív, deduktív következtetés, kombinatív gondolkodás, számolás, alkalmazás.	Számkártyák (0651. modul 3. tanári melléklet, 4. tanári melléklet)
3.	Egészek előállítása szorzat eredményeként		
4.	Törtek előállítása szorzat alakban; reciprok fogalmának megsejtetése	Kombinatív gondolkodás, számolás, alkalmazás.	5. feladatlap
5.	Mondd a reciprokát!	Induktív, deduktív következtetés, kombinatív gondolkodás.	

V. Tört osztása egész számmal és tört osztása törttel			
1.	Ismétlés: Tört osztása egész számmal	Számolás, alkalmazás.	Számkártyák (5. tanári melléklet)
2.	Csoportverseny: Szétszorzás	Kombinatív gondolkodás, számolás, alkalmazás.	
3.	Tört osztása törttel	Induktív, deduktív következtetés, kombinatív gondolkodás.	6. feladatlap
4.	Gyakorló feladatlap kitöltése	Induktív, deduktív következtetés, kombinatív gondolkodás, számolás, alkalmazás.	

VI. Szorzat változásai, hányados változásai			
1.	Dobálózunk a korongokkal!	Induktív, deduktív következtetés, kombinatív gondolkodás.	Korongok.
2.	Szorzat és hányados változásainak vizsgálata számkártyák segítségével	Induktív, deduktív következtetés, kombinatív gondolkodás, számolás, alkalmazás.	Számkártyák (0651. modul 3. tanári melléklet, 4. tanári melléklet)
3.	TOTÓ	Logikus gondolkodás, kombinatív gondolkodás, számolás, alkalmazás.	7. feladatlap

VII. Törtek törttel való szorzásának és osztásának elmélyítése			
1.	Nyitott mondatok megoldása	Logikus gondolkodás, kombinatív gondolkodás, számolás, alkalmazás.	6. tanári melléklet
2.	Szöveges feladatok megoldása	Logikus gondolkodás, kombinatív gondolkodás, számolás, alkalmazás.	8. feladatlap 7. tanári melléklet
3.	Gyakorló feladatlap kitöltése	Számolás, alkalmazás.	8. feladatlap

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. Törtek összehasonlítása

1. Ellenőrző feladatlap kitöltése

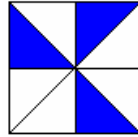
Az eddig tanultak ellenőrzésére A és B csoport részére ellenőrző feladatlappal. Az ellenőrző feladatlap kitöltése nem kötelező, abban az esetben ajánljuk, ha a tanár fel szeretné mérni, hogy a tanulók közül ki hol tart a témakör megértésében.

FELMÉRŐ – A CSOPORT

Név: _____

Műveletek törtekkel, 6. évfolyam

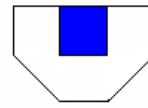
1. Mindegyik rajz 1-et jelent. Mennyit ér a kiszínezett rész?



.....

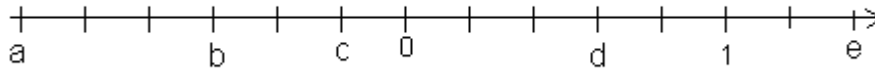


.....



.....

2. Milyen tört számokat jelölnek a betűk az alábbi számgéyenesen?



a =

b =

c =

d =

e =

3. Végezd el a következő műveleteket!

a) $\frac{5}{9} + \frac{7}{6} =$

b) $-\frac{3}{2} + \frac{5}{8} =$

c) $\left(\frac{4}{3} - \frac{11}{6}\right) - \left(-\frac{7}{4}\right) =$

4. Írd át a következő törteket tizedes tört alakba!

$\frac{3}{7} =$

$\frac{7}{8} =$

5. Egészítsd ki az alábbi nyitott mondatokat!

a) $\frac{\square}{4} + \frac{5}{8} = \frac{11}{8}$

b) $\frac{4}{15} + \frac{\square}{5} = -\frac{2}{15}$

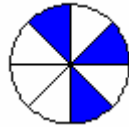
6. A háromszög oldalai $\frac{5}{2}$ dm, $\frac{7}{5}$ dm és 0,2 m. Mekkora a háromszög kerülete?

FELMÉRŐ – B CSOPORT

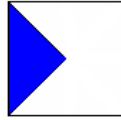
Név: _____

Műveletek törtekkel, 6. évfolyam

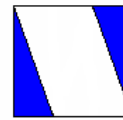
1. Mindegyik rajz 1-et jelent. Mennyit ér a kiszínezett rész?



.....

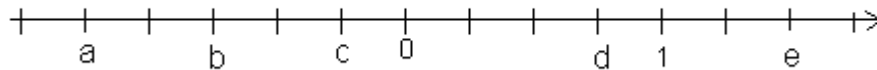


.....



.....

2. Milyen tört számokat jelölnek a betűk az alábbi számegyenesen?



a =

b =

c =

d =

e =

3. Végezd el a következő műveleteket!

a) $\frac{5}{4} + \frac{2}{3} =$

b) $-\frac{5}{6} + \frac{5}{3} =$

c) $\left(\frac{3}{4} - \frac{11}{5}\right) - \left(-\frac{17}{10}\right) =$

4. Írd át a következő törteket tizedes tört alakba!

$\frac{1}{7} =$

$\frac{11}{8} =$

5. Egészítsd ki az alábbi nyitott mondatokat!

a) $\frac{2}{3} + \frac{\square}{6} = \frac{11}{6}$

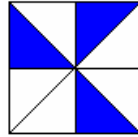
b) $\frac{11}{12} + \frac{\square}{3} = -\frac{5}{12}$

6. A háromszög oldalai $\frac{7}{2}$ dm, $\frac{12}{5}$ dm és 0,3 m. Mekkora a háromszög kerülete?

FELMÉRŐ – A CSOPORT (MEGOLDÁS)

Műveletek törtekkel, 6. évfolyam

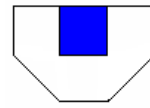
1. Mindegyik rajz 1-et jelent. Mennyit ér a kiszínezett rész?



$$\frac{3}{8}$$

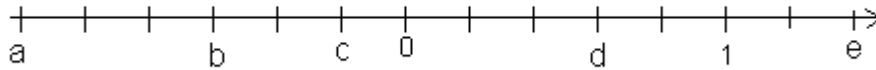


$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{5}$$

2. Milyen tört számokat jelölnek a betűk az alábbi számszámképen?



$$a = -\frac{6}{5}$$

$$b = -\frac{3}{5}$$

$$c = -\frac{1}{5}$$

$$d = \frac{3}{5}$$

$$e = \frac{7}{5}$$

3. Végezd el a következő műveleteket!

$$\text{a) } \frac{5}{9} + \frac{7}{6} = \frac{10}{18} + \frac{21}{18} = \frac{31}{18} = 1\frac{13}{18}$$

$$\text{b) } -\frac{3}{2} + \frac{5}{8} = -\frac{12}{8} + \frac{5}{8} = -\frac{7}{8}$$

$$\text{c) } \left(\frac{4}{3} - \frac{11}{6}\right) - \left(-\frac{7}{4}\right) = \left(\frac{16}{12} - \frac{22}{12}\right) - \left(-\frac{21}{12}\right) = -\frac{6}{12} - \left(-\frac{21}{12}\right) = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

4. Írd át a következő törteket tizedes tört alakba!

$$\frac{3}{7} = 0,428571\dots$$

$$\frac{7}{8} = 0,875$$

5. Egészítsd ki az alábbi nyitott mondatokat!

$$\text{a) } \frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \frac{11}{8}$$

$$\text{b) } \frac{4}{15} + \frac{-2}{5} = -\frac{2}{15}$$

6. A háromszög oldalai $\frac{5}{2}$ dm, $\frac{7}{5}$ dm és 0,2 m. Mekkora a háromszög kerülete?

$$K = a + b + c$$

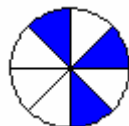
$$c = 0,2 \text{ m} = 2 \text{ dm}$$

$$K = \frac{5}{2} + \frac{7}{5} + 2 = \frac{25}{10} + \frac{14}{10} + \frac{20}{10} = \frac{59}{10} = 5\frac{9}{10} = 5,9 \text{ (dm)}$$

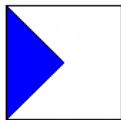
FELMÉRŐ – B CSOPORT (MEGOLDÁS)

Műveletek törtekkel, 6. évfolyam

1. Mindegyik rajz 1-et jelent. Mennyit ér a kiszínezett rész?



$$\frac{3}{8}$$

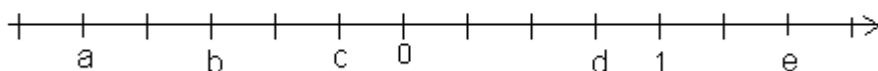


$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

2. Milyen tört számokat jelölnek a betűk az alábbi számegyenesen?



$$a = -\frac{5}{4}$$

$$b = -\frac{3}{4}$$

$$c = -\frac{1}{4}$$

$$d = \frac{3}{4}$$

$$e = \frac{6}{4}$$

3. Végezd el a következő műveleteket!

$$\text{a) } \frac{5}{4} + \frac{2}{3} = \frac{15}{12} + \frac{8}{12} = \frac{23}{12} = 1\frac{11}{12}$$

$$\text{b) } -\frac{5}{6} + \frac{5}{3} = -\frac{5}{6} + \frac{10}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\text{c) } \left(\frac{3}{4} - \frac{11}{5}\right) - \left(-\frac{17}{10}\right) = \left(\frac{15}{20} - \frac{44}{20}\right) - \left(-\frac{34}{20}\right) = -\frac{29}{20} - \left(-\frac{34}{20}\right) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

4. Írd át a következő törteket tizedes tört alakba!

$$\frac{1}{7} = 0,142857\dots$$

$$\frac{11}{8} = 1,375$$

5. Egészítsd ki az alábbi nyitott mondatokat!

$$\text{a) } \frac{2}{3} + \frac{7}{6} = \frac{11}{6}$$

$$\text{b) } \frac{11}{12} + \frac{-4}{3} = -\frac{5}{12}$$

6. A háromszög oldalai $\frac{7}{2}$ dm, $\frac{12}{5}$ dm és 0,3 m. Mekkora a háromszög kerülete?

$$K = a + b + c$$

$$c = 0,3 \text{ m} = 3 \text{ dm}$$

$$K = \frac{7}{2} + \frac{12}{5} + 3 = \frac{35}{10} + \frac{24}{10} + \frac{30}{10} = \frac{89}{10} = 8\frac{9}{10} = 8,9 \text{ (dm)}$$

2. Gyakorló feladatlap megoldása

1. FELADATLAP

1. Állítsd növekvő sorrendbe a következő törteket!

a) $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{5}$

$$\frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5}$$

b) $\frac{3}{5}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{8}$

$$\frac{3}{5} < \frac{5}{8} < \frac{2}{3}$$

c) $\frac{14}{9}$; $\frac{7}{4}$; $\frac{8}{5}$

$$\frac{14}{9} < \frac{8}{5} < \frac{7}{4}$$

2. Panni 3 hétvégén kirándulni ment. Az I. túra 10 km-es volt a II. 12 km-es volt a III. túra 16 km-es volt. Uzsonna előtt az I. túrán az út $\frac{3}{5}$ részét a II. túrán az út $\frac{2}{3}$ részét a III. túrán az út $\frac{5}{8}$ részét tette meg.

Melyik kiránduláson tette meg az asz napi út nagyobb részét uzsonna előtt?

Melyik kiránduláson tette meg a legtöbb utat uzsonna előtt?

I. túrán 6 km-t, a II. túrán 8 km-t, a III. túrán 10 km-t tett meg uzsonna előtt. A III. túrán tette meg a legtöbb utat, bár a II. túrán tette meg az asz napi út legnagyobb részét.

II. Tört szorzása egész számmal, egész szám szorzása törttel, tört szorzása törttel

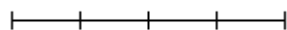
1. Pozitív tört szorzása, osztása pozitív egészszel

A következő feladatokat közösen oldjuk meg és beszéljük meg a tanulókkal.

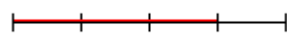
2. FELADATLAP

1.

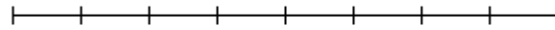
a) Mennyi az 1 egész $\frac{3}{4}$ része? Színezd a szakasz $\frac{3}{4}$ részét!



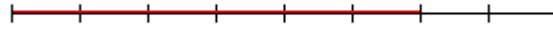
Megoldás: $\frac{3}{4}$



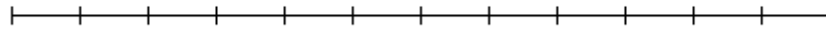
b) Mennyi a 2 egész $\frac{3}{4}$ része? Színezd a szakasz $\frac{3}{4}$ részét!



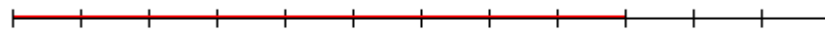
Megoldás: $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \cdot 2 = \frac{6}{4}$



c) Mennyi a 3 egész $\frac{3}{4}$ része? Színezd a szakasz $\frac{3}{4}$ részét!

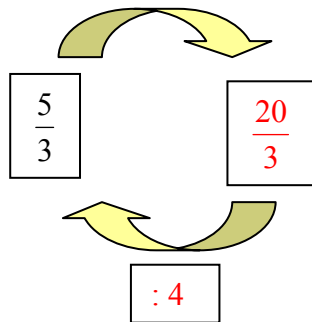


Megoldás: $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \cdot 3 = \frac{9}{4}$

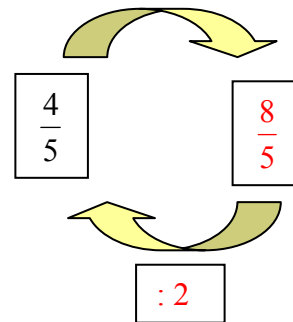


2. Pótold a hiányzó számokat!

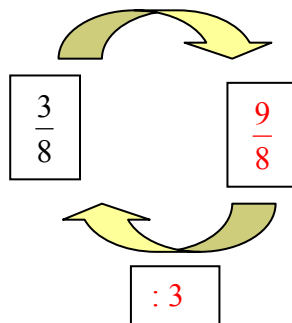
a) $\cdot 4$



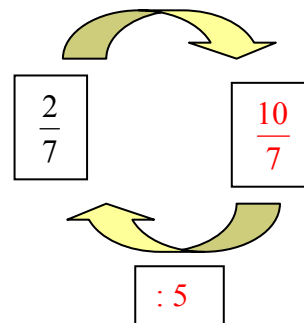
b) $\cdot 2$



c) $\cdot 3$



d) $\cdot 5$



2. Ráhangelés: 4 fős csoportok kialakítása

A tanár kioszt minden tanulónak egy-egy törtkártyát (**1. tanári melléklet**), melyen ugyanannak a törtnek szerepel kéttényezős szorzatalakja többféleképpen. Feladat: Az azonos eredményű kártyák tulajdonosai megkeresik egymást, ezzel 4 fős csoportokat alakítanak ki.

1. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

$\frac{1}{3} \cdot 4$	$\frac{2}{3} \cdot 2$	$\frac{4}{3} \cdot 1$	$\frac{1}{3} \cdot 4$
$\frac{1}{5} \cdot 6$	$\frac{2}{5} \cdot 3$	$\frac{3}{5} \cdot 2$	$\frac{6}{5} \cdot 1$
$\frac{1}{3} \cdot 8$	$\frac{2}{3} \cdot 4$	$\frac{4}{3} \cdot 2$	$\frac{8}{3} \cdot 1$
$\frac{6}{7} \cdot 2$	$\frac{2}{7} \cdot 6$	$\frac{4}{7} \cdot 3$	$\frac{3}{7} \cdot 4$
$\frac{15}{8} \cdot 1$	$\frac{3}{8} \cdot 5$	$\frac{5}{8} \cdot 3$	$\frac{1}{8} \cdot 15$
$\frac{10}{21} \cdot 2$	$\frac{4}{21} \cdot 5$	$\frac{5}{21} \cdot 4$	$\frac{1}{21} \cdot 20$
$\frac{6}{11} \cdot 3$	$\frac{9}{11} \cdot 2$	$\frac{2}{11} \cdot 9$	$\frac{3}{11} \cdot 6$
$\frac{8}{5} \cdot 1$	$\frac{2}{5} \cdot 4$	$\frac{4}{5} \cdot 2$	$\frac{1}{5} \cdot 8$

Megoldás: Az azonos sorban lévők egyenlők.

2. Kerekasztal

Minden csoportnak mondunk egy törtet. A csoport felírja a törtet egy papírra és kiteszik az asztal közepére. Feladat: A tanulóknak szorzat alakban kell felírniuk a törtet (egy tört és egy természetes szám szorzataként) a papírlap körbeadásával. Mindenki felír egy műveletet és adja tovább a következőnek. Ezt több körön keresztül is megismételhetik.

Például:

$$\frac{6}{7} = \frac{6}{7} \cdot 1 = \frac{1}{7} \cdot 6 = \frac{2}{7} \cdot 3 = \frac{3}{7} \cdot 2 = \frac{3}{14} \cdot 4 = \dots$$

Az a csoport győz, aki a legtöbb szorzatot előállítja helyesen.

3. Feladatküldés

Minden csoport kitalál egy törtet és átadja egy másik csoportnak. A feladat hasonló, mint a kerekasztal során volt. A csoportok közösen megpróbálják a kapott törtet minél többféle képen szorzat alakban felírni. A feladatot nehezíthetjük azzal, hogy megszabunk egy időkeretet, például 3 percet adunk a feladat megoldására.

Az eredményeket az osztály vagy a feladatot küldő csoport ellenőrzi.

Az a csoport győz, aki a legtöbb szorzatot előállítja helyesen.

4. Tört szorzása törttel – bevezetés

A 3. feladatlap 1. feladatával átismételjük az egész számok szorzását. A tört szorzását és osztását egész számmal a 3. feladatlap 2. és 3. feladatával vezetjük be, a műveletek elvégzését segíthetjük számegyenessel.

3. FELADATLAP

1. Számítsd ki a következő szorzatokat!

a) $3 \cdot (-4) = -12$

b) $(-5) \cdot 6 = -30$

c) $(-2) \cdot (-7) = 14$

d) $54 : (-6) = -9$

e) $(-10) : 2 = -5$

EMLÉKEZTETŐ:

Megállapodás szerint a negatív számmal való szorzás eredménye, a pozitív számmal való szorzás eredményének az ellentettje.

2. Számítsd ki a szorzatokat!

a) $\frac{3}{5} \cdot 10 = 6$

b) $\frac{4}{3} \cdot (-2) = -\frac{8}{3}$

c) $\frac{7}{9} \cdot 2 = \frac{14}{9}$

d) $\frac{2}{11} \cdot 4 = \frac{8}{11}$

e) $30 \cdot \frac{1}{2} = 15$

f) $-18 \cdot \frac{2}{3} = -12$

g) $3 \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$

h) $-12 \cdot \frac{5}{6} = -10$

3. Számítsd ki!

$\frac{7}{5} : 2 = \frac{7}{10}$

$\frac{8}{7} : 4 = \frac{2}{7}$

$\frac{4}{3} : (-5) = -\frac{4}{15}$

$\frac{12}{4} : (-3) = -1$

$\frac{6}{5} : 5 = \frac{6}{25}$

4. Melyik állítás igaz? Miért?

- a) $5 \frac{1}{4}$ része $\frac{5}{4}$. igaz
- b) $\frac{7}{5}$ háromszorosa ugyanannyi, mint $\frac{7}{5} + \frac{7}{5} + \frac{7}{5}$. igaz
- c) $\frac{2}{3}$ ötszöröse ugyanannyi, mint az $5 \frac{2}{3}$ része. igaz

Nézzük meg a tanulókkal, hogy egy tört mi mindent jelenthet. Például: A $\frac{7}{5}$ a 7-nek az ötöd része, vagy $\frac{1}{5}$ -szerese; 7 db $\frac{1}{5}$; illetve $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$ azaz $\frac{1}{5} \cdot 7$ vagy $7 \cdot \frac{1}{5}$.

TUDNIVALÓ:**Törtek szorzása egész számmal**

Törtet egész számmal úgy is szorozhatunk, hogy a számlálót megszorozzuk az egész számmal, a nevezőt pedig változatlanul hagyjuk.

Ha a nevező többszöröse a szorzónak, akkor törtet egész számmal úgy is szorozhatunk, hogy a számlálót változatlanul hagyjuk, és a nevezőt elosztjuk az egész számmal.

Tört osztása egész számmal

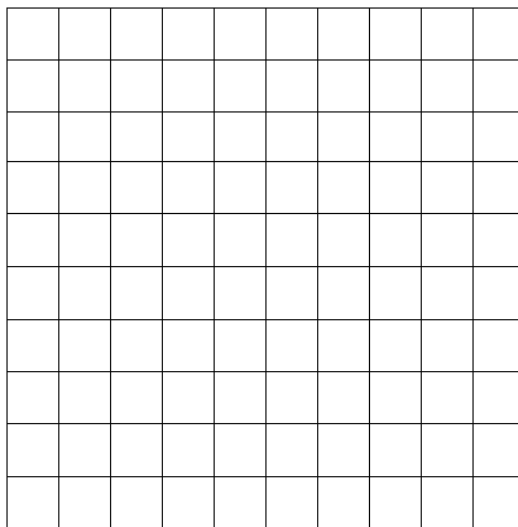
Törtet egész számmal úgy is oszthatunk, hogy a tört nevezőjét megszorozzuk a számmal, a számlálóját változatlanul hagyjuk.

Ha a számláló többszöröse az osztónak, akkor törtet egész számmal úgy is oszthatunk, hogy a számlálót elosztjuk a számmal, a nevezőjét változatlanul hagyjuk.

5. Problémafelvetés

A 3. feladatlap 5. és 6. feladatát a megoldás előtt olvassuk fel egy tanulóval, majd értelmezzük a feladatot közösen az osztállyal.

5. Hogyan számítjuk ki annak a téglalapnak a területét, melynek szélessége $\frac{1}{2}$ egység, hosszúsága $\frac{3}{5}$ egység!



$$T = \frac{3}{10} \text{ területegység}$$

A megoldás során használjuk fel a négyzetrácsot!

A tanár kérdéseket tesz fel a tanulóknak. Pl.: hogyan rajzoljunk ilyen téglalapot? (Többféle lehetséges válasz van, pl.:

– az egyik oldalnak kijelöljük a $\frac{3}{5}$ részét, a másik oldalon pedig az $\frac{1}{2}$ részét,

vagy,

– Színezd ki az egységnégyzet felét, majd a felének a $\frac{3}{5}$ részét. Így is egy olyan téglalapot kaptunk, aminek oldalai fél és háromötöd.)

– Mekkora a téglalap területe? $\left(\frac{3}{10}\right)$ területegység.

– Mit gondoltok, hogyan fordíthatnánk le a matematika nyelvére a színezéssel kapott műveletet?

A téglalap területe:

$$T = a \cdot b$$

a és b a téglalap oldalainak mérőszámai.

$$T = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{10}.$$

Az előző példában azt is tapasztaltuk, hogy ugyanezt a területet megkaphatjuk úgy is, hogy az $\frac{1}{2}$ -nek a $\frac{3}{5}$ részét vesszük. Tehát, hogy **a fél háromötöd része egyenlő a fél háromötöd-szeresével!**

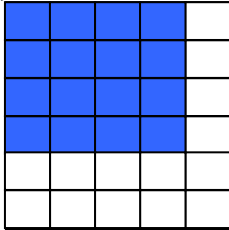
Egy szám háromötöd részét úgy számítjuk ki, hogy a számot elosztjuk 5-tel, majd megszorozzuk 3-mal, tehát **ez azt is jelenti, hogy**

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{2} : 5 \cdot 3 = \frac{3}{10}$$

Ebből a gondolatmenetből a vastagon kiemelt részeket – miután a gyerekek megfogalmazták - érdemes a füzetükbe leírni.

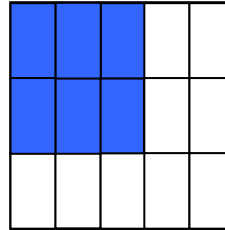
6. Az egységnyi oldalú négyzet oldalait feloszthatjuk az ábrákon jelzett módon. Írd fel a beszínezett téglalapok oldalainak hosszát és területét!

a)



$$a = \frac{4}{5} \quad b = \frac{4}{6} \quad T = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{6} = \frac{8}{15}$$

b)



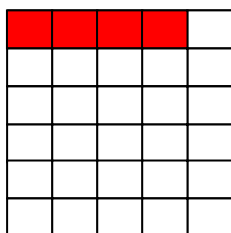
$$a = \frac{3}{5} \quad b = \frac{2}{3} \quad T = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$$

A következő feladatokon párokban dolgozzanak a tanulók, a pár egyik tagja az **a)**, a pár másik tagja a **b)** feladaton dolgozzon. A következő feladatban cseréljenek! Hasonlítsák össze az eredményeket!

7. Határozd meg a következő szorzatok eredményét! A megoldás során színezd ki a megfelelő ábrát! Az ábra egy négyzet, egységnyi hosszú oldalakkal, melyeket egyenlő részekre osztottunk. Segíthet, a szorzat megállapításában, ha a szorzásnak megfelelően kiszínezed.

A)

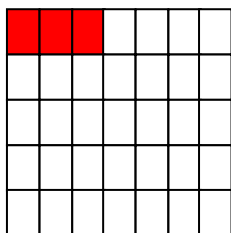
$$\text{a) } \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{30}$$



b) Mennyi az $\frac{1}{6}$ -nak a $\frac{4}{5}$ része? $\frac{4}{30}$ rész

B)

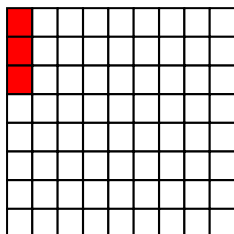
$$\text{a) } \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{3}{35}$$



b) Mennyi az $\frac{1}{5}$ -nek a $\frac{3}{7}$ része? $\frac{3}{35}$ rész

C)

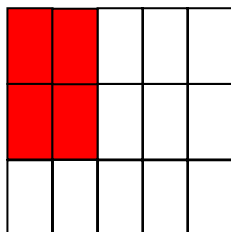
$$\text{a) } \frac{1}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{24}$$



b) Mennyi az $\frac{1}{9}$ -nek a $\frac{3}{8}$ része? $\frac{1}{24}$ rész

D)

$$\text{a) } \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$$



b) Mennyi a $\frac{2}{5}$ -nek a $\frac{2}{3}$ része? $\frac{4}{15}$ rész

Fontos, hogy a gyerekekben tudatosítsuk, hogy ha egy számot $\frac{2}{3}$ -dal megszorozunk, akkor az ugyanannyi, mint ha a $\frac{2}{3}$ részét vesszük.

6. Az ellenőrző feladatlap javításának megbeszélése

Frontális megbeszélés, a hibák javítása.

III. Tört szorzása törttel

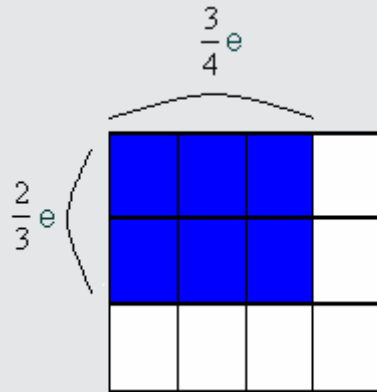
A szorzás elvégzését színes rudakkal is szemléltethetjük, ha van rá idő és igény.

1. Szorzat meghatározása színesrúd-készlet és területmodell segítségével

A tanulók párosával dolgoznak, feladatuk, hogy a következő szorzás eredményét meghatározzák területmodellel és a színes rúdkészlet segítségével.

Például: $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}$

Területmodell segítségével:

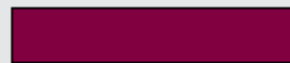


$$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

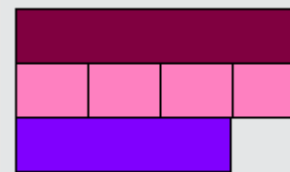
Színes rúdkészlettel:

A bordó rúd értéke: 1.

Mennyit ér a $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}$?



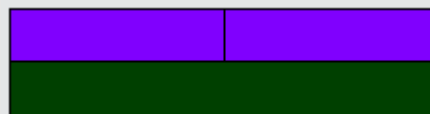
Határozzuk meg a bordó rúd $\frac{3}{4}$ részét:



(a bordó rúd $\frac{3}{4}$ része a lila rúd)

Vegyük a lila rúd kétszeresét:

(a lila rúd kétszerese zöld)

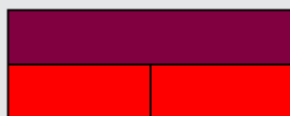


Határozzuk meg a zöld rúd harmadát:

(a zöld rúd harmada a piros rúd)



Azt kell még megnézni, hogy az egységül választott bordó rúdnak mekkora része a piros rúd:



A szorzás eredménye: $\frac{1}{2}$ rész.

Röviden összefoglalva: $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \cdot 2 : 3 = \frac{3}{2} : 3 = \frac{1}{2}$.

Kétféle megoldást alkalmazva a következő feladatot adhatjuk:

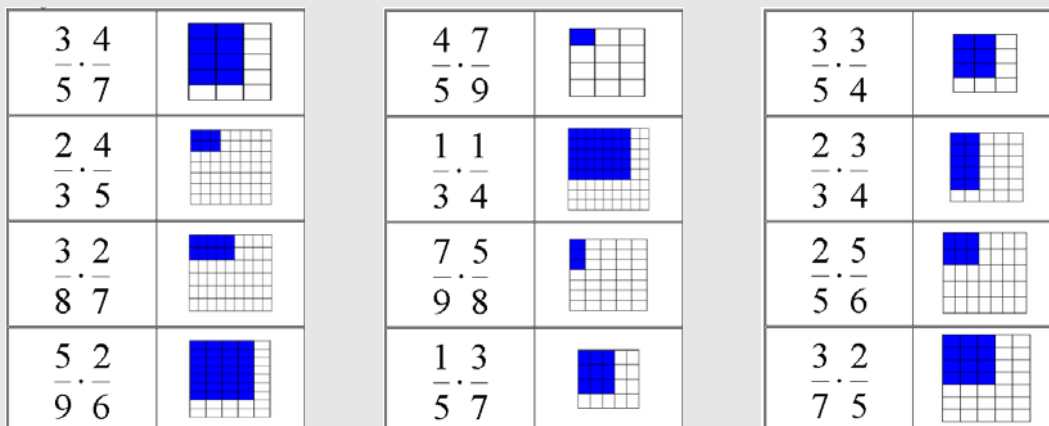
$\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3}$, ahol a zöld rúd az egy.

Miután ezt végig számolták, még a párok feladata, hogy a kapott műveletet is elvégezzék.

2. Dominó játék

Az előző órán tanultak felelevenítése dominó játékkal. A játékot 4 fős csoportokban játsszák a tanulók. Minden csoport kap egy csomag dominó kártyát (**2. tanári melléklet**). A dominókat lefordítva középre rakják. Felfordítanak egyet, és mindenki húz kettőt. Sorban elkezdik rakni, aki nem tud tenni, az húz egyet a lefordítottak közül. Az győz kinek, először fogynak el a dominói.

2. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

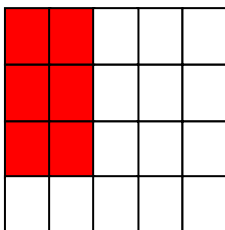


Megoldás: Az egymás alatt lévő dominók kapcsolódhatnak egymáshoz. (A jobb oldalon lévő ábra a következő sorban lévő dominó bal oldalán lévő művelet eredményét szemlélteti.)

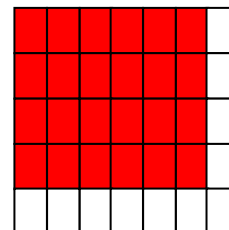
3. Gyakorló feladatlap kitöltése

4. FELADATLAP

1. Határozd meg, hogy milyen szorzást szemléltetnek a következő ábrák, a szorzat eredményét számítsd ki!



$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{10}$$



$$\frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} = \frac{24}{35}$$

2. A következő feladatban a szorzóként szereplő törteket hányadosként írjuk föl. Pótold a hiányzó számokat, és határozd meg a szorzatok eredményét!

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{7} = \frac{3}{2} \cdot 5 : \boxed{7} = \frac{15}{14}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \cdot \boxed{4} : 5 = \frac{8}{15}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{1}{3} \cdot \boxed{4} : \boxed{5} = \frac{4}{15}$$

$$\frac{7}{4} \cdot \frac{5}{4} = 7 : \boxed{4} \cdot \frac{5}{4} = \frac{35}{16}$$

$$\frac{5}{12} \cdot \frac{13}{4} = 5 : \boxed{12} \cdot \frac{13}{4} = \frac{65}{48}$$

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{5}{4} \cdot \frac{3}{10} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{13}{14} \cdot \frac{7}{26} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{25}{7} \cdot \frac{6}{5} = \frac{30}{7}$$

Az egész számok témakörében tanultakat kiterjeszthetjük a törtek témakörére is. A negatív törtekkal való szorzást a következő példák kapcsán beszéljük meg.

$$\frac{21}{8} \cdot \left(-\frac{2}{7}\right) = -\frac{3}{4}$$

$$\left(-\frac{9}{20}\right) \cdot \frac{5}{18} = -\frac{1}{12}$$

$$\left(-\frac{7}{15}\right) \cdot \left(-\frac{20}{49}\right) = \frac{4}{21}$$

3. Keresd a kakukktojást!

Figyeljük meg a következő műveleteket! Melyiknek az eredménye különbözik a többitől?

a) $\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3}$

b) $\frac{5}{6} \cdot 2 : 3$

c) $\frac{5}{6} : 3 \cdot 2$

d) $\frac{5}{6} \cdot (2 : 3)$

e) $(5 : 6) \cdot (2 : 3)$

f) $(5 \cdot 2) : (6 \cdot 3)$

g) $\frac{5}{6} : 3 : 2$

h) $5 \cdot \frac{2}{6} \cdot 3$

A g) a kakukktojás, mert nem $\frac{5}{9}$, hanem annak a negyedrésze, $\frac{5}{36}$.

A kakukktojás megtalálása után a következő feladatot adjuk a tanulóknak: Mindegyik műveletsor eredménye megegyezik egymással, egy kivételével. Keressetek olyan párokat, melyeknél meg tudjátok indokolni, miért adják ugyanazt az eredményt! Próbáljatok meg minél több ilyen párt találni!

Megoldások:

– a) és c) egyenlő, mert az egyik az $\frac{5}{6}$ -nak a $\frac{2}{3}$ -szorosa, a másik pedig a $\frac{2}{3}$ része.

– **a) és d)**, valamint a) és e) egyenlők, csak a **d)**-ben és **e)**-ben egy vagy több törtet hányadosalakban írtunk fel.

– **b) és c)** egyenlő, csak bennük a 2-vel való szorzás és a 3-mal való szorzás sorrendje fel van cserélve

– **b) és f)** is ugyanaz, hiszen az $\frac{5}{6}$ -ot 2-vel úgy szorozzuk, hogy a számlálóját megszorozzuk, majd az eredményt 3-mal úgy osztjuk, hogy a nevezőt 3-mal szorozzuk.

– **f) és h)** is egyenlő, mert az **f)** egy hányados, a **h)** ennek a törtalakja.

Beszéljük meg a gyerekekkel, hogy a h) művelet azt mutatja, hogy két tört szorzata egy olyan tört melynek számlálója a tényezők számlálóiinak szorzata, nevezője pedig a tényezők nevezőinek a szorzata!

4. Egészítsd ki a hiányzó számokat!

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\boxed{5}}{\boxed{8}} = \frac{5}{16}$$

$$\frac{7}{12} \cdot \frac{\boxed{5}}{\boxed{2}} = \frac{35}{24}$$

$$\frac{5}{7} \cdot \left(-\frac{\boxed{9}}{\boxed{8}} \right) = -\frac{45}{56}$$

$$\frac{\boxed{3}}{\boxed{5}} \cdot \frac{8}{5} = \frac{24}{25}$$

$$\frac{\boxed{4}}{\boxed{7}} \cdot \frac{9}{16} = \frac{9}{28}$$

$$\frac{25}{21} \cdot \frac{\boxed{7}}{\boxed{5}} = \frac{5}{3}$$

5.

a) Hány óra az $\frac{1}{2}$ óra $\frac{3}{4}$ része? $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ (óra)

b) Mekkora annak a téglalapnak a területe melynek oldalai $\frac{4}{3}$ cm és $\frac{11}{6}$ cm?

$$T = \frac{4}{3} \cdot \frac{11}{6} = \frac{22}{9} = 2\frac{4}{9} \text{ (cm)}$$

6. Melyik állítás igaz? Miért?

a) Az $\frac{1}{3}$ kétharmad része egyenlő az $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}$ -szeresével. **igaz**

b) Egy szám $\frac{5}{7}$ részét úgy határozhatjuk meg, hogy a számot elosztjuk az $\frac{5}{7}$ -del. **hamis**

c) Egy szám $\frac{5}{6}$ részét úgy kaphatjuk meg, hogy a számot megszorozzuk az $\frac{5}{6}$ -dal. **igaz**

d) Egy szám $\frac{3}{4}$ részét úgy kaphatjuk meg, hogy elosztjuk 3-mal és megszorozzuk 4-gyel.

hamis

e) Egy szám $\frac{3}{4}$ részét úgy kaphatjuk meg, hogy elosztjuk 4-gyel és megszorozzuk 3-mal.

igaz

f) Egy szám ötödét úgy kaphatjuk meg, hogy elosztjuk 5-tel.

igaz

g) Egy szám $\frac{1}{2}$ -szerese egyenlő a szám felével.

igaz

h) Az $\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3}$ részét felírhatjuk így is: $\frac{1}{5} \cdot 2 : 3$.

igaz

i) Az $\frac{5}{4} \cdot \frac{2}{7}$ részét felírhatjuk így is: $5 : 4 \cdot \frac{2}{7}$.

igaz

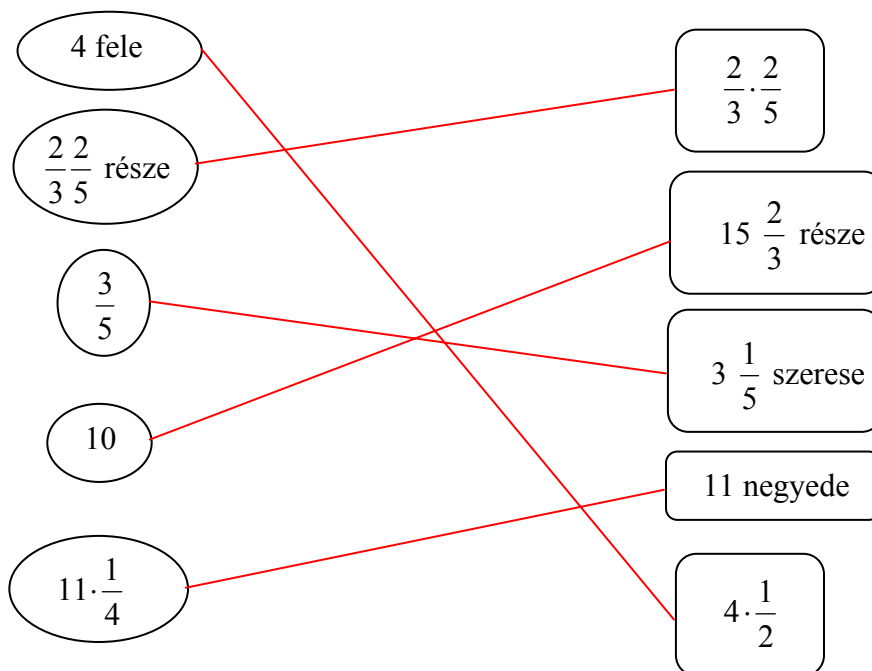
j) A $\frac{2}{11} \cdot \frac{3}{5}$ részét felírhatjuk így is: $\frac{2}{11} : 3 \cdot 5$.

hamis

i) A $\frac{2}{9} \cdot \frac{11}{3}$ részét felírhatjuk így is: $\frac{2}{9} \cdot \frac{11}{3}$.

igaz

7. Kösd össze az egyenlőket!



TUDNIVALÓ:

Tört szorzása törttel

Törtet törttel úgy is szorozhatunk, hogy a számlálók szorzatát osztjuk a nevezők szorzatával.

Ezt a szabályt természetesen az egész számmal való szorzásnál is alkalmazhatjuk, hiszen minden egész szám felírható tört alakban.



$$\text{Például: } \frac{3}{4} \cdot 2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{1} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

IV. Reciprok fogalmának bevezetése

1. Dominó játék

Az előző órán tanultak felelevenítése dominó játékkal. A játékot 4 fős csoportokban játsszák a tanulók. Minden csoport kap egy csomag dominó kártyát (**3. tanári melléklet**). A dominókat lefordítva középre rakják. Felfordítanak egyet, és mindenki húz kettőt. Sorban elkezdik rakni, aki nem tud tenni, az húz egyet a lefordítottak közül. Az győz kinek, először fogynak el a dominói.

3. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

$\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{8}$	$-\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{6}$	$\frac{4}{5} : 3$	$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$		$\frac{11}{3} \cdot \frac{7}{5}$
$-\frac{1}{2} \cdot 3 : 6$	$\frac{7}{8} \cdot \frac{1}{2}$		$\frac{5}{3} \cdot \frac{1}{4}$	$\frac{11}{3} : 5 \cdot 7$	$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8}$
$\frac{7}{16}$	$-\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}$	$\frac{5}{3} : 4$	$\frac{3}{3} \cdot \frac{3}{4}$	$\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{5}$	$-\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{5}$
$-\frac{9}{16}$	$\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3}$	$-\frac{8}{25}$	$\frac{3}{2} \cdot 1 : 8$

Megoldás: Az egymás alatt lévő dominók kapcsolódhatnak egymáshoz. (A jobb oldalon lévő művelet eredménye a következő sorban lévő dominó bal oldalán lévő művelet eredményével egyezik meg.)

2. Szorzat előállítása számkártyák segítségével

Az osztály közösen játszik a tanár irányításával.

A játék menete:

$$\frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square}$$

Számkártyák: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. (Az **0651. modul 3. tanári mellékletéből** kiválaszthatjuk 2-9-ig a számkártyákat, a 0 és az 1 az **4. tanári mellékletben** megtalálható.)

0651 - 3. tanári melléklet – Lásd a 0651. modul végén és az eszközei közt!

-10	-9	-8	-7
-6	-5	-4	-3
-2	2	3	4
5	6	7	8
	9	10	

4. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

-1	0	1
----	---	---

A kártyákat összekeverjük, majd egy-egy tanuló négyet kihúz közülük.

A tanulóknak minden egyes húzás után a fenti üres négyzetekbe kell beírniuk a számokat úgy, hogy a szorzás eredménye a lehető legkisebb legyen.

Például: Ha a 2, 4, 5, 7 kártyákat húzzuk ki, akkor a legkisebb szorzat eredménye $\frac{8}{35}$, amit

$\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{7}$ vagy $\frac{2}{7} \cdot \frac{4}{5}$ alakban írhatunk fel. A legnagyobb szorzat eredménye pedig a $\frac{35}{8}$, azaz a

$\frac{7}{4} \cdot \frac{5}{2}$ vagy a $\frac{7}{2} \cdot \frac{5}{4}$.

A számkártyák közül a legnagyobb eredményt a $\frac{8}{2} \cdot \frac{9}{1}$ vagy a $\frac{8}{1} \cdot \frac{9}{2}$, ami 36. A legkisebb eredményt pedig akkor kapjuk, ha a húzott kártyák között szerepel a 0 és azt a számlálóba rakjuk, ekkor az eredmény 0. Ebben az esetben az is kiderül, hogy 0-t nem írhatunk a nevezőbe.

3. Egészek előállítása szorzat eredményeként

Ezután úgy folytatjuk, hogy a számkártyák közül a 0-át kivesszük. Ebben a játékban az nyer, aki úgy rakja ki a számokat, hogy a szorzat eredményére egész számot kap.

4. Törtek előállítása szorzat alakban. Reciprok fogalmának megsejtetése

Az osztály ismét közösen dolgozik. A tanár felír néhány törtet a táblára. Feladat:

Írjuk fel szorzat alakban minél többféle képen a következő törteket: $1, \frac{5}{12}, \frac{7}{8}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$!

Az 1-et vizsgáljuk meg először. Például:

$$1 = 2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{5} \cdot 5 = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = \dots$$

Az $\frac{5}{12}$ -et szorzat alakban a következő képen írhatjuk fel:

– tört szorozva egész számmal, illetve egész szám szorozva törttel:

$$\frac{5}{12} = \frac{5}{12} \cdot 1 = 1 \cdot \frac{5}{12} = \frac{1}{12} \cdot 5 = 5 \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{24} \cdot 10 = 10 \cdot \frac{1}{24} = \dots$$

– tört szorozva törttel:

$$\frac{5}{12} = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{3} = \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \dots$$

Így az egész számokat felírhatjuk tört alakban is például az $\frac{5}{12} \cdot 1$ szorzat helyett ezt is írhatjuk:

$$\frac{5}{12} = \frac{5}{12} \cdot \frac{2}{2} = \frac{5}{12} \cdot \frac{3}{3} = \dots$$

Az egész számokat is felírhatjuk szorzat alakban, így háromtényezős szorzatokat kapunk:

$$\frac{5}{12} = \frac{5}{12} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = \dots$$

Természetesen így nagyon sokféle képen felírható szorzat alakban egy tört ezért több kört is lehet játszani. Persze egy-egy kör után meg kell beszélni milyen szorzatokat találtak, hogy csak helyes maradjon a füzetekben!

A játék után a 4. feladatlap kitöltését ajánljuk.

5. FELADATLAP

1. Végezd el a következő szorzásokat!

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{2}{5} = 1$$

$$\frac{1}{3} \cdot 3 = 1$$

$$\frac{6}{7} \cdot \frac{7}{6} = 1$$

$$\left(-\frac{5}{7}\right) \cdot \left(-\frac{7}{5}\right) = 1$$

2. Oldd meg az alábbi nyitott mondatokat!

$$\frac{4}{5} \cdot \boxed{\frac{5}{4}} = 1$$

$$\frac{1}{3} \cdot \boxed{3} = 1$$

$$\left(-\frac{7}{8}\right) \cdot \boxed{\left(-\frac{8}{7}\right)} = 1$$

$$6 \cdot \boxed{\frac{1}{6}} = 1$$

3. Milyen számot írhat az üres helyekre?

$$\frac{7}{8} \cdot \frac{4}{3} \cdot \boxed{\frac{3}{4}} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{9}{11}\right) \cdot \boxed{\left(-\frac{11}{9}\right)} = \frac{3}{7}$$

$$\frac{5}{4} \cdot \boxed{\frac{6}{5}} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{8}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \boxed{4} = \frac{8}{3}$$

$$12 \cdot \boxed{\frac{3}{2}} \cdot \frac{2}{3} = 12$$

$$44 \cdot \frac{125}{79} \cdot \boxed{\frac{79}{125}} = 44$$

Beszéljünk a tanulókkal arról, hogy ha van egy számunk, akkor hogyan lehet hozzá olyan számot találni, amivel megszorozva 1-et kapunk! Ennek érdemes nevet is adni. Ők is javasolhatnak elnevezéseket, majd azután mi elárulhatjuk a „hivatalos” nevét ennek a számnak.

TUDNIVALÓ:**Számok reciproka**

Egy szám reciproka az a szám, amellyel a számot megszorozva a szorzat értéke 1. Ha egy tört számlálóját és nevezőjét felcseréljük, akkor a szám reciprokát kapjuk.

Ez az egész számokra is igaz, ha tört alakban írjuk fel őket.

Például:

$$\frac{5}{9} \text{ reciproka a } \frac{9}{5}, \text{ mert } \frac{5}{9} \cdot \frac{9}{5} = 1$$

$$-7 \text{ reciproka } \frac{1}{7}, \text{ mert } 7 \cdot \frac{1}{7} = 1$$

5. Mondd a reciprokát!


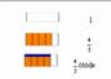
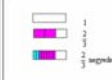
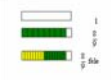

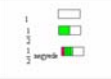
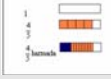
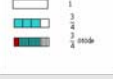
A játék menete: A tanár mond egy törtet és az egyik tanulónak dob egy babzsákot vagy egy labdát. A tanuló megmondja a tört reciprokát, és válaszát indokolja. Ezután a tanuló mond egy törtet, tovább dobja a babzsákot/labdát. És így haladnak tovább...

V. Tört osztása egész számmal és tört osztása törttel

1. Ismétlés: Tört osztása egész számmal

A tanár minden tanulónak kioszt egy kártyát a **5. tanári melléklet** kártyáiból. Feladat: keressék meg egymást azok a tanulók, akik kártyáján ugyanaz a művelet van kijelölve. Így 4 fős csoportokat alakítunk ki.

5. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

$\frac{3}{7} : 2$	$\frac{4}{5} : 5$	$\frac{3}{7}$ -nek a fele	$\frac{4}{5}$ -nek az ötöde	$\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{5}$		
$\frac{2}{3} : 4$	$\frac{8}{9} : 2$	$\frac{2}{3}$ -nak a negyede	$\frac{8}{9}$ -nek a fele	$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}$	$\frac{8}{9} \cdot \frac{1}{2}$		
$\frac{2}{5} : 3$	$\frac{1}{2} : 4$	$\frac{2}{5}$ -nek a harmada	$\frac{1}{2}$ -nek a negyede	$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$		
$\frac{4}{5} : 3$	$\frac{3}{4} : 5$	$\frac{4}{5}$ -nek a harmada	$\frac{3}{4}$ -nek az ötöde	$\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3}$	$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5}$		

Megoldás: Az egymással azonos műveletet tartalmazó kártyák minden oldalon ugyanazon a helyen helyezkednek el.

2. Csoportverseny: szétszorzás

A tört osztása törttel előkészítésére használhatjuk a szétszorzást, melyhez csapatversenyt szervezhetünk, de a csoportversenyek előtt egy-két példát közösen beszéljen át az osztály.

„Szétszorzással” oldjuk meg a következő feladatot: $\frac{4}{3} : \frac{5}{7}$

Az győz, aki az utolsó tényezőt mondja!

Megoldás: a $\frac{4}{3} : \frac{5}{7} = \frac{4}{3} \cdot 1 : \frac{5}{7}$ alakban is felírható. Az $1 : \frac{5}{7}$ az 1 „szétszorzásával” $\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{5} : \frac{5}{7}$ -dé

alakítható. Mivel az $\frac{5}{7} : \frac{5}{7} = 1$, így az $1 : \frac{5}{7} = 1 \cdot \frac{7}{5}$, ezért a $\frac{4}{3} \cdot 1 : \frac{5}{7} = \frac{4}{3} \cdot 1 \cdot \frac{7}{5} = \frac{28}{15}$.

Így a tanulók maguk jöhetnek rá arra, hogy vezethetjük vissza az osztást a szorzásra. Gyakorlásként más osztást is adhatunk.

Például: „Szétszorzással” oldjuk meg a következő feladatot: $\frac{2}{7} : \frac{3}{11}$

Az győz, aki az utolsó tényezőt mondja.

3. Tört osztása törttel

A tört osztását törttel a korábbi órák ismereti alapján vezetjük be. Az eddig használt szabályt megfordíthatjuk: Törtet törttel úgy osztunk, hogy számlálót a számlálóval, nevezőt a nevezővel osztjuk. Ez persze csak akkor működik, ha mind a számláló, mind a nevező osztható a megfelelő számokkal.

Az osztály közösen dolgozik. A tanár felír néhány osztást a táblára, például:

$$\frac{6}{10} : \frac{2}{5} = \left(\frac{3}{2} \right)$$

$$\frac{15}{14} : \frac{3}{7} = \left(\frac{5}{2} \right)$$

$$\frac{10}{9} : \frac{5}{3} = \left(\frac{2}{3} \right)$$

$$\frac{5}{12} : \frac{1}{3} = \left(\frac{5}{4} \right)$$

A tanulók megfogalmazzák, hogy az osztás során milyen szabályt vettek észre.

Ezután például a következőket írhatjuk fel:

$$\frac{1}{7} : \frac{1}{4} =$$

$$\frac{3}{2} : \frac{1}{3} =$$

$$\frac{4}{5} : \frac{3}{10} =$$

$$\frac{2}{7} : \frac{5}{3} =$$

$$\frac{4}{3} : \frac{5}{7} =$$

Ezeket a feladatokat kétféleképpen is oldassuk meg a gyerekekkel, szétszorzással és bővítéssel is.

Megoldás:

Bővítéssel:

$$\frac{1}{7} : \frac{1}{4} = \frac{4}{28} : \frac{1}{4} = \frac{4}{7}$$

$$\frac{3}{2} : \frac{1}{3} = \frac{9}{6} : \frac{1}{3} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{4}{5} : \frac{3}{10} = \frac{8}{10} : \frac{3}{10} = \frac{24}{30} : \frac{3}{10} = \frac{8}{3}$$

$$\frac{2}{7} : \frac{5}{3} = \frac{6}{21} : \frac{5}{3} = \frac{30}{105} : \frac{5}{3} = \frac{6}{35}$$

$$\frac{4}{3} : \frac{5}{7} = \frac{28}{21} : \frac{5}{7} = \frac{140}{105} : \frac{5}{7} = \frac{28}{15}$$

Szétszorzással:

$$\frac{1}{7} : \frac{1}{4} = \frac{1}{7} \cdot 1 : \frac{1}{4} = \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{4} \cdot 4 : \frac{1}{4} = \frac{1}{7} \cdot 4 = \frac{4}{7}$$

...

Megfigyelhetjük, hogy a szétszorzásos megoldás során az eredményt mindig úgy kapjuk, hogy az osztandót az osztó reciprokával szorozzuk.

4. Gyakorló feladatlap kitöltése

6. FELADATLAP

1. Egészítsd ki!

a) $\cdot 6$

Vagy $\cdot \frac{1}{6}$

b) $\cdot \frac{1}{2}$

$\cdot 2$

c) $\cdot \frac{2}{3}$

$\cdot \frac{3}{2}$

d) $\cdot \frac{2}{5}$

Vagy: $\cdot \frac{5}{2}$

e) $\cdot \frac{7}{6}$

$\cdot \frac{6}{7}$

f) $\cdot \frac{5}{2}$

$\cdot \frac{2}{5}$

Mindegyik feladatnak két megoldása is lehet, az egyik az, amikor osztunk ugyanazzal, amivel szoroztunk, a másik az, amikor a szorzó reciprokával szorzunk.

2. Végezd el a következő osztásokat kétféleképpen, bővítéssel, és reciprokkal való szorzással is!

$$\frac{5}{6} : 6 = \frac{5}{36}$$

$$6 : \frac{5}{6} = \frac{36}{5}$$

$$\frac{4}{3} : \frac{7}{5} = \frac{20}{21}$$

$$\frac{11}{9} : \frac{3}{7} = \frac{77}{27}$$

$$\frac{8}{5} : \frac{7}{6} = \frac{48}{35}$$

3. Végezd el a következő osztásokat kétféleképpen, bővítéssel, és reciprokkal való szorzással is!

$$\frac{12}{5} : \frac{2}{7} : \frac{4}{9} = \frac{189}{10} = 18\frac{9}{10}$$

$$\frac{1}{3} : \frac{7}{9} : \frac{5}{14} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{7}{3} : \frac{2}{9} : \frac{14}{8} = 6$$

4. Végezd el a kijelölt műveleteket!

$$\frac{8}{11} + \frac{7}{12} : \frac{21}{4} = \frac{8}{11} + \frac{1}{9} = \frac{72}{99} + \frac{11}{99} = \frac{83}{99}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{2} : \frac{7}{6} = \frac{2}{5} + \frac{3}{7} = \frac{29}{35}$$

$$\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{2}\right) : \frac{7}{6} = \frac{9}{10} : \frac{7}{6} = \frac{27}{35}$$

$$\left(\frac{7}{9} + \frac{4}{5}\right) : \frac{3}{10} = \frac{71}{45} : \frac{3}{10} = \frac{710}{135} = \frac{142}{27}$$

$$\frac{7}{9} : \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{10}\right) = \frac{7}{9} : \frac{11}{10} = \frac{70}{99}$$

TUDNIVALÓ:

Tört törttel való osztása

Törtet törttel oszthatunk úgy, hogy az osztandót szorozzuk az osztó reciprokéval.

$$\text{Pl.: } \frac{3}{2} : \frac{4}{5} = \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} = \frac{15}{8}$$

VI. Szorzat változásai, hányados változásai

1. Dobálózzunk a korongokkal!

A tört törttel való szorzásának és osztásának gyakorlására, valamint a reciprok fogalmának elmélyítésére alkalmas feladat.

Minden tanuló elkészíti piros-kék korongokra az alább látható készletet. Egy korong egyik felén egy racionális szám található, míg a másik felén a reciproka. Például: Ha a piros oldalon az $\frac{5}{4}$ található, akkor ennek a korongnak a kék oldalára a $\frac{4}{5}$ kerüljön.

Fontos, hogy a színek is mindenkinél megegyezzenek, tehát például a 3 a korong kék oldalán legyen és a reciproka az $\frac{1}{3}$ pedig ennek a hátoldalán, a piros oldalon szerepeljen!

A kék szín az osztást, a piros a szorzást jelöli. Tehát, ha az itt látható sorrendben tesszük egymás mellé a korongokat, és egy 1-es szorzót a legelejére képzelünk, akkor azok egy csak szorzásból és osztásból álló műveletsort határoznak meg.

Például:



Ezt így írhatjuk fel: $1 : 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{4} : \frac{2}{3}$. Kiszámolva azt kapjuk, hogy $\frac{1}{4}$.

Mindenki feldobja a korongjait és leírja a dobott műveleti sort, majd kiszámolja. Párokban vagy csoportokban számolhatnak a tanulók. Még mielőtt számolnának beszélgethetünk arról, vajon lesznek-e egyforma végeredmények, hány különféle végeredményre tippelnek, stb.

A számolás után frontálisan kérdezzük végig az eredményeket! Feltehetőleg lesznek különböző eredmények, de egy idő után kiderül, hogy aki nem $\frac{1}{4}$ -et kapott, az valahol hibázott a számolásban.

Beszéljük meg, hogy annak, hogy mindenki egyforma eredményt kap, az az oka, hogy:

– Már ötödikből tudják, hogy az olyan műveletsorokban, ahol csak szorzás és osztás szerepel a műveletek sorrendje felcserélhető, csak arra kell figyelni, hogy a művelet szorosan hozzátartozik ahhoz a számhoz, ami előtt áll!

– Ha a kártyának a kék oldala van felül, akkor a rajta szereplő számmal osztani kell, ha ugyannak a kártyának a piros oldala kerül felülre, akkor az azt jelenti, hogy az előbbi osztónak a reciproka lesz a szorzó. Erről a két műveletről pedig tudjuk, hogy megegyeznek.

2. Szorzat és hányados változásainak vizsgálata számkártyák segítségével

Számkártyák: $-10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$

A feladat menete:

$$\frac{\square}{\square} \cdot \square$$

$$\frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{\square}{\square} : \square$$

$$\frac{\square}{\square} : \frac{\square}{\square}$$

A feladat az, hogy a lehető legnagyobb szorzatot vagy hányadost, illetve a lehető legkisebb szorzatot vagy hányadost állítsák elő a gyerekek. A feltételt, hogy mit kell előállítani, előre elmondja a tanár. Kihív egy tanulót, aki a számkártyák (**0651. modul 3. tanári melléklet** és a **4. tanári melléklet** számkártyái) közül húzni fogja a számokat.

0651 - 3. tanári melléklet – Lásd a 0651. modul végén és az eszközei közt!

-10	-9	-8	-7
-6	-5	-4	-3
-2	2	3	4
5	6	7	8
	9	10	

4. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

-1	0	1
----	---	---

A kihúzott számot mindenkinek el kell helyeznie az ábrán valahol, majd újra húz egy lapot a kihívott tanuló.

Miután a tanuló kihúzta a számkártyákat, mindenki elvégzi az általa kijelölt műveletet.

Összehasonlítják a kapott eredményeket az alapján, hogy a legkisebb vagy legnagyobb szorzatot illetve hányadost keresték. Közösen megkeressük a legnagyobb vagy legkisebb szorzatot, illetve hányadost, ami a kihúzott számkártyákból előállítható.

Az első esetben a legnagyobb eredmény a 100, a legkisebb eredmény pedig a -100 .

A második esetben a legnagyobb eredmény a 100, a legkisebb eredmény a -50 .

A harmadik esetben a legnagyobb eredmény a 10, a legkisebb eredmény a -10 .

A negyedik esetben a legnagyobb eredmény a 100, a legkisebb eredmény a -50 .

3. TOTÓ

7. FELADATLAP

Tölts ki a TOTÓ-t!

		1	2	X	
1	Egy szám $\frac{1}{3}$ -ad szorosa azonos a harmad részével.	igen	nem	néhány számra igaz	1
2	Ha egy törtet pozitív egész számmal szorzunk, akkor pozitív eredményt kapunk.	igen	nem	néhány számra igaz	X
3	Ha egy negatív törtet pozitív egész számmal szorzunk, akkor az eredmény	mindig pozitív	mindig negatív	pozitív vagy negatív	2
4	A $\frac{45}{36}$ tört tizedes tört alakja	véges	végtelen és szakaszos	végtelen, de nem szakaszos	1
5	Melyik nagyobb? A $\frac{2}{3}$ -nak a $\frac{4}{5}$ szerese vagy $\frac{4}{5}$ -nek a $\frac{2}{3}$ szerese	egyenlőek	az első nagyobb	a második nagyobb	1
6	Melyik nagyobb? A $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{5}\right) \cdot 4$ és a $\frac{2}{3} \cdot \frac{26}{5}$	egyenlőek	az első nagyobb	a második nagyobb	1
7	A $\frac{4}{7}$ -nek a $\frac{2}{5}$ része vagy $\frac{2}{5}$ -nek a $\frac{4}{7}$ része	egyenlőek	az első nagyobb	a második nagyobb	1
8	Ha egy törtet egy pozitív egész számmal szorzunk, akkor az eredmény 1-nél nagyobb	igen	nem	néhány számra igaz	X
9	A $\frac{3}{5} : \frac{2}{3}$ és az $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) \cdot 3$	egyenlőek	az első nagyobb	a második nagyobb	X
10	Melyik nagyobb? A $\frac{4}{5}$ -nek a $\frac{7}{6}$ része vagy a $\frac{6}{7}$ -nek a $\frac{4}{5}$ szerese	egyenlőek	az első nagyobb	a második nagyobb	2

11	Az a turista gyalogolt többet aki 25 km-es túrának a $\frac{3}{5}$ részét tette meg vagy az, aki a 30 km-es túrának a $\frac{2}{3}$ részét tette meg.	az első	a második	egyenlő hosszú utat tettek meg.	2
12	Mekkora a háromszög kerülete, ha oldalai $\frac{1}{6}$ cm, $\frac{2}{3}$ cm és 1 cm?	$\frac{22}{12}$	Ezekkel az adatokkal nem szerkeszthető háromszög.	$\frac{18}{12}$	2
13	Melyik szám $\frac{3}{7}$ szerese a $\frac{2}{3}$?	$\frac{2}{7}$	$\frac{14}{9}$	$\frac{2}{7}$	2
13 +1	Hány tanulónak lett ötös a matematika dolgozata, ha $\frac{1}{3}$ részüknek négyes lett, $\frac{1}{4}$ részüknek hármas lett, $\frac{5}{12}$ részüknek kettes lett és egyes nem lett senkinek.	nem lehet eldönteni, mert hibás a feladat.	0	legalább 3	2

VII. Törtek törttel való szorzásának és osztásának elmélyítése

1. Nyitott mondatok megoldása

Minden tanuló kap egy kártyát, melyen egy nyitott mondat szerepel. (6. tanári melléklet) Első feladata az a tanulóknak, hogy megoldják a nyitott mondatot. A második feladat az, hogy az azonos eredményű nyitott mondatok megkeressék egymást. Így ha egy gyengébb tanuló nem tudja megoldani a nyitott mondatot, amit kapott a többiek eredményét behelyettesítve megtalálhatja azt a törtet, ami az ő nyitott mondatát igazgá teszi.

6. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

$\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{3} + \square = \frac{29}{21}$	$4 \cdot \frac{3}{2} \cdot \square = 4$
$\left(\frac{4}{5} + \frac{5}{3}\right) : \square = \frac{37}{10}$	$\frac{7}{4} \cdot \frac{6}{7} \cdot \square = 1$

Ezeknek a megoldása $\frac{2}{3}$.

$5 \cdot \frac{4}{3} \cdot \square = 5$	$\frac{2}{3} : \frac{4}{5} + \square = \frac{19}{12}$
$\left(\frac{6}{5} - \frac{7}{2}\right) : \square = -\frac{46}{15}$	$\frac{10}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \square = 1$

Ezeknek a megoldása $\frac{3}{4}$.

$7 \cdot \frac{5}{2} \cdot \square = 7$	$\left(\frac{4}{3} - \frac{7}{5}\right) : \square = -\frac{1}{6}$
$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} + \square = \frac{37}{30}$	$\frac{7}{3} \cdot \frac{9}{6} \cdot \square = \frac{7}{5}$

Ezeknek a megoldása $\frac{2}{5}$.

$14 \cdot \frac{6}{5} \cdot \square = 14$	$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) : \square = \frac{11}{10}$
$\square \cdot \frac{12}{7} \cdot \frac{7}{10} = 1$	$\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{5} + \square = 1\frac{1}{30}$

Ezeknek a megoldása $\frac{5}{6}$.

$17 \cdot \frac{9}{4} \cdot \square = 17$	$\frac{3}{5} \cdot \frac{25}{6} + \square = 2\frac{17}{18}$
$\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{8}\right) : \square = \frac{25}{54}$	$\frac{21}{32} \cdot \frac{24}{7} \cdot \square = 1$

Ezeknek a megoldása $\frac{4}{9}$.

$14 \cdot \frac{8}{3} \cdot \square = 14$	$\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} + \square = 1$
$\left(\frac{6}{7} + \frac{4}{3}\right) : \square = \frac{23}{28}$	$\frac{6}{25} \cdot \frac{5}{9} \cdot \square = \frac{1}{20}$

Ezeknek a megoldása $\frac{3}{8}$.

$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \square = \frac{5}{14}$	$\left(1 + \frac{2}{5}\right) \cdot \square = 1$
$\square - \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{22}{35}$	$\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) : \square = \frac{7}{20}$

Ezeknek a megoldása $\frac{5}{7}$.

$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right) : \square = 1$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \square = \frac{7}{60}$
$\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right) : \square = \frac{7}{20}$	$\frac{3}{5} \cdot \frac{15}{6} + \square = 2\frac{1}{5}$

Ezeknek a megoldása $\frac{7}{10}$.

2. Szöveges feladatok megoldása

A tanulók továbbra is 4 fős csoportokban dolgoznak. A 8. feladatlap 1. feladatát a csoportok közösen megoldják. Majd az osztály közösen ellenőrzi a szöveges feladatok megoldását.

8. FELADATLAP

1. Oldd meg a következő szöveges feladatokat!

a) Melyik számra gondoltam, ha a reciprokának a $\frac{6}{7}$ -szerese a $\frac{4}{9}$?

Visszafelé gondolkodva:

$$\frac{4}{9} : \frac{6}{7} = \frac{14}{27}, \text{ melynek a reciproka } \frac{27}{14}.$$

b) Mekkora a területe annak a téglalapnak melynek oldalai $\frac{4}{3}$ és $\frac{3}{5}$ egység hosszúak?

$$T = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{4}{5}.$$

c) Gondoltam egy számot hozzáadtam $\frac{4}{3}$ -ot az eredményt megszoroztam $\frac{4}{9}$ -del és

eredményül $\frac{22}{27}$ -et kaptam. Melyik számra gondoltam?

Visszafelé gondolkodva:

$$\frac{22}{27} : \frac{4}{9} - \frac{4}{3} = \frac{11}{6} - \frac{4}{3} = \frac{1}{2}$$

A gondolt szám az $\frac{1}{2}$.

d) Mekkora része maradt meg Peti születésnap tortájának? A zsúrára meghívott fiúk a torta $\frac{3}{5}$ részét ették meg, a lányok pedig harmad annyit, mint a fiúk.

$$1 - \left(\frac{3}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{5}$$

Peti születésnap tortájának az $\frac{1}{5}$ része maradt meg.

A tanár ezután minden csoportnak ad egy borítékot melyben egy műveleti sor található (7. tanári melléklet). A csoport feladata, hogy a műveleti sort megoldja, és egy szöveges feladatot találjon ki, melyet ezzel a műveleti sorral lehet megoldani. A szöveges feladatot leírják egy lapra, és azt továbbadják egy másik csoportnak. A csoporttagok a kapott szöveges feladat megoldják és ellenőrzik. A szöveges feladatokat közösen ellenőrzik, hogy illik-e a megadott műveletsorra illetve azt, hogy mind a két csoport helyesen oldotta meg a feladatot.

7. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{5}$	$\frac{7}{2} \cdot \frac{1}{4} : \frac{14}{5}$
$\frac{11}{9} \cdot \frac{6}{3} \cdot \frac{1}{2}$	$\left(\frac{6}{5} + \frac{5}{6} \right) : \frac{3}{5}$
$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} \right)$	$1 - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} \right)$

Megoldás:

$$1. \quad \frac{3}{4} + \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{5} = \frac{9}{4}$$

$$2. \quad \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{4} : \frac{14}{5} = \frac{5}{16}$$

$$3. \quad \frac{11}{9} \cdot \frac{6}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{11}{9}$$

4. $\left(\frac{6}{5} + \frac{5}{6}\right) : \frac{3}{5} = \frac{61}{18}$

5. $1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}\right) = \frac{8}{15}$

6. $1 - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5}\right) = \frac{1}{10}$

3. Gyakorló feladatlap kitöltése

Az egyéni munkát megbeszélés, magyarázat, ellenőrzés követi.

2. Számítsd ki!

$$\frac{1}{4} + 5 \cdot \frac{3}{7} = \frac{1}{4} + \frac{15}{7} = \frac{67}{28}$$

$$\frac{1}{4} + 5 \frac{3}{7} = \frac{159}{28} = 5 \frac{19}{28}$$

$$2 \frac{1}{7} + 3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{15}{7} + \frac{6}{5} = \frac{117}{35} = 3 \frac{12}{35}$$

$$3 \frac{1}{3} - 5 \frac{1}{2} = \frac{10}{3} - \frac{11}{2} = -\frac{13}{6}$$

$$\frac{8}{5} \cdot \frac{2}{7} + \frac{8}{5} \cdot \frac{1}{7} = \frac{16}{35} + \frac{8}{35} = \frac{24}{35}$$

$$\frac{8}{5} \cdot \left(\frac{2}{7} + \frac{1}{7}\right) = \frac{8}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{24}{35}$$

$$\frac{7}{5} - \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{3} = \frac{7}{5} - \frac{10}{9} = \frac{13}{45}$$

$$\left(\frac{7}{5} - \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{5}{3} = \frac{11}{15} \cdot \frac{5}{3} = \frac{11}{9}$$

3. Tölts ki az alábbi táblázatot!

szám	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{7}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{8}{3}$	$-\frac{8}{7}$	$\frac{11}{32}$	$2\frac{2}{5}$	$-\frac{7}{25}$	$\frac{1}{6}$	$-1\frac{6}{11}$
reciproka	3	$\frac{7}{4}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{8}{7}$	$\frac{32}{11}$	$\frac{5}{12}$	$-3\frac{4}{7}$	$\frac{36}{6}$	$-\frac{11}{17}$

4. Végezd el a kijelölt műveleteket!

$$\left(\frac{6}{5} + \frac{2}{15}\right) : \frac{8}{6} = 1$$

$$\frac{6}{5} + \frac{2}{15} : \frac{8}{6} = \frac{13}{10}$$

$$\left(2\frac{3}{7} - 1\frac{1}{4}\right) : \frac{11}{7} = \frac{3}{4}$$

$$2\frac{3}{7} - 1\frac{1}{4} : \frac{11}{7} = \frac{503}{308}$$

Az emeletes tört csak egy kijelölt osztást jelent. Ezt a feladatot csak jó csoportokban érdemes megoldani.

$$2 : \frac{3}{4} = 2 \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\frac{5}{7} : \frac{3}{3} = \frac{5}{7} \cdot \frac{3}{3} = \frac{9}{35}$$

FELADATGYŰJTEMÉNY

1. A megoldás során használd a színes rúdkészletet!

a) Legyen a piros rúd 1!

Mennyit ér:

– három rózsaszín? $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{3}{2}$

– négy kék? $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \cdot 4 = 3$

– két citromsárga? $\frac{5}{4} + \frac{5}{4} = \frac{5}{4} \cdot 2 = \frac{5}{2}$

– három fehér? $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \cdot 3 = \frac{3}{4}$

b) Legyen a lila rúd 1!

Mennyit ér:

– négy fehér? $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \cdot 4 = \frac{2}{3}$

– két citromsárga? $\frac{5}{6} + \frac{5}{6} = \frac{5}{6} \cdot 2 = \frac{5}{3}$

– két rózsaszín? $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \cdot 2 = \frac{2}{3}$

– két fekete? $\frac{7}{6} + \frac{7}{6} = \frac{7}{6} \cdot 2 = \frac{7}{3}$

c) Legyen a bordó rúd 1!

Mennyit ér:

– a fehér? $\frac{1}{8}$

– négy fehér? $\frac{1}{2}$

– a lila rúd fele? $\frac{3}{8}$

– a piros rúd? $\frac{1}{2}$

– a zöld rúd fele? $\frac{3}{4}$

– a zöld rúd negyede? $\frac{3}{8}$

2. Keresd a párját!

A	B	C	D	E	F
$\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3}$	$\frac{6}{7} \cdot \frac{14}{9}$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{7}{6}$	$\frac{1}{4}$ -nek a $\frac{7}{6}$ része	$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5}$	$1\frac{1}{3}$

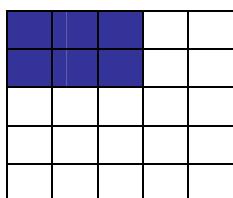
$$A=E=\frac{10}{3}$$

$$C=D=\frac{3}{14}$$

$$B=F=1\frac{1}{3}$$

3. Az egységnyi oldalú négyzet oldalait feloszthatjuk az ábrákon látható módon. Írd fel a beszínezett téglalapok oldalainak hosszát, területét és kerületét!

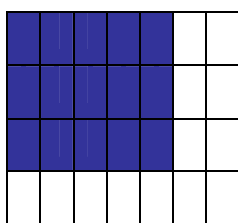
a)



$$a = \frac{2}{5} \quad b = \frac{3}{5}$$

$$T = \frac{6}{25} \quad K = 2$$

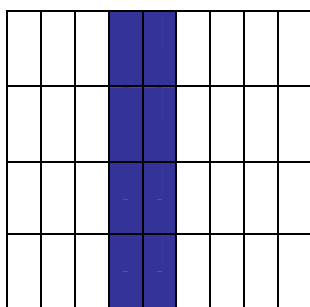
b)



$$a = \frac{3}{4} \quad b = \frac{5}{7}$$

$$T = \frac{15}{28} \quad K = \frac{41}{14}$$

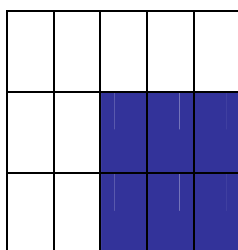
c)



$$a = \frac{2}{9} \quad b = 1$$

$$T = \frac{2}{9} \quad K = 2\frac{4}{9}$$

d)



$$a = \frac{2}{3} \quad b = \frac{3}{5}$$

$$T = \frac{6}{15} \quad K = \frac{38}{15}$$

4. A lehetséges egyszerűsítések után végezd el a szorzásokat!

$$\text{a) } \frac{3}{7} \cdot \frac{14}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\text{b) } \frac{13}{15} \cdot \frac{20}{39} = \frac{4}{9}$$

$$\text{c) } 3\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7} = 2$$

$$\text{d) } 4\frac{1}{3} \cdot \frac{9}{26} = \frac{3}{2}$$

$$\text{e) } 1\frac{2}{5} \cdot 2\frac{1}{7} = 3$$

$$\text{f) } \frac{7}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{10}$$

5. Szerkeszd meg a háromszöget, ha egyik oldala 5 cm és ezen az oldalon fekvő szögei a derékszög $\frac{5}{9}$ részével, illetve az egyenesszög $\frac{2}{9}$ részével egyenlőek.

Az oldalon fekvő szögek: $90^\circ \cdot \frac{5}{9} = 50^\circ$, illetve $180^\circ \cdot \frac{2}{9} = 40^\circ$.

A szerkesztést szögmérővel tudjuk elvégezni!

6. Ági az öccse hatodik születésnapján ezt mondta: „Te most $\frac{3}{7}$ -szer olyan idős vagy, mint én.” Hány éves most Ági?

Azt a számot keressük, amelynek a $\frac{3}{7}$ -szerese a 6. Ez a szám a 14. Tehát Ági 14 éves.

Ellenőrzés: $14 \cdot \frac{3}{7} = 6$

7. Mekkora annak a háromszögnek a területe, melynek egyik oldala $\frac{6}{7}$ cm, a hozzá tartozó magasság pedig $\frac{20}{5}$ mm?

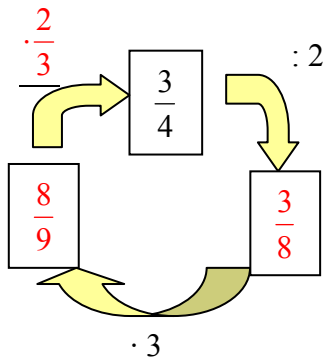
$$T = (a \cdot m_a) / 2 = \left(\frac{6}{7} \cdot \frac{2}{5} \right) : 2 = \frac{12}{35} \cdot \frac{1}{2} = \frac{6}{35} \text{ cm}^2$$

8. Csaba a következőt mesélte el a házukról: „A házunk téglalap alakú. Az egyik oldala $9\frac{4}{5}$ m, a területe 56 m^2 .” Mekkora a házuk másik oldala?

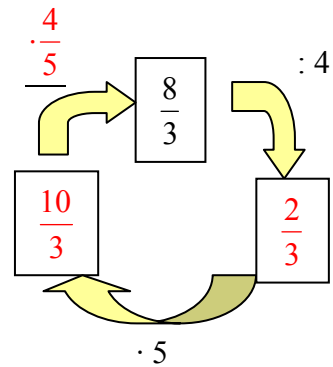
$$b = T : a = 56 : 9\frac{4}{5} = 56 : \frac{49}{5} = 56 \cdot \frac{5}{49} = \frac{40}{7} = 5\frac{5}{7} \text{ m}$$

9. Egészítsd ki!

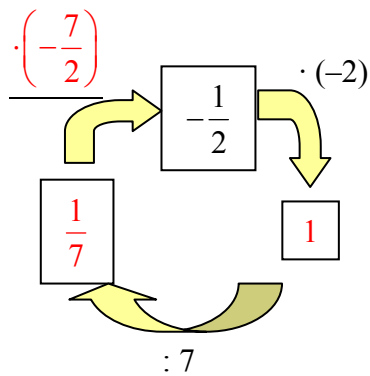
a)



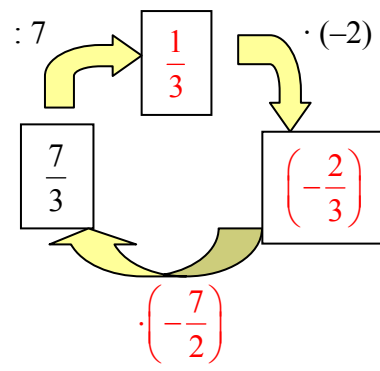
b)



c)



d)



10. Töltsd ki a táblázatot, ha a szabály a következő:

a) $y = x \cdot \frac{4}{5}$

x	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{7}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-1\frac{3}{4}$	$-\frac{6}{5}$	$-\frac{15}{20}$
y	$\frac{4}{15}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{7}$	0	$-\frac{2}{5}$	$-\frac{28}{15}$	$-\frac{24}{25}$	$-\frac{3}{5}$

b) $y = x \cdot \frac{2}{3} + \frac{5}{6}$

x	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{6}{4}$	$2\frac{1}{2}$	0	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{5}{6}$
y	$\frac{5}{6}$	$\frac{37}{30}$	$\frac{11}{6}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{6}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{5}{18}$

c) $y = x : \frac{2}{3}$

x	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{8}{9}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$
y	$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{15}{14}$	$\frac{4}{3}$	0	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{9}{2}$

$$\mathbf{d)} \quad y = x : \frac{4}{5} + \frac{3}{10}$$

x	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{5}$	0	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{6}{5}$	$-\frac{7}{5}$
y	$\frac{43}{60}$	$\frac{21}{20}$	–	$-\frac{63}{40}$	$-\frac{6}{5}$	$-\frac{29}{20}$

11. Melyik számot osztottuk el $\frac{4}{7}$ -del, ha a hányados $\frac{3}{4}$ lett? $\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{7}$

12. Melyik számra gondoltam, ha elosztottam $\frac{7}{15}$ -del és hozzáadtam $\frac{2}{3}$ -ot akkor $\frac{32}{21}$ -et kaptam?

Visszafelé gondolkodva: $\left(\frac{32}{21} - \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{7}{15} = \left(\frac{32}{21} - \frac{14}{21}\right) \cdot \frac{7}{15} = \frac{18}{21} \cdot \frac{7}{15} = \frac{2}{5}$

0653. – 1. tanári melléklet: számkártyák (32 db)

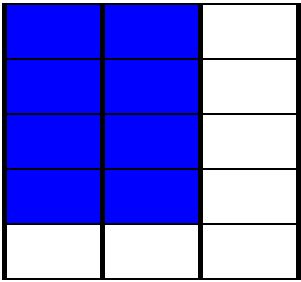
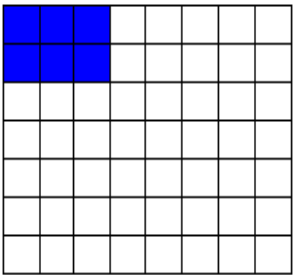
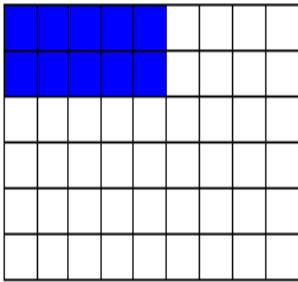
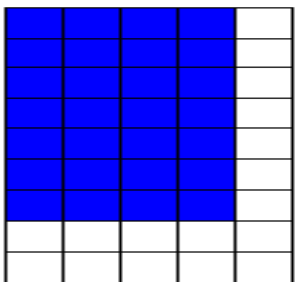
Kartonlapra nyomva, osztályonként 1 készlet ebben a méretben. A fekete vonalak mentén szétvágandó.

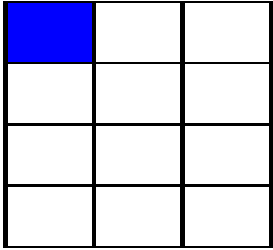
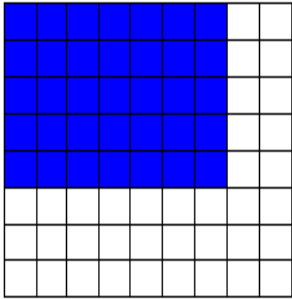
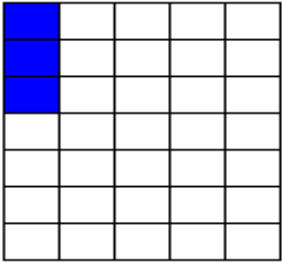
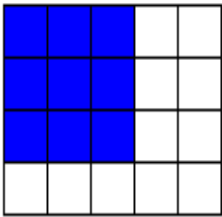
$\frac{1}{3} \cdot 4$	$\frac{2}{3} \cdot 2$	$\frac{4}{3} \cdot 1$	$\frac{1}{3} \cdot 4$
$\frac{1}{5} \cdot 6$	$\frac{2}{5} \cdot 3$	$\frac{3}{5} \cdot 2$	$\frac{6}{5} \cdot 1$
$\frac{1}{3} \cdot 8$	$\frac{2}{3} \cdot 4$	$\frac{4}{3} \cdot 2$	$\frac{8}{3} \cdot 1$
$\frac{6}{7} \cdot 2$	$\frac{2}{7} \cdot 6$	$\frac{4}{7} \cdot 3$	$\frac{3}{7} \cdot 4$
$\frac{15}{8} \cdot 1$	$\frac{3}{8} \cdot 5$	$\frac{5}{8} \cdot 3$	$\frac{1}{8} \cdot 15$

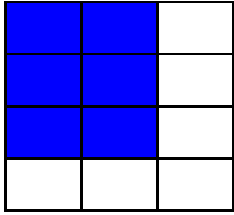
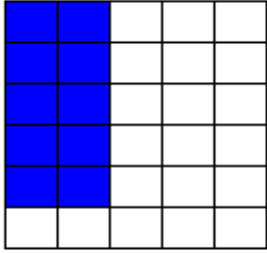
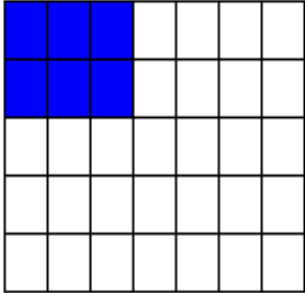
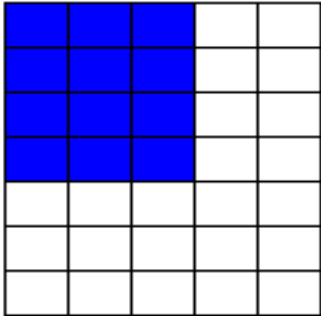
$\frac{10}{21} \cdot 2$	$\frac{4}{21} \cdot 5$	$\frac{5}{21} \cdot 4$	$\frac{1}{21} \cdot 20$
$\frac{6}{11} \cdot 3$	$\frac{9}{11} \cdot 2$	$\frac{2}{11} \cdot 9$	$\frac{3}{11} \cdot 6$
$\frac{8}{5} \cdot 1$	$\frac{2}{5} \cdot 4$	$\frac{4}{5} \cdot 2$	$\frac{1}{5} \cdot 8$

0653. – 2. tanári melléklet: Dominókártyák (12 db)

Kartonlapra nyomva, osztályonként 8 (csoportonként 1) készlet ebben a méretben. A dupla vonalak mentén szétvágandó.

$\begin{array}{r} 3 \quad 4 \\ \hline \cdot \\ \hline 5 \quad 7 \end{array}$	
$\begin{array}{r} 2 \quad 4 \\ \hline \cdot \\ \hline 3 \quad 5 \end{array}$	
$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \\ \hline \cdot \\ \hline 8 \quad 7 \end{array}$	
$\begin{array}{r} 5 \quad 2 \\ \hline \cdot \\ \hline 9 \quad 6 \end{array}$	

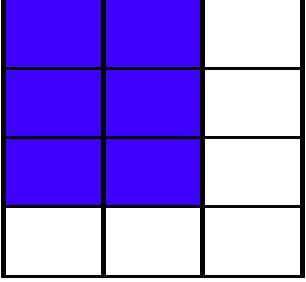
$\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{9}$	
$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$	
$\frac{7}{9} \cdot \frac{5}{8}$	
$\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{7}$	

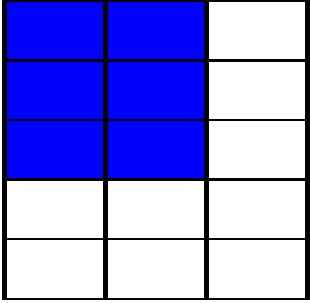
$\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4}$	
$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$	
$\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{6}$	
$\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{5}$	

0653. – 3. Tanári melléklet: Dominókártyák (12 db)

Kartonlapra nyomva, osztályonként 8 (csoportonként 1) készlet ebben a méretben. A dupla vonalak mentén szétvágandó.

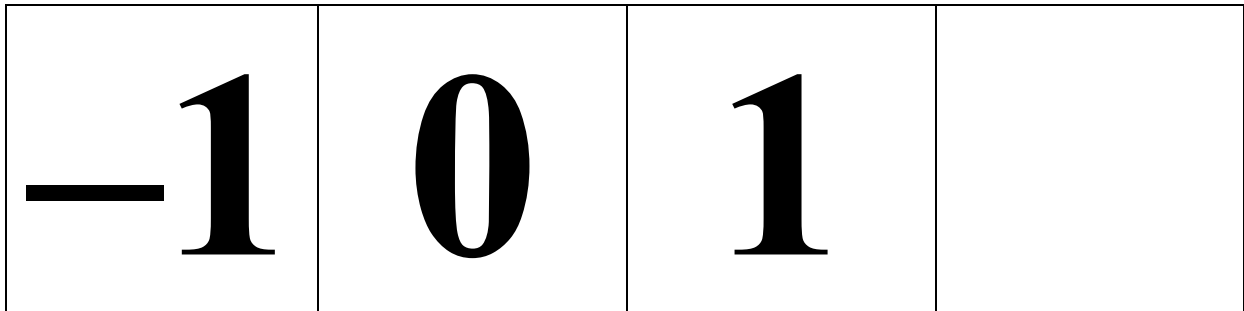
$\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{8}$	$-\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{6}$
$-\frac{1}{2} \cdot 3 : 6$	$\frac{7}{8} \cdot \frac{1}{2}$
$\frac{7}{16}$	$-\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}$
$-\frac{9}{16}$	$\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3}$

$\frac{4}{5} : 3$	$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$
	$\frac{5}{3} \cdot \frac{1}{4}$
$\frac{5}{3} : 4$	$\frac{3}{3} \cdot \frac{3}{4}$
$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3}$

	$\frac{11}{3} \cdot \frac{7}{5}$
$\frac{11}{3} : 5 \cdot 7$	$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8}$
$\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{5}$	$-\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{5}$
$-\frac{8}{25}$	$\frac{3}{2} \cdot 1 : 8$

0653. – 4. tanári melléklet: számkártyák (3 db)

Kartonlapra nyomva, osztályonként 1 készlet ebben a méretben. A fekete vonalak mentén szétvágandó.








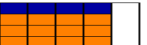






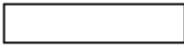


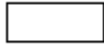


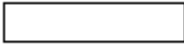


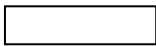


0653. – 5. Tanári melléklet: Számkártyák (4 x 8 = 32 db)

Kartonlapra nyomva, osztályonként 1 készlet ebben a méretben. A fekete vonalak mentén szétvágandó.

$\frac{3}{7} : 2$	$\frac{4}{5} : 5$
$\frac{2}{3} : 4$	$\frac{8}{9} : 2$
$\frac{2}{5} : 3$	$\frac{1}{2} : 4$
$\frac{4}{5} : 3$	$\frac{3}{4} : 5$

$\frac{3}{7}$ -nek a fele	$\frac{4}{5}$ -nek az ötöde
$\frac{2}{3}$ -nak a negyede	$\frac{8}{9}$ -nek a fele
$\frac{2}{5}$ -nek a harmada	$\frac{1}{2}$ -nek a negyede
$\frac{4}{5}$ -nek a harmada	$\frac{3}{4}$ -nek az ötöde

$\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{5}$
$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}$	$\frac{8}{9} \cdot \frac{1}{2}$
$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$
$\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3}$	$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5}$

 <p>1</p>  <p>$\frac{3}{7}$</p>  <p>$\frac{3}{7}$ fele</p>	 <p>1</p>  <p>$\frac{4}{5}$</p>  <p>$\frac{4}{5}$ ötöde</p>
 <p>1</p>  <p>$\frac{2}{3}$</p>  <p>$\frac{2}{3}$ negyede</p>	 <p>1</p>  <p>$\frac{8}{9}$</p>  <p>$\frac{8}{9}$ fele</p>
 <p>1</p>  <p>$\frac{2}{5}$</p>  <p>$\frac{2}{5}$ harmada</p>	 <p>1</p>  <p>$\frac{1}{2}$</p>  <p>$\frac{1}{2}$ negyede</p>
<p>1</p>  <p>$\frac{4}{5}$</p>  <p>$\frac{4}{5}$ harmada</p> 	 <p>1</p>  <p>$\frac{3}{4}$</p>  <p>$\frac{3}{4}$ ötöde</p>

0653. – 6. tanári melléklet (32 db)

Kartonlapra nyomva, osztályonként 1 készlet ebben a méretben. A fekete vonalak mentén szétvágandó.

$\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{3} + \boxed{} = \frac{29}{21}$	$4 \cdot \frac{3}{2} \cdot \boxed{} = 4$
$\left(\frac{4}{5} + \frac{5}{3}\right) : \boxed{} = \frac{37}{10}$	$\frac{7}{4} \cdot \frac{6}{7} \cdot \boxed{} = 1$
$5 \cdot \frac{4}{3} \cdot \boxed{} = 5$	$\frac{2}{3} : \frac{4}{5} + \boxed{} = \frac{19}{12}$
$\left(\frac{6}{5} - \frac{7}{2}\right) : \boxed{} = -\frac{46}{15}$	$\frac{10}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \boxed{} = 1$

$7 \cdot \frac{5}{2} \cdot \boxed{} = 7$	$\left(\frac{4}{3} - \frac{7}{5}\right) : \boxed{} = -\frac{1}{6}$
$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} + \boxed{} = \frac{37}{30}$	$\frac{7}{3} \cdot \frac{9}{6} \cdot \boxed{} = \frac{7}{5}$
$14 \cdot \frac{6}{5} \cdot \boxed{} = 14$	$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) : \boxed{} = \frac{11}{10}$
$\boxed{} \cdot \frac{12}{7} \cdot \frac{7}{10} = 1$	$\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{5} + \boxed{} = 1\frac{1}{30}$

$17 \cdot \frac{9}{4} \cdot \boxed{} = 17$	$\frac{3}{5} \cdot \frac{25}{6} + \boxed{} = 2\frac{17}{18}$
$\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{8}\right) \cdot \boxed{} = \frac{25}{54}$	$\frac{21}{32} \cdot \frac{24}{7} \cdot \boxed{} = 1$
$14 \cdot \frac{8}{3} \cdot \boxed{} = 14$	$\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} + \boxed{} = 1$
$\left(\frac{6}{7} + \frac{4}{3}\right) \cdot \boxed{} = \frac{23}{28}$	$\frac{6}{25} \cdot \frac{5}{9} \cdot \boxed{} = \frac{1}{20}$

$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \boxed{} = \frac{5}{14}$	$\left(1 + \frac{2}{5}\right) \cdot \boxed{} = 1$
$\boxed{} - \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{22}{35}$	$\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) : \boxed{} = \frac{7}{20}$
$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right) : \boxed{} = 1$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \boxed{} = \frac{7}{60}$
$\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right) \cdot \boxed{} = \frac{7}{20}$	$\frac{3}{5} \cdot \frac{15}{6} + \boxed{} = 2\frac{1}{5}$

0653. – 7. tanári melléklet: Műveleti sorok

Kartonlapra nyomva, osztályonként 1 készlet (6 kártya) ebben a méretben. A fekete vonalak mentén szétvágandó.

$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{5}$	$\frac{7}{2} \cdot \frac{1}{4} \div \frac{14}{5}$
$\frac{11}{9} \cdot \frac{6}{3} \cdot \frac{1}{2}$	$\left(\frac{6}{5} + \frac{5}{6} \right) \div \frac{3}{5}$
$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} \right)$	$1 - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} \right)$