
TÖRTEK

A törtékről tanultak ismétlése

KÉSZÍTETTE: BENCZÉDY-LACZKA KRISZTINA, MALMOS KATALIN

MODULLEÍRÁS

A modul célja	Törtek értelmezése, negatív törtek értelmezése, egyszerűsítésük, bővítésük, összeadása, kivonása ismétlése. A műveletek kiterjesztése negatív törtekre.
Időkeret	3 óra
Ajánlott korosztály	6. osztály
Modulkapcsolódási pontok	5. osztályos törtek témakör, 6. osztályos 2., 4. modul.
A képességfejlesztés fókuszai	<p><i>Számlálás, számolás:</i> Számkörbővítés, műveletek a pozitív és negatív törtek körében.</p> <p><i>Mennyiségi következtetés:</i> Mennyiségek törtrészének számítása. Műveleti tulajdonságok megfigyelése.</p> <p><i>Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció:</i> Valós életből vett problémák megoldása, szöveges feladatok megoldása, ellenőrzés.</p> <p><i>Rendszerezés, kombinativitás:</i> Több megoldás keresése, lehetséges megoldások száma. Számok felírása sokféle alakban. Adott feltételek mellett az összes megoldás keresése.</p> <p><i>Deduktív következtetés, induktív következtetés:</i> Műveletek kiterjesztése a negatív törtek körére és analógiák keresése.</p>

AJÁNLÁS:

Egyéni munka, csoport munka, kooperatív módszerek vegyes használata. A csoport munkák során a tanulók többnyire négyes csoportokban dolgoznak, de fontos, hogy egyéni feladattal is kipróbálhassák magukat. Nagyon fontos a csoportokon belül kialakuló vita, a gondolkodás szabadsága, a másik véleményének figyelembe vétele, egymás tisztelete, a játékok során a játékszabályok betartása. Az egyén szerepe fontosságának megtapasztalása a közösségben. A tanulói tapasztalatcsere hangsúlyozása mellett ugyanilyen fontosnak kell lennie a frontális tanári munkának, amelynek során a tanulók megerősítést kapnak a továbbhaladásuk szempontjából legfontosabb ismeretekben, tisztázódnak a meg nem értett anyagrészek.

TÁMOGATÓ RENDSZER:

Feladatlapok, feladatgyűjtemény, torta modell, tizedes társasjáték, törtkártyák, számkártyák, számegyenes.

ÉRTÉKELÉS:

Megfigyelés módszerét ajánljuk, az egyéni és csoport-munkák során megfigyelhető, ki mennyire emlékszik az 5. osztályban tanultakra. Az egyéni- és csoporteredmények szóbeli értékelése, a hiányosságok pótlására, hibák javíttatására is kiterjedően. Egyéni- és csoporteredmények pozitív értékelése. Ösztönözzük arra, hogy a tanulók egymás munkáját is értékeljék, megbecsüljék.

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képeségek	Eszközök, Feladatok
I. Törtek értelmezése, egyszerűsítésük, bővítésük, összeadása, kivonása ismétlése			
1.	Ráhangolás: Keresd a párodát! – Csoportalakítás – Verseny – Kerekasztal	Deduktív, induktív következtetés, alkalmazás.	2. tanári melléklet: Keresd a párodát! Kártyakészlet
2.	Gyakorló feladatok megoldása	Deduktív gondolkodás, számolás, alkalmazás.	1. feladatlap, Torta modell (0561. modul 2. tanári melléklet)
3.	Társasjáték	Számolás, alkalmazás.	Társasjáték (1. tanulói melléklet), számláló- és nevezőkocka.

II. Negatív törtek bevezetése; összeadás és kivonás kiterjesztése negatív törtekre			
1.	Pozitív és negatív törtek elhelyezése a számegyenesen	Rendszerezés, megfigyelő képesség, vizualitás.	Számegyenes, 2. feladatlap.
2.	Vizsgálatok a számegyenesen	Rendszerezés, megfigyelő képesség, logikus gondolkodás, vizualitás.	Számegyenes, piros-kék korongok. (kb. 40 db)
3.	Negatív törtek összeadása, kivonása	Deduktív, induktív következtetés, logikus gondolkodás, vizualitás.	Számegyenes, 3. feladatlap.
4.	Törtek előállításuk különféle szám és műveletkártyák segítségével	Megfigyelő képesség, logikus gondolkodás.	3. tanári melléklet: számkártyák

III. Pozitív és negatív törtek összeadása, kivonása			
1.	Ráhangolás, feladatküldés	Deduktív, induktív következtetés, alkalmazás.	2. tanári melléklet: Keresd a párodát! kártyakészlet
2.	Nyitott mondatok megoldása	Deduktív, induktív következtetés, számolás, alkalmazás	4. feladatlap
3.	Társasjáték (A számláló kockán pozitív és negatív számok szerepelnek.)	Számolás, alkalmazás.	Társasjáték (1. tanulói melléklet), számláló- és nevezőkocka.(csoportonként)

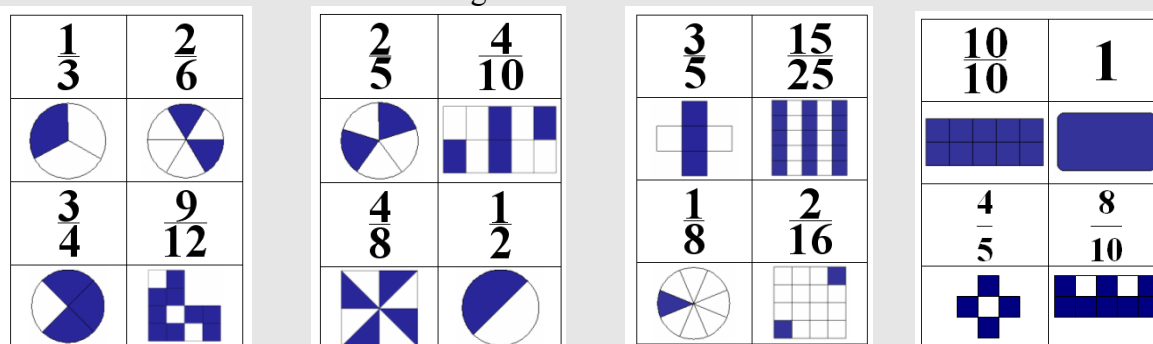
A FELDOLGOZÁS MENETE

I. Törtek értelmezése, egyszerűsítés, bővítés, összeadás, kivonás ismétlése

1. Ráhangelés: Keresd a párodat! – Csoportalakítás – Verseny – Kerekasztal

– A tanár kioszt minden tanulónak egy-egy törtekártyát (**2. tanári melléklet**), amelyen vagy egy ábra, vagy egy tört szerepel. A tanulók feladata, hogy az ábrát a hozzá tartozó törttel párosítsák.

2. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!



– Miután a párok megtalálták egymást az azonos értékű törtek tulajdonosai 4 fős csoportokat alkotnak.

– Verseny, kerekasztal:

Verseny: A tanár felír egy törtet a táblára. Feladat: Minden csoport mondjon ezzel a törttel egyenlőt, többféleképpen.

A csoportokat többször is kérdezzük meg sorban, frontálisan. (Mondhatják a törteket összeg, különbség, szorzat vagy hányados alakban is.) Az osztály közösen megbeszéli, hogy hogyan állították elő a törtet, és hogy miért egyenlők ezek egymással. Ezzel a versennyel bevezethetjük a kerekasztal feladatot, valamint felmérhetjük, hogy mennyire emlékeznek az 5. osztályban tanultakra.

Kerekasztal: A csoport kiválaszt egy törtekártyát, amelyet az asztal közepére helyeznek. Feladat: Írjátok fel minél többféleképpen!

A tanulók közösen gyűjtik minél több alakját a törtnek, vagy felírhatják összeg, különbség, szorzat, hányados alakban (A csoport megbeszéli a tavaly tanult műveletek szabályait.), felírják a táblára és az osztály közösen megbeszéli az eredményeket.

Két- három kör után az osztály közösen megbeszéli a felelevenített szabályokat, melyek a következők:

- A nevező megmutatja, hogy az egységet hány egyenlő részre vágjuk.
- A számláló megmutatja, hogy hány darabot vettünk ki az egyenlő részek közül.
- A törtet bővítjük, ha több egyenlő részből állítjuk elő. Azaz a tört számlálóját és nevezőjét ugyanazzal a 0-tól különböző számmal szorozzuk.
- A törtet egyszerűsítjük, ha kevesebb egyenlő részből állítjuk elő. Azaz a tört számlálóját és nevezőjét ugyanazzal a 0-tól különböző számmal osztjuk.
- Az egyszerűsítés és bővítés a tört értékét nem változtatja meg.
- Azonos nevezőjű törteket úgy adunk össze, hogy a törtek számlálóit összeadjuk, ez lesz az összeg számlálója és az azonos nevező az összeg nevezője.

- Azonos nevezőjű törteket úgy vonhatunk ki egymásból, hogy a kisebbítendő számlálójából kivonjuk a kivonandó számlálóját, ez lesz a különbség számlálója és a közös nevező a különbség nevezője.
- Különböző nevezőjű törteket úgy adhatunk össze, illetve úgy vonhatunk ki egymásból, hogy először közös nevezőre hozzuk a törteket úgy, hogy bővítjük, majd az azonos nevezőjű törtekkel elvégezzük a megfelelő műveletet.
- Ha törtet természetes számmal szorzunk, a szorzást mindig elvégezhetjük úgy, hogy a számlálót megszorozzuk a természetes számmal, a nevezőt pedig változatlanul hagyjuk.
- Ha törtet természetes számmal osztunk, a szorzást mindig elvégezhetjük úgy, hogy a nevezőt megszorozzuk a természetes számmal, a számlálót pedig változatlanul hagyjuk.

Mindegyik esetben kérjünk példát is a gyerekektől.

2. Gyakorló feladatok megoldása

1. FELADATLAP

1. Mindegyik rajz 1-et jelent. Mennyit ér a kiszínezett rész?

a)



$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

b)



$$\frac{1}{3}$$

c)



$$\frac{2}{5}$$

d)



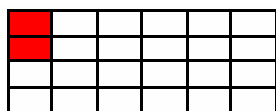
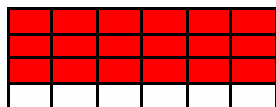
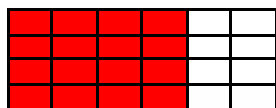
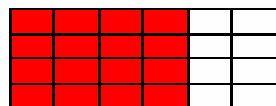
$$\frac{1}{8}$$

e)



$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

2. Színezd be az ábra:

a) $\frac{1}{12}$ részétb) $\frac{3}{4}$ részétc) $\frac{4}{6}$ részétd) $\frac{2}{3}$ részéte) $\frac{25}{24}$ részét !

3. Miki névnapjára három csokoládét kapott, melyeket Péterrel, Zsuzsival és Bélával ettek meg közösen. Mindenki ugyanannyi csokit evett. Mekkora részét ette meg Miki a kapott csokoládéknak?

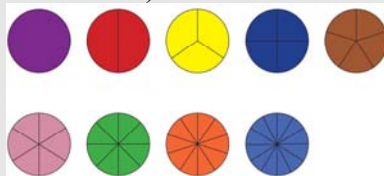
Miki a csokoládék $\frac{3}{4}$ részét ette meg.

4. Mekkora a háromszög kerülete, ha oldalai $\frac{2}{5}$ dm, $\frac{3}{10}$ dm és $\frac{1}{2}$ dm hosszúak?

$$K = \frac{2}{5} + \frac{3}{10} + \frac{1}{2} = \frac{4}{10} + \frac{3}{10} + \frac{5}{10} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

A háromszög kerülete $\frac{6}{5}$ dm = 12 cm.

A 4. feladat megbeszélése során a torta-modell segítségével szemléltethetjük a feladatot a táblánál. (0561. modul 2. tanári melléklet)



Az 5. és 6. feladatot a gyorsabban haladó tanulóknak adhatjuk fel, a lassabban haladóknak inkább a társasjátékot javasoljuk (1. tanulói melléklet).

1	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{6}{10}$	=	$\frac{8}{10}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{10}{10}$	$\frac{11}{10}$	$\frac{12}{10}$	$\frac{13}{10}$	$\frac{14}{10}$	$\frac{15}{10}$
															$\frac{16}{10}$
$\frac{32}{10}$	$\frac{31}{10}$	$\frac{30}{10}$	$\frac{29}{10}$	=	$\frac{27}{10}$	$\frac{26}{10}$	$\frac{25}{10}$	$\frac{24}{10}$	$\frac{23}{10}$	$\frac{22}{10}$	=	$\frac{20}{10}$	$\frac{19}{10}$	$\frac{18}{10}$	$\frac{17}{10}$
$\frac{33}{10}$															
$\frac{34}{10}$	=	$\frac{36}{10}$	$\frac{37}{10}$	$\frac{38}{10}$	$\frac{39}{10}$	$\frac{40}{10}$	$\frac{41}{10}$	=	$\frac{43}{10}$	$\frac{44}{10}$	$\frac{45}{10}$	$\frac{46}{10}$	$\frac{47}{10}$	$\frac{48}{10}$	16

5. Gondoltam egy számot, hozzáadtam $\frac{5}{12}$ -et és $\frac{7}{6}$ -ot kaptam. Mire gondoltam?

Visszafelé gondolkodva: $\frac{7}{6} - \frac{5}{12} = \frac{14}{12} - \frac{5}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

6. Kató néni a kertjében epret termeszt, melyet piacon ad el. Szombaton a termés $\frac{5}{12}$ részét

adta el tízig, délig eladta még az $\frac{1}{6}$ részét. Zárásig az egész termést eladta. A termés mekkora

részét adta el dél és zárás között?

$$1 - \frac{5}{12} + \frac{1}{6} = \frac{12}{12} - \frac{5}{12} + \frac{2}{12} = \frac{12 - 5 + 2}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

3. Társasjáték

A lassabban haladóknak az egyszerűsítés, bővítés játékos gyakorlására a tanulói munkafüzetben megtalálható társasjátékot ajánljuk. A társasjátékon a mezők $\frac{1}{10}$ -enként következnek. Készítsünk egy számláló- és egy nevezőkockát! A számlálóköckán az 1, 2, 3 számok, míg a nevezőkockán a 2, 5, 10 számok találhatók. Minden számból kettő-kettő van egy-egy köckán.

A játékban mindenki annyit lép, amennyi a dobott tört értéke tizedekben. Az nyer, aki legelőször célba ér. Az egyes mezőkön visszafelé mutató nyilak azt jelzik, hogy erről a mezőről a következő körben dobott értéket hátrafelé kell lelépni.

Megfigyelési szempontok:

Követik-e a tanulók a játékszabályokat.

Lépéseik során jellemző-e az $\frac{1}{10}$ -enkénti lépés, vagy természetes módon használják, hogy „x tizedből y tized lépéssel z tizedre jutottam”.

1. tanulói melléklet – Lásd a modul végén, a tanulói munkafüzetben és a modul eszközei közt!

START	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{6}{10}$	←	$\frac{8}{10}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{10}{10}$	$\frac{11}{10}$	$\frac{12}{10}$	$\frac{13}{10}$	←	$\frac{15}{10}$
															$\frac{16}{10}$
$\frac{32}{10}$	$\frac{31}{10}$	$\frac{30}{10}$	$\frac{29}{10}$	⇒	$\frac{27}{10}$	$\frac{26}{10}$	$\frac{25}{10}$	$\frac{24}{10}$	$\frac{23}{10}$	$\frac{22}{10}$	⇒	$\frac{20}{10}$	$\frac{19}{10}$	$\frac{18}{10}$	$\frac{17}{10}$
$\frac{32}{10}$															
$\frac{34}{10}$	←	$\frac{36}{10}$	$\frac{37}{10}$	$\frac{38}{10}$	$\frac{39}{10}$	$\frac{40}{10}$	$\frac{41}{10}$	←	$\frac{43}{10}$	$\frac{44}{10}$	$\frac{45}{10}$	$\frac{46}{10}$	$\frac{47}{10}$	$\frac{48}{10}$	CÉL

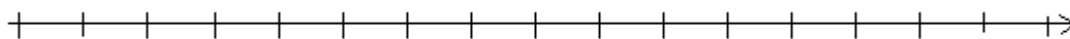
II. Negatív törtek bevezetése; összeadás és kivonás kiterjesztése negatív törtekre

1. Pozitív és negatív törtek elhelyezése a számegyenesen

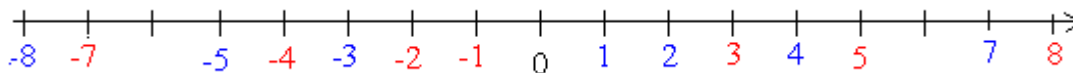
2. FELADATLAP

1.

a) Ábrázold számegyenesen a következő egész számokat pirossal; ellentettjeiket kékkel!
 $-7, 5, 3, -2, -4, -1, 8$



Megoldás:



b) Határozd meg a számok és ellentettjeik abszolútértékét!

$ -7 = 7$	$ 7 = 7$
$ 5 = 5$	$ -5 = 5$
$ 3 = 3$	$ -3 = 3$
$ -2 = 2$	$ 2 = 2$
$ -4 = 4$	$ 4 = 4$
$ -1 = 1$	$ 1 = 1$
$ 8 = 8$	$ -8 = 8$

EMLÉKEZTETŐ:

Természetes számok: $0, 1, 2, 3, \dots$

Egész számok: $\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$

Ellentett: A számegyenesen a 0-tól egyenlő távolságra található számok egymás ellentettjei.

Egy szám és ellentettjének összege 0. Például: $(-5) + (+5) = 0$

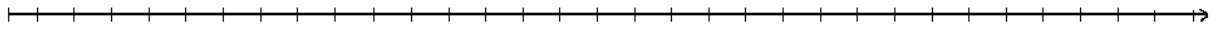
Abszolút érték: Egy számnak a számegyenesen a 0-tól mért távolsága. Az abszolútérték jele:

| | Például: $|-8| = 8, |6| = 6$.

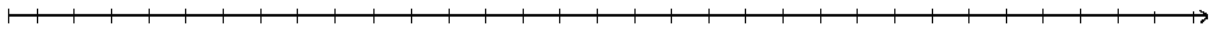
A 2. feladatlap 2. feladatában egyre nehezebb törteket kell ábrázolniuk a tanulóknak. Az a) feladatot önállóan oldják meg, a b) és c) feladatot pedig párosával. Miután ábrázolták számegyenesen a törteket, az osztály a táblánál vagy kivetített fólián közösen ellenőrzi a megoldást.

2. Ábrázold számegyenesen a következő törteket!

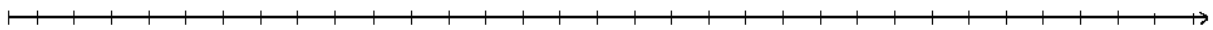
a) $\frac{1}{12}, \frac{5}{12}, \frac{12}{12}, \frac{1}{2}, -\frac{3}{12}, -\frac{7}{12}, -\frac{12}{12}$



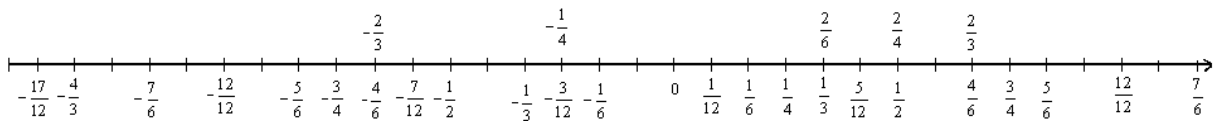
b) $\frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{4}{6}, \frac{7}{6}, -\frac{4}{3}$



c) $\frac{2}{4}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, -\frac{3}{4}, -\frac{4}{3}, \frac{6}{4}, -\frac{5}{3}, -\frac{1}{6}, -\frac{5}{6}, -\frac{7}{6}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}$



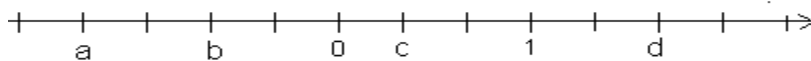
Megoldás:



A tanulók 4 fős csoportban oldják meg a 3. feladatot.

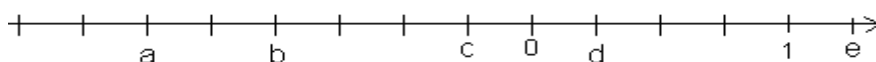
3. Milyen törtszámokat jelölnek a betűk az alábbi számegyeneseken?

a)



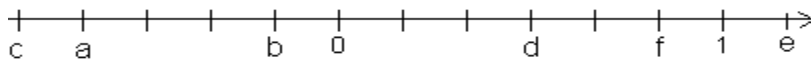
$a = -\frac{4}{3}, b = -\frac{2}{3}, c = \frac{1}{3}, d = \frac{5}{3}$

b)



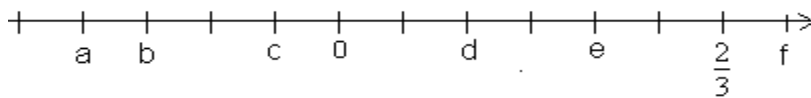
$a = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}, b = -1, c = -\frac{1}{4}, d = \frac{1}{4}, e = \frac{5}{4}$

c)



$$a = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}, b = -\frac{1}{6}, c = -\frac{5}{6}, d = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, e = \frac{7}{6}$$

d)



$$a = -\frac{4}{9}, b = -\frac{3}{9} = -\frac{1}{3}, c = -\frac{1}{9}, d = \frac{2}{9}, f = \frac{7}{9}$$

e) Beszéljétek meg a d) feladatban szereplő törtek ellentetjét és abszolútértékét!

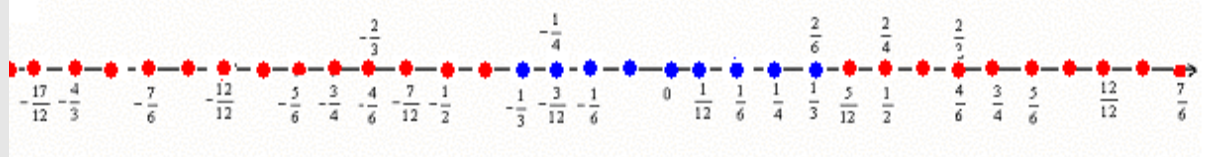
2. Vizsgálatok a számegyenesen

Problémafelvetés: Vizsgáljuk meg a következő nyitott mondatot:

$$|x| \leq \frac{5}{12}$$

Minden tanulónak kiosztunk egy korongot. Feladat: A tanulónak el kell döntenie, hogy az előző feladatban (2. feladatlap 1. feladata) a számegyenesen elhelyezett törtek közül melyikre igaz a nyitott mondat. A törtek közül minden tanuló kiválaszt egyet, vagy a tanár jelöli ki, hogy ki melyikről dönti el az állítás igazságát. A tanulók kimennek a táblához, és mindenki a számegyenes megfelelő helyére teszi a korongot, piros felével, ha igaz a törtre a nyitott mondat és kék felével, ha nem igaz rá. A kimaradó helyeket is lefedhetjük további korongok kiosztásával.

A tábla képe végül ilyen legyen:



Az osztály közösen ellenőrzi és megbeszéli eredményeit. A megbeszélés során az alábbi kérdésekkel segíthetünk:

- A számegyenesen hol helyezkednek el a piros, illetve kék korongok?
- Tudtok még olyan törtet mondani, amire igaz az állítás? Tudtok még olyan törtet mondani, amire nem igaz az állítás?
- Mit mondhatunk a korongok közötti részekről? (Esetleg az üres helyeket is lefedhetjük a megfelelő színű koronggal.)

3. Negatív törtek összeadása, kivonása

a) Bemelegítés:

Minden tanuló a helyén ülve egyedül oldja meg a feladatot. A tanár a következő utasításokat adja:

Mindenki dőljön hátra és csukja be a szemét! Képzeld magad elé egy számegyenest! Tedd az ujjad a $\frac{7}{6}$ -ra. A $\frac{7}{6}$ -ból elveszek $\frac{2}{6}$ -ot. Kövesd az ujjaddal a műveletet az elképzelt

számegyenesen! Az eredményből kivonok $\frac{5}{6}$ -ot, majd hozzáadok $\frac{8}{6}$ -ot, ezután elveszek

belőle $\frac{7}{6}$ -ot, végül kivonok $\frac{1}{6}$ -ot.

Az előbbihez hasonló feladatokat mondhatunk különböző nevezőjű törtekkel is. A feladat során megfigyelhető, hogy kinek merre mozdul el a keze a műveletek elvégzésekor. Így könnyen felismerhetjük, melyik tanuló gondolkodik helytelenül.

b) A bemelegítés után a 3. feladatlap segítségével vezetjük be az összeadást, kivonást negatív törtekkel is. A számegyeneseken kijelölt műveleteket és az összeg vagy különbség alakban felírt műveleteket a tanulók önállóan párosítják, majd az eredményt leolvassák a számegyenesről.

Az osztály közösen megbeszéli a tapasztalatokat.

3. FELADATLAP

1. Mely műveleteket tudod leolvasni az alábbi számegyenesekről? Válaszod betű jelét írd a pontozott részre! Olvasd le a számegyenesről az eredményeket!

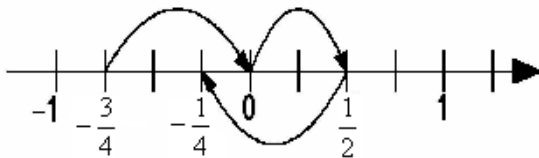
$$-\frac{2}{3} + \frac{5}{3} + \frac{2}{3} \quad \text{c) } \frac{5}{3}$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \quad \text{a) } -\frac{1}{4}$$

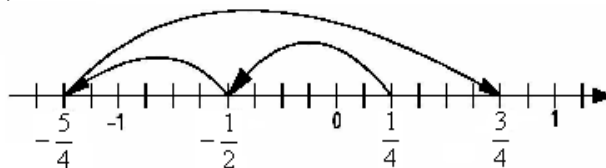
$$\frac{1}{3} - 1 + \frac{9}{6} + \frac{2}{12} \quad \text{d) } \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{8} + \frac{3}{4} + \frac{6}{8} + 2 \quad \text{b) } \frac{3}{4}$$

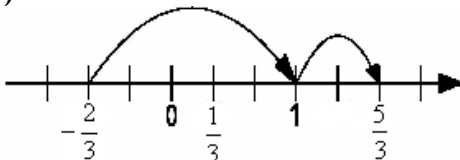
a)



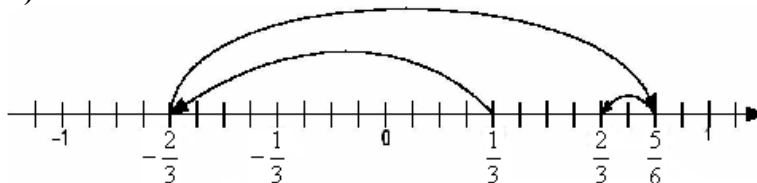
b)



c)



d)



A következő feladatok megoldását számegyenesen szemléltetjük. Mindegyik művelethez felrajzolunk egy számegyenest és az előző feladathoz hasonlóan, nyilak segítségével felrajzoljuk a műveletet. Segítségképpen a nyilak fölé írhatjuk, hogy a számhoz mennyit adtunk vagy vettünk el.

2. Végezd el a következő műveleteket!

$$- 2 + (- 4) = - 6$$

$$- 5 - 7 = - 12$$

$$- 3 - (- 7) = 4$$

$$(- 4) + 4 = 0$$

Beszélgük meg a tanulókkal a következőket:

A kiinduló számot csökkenti: pozitív szám kivonása vagy negatív szám hozzáadása.

A kiinduló számot növeli: pozitív szám hozzáadása vagy negatív szám kivonása.

Egy szám kivonása és az ellentettjének a hozzáadása ugyanarra az eredményre vezet.

3. Végezd el a következő műveleteket! Az eredményt egyszerűsítsd!

$$- \frac{1}{3} - \frac{4}{3} = - \frac{5}{3}$$

$$- \frac{3}{5} + \frac{6}{5} = \frac{3}{5}$$

$$- \frac{8}{7} - \frac{5}{7} = - \frac{13}{7}$$

$$- \frac{5}{2} - \frac{1}{4} = - \frac{10}{4} - \frac{1}{4} = - \frac{11}{4}$$

4. Törtek előállítása különféle szám és műveletkártyák segítségével

A feladat menete:

$$\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} \quad \text{vagy} \quad \frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square}$$

A feladat az, hogy a lehető legnagyobb összeget vagy különbséget, illetve a lehető legkisebb összeget vagy különbséget állítsák elő a gyerekek. A feltételt, hogy mit kell előállítani, előre elmondja a tanár. Kihív egy tanulót, aki a számkártyák (**3. tanári melléklet**) közül húzni fogja a számokat. A kihúzott számot mindenkinek el kell helyeznie az ábrán valahol, majd újra húz egy lapot a kihívott tanuló.

3. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

-10	-9	-8	-7
-6	-5	-4	-3
-2	2	3	4
5	6	7	8
	9	10	

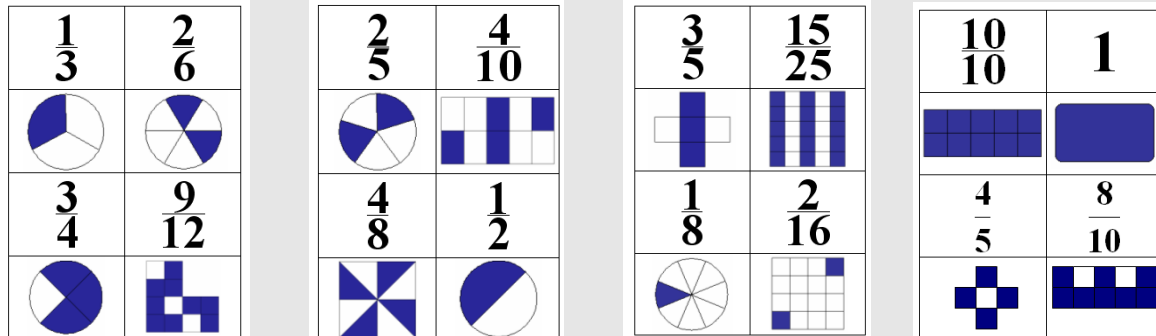
Miután 4 számkártyát kihúzott a tanuló mindenki elvégzi az általa kijelölt műveletet. Összehasonlítják a kapott eredményeket az alapján, hogy a legkisebb vagy legnagyobb összeget, illetve különbséget keresték. Közös megkeressük a legnagyobb vagy legkisebb összeget, illetve különbséget, ami a kihúzott számkártyákból előállítható.

III. Pozitív és negatív törtek összeadása, kivonása

1. Ráhangelés, feladatküldés

A tanár kioszt minden tanulónak egy-egy törtkártyát (2. tanári melléklet), melyen vagy egy ábra vagy egy tört szerepel. A tanulók feladata, hogy az ábrát a hozzá tartozó törttel párosítsák. Miután a párok megtalálták egymást az azonos értékű törtek tulajdonosai 4 fős csoportokat alkotnak.

2. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!



- a) A csoport írja fel minél többféle képen összeg alakban a számkártyán szereplő törtet.
 b) Feladatküldés: Minden csoport a felírt műveleteket továbbadja a mellette lévő csoportnak. A kapott műveleteket leellenőrzik és megszámlálják, hogy az egyes csoportok hányféleképpen tudták felírni helyesen.

Megfigyelési szempontok:

- a tanulók mennyire használják a negatív törteket az egyes műveletek során
- a műveletek felírásánál zárójelet használtak-e

2. Nyitott mondatok megoldása

Egyenlőtlenségek megoldásánál a lehetséges megoldások közül a kakukktójást kell megtalálnia minden tanulónak.

4. FELADATLAP

1. Válaszd ki a kakukktójást! Az a mely értékére nem igaz az állítás?

$$a - \frac{4}{3} < \frac{13}{3} \qquad a = \frac{17}{3}, 0, -\frac{1}{3}, -\frac{4}{3}$$

$$a + \frac{1}{2} > -\frac{3}{2} \qquad a = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1, -\frac{5}{2}$$

$$a - \frac{1}{5} \leq -\frac{3}{5} \qquad a = -1, -\frac{3}{5}, -\frac{2}{5}, -\frac{1}{5}$$

$$-2 - a < \frac{3}{4} \qquad a = -\frac{9}{4}, -\frac{5}{2}, -\frac{11}{4}, \frac{4}{7}$$

2. Egészítsd ki az alábbi nyitott mondatokat!

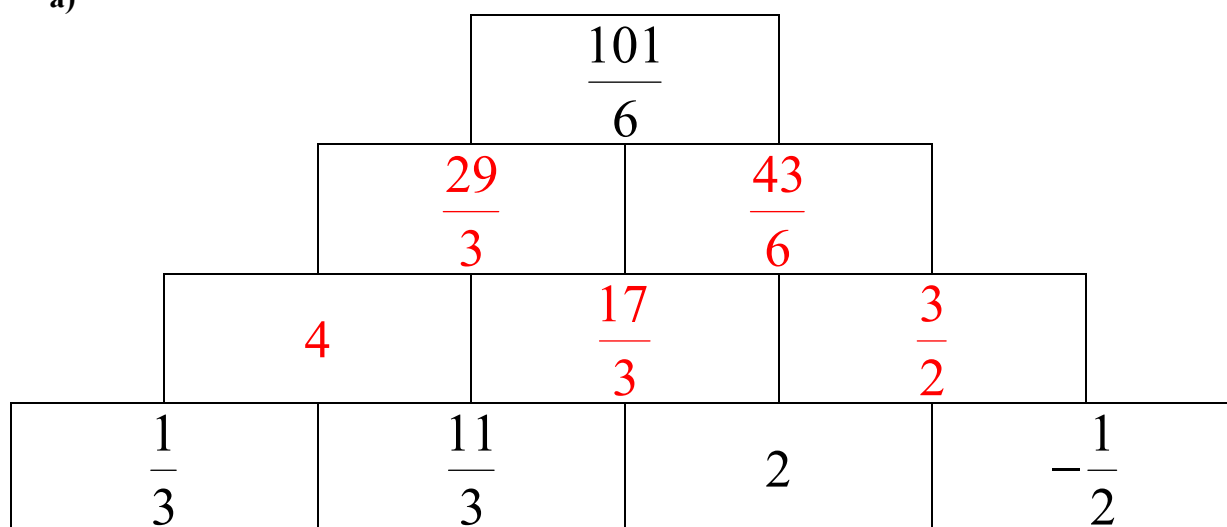
$$\frac{4}{5} - \left(-\frac{3}{15}\right) = \frac{12}{15} - \left(-\frac{3}{15}\right) = 1$$

$$\left(-\frac{3}{4}\right) + \frac{10}{12} = \left(-\frac{9}{12}\right) + \frac{10}{12} = \frac{1}{12}$$

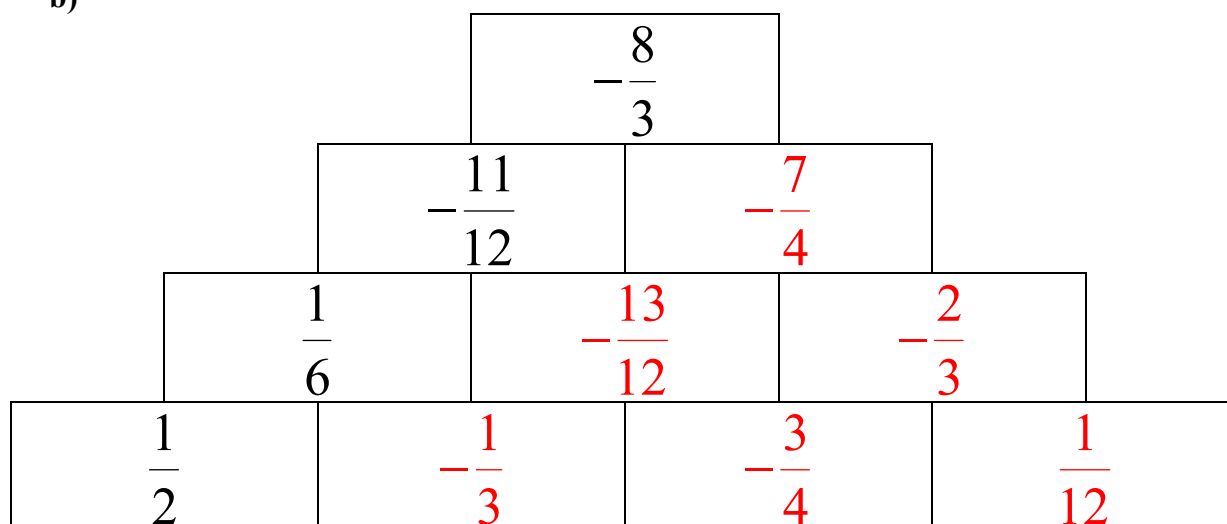
$$\left(-\frac{2}{5}\right) - \frac{3}{10} = \left(-\frac{4}{10}\right) - \frac{3}{10} = \left(-\frac{7}{10}\right)$$

3. A piramis felső három sorában mindegyik szám az alatta lévő két szám összege. Töltsd ki a piramis hiányzó mezőit!

a)



b)



4. Egészítsd ki az alábbi nyitott mondatokat!

$$\frac{9}{7} + \frac{3}{7} = 1\frac{5}{7}$$

$$\frac{11}{3} + \frac{3}{3} = 4\frac{2}{3}$$

$$\frac{18}{6} + \frac{6}{6} = 4$$

$$\frac{7}{9} - \frac{5}{9} = \frac{2}{9}$$

$$\frac{15}{6} - \frac{3}{6} = 2$$

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{4}{6}$$

3. Társasjáték

A tanulók 4 fős csoportokat alakítanak ki. Az **1. tanulói melléklet**ben megtalálható társasjátékkal játszanak, melyen a mezők $\frac{1}{10}$ -enként következnek. A mezőkön a törtek egyszerűsített alakja szerepel.

1. tanulói melléklet – Lásd a modul végén, a tanulói munkafüzetben és a modul eszközei közt!

T	A	R	S	1	2	3	4	5	6	←	8	9	10	11	12	13	←	15
$\frac{16}{10}$																		
$\frac{32}{10}$	$\frac{31}{10}$	$\frac{30}{10}$	$\frac{29}{10}$	⇒	$\frac{27}{10}$	$\frac{26}{10}$	$\frac{25}{10}$	$\frac{24}{10}$	$\frac{23}{10}$	$\frac{22}{10}$	⇒	$\frac{20}{10}$	$\frac{19}{10}$	$\frac{18}{10}$	$\frac{17}{10}$			
$\frac{33}{10}$																		
$\frac{34}{10}$	←	$\frac{36}{10}$	$\frac{37}{10}$	$\frac{38}{10}$	$\frac{39}{10}$	$\frac{40}{10}$	$\frac{41}{10}$	←	$\frac{43}{10}$	$\frac{44}{10}$	$\frac{45}{10}$	$\frac{46}{10}$	$\frac{47}{10}$	$\frac{48}{10}$	C	E	L	D

A számlálókockán az -1 , -2 , -3 , 1 , 2 , 3 számok, míg a nevezőkockán a 2 , 5 , 10 számok találhatóak. Mindenki annyit lép, amennyi a dobott tört értéke tizedekben. Az nyer, aki legelőször célba ér. Az egyes mezőkön visszafelé mutató nyilak azt jelzik, hogy erről a mezőről a következő körben dobott értéket hátrafelé kell lelépni, illetve ez a negatív irány (ha negatív értéket dob a visszafelé mutató nyílra, akkor azt előre kell lelépni).

Megfigyelési szempontok:

Követik-e a tanulók a játékszabályokat.

Lépéseik során jellemző-e az $\frac{1}{10}$ -enkénti lépés, vagy természetes módon használják, hogy „x tizedből y tized lépéssel z tizedre jutottam”.

FELADATGYŰJTEMÉNY

1. Végezd el a következő műveleteket! Az eredményt egyszerűsítsd, ahol lehet, írd fel vegyestört alakban is!

$$\frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{13}{15} + \frac{20}{15} = \frac{33}{15} = 2\frac{3}{15} = 2\frac{1}{5}$$

$$\frac{5}{20} + \frac{9}{20} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$$

$$\frac{8}{3} - \frac{4}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

$$\frac{19}{5} - \frac{3}{5} = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$$

$$\frac{20}{15} - \frac{13}{15} = \frac{7}{15}$$

2. Végezd el a következő műveleteket! Az eredményt egyszerűsítsd, ahol lehet, írd fel vegyestört alakban is!

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{4}{6} + \frac{5}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{9} + \frac{5}{18} = \frac{8}{18} + \frac{5}{18} = \frac{13}{18}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{7}{16} = \frac{2}{16} + \frac{7}{16} = \frac{9}{16}$$

$$\frac{23}{12} - \frac{4}{6} = \frac{23}{12} - \frac{8}{12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

$$\frac{29}{20} - \frac{7}{5} = \frac{29}{20} - \frac{28}{20} = \frac{1}{20}$$

3. Oldd meg a következő feladatokat!

a) Mekkora a háromszög kerülete, ha oldalai $\frac{5}{6}$ dm, $\frac{5}{4}$ dm és $\frac{5}{3}$ dm hosszúak?

$$K = a + b + c$$

$$K = \frac{5}{6} + \frac{5}{4} + \frac{5}{3} = \frac{10}{12} + \frac{15}{12} + \frac{20}{12} = \frac{45}{12} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4} \text{ dm.}$$

b) Egy háromszög két oldala $\frac{3}{5}$ dm és $\frac{3}{4}$ dm kerülete $\frac{33}{20}$ dm. Mekkora a harmadik oldal

hossza?

$$a = \frac{33}{20} - \left(\frac{3}{5} + \frac{3}{4}\right) = \frac{33}{20} - \left(\frac{12}{20} + \frac{15}{20}\right) = \frac{33-12-15}{20} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} \text{ dm}$$

c) Melyik az a szám, amelyik a $\frac{2}{3}$ és $\frac{7}{5}$ összegénél $\frac{3}{5}$ -del kisebb?

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{7}{5}\right) - \frac{3}{5} = \left(\frac{10}{15} + \frac{21}{15}\right) - \frac{9}{15} = \frac{10+21-9}{15} = \frac{22}{15}$$

4. Végezd el a következő műveleteket! Az eredményt egyszerűsítsd!

$$\frac{2}{3} + \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{4}{6} + \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{4-5}{6} = -\frac{1}{6}$$

$$-\frac{3}{4} - \frac{1}{5} = -\frac{15}{20} - \frac{4}{20} = -\frac{19}{20}$$

$$\frac{4}{3} - \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{20}{15} - \left(-\frac{6}{15}\right) = \frac{20}{15} + \frac{6}{15} = \frac{26}{15}$$

$$\left(-\frac{4}{6}\right) - \left(\frac{5}{12} - \frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{4}{6}\right) - \left(\frac{5}{12} - \frac{8}{12}\right) = \left(-\frac{4}{6}\right) - \left(-\frac{3}{12}\right) = \left(-\frac{8}{12}\right) + \frac{3}{12} = \left(-\frac{5}{12}\right)$$

$$\frac{2}{15} + \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{3}\right) = \frac{2}{15} + \left(\frac{9}{15} - \frac{25}{15}\right) = \frac{2}{15} + \left(-\frac{16}{15}\right) = \frac{2-16}{15} = \left(-\frac{14}{15}\right)$$

$$\left(-\frac{4}{9}\right) - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{18}\right) = \left(-\frac{4}{9}\right) - \left(\frac{12}{18} + \frac{1}{18}\right) = \left(-\frac{4}{9}\right) - \frac{13}{18} = \left(-\frac{8}{18}\right) - \frac{13}{18} = \left(-\frac{21}{18}\right) = \left(-1\frac{3}{18}\right)$$

5. Végezd el a következő műveleteket! Az eredményt egyszerűsítsd!

a)

$$\left(\frac{2}{7} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{4}{14} + \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{8}{28} - \frac{7}{28}\right) + \left(\frac{8}{28} + \frac{7}{28}\right) = \frac{1}{28} + \frac{15}{28} = \frac{16}{28} = \frac{4}{7}$$

$$\left(-2\frac{1}{3} - \frac{2}{4}\right) - \left(1\frac{1}{3} - \frac{2}{4}\right) = \left(-\frac{14}{6} - \frac{3}{6}\right) - \left(\frac{8}{6} - \frac{3}{6}\right) = -\frac{17}{6} - \frac{5}{6} = -\frac{22}{6} = -\frac{11}{3}$$

$$\left(1\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{6}{2} + \frac{1}{5}\right) = \left(\frac{15}{10} - \frac{2}{10}\right) + \left(\frac{15}{5} + \frac{1}{5}\right) = \frac{13}{10} + \frac{16}{5} = \frac{13}{10} + \frac{32}{10} = \frac{45}{10} = \frac{9}{2}$$

b)

$$\left(\frac{10}{50} + \frac{12}{25}\right) - \left(\frac{12}{25} + \frac{2}{50}\right) = \left(\frac{5}{25} + \frac{12}{25}\right) - \left(\frac{12}{25} + \frac{1}{25}\right) = \frac{17}{25} - \frac{13}{25} = \frac{4}{25}$$

$$\left(\frac{15}{65} - \frac{3}{20}\right) + \left(\frac{11}{65} + \frac{17}{20}\right) = \left(\frac{60}{260} - \frac{39}{260}\right) + \left(\frac{44}{260} + \frac{221}{260}\right) = \frac{21}{260} + \frac{265}{260} = \frac{286}{260} = \frac{11}{13}$$

c)

$$\left(+\frac{3}{8}\right) + \left(-2\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right) + \left(+\frac{1}{4}\right) = \frac{15}{40} - \frac{100}{40} - \frac{32}{40} + \frac{10}{40} = -\frac{107}{40}$$

$$\left(-\frac{13}{10}\right) + \left(-1\frac{1}{5}\right) + \left(+\frac{1}{5}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{13}{10} - \frac{12}{10} + \frac{2}{10} - \frac{5}{10} = -\frac{28}{10} = -\frac{14}{5}$$

d)

$$-\frac{1}{7} + \frac{1}{2} + \frac{3}{8} = -\frac{8}{56} + \frac{28}{56} + \frac{21}{56} = \frac{41}{56}$$

$$-\frac{4}{10} + \frac{3}{5} + \frac{5}{6} = -\frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{5}{6} = \frac{1}{5} + \frac{5}{6} = \frac{6}{30} + \frac{25}{30} = \frac{31}{30}$$

$$\frac{6}{8} - \frac{3}{15} + \frac{1}{5} - \frac{3}{4} + \frac{5}{10} = \frac{3}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$-1\frac{1}{6} + 2\frac{2}{3} - \left(-\frac{5}{6}\right) = -\frac{7}{6} + \frac{16}{6} + \frac{5}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

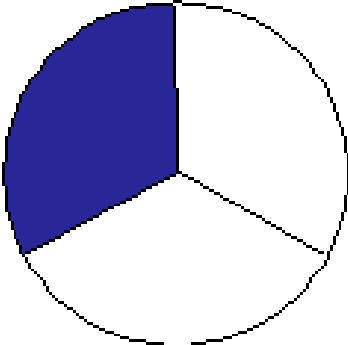
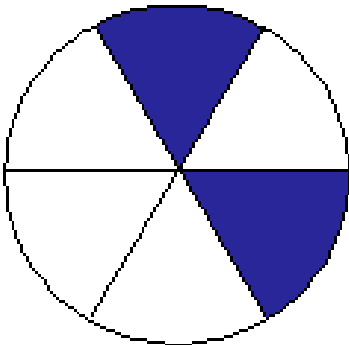
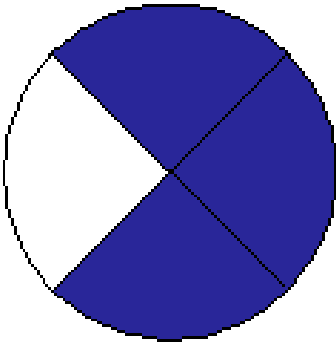
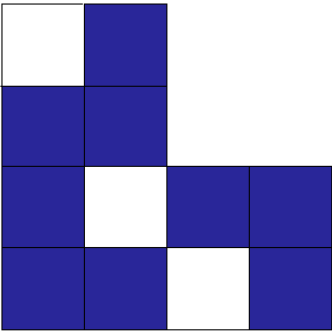
0651 – 1. tanulói melléklet

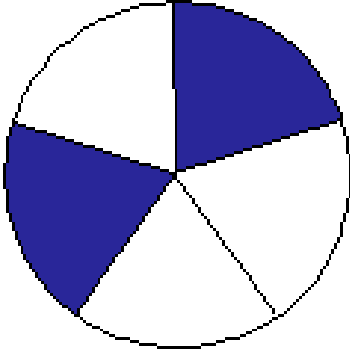
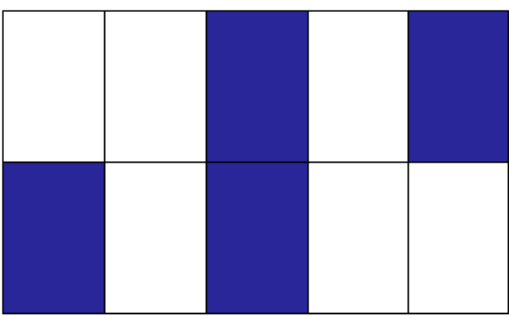
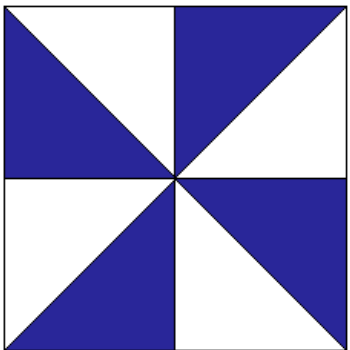
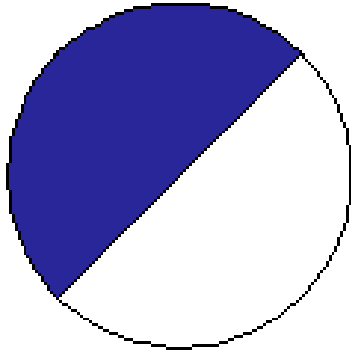
Kartonlapra nyomva ebben a méretben osztályonként 8 (csoportonként 1) darab. (A tanulói unkafüzetben is szerepel)

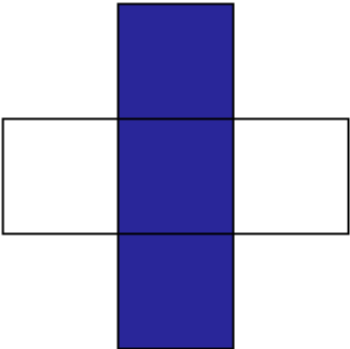
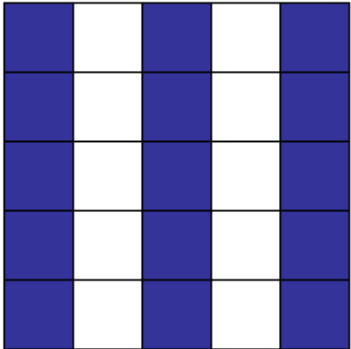
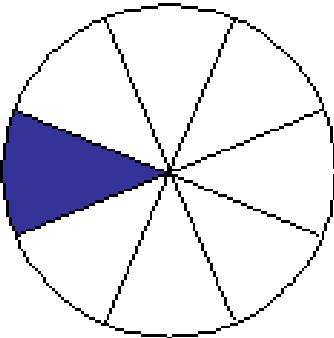
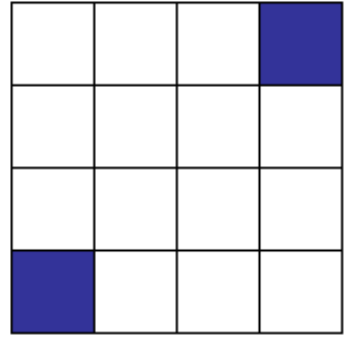
S T A R T	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{6}{10}$	←	$\frac{8}{10}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{10}{10}$	$\frac{11}{10}$	$\frac{12}{10}$	$\frac{13}{10}$	←	$\frac{15}{10}$
$\frac{32}{10}$	$\frac{31}{10}$	$\frac{30}{10}$	$\frac{29}{10}$	⇒	$\frac{27}{10}$	$\frac{26}{10}$	$\frac{25}{10}$	$\frac{24}{10}$	$\frac{23}{10}$	$\frac{22}{10}$	⇒	$\frac{20}{10}$	$\frac{19}{10}$	$\frac{18}{10}$	$\frac{17}{10}$
$\frac{33}{10}$															
$\frac{34}{10}$	←	$\frac{36}{10}$	$\frac{37}{10}$	$\frac{38}{10}$	$\frac{39}{10}$	$\frac{40}{10}$	$\frac{41}{10}$	←	$\frac{43}{10}$	$\frac{44}{10}$	$\frac{45}{10}$	$\frac{46}{10}$	$\frac{47}{10}$	$\frac{48}{10}$	C É L

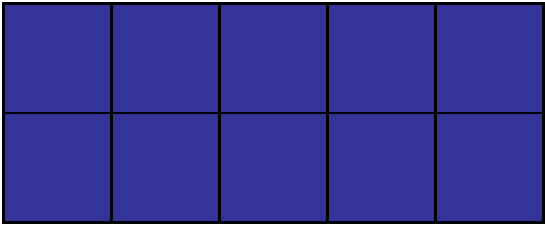
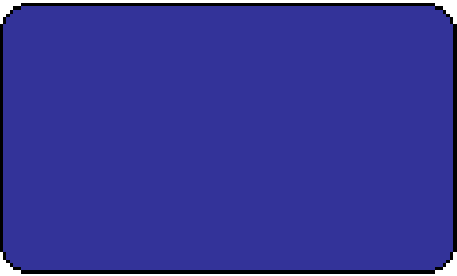
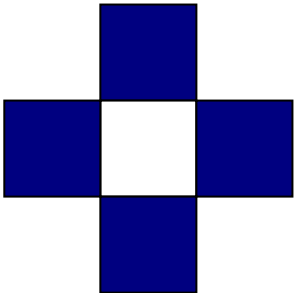
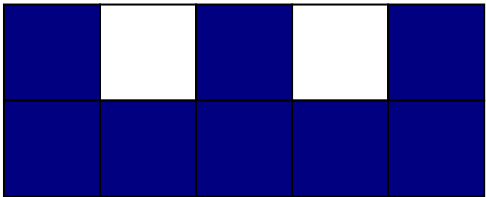
0651 – 2. tanári melléklet: Keresd a párodát!

Kartonlapra nyomva ebben a mértben osztályonként 1 készlet (32 db kártya), a fekete vonalak mentén szétvágandó.

$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{6}$
	
$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{12}$
	

$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{10}$
	
$\frac{4}{8}$	$\frac{1}{2}$
	

$\frac{3}{5}$	$\frac{15}{25}$
	
$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{16}$
	

$\frac{10}{10}$	1
	
$\frac{4}{5}$	$\frac{8}{10}$
	

0651 – 3. tanári melléklet: számkártyák

Kartonlapra nyomva ebben a mértben osztályonként 1 készlet (18 db kártya), a fekete vonalak mentén szétvágandó.

-10	-9	-8	-7
-6	-5	-4	-3
-2	2	3	4
5	6	7	8
	9	10	