0645. MODUL

SZÁMELMÉLET

Gyakorlás, mérés

KÉSZÍTETTE: PINTÉR KLÁRA

MODULLEÍRÁS

A modul célja	A számelmélet összefoglalása. Gyakorlás. Mérés.
Időkeret	2 óra
Ajánlott korosztály	6. osztály
Modulkapcsolódási pontok	Számfogalom, helyiértékes írásmód és a műveletek elmélyítése.
A képességfejlesztés fókuszai	Matematikai szakszavak megfelelő használata. Induktív gondolkodás – általánosítás. Szabály megállapítása, alkalmazása. Halmazszemlélet: részhalmaz, halmazok közös része, üres halmaz. Logika – „és”, „vagy” kötőszavak helyes értelmezése, „minden”, „van olyan” helyes használata.

AJÁNLÁS

Az összefoglalást dominókkal kezdjük, szöveges feladatokkal folytatjuk, végül egy játékkal tesszük teljessé, melynek során a főbb algoritmusok alkalmazása, a maradékok gyors számolása, oszthatóság eldöntése mellett rövidebb problémákat is meg kell oldani a gyerekeknek. A mérésre két feladatsort ajánlunk.

TÁMOGATÓ RENDSZER

Dominó kártyák, Társasjátékhoz tábla, kártyák, bábuk, dobókocka csoportonként. Feladatgyűjtemény

ÉRTÉKELÉS

Diagnosztikus mérés, a hiányosságok feltárása.

MODULLEÍRÁS

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, Feladatok
I. Összefoglalás			
1.	Dominó	Fogalmak értése. Számolási képesség. Kombinatív képességek.	1. tanári melléklet: Dominó
2.	Gyakorlás, szöveges feladatok	Számolási képesség. Kombinatív képességek.	Feladatgyűjtemény
3.	Társasjáték	Alkalmazás. Rendszerezés.	2. tanári melléklet: Játéktábla és kártyák, dobókocka vagy test csoportonként

II. Mérés			
			Felmérő feladatlap A, B.

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. Összefoglalás

Először a dominókkal átismételjük a témában előfordult fontosabb fogalmakat, utána a feladatgyűjteményből oldunk meg összetettebb szöveges feladatokat, végül a Társasjáték során vegyes problémákkal találkoznak a gyerekek.

1. Dominó

A dominót frontálisan játsszuk a gyerekekkel. Osztunk mindenkinek egy dominó kártyát (**1. tanári melléklet** – 31 kártya, meg az első, ami a tanáré), melynek egyik felén (bal oldalán) egy kérdés, másik felén (jobb oldalán) egy válasz van. Mindenki olvassa el a kártyáján levő választ. Egy kérdéssel kezdjük, amit a Tanár tesz fel, ezután jelentkezik az a gyerek, akinek a kártyáján a megfelelő válasz van, ő olvashatja fel a kártyája másik felén levő kérdést. A játék az egyszerű fogalmak gyors átismétlését teszi lehetővé. (Minden kérdés válasza a következő dominókártyán található)

1. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

Mikor mondjuk, hogy a 3 osztója egy természetes számnak?	
Hogyan mondhatjuk más szavakkal, hogy a 4 osztója a 28-nak?	Ha van olyan természetes szám, amellyel a 3-at megszorozva a számot kapjuk.
Hogyan mondhatjuk más szavakkal, hogy a 42 többszöröse a 7-nek?	A 28 osztható 4-gyel.
Ha egy összeg mindkét tagja osztható 5-tel, akkor mit mondhatunk az összegről?	A 7 osztója a 42-nek.
Ha a kisebbítendő és a kivonandó is 1 maradékot ad 3-mal osztva, akkor mit mondhatunk a különbségről?	Az összeg is osztható 5-tel.
Ha egy szorzat egyik tényezője 6, akkor mivel osztható biztosan a szorzat?	A különbség osztható 3-mal.
Melyik az a szám, amely minden természetes számnak osztója?	1-gyel, 2-vel, 3-mal és 6-tal.
Melyik az a szám, amely minden természetes számnak többszöröse?	1
Mely számokkal való oszthatóságot lehet eldönteni az utolsó számjegy alapján?	0
Mikor osztható egy szám 10-zel?	10; 2; 5
Mikor osztható egy szám 2-vel?	Ha 0-ra végződik.
Mikor osztható egy szám 5-tel?	Ha az utolsó számjegye 0; 2; 4; 6 vagy 8.
Mely számokkal való oszthatóságot lehet eldönteni az utolsó két számjegy alapján?	Ha az utolsó számjegye 0 vagy 5.
Mikor osztható egy szám 100-zal?	100 és a 100 osztói.
Mikor osztható egy szám 4-gyel?	Ha két 0-ra végződik.
Mikor osztható egy szám 25-tel?	Ha az utolsó két számjegyéből képezett kétjegyű szám osztható 4-gyel.
Mely számokkal való oszthatóságot lehet eldönteni az utolsó három számjegy alapján?	Ha az utolsó két számjegye 00; 25; 50; 75.
Mikor osztható egy szám 8-cal?	1000 és az 1000 osztói.
Mely számokkal való oszthatóságot lehet eldönteni a számjegyek összege alapján?	Ha az utolsó három számjegyéből képezett háromjegyű szám osztható 8-cal.
Mikor osztható egy szám 9-cel?	9-cel és 3-mal.
Mivel egyenlő egy szám 9-es osztási maradéka?	Ha számjegyeinek összege osztható 9-cel.
Mikor osztható egy szám 3-mal?	Számjegyei összegének 9-es osztási maradékával.
Mikor osztható egy szám 6-tal?	Ha számjegyeinek összege osztható 3-mal.
Mikor osztható egy szám 24-gyel?	Ha osztható 2-vel és 3-mal.
Mely természetes számok a prímszámok?	Ha osztható 3-mal és 8-cal.
Melyik a legkisebb prímszám?	Melyeknek pontosan 2 osztója van.
Melyik a legnagyobb kétjegyű prímszám?	2
Mi a 48 prímtényezős felbontása?	97
Mi két természetes szám legnagyobb közös osztója?	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$
Mi két szám legkisebb közös többszöröse?	A közös osztók közül a legnagyobb.
Mikor mondunk két természetes számot relatív prímeknek,	A közös pozitív többszörösök közül a legkisebb.
Vége.	Ha legnagyobb közös osztójuk 1.

2. Gyakorlás, szöveges feladatok

A Feladatgyűjtemény 1–10. feladatai közül néhányat órán, néhányat házi feladatnak oldanak meg a gyerekek egyéni munkában, utána megbeszéljük a megoldásokat. Ezek a szövegbe ágyazott alkalmazásait tartalmazzák a tanultaknak.

3. Társasjáték

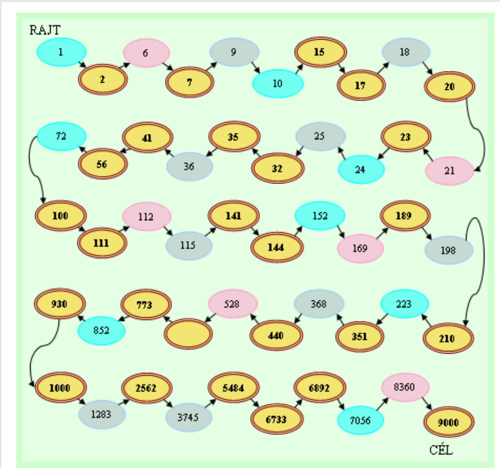
A következő játékot csoportban játsszák a gyerekek. (**2. tanári melléklet**) Osztunk csoportonként játéktáblát, hozzá a szerencse és a sprint kártyákat és egy dobókockát.

Minden gyerek előtt legyenek számkártyák 0-5-ig, ha kockával dobnak (ha 8 vagy 10 lapú testtel dobnak, akkor 0–7-ig vagy 0-9-ig kellenek a kártyák). A lépésekkel az oszthatóság eldöntését, a sprint kártyákkal a maradékok számolását, a szerencse kártyákkal rövid problémák megoldását gyakorolják a gyerekek. A játék követése közben ellenőrzik egymást, ezzel átismétlik az egész anyagrészt.

A játék tartalmaz egy játéktáblát, amelyen számok vannak vonalban, ezen kell haladni úgy, hogy a soron következő játékos dob egy dobókockával (érdekesebb 10 lapú testtel dobni, vagy legalább egy oktaéderrel, amelyeket a szerepjátékboltokban lehet kapni) és arra a legközelebbi mezőre lép a bábujával, amelyen levő szám osztható a dobott számmal.

2. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

Játéktábla:



Így például 1-et dobva csak a következő mezőre lehet lépni. Minden szerencse mezőnél kell húzni egy kártyát. Kétféle kártya van összekeverve. Az egyik fajtán kérdések vannak, amelyeket ha jól megválaszol a játékos, akkor még egyet dobhat, de akkor már nem húz újabb kártyát, hanem a következő játékos dob. Ha nem válaszol helyesen, akkor visszalép egy mezőt. A kártyán levő kérdést mindig a következő játékos olvassa fel, mert a kártyán megtalálható a helyes válasz is.

Szerencse kártyák:

Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold! Két prímszám összege mindig páros. *(Hamis, mert pl. 2 + 3 = 5.)*	*Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold!* Ha egy prímszámot megszorzom önmagával, a szorzatnak mindig pontosan három osztója van – gondolj a 9-re. *(Igaz: 1; a prímszám és annak négyzete.)*
Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold! Van két prímszám, melyek összege 7. *(Igaz, mert ahhoz, hogy az összeg páratlan legyen, az egyik prím a 2 kell legyen, és az 5 prím.)*	*Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold!* Van olyan szám, amelyben a számjegyek szorzata 165. *(Hamis, mert 165 = 3 · 5 · 11 és a 11 nem számjegy.)*
Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold! Prímszámok összege nem lehet prímszám. *(Hamis, pl. 2 + 3 = 5.)*	*Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold!* Prímszámok szorzata nem lehet prímszám *(Igaz a definíció miatt.)*
Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold! A 12-nek van páratlan többszöröse. *(Hamis, mert a 12 páros, így minden többszöröse is páros.)*	*Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold!* A 12-nek van páratlan osztója. *(Igaz, pl. a 3.)*
Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold! Öt páros szám szorzata páratlan. *(Hamis, egy páros tényező már párossá teszi a szorzatot.)*	*Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold!* Öt páratlan szám összege páratlan. *(Igaz, páronként páros az összeg, egy kimarad, ezért páratlan lesz az összeg.)*
Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold! Van olyan pozitív egész szám, amelynek van nála nagyobb osztója. *(Hamis, a 0-nak minden természetes szám osztója, így rá ez igaz lenne, de a 0 nem pozitív.)*	*Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold!* Minden szám osztója önmagának. *(Igaz.)*
Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold! Ha egy természetes szám utolsó számjegye 4 vagy 8, akkor osztható 4-gyel. *(Hamis, pl. 14, 18.)*	Egy 5-tel osztható és egy 4-gyel osztható szám különbsége lehet-e 2? *(Igen, pl. 30 – 28 = 2.)*
Egy 5-tel osztható és egy 6-tal osztható szám különbsége lehet-e 2? *(Igen, pl. 50 – 48 = 2.)*	*Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold!* Ha egy szám nem osztható 5-tel, akkor nem osztható 10-zel sem. *(Igaz, mert ha 10-zel osztható lenne, akkor mivel az 5 osztója a 10-nek, szükségképpen 5-tel is osztható lenne.)*

Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold! Ha egy szám osztható 3-mal és 5-tel, akkor osztható 15-tel is. *(Igaz, mert a prímtényezős felbontásában a 3 és az 5 is szerepel, így 15-tel is osztható.)*	*Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold!* A 18 osztója a 3-nak. *(Hamis, fordítva: a 3 osztója a 18-nak, és a 18 többszöröse a 3-nak.)*
Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold! Három egymást követő természetes szám között biztosan van 3-mal osztható is. *(Igaz: a maradékokat vizsgálva, egymás után 0; 1; 2 jön vagy 1; 2; 0 vagy 2; 0; 1.)*	*Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold!* Három egymást követő természetes szám szorzata osztható 3-mal *(Igaz, mert biztos van köztük 3-mal osztható szám.)*
A 16 osztóinak száma páros vagy páratlan? Indokold! *(Páratlan, osztó páronként: 1-16; 2-8; 4, aminek a párja önmaga, az osztók száma 5.)*	A 32 osztóinak száma páros vagy páratlan? Indokold! *(Páros, osztó páronként: 1-32; 2-16; 4-8.)*
Bontsd fel prímtényezők szorzatára az 56-ot! *($56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$)*	Melyik az a kétjegyű szám, amelynek prímtényezős felbontásában 4 tényező szerepel, osztható 6-tal és 5-tel is, de 9-cel nem? *($2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot$ □ lehet, a hiányzó prímtényező 2 vagy 3 mert 100-nál kisebb, de 3 nem lehet, mert akkor 9-cel osztható lenne.)*
Melyik az a 3-mal osztható kétjegyű szám, amelynek prímtényezős felbontásában a legtöbb tényező szerepel? *($2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 96$)*	Legtöbb hány tényezője lehet egy kétjegyű szám prímtényezős felbontásának? *(6, mert a legkisebb tényezőket véve: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$ vagy $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 96$.)*
Hány olyan egész centiméter oldalhosszúságú téglalap van, amelynek a területe 41 cm^2 ? *(1, mert a 41 prím, csak $1 \cdot 41$ lehet a szorzat alakja.)*	Hány olyan egész centiméter oldalhosszúságú téglalap van, amelynek a területe 28 cm^2? *(3, mert $28 = 1 \cdot 28 = 2 \cdot 14 = 4 \cdot 7$.)*
Hány olyan egész centiméter élhosszúságú téglatest van, amelynek a térfogata 28cm^3? *($1 \cdot 1 \cdot 28 = 1 \cdot 2 \cdot 14 = 1 \cdot 4 \cdot 7 = 2 \cdot 2 \cdot 7$, azaz 4 lehetőség van.)*	Mennyi a legnagyobb közös osztója a 42-nek és a 32-nek? *(2)*

A másik fajta kártya a sprint kártya (ez van ráírva), rajta egy szám áll. Amikor megfordítják, a lehető leggyorsabban meg kell állapítani ennek a számnak az osztási maradékát az előzőleg dobott számmal. Ekkor minden játékos játszik, az léphet előre egy dobással, aki leghamarabb kirakja az előtte levő kártyák közül a maradékot, de ekkor már új kártyát nem húz, és utána visszatérünk ahhoz a játékoshoz, aki a Sprint kártya nélkül következett volna.

Sprint kártyák:

Aki el… ját … kerül.
A vast… ol …

II. Mérés:

A tanári mellékletben található feladatlapot oldják meg a gyerekek egy órán.
Az 1. feladat a maradékokra és ezekkel végezhető műveletekre vonatkozik.
A 2. feladat összetett oszthatóság vizsgálatát és halmazszemléletet mér.
A 3. feladat igaz-hamis állítások a témakörből.
A 4. feladat az osztók keresésére, a prímtényezős felbontásra, valamint a legnagyobb közös osztóra, legkisebb közös többszörösre és ennek alkalmazására vonatkozik.
A következő két feladat a számelméleti ismeretek szöveges feladatban való alkalmazására vonatkozik.

FELADATGYŰJTEMÉNY

1. Melyik számot kaphattuk eredményül az alábbiak közül, ha helyesen összeszoroztuk a 2; 3; 4; 5; 41 számokat?
a) 3510; **b)** 5472; **c)** 3845; **d)** 4920; **e)** 4352

2. Hány olyan egész centiméter oldalhosszúságú téglalap van, amelynek területe négyzetcentiméterben mérve éppen a 2006-os évszám?
$2006 = 2 \cdot 17 \cdot 59$;
$1 \cdot 2006$; $2 \cdot 1003$; $17 \cdot 118$; $34 \cdot 59$

3. Hány olyan egész centiméter élhosszúságú téglatest van, melynek térfogata köbcentiméterben mérve éppen a 2006-os évszám?
$1 \cdot 2 \cdot 1003$; $1 \cdot 17 \cdot 118$; $1 \cdot 34 \cdot 59$; $2 \cdot 17 \cdot 59$

4. Két pozitív egész szám szorzata 420. Mi az összegük lehetséges legnagyobb értéke?
421

5. Három pozitív egész szám szorzata 1980. Mi az összegük lehetséges legnagyobb értéke?
1982

6. Két pozitív egész számot rejtettem el, amelyekről elárulom, hogy a szorzatuk 10 000, de egyik sem osztható 10-zel. Mondd meg az összegüket!
$16 + 625 = 641$

7. Elárulom a születésnapomat: a hónap 4-nek többszöröse, de a 3 nem osztója. A napot jelző szám egy, az 5-öt prímtényezőként tartalmazó számnál 1-gyel nagyobb. Mikor ünnepelem a születésnapomat?
VIII. 31., mert áprilisban nincs 31-e.

8. Elárulom a telefonszámomat. A körzetszám osztható 10-zel, de nem osztható se 3-mal se 4-gyel, viszont többszöröse az összegüknek. Az utolsó két számjegy a legnagyobb kétjegyű prímszám, az első három számjegy a 8, a 12 és a 15 legkisebb közös többszöröse, a kimaradt két szám pedig a 75 és a 200 legnagyobb közös osztója. Mi a telefonszámom?
70/240 25 97

9. Találj ki a fentiekhez hasonló feladatot a saját születésnapodra és a telefonszámodra!

10. Dorka virágokat ültet. Akár hármasával, akár négyesével rakja őket sorba, mindig kimarad egy. Hány virágja lehet Dorkának?
A virágok számánál 1-gyel kisebb szám osztható 3-mal is és 4-gyel is. A legkisebb 3-mal és 4-gyel osztható szám a 12, így legkevesebb 13 virágot ültet Dorka (feltesszük, hogy 1-nél több virágja van). A virágok száma lehet még: 25, 37, 49, 61, …

FELMÉRŐ Név:____________________

6. évfolyam, Számelmélet

A CSOPORT

1.

a) Oszd csoportokba a következő számokat a 4-gyel való osztási maradékuk szerint: 28; 33; 36; 42; 53; 216; 302; 563; 711; 875; 2922; 6837.

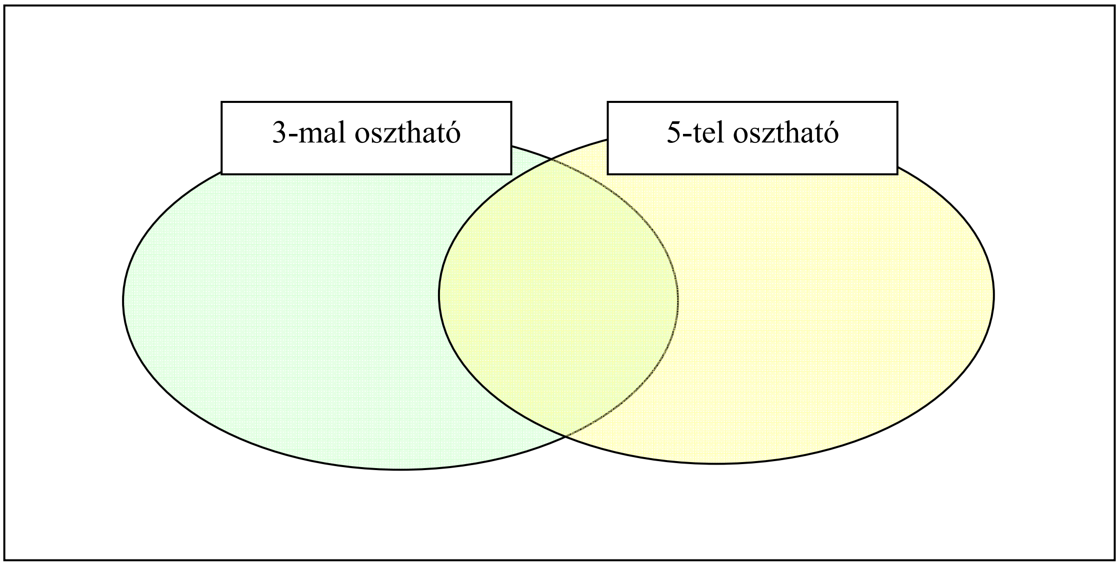
b) Válassz kettőt, melyek összege osztható 4-gyel! (adj meg legalább 5 megoldást)

2.

a) Helyezd el a halmazábrában a következő számokat: 2; 3; 5, 6; 9; 15; 25; 30;

b) Mivel oszthatók a két halmaz közös részében szereplő számok?

c) Színezd kékre a halmazábra azon részeit, ahova a 3-mal nem osztható számok kerülhetnek!



3. Döntsd el az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis! Állításodat indokold!

a) Ha két természetes szám összege páros, akkor a két szám páros.

b) Minden 9-cel osztható szám számjegyeinek összege osztható 3-mal.

c) Van páros prímszám.

d) Ha egy természetes szám 24-re végződik, akkor osztható 8-cal.

e) Ha egy természetes szám osztható 3-mal, egy másik természetes szám osztható 4-gyel, akkor az összegük osztható 12-vel.

4.

a) Sorold fel a 90 összes osztóját!

b) Rajzold fel a 90 és a 105 színképét és írd fel a prímtényezős felbontásukat!

c) Egyszerűsítsd a $\frac{90}{105}$ törtet úgy, hogy tovább már ne lehessen egyszerűsíteni!

d) Számold ki a $\frac{7}{90}+\frac{11}{105}$ összeget a lehető legkisebb közös nevező alkalmazásával!

5. Hogyan rakjunk egymás mellé egy 12 cm^2 és egy 16 cm^2 területű, egész centiméter oldalhosszúságú téglalapot, hogy egy téglalapot kapjunk? Rajzold le! Mekkora az így kapott téglalap kerülete?

6. Egy kosárban háromszor annyi darab sárgabarack van, mint őszibarack. Meg lehet-e határozni, hogy hány gyümölcs van a kosárban az alábbiak közül, ha más gyümölcs nincs benne?
18; 25; 33; 36; 42.

FELMÉRŐ Név:____________________

6. évfolyam, Számelmélet

B CSOPORT

1.

a) Oszd csoportokba a következő számokat a 3-mal való osztási maradékuk szerint: 28; 37; 42; 53; 216; 302; 563; 712; 875; 1738; 2922; 6839.

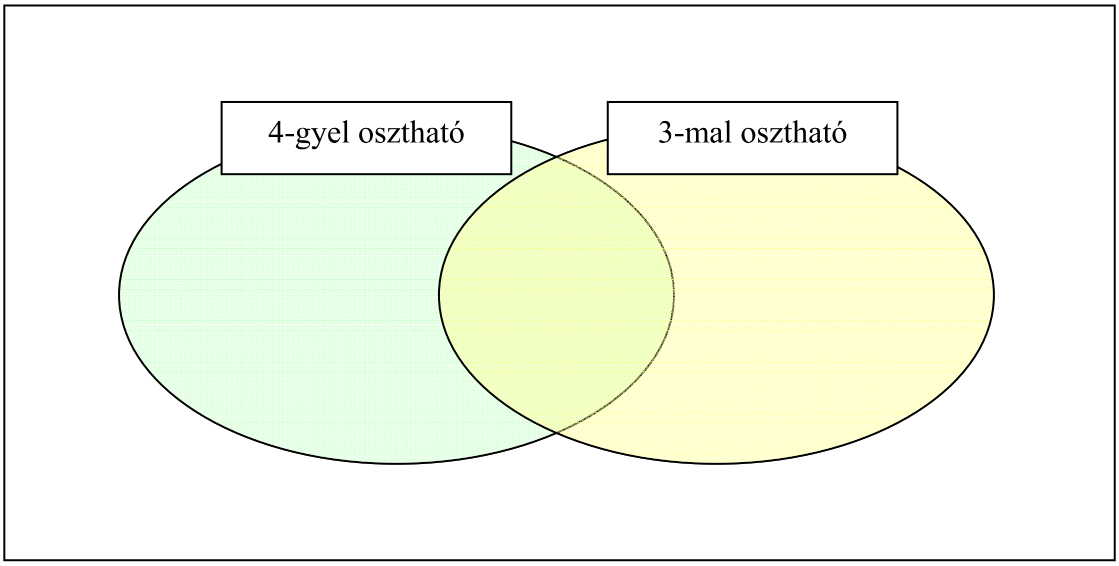
b) Válassz kettőt, melyek összege osztható 3-mal! (adj meg legalább 5 megoldást)

2.

a) Helyezd el a halmazábrában a következő számokat: 2; 3; 4; 6; 8; 12; 15; 24;

b) Mivel oszthatók a két halmaz közös részében szereplő számok?

c) Színezd kékre a halmazábra azon részeit, ahova a 4-gyel nem osztható számok kerülhetnek!



3. Döntsd el az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis! Állításodat indokold!

a) Ha két természetes szám szorzata páros, akkor a két szám páros.

b) Ha egy természetes szám számjegyeinek összege osztható 6-tal, akkor a szám osztható 6-tal.

c) Minden prímszám páratlan.

d) Ha egy természetes szám 32-re végződik, akkor osztható 8-cal.

e) Ha két természetes szám legnagyobb közös osztója 6, akkor mindkét szám páros.

4.

a) Sorold fel a 72 összes osztóját!

b) Rajzold fel a 72 és a 84 színképét és írd fel a prímtényezős felbontásukat!

c) Egyszerűsítsd a $\frac{72}{84}$ törtet úgy, hogy tovább már ne lehessen egyszerűsíteni! **3 pont**

d) Számold ki a $\frac{5}{72}+\frac{11}{84}$ összeget a lehető legkisebb közös nevező alkalmazásával!

5. Hogyan rakjunk egymás mellé egy 18 cm^3 és egy 27 cm^3 térfogatú, egész centiméter élhosszúságú téglatestet, hogy egy téglatestet kapjunk? Rajzold le a közös lapot! Mekkora lehet a közös lap kerülete?

6. Három gyerek megevett egy tál süteményt. Kati ugyanannyi darabot evett, mint Panni, de Peti háromszor annyit, mint Kati. Meg lehet-e határozni, hogy hány sütemény volt a tálon az alábbiak közül: 19; 25; 34; 36; 44?

FELMÉRŐ Név:______________________

6. évfolyam, Számelmélet

A CSOPORT (MEGOLDÁS)

1.

a) Oszd csoportokba a következő számokat a 4-gyel való osztási maradékuk szerint:
28; 33; 36; 42; 53; 216; 302; 563; 711; 875; 2922; 6837.

0 maradék: 28; 36; 216;
1 maradék: 33; 53; 6837
2 maradék: 42; 302; 2922
3 maradék: 563; 711; 875; **6 pont**

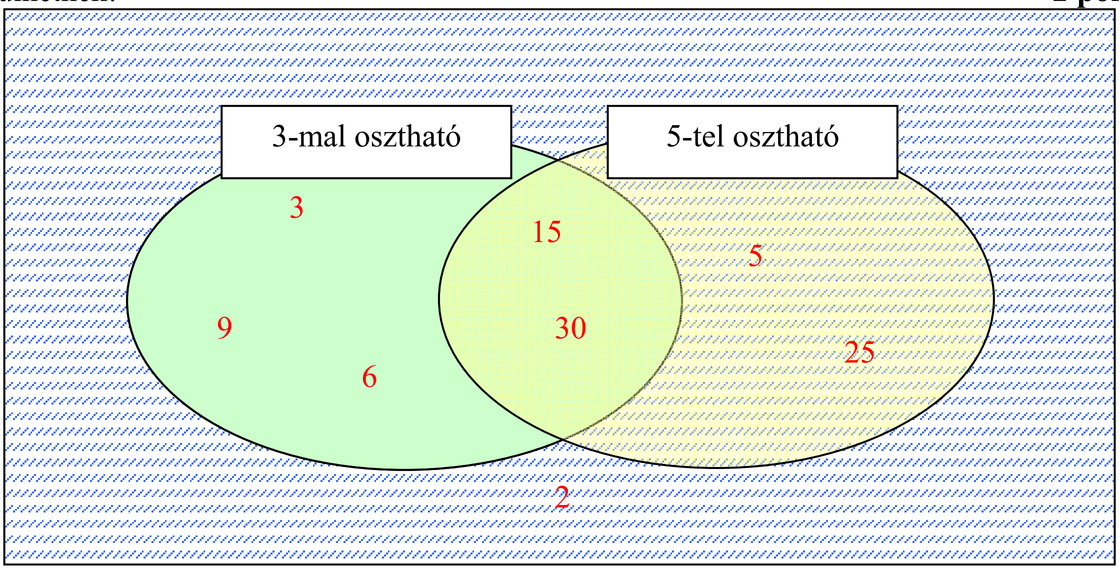
Minden szám jó elhelyezése 0,5 pont

b) Válassz kettőt, melyek összege osztható 4-gyel! (adj meg legalább 5 megoldást)
28 + 36; 28 + 216; 36 + 216; 33 + 563; 33 + 711; 33 + 875; 53 + 563… **5 pont**

A plusz megoldásokért ötönként 1-1 pont jár, összesen 15 lehetőség van, ha valaki azt is leírja, hogy ennél nincs több, az még 2 jutalompontot kap

2.

a) Helyezd el a halmazábrában a következő számokat: 2; 3; 5, 6; 9; 15; 25; 30; **4 pont**
b) Mivel oszthatók a két halmaz közös részében szereplő számok? 15-tel. **2 pont**
c) Színezd kékre a halmazábra azon részeit, ahova a 3-mal nem osztható számok kerülhetnek! **2 pont**



3. Döntsd el az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis! Állításodat indokold!

a) Ha két természetes szám összege páros, akkor a két szám páros.

Hamis, például $3 + 5 = 8$ **2 pont**

b) Minden 9-cel osztható szám számjegyeinek összege osztható 3-mal. **2 pont**

Igaz, mert minden 9-cel osztható szám számjegyeinek összege osztható 9-cel, így 3-mal is.

c) Van páros prímszám.

Igaz, a 2 **2 pont**

d) Ha egy természetes szám 24-re végződik, akkor osztható 8-cal.

Hamis, például a 124 nem osztható 8-cal. **2 pont**

e) Ha egy természetes szám osztható 3-mal, egy másik természetes szám osztható 4-gyel, akkor az összegük osztható 12-vel.

Hamis, például a $3 + 4 = 7$ nem osztható 12-vel. **2 pont**

4.

a) Sorold fel a 90 összes osztóját!

1; 2; 3; 5; 6; 9; 10; 15; 18; 30; 45; 90 **3 pont**

b) Rajzold fel a 90 és a 105 színképét és írd fel a prímtényezős felbontásukat!

$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$; $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$ **2-2 pont**

c) Egyszerűsítsd a $\frac{90}{105}$ törtet úgy, hogy tovább már ne lehessen egyszerűsíteni!

$\frac{6}{7}$, 15-tel egyszerűsíthetünk. **3 pont**

d) Számold ki a $\frac{7}{90} + \frac{11}{105}$ összeget a lehető legkisebb közös nevező alkalmazásával!

A legkisebb közös nevező a 630: $\frac{7 \cdot 7 + 11 \cdot 6}{630} = \frac{115}{630} = \frac{23}{126}$. **3 pont**

5. Hogyan rakjunk egymás mellé egy 12 cm^2 és egy 16 cm^2 területű, egész centiméter oldalhosszúságú téglalapot, hogy egy téglalapot kapjunk? Rajzold le! Mekkora az így kapott téglalap kerülete?

A nagy téglalap mérete lehet $1 \cdot (12 + 16)$; $2 \cdot (6 + 8)$; $4 \cdot (3 + 4)$, a kerületek rendre: 58; 32; 22. **5 pont**

3 pont az összes téglalap megtalálása és lerajzolása, 2 pont a kerületek kiszámítása.

6. Egy kosárban háromszor annyi darab sárgabarack van, mint őszibarack. Meg lehet-e határozni, hogy hány gyümölcs van a kosárban az alábbiak közül, ha más gyümölcs nincs benne?

18; 25; 33; 36; 42.

Sárgabarack és őszibarack együtt annyi van, mint az őszibarackok számának négyszerese, mert a sárgabarackok száma az őszibarackok számának háromszorosa, és ehhez jön az őszibarackok száma. Tehát a gyümölcsök száma 4 többszöröse kell legyen, ez csak a 36 lehet a felsoroltak közül. **5 pont**

FELMÉRŐ Név:______________________

6. évfolyam, Számelmélet

B CSOPORT (MEGOLDÁS)

1.

a) Oszd csoportokba a következő számokat a 3-mal való osztási maradékuk szerint: 28; 37; 42; 53; 216; 302; 563; 712; 875; 1738; 2922; 6839.

0 maradék: 42; 216; 2922;
1 maradék: 28; 37; 712; 1738;
2 maradék: 53; 302; 563; 875; 6839. **6 pont**

Minden szám jó elhelyezése 0,5 pont

b) Válassz kettőt, melyek összege osztható 3-mal! (adj meg legalább 5 megoldást)

42 + 216; 42 + 2922; 216 + 2922; 28 + 53; 28 + 302; 28 + 563… **5 pont**

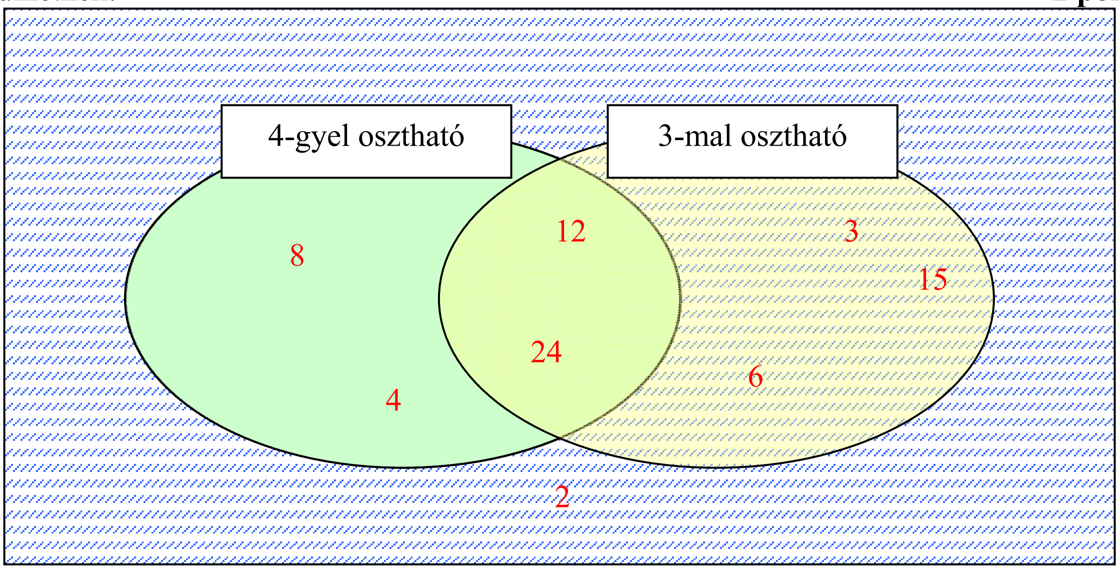
A plusz megoldásokért tízenként 1-1 pont jár, összesen 23 lehetőség van, ha valaki ezt is leírja, hogy ennél nincs több, az még 2 jutalompontot kap).

2.

a) Helyezd el a halmazábrában a következő számokat: 2; 3; 4; 6; 8; 12; 15; 24; **4 pont**

b) Mivel oszthatók a két halmaz közös részében szereplő számok? 12-vel **2 pont**

c) Színezd kékre a halmazábra azon részeit, ahova a 4-gyel nem osztható számok kerülhetnek! **2 pont**



3. Döntsd el az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis! Állításodat indokold!

a) Ha két természetes szám szorzata páros, akkor a két szám páros.

Hamis, elég, ha az egyik szám páros, például $2 \cdot 3 = 6$ **2 pont**

b) Ha egy természetes szám számjegyeinek összege osztható 6-tal, akkor a szám osztható 6-tal.

Hamis, a számjegyek összege nem biztosítja azt, hogy páros legyen, például a 15. **2 pont**

c) Minden prímszám páratlan.

Hamis, a 2 prím **2 pont**

d) Ha egy természetes szám 32-re végződik, akkor osztható 8-cal.

Hamis, például a 132 nem osztható 8-cal **2 pont**

e) Ha két természetes szám legnagyobb közös osztója 6, akkor mindkét szám páros.

Igaz, mert mindkét szám osztható 6-tal, ezért mindkettő osztható 2-vel is, tehát páros. **2 pont**

4.

a) Sorold fel a 72 összes osztóját!

1; 2; 4; 6; 8; 9; 12; 18; 36; 72 **3 pont**

b) Rajzold fel a 72 és a 84 színképét és írd fel a prímtényezős felbontásukat!

$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$; $84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$ **2-2 pont**

c) Egyszerűsítsd a $\frac{72}{84}$ törtet úgy, hogy tovább már ne lehessen egyszerűsíteni!

$\frac{6}{7}$, 12-vel egyszerűsíthetünk. **3 pont**

d) Számold ki a $\frac{5}{72} + \frac{11}{84}$ összeget a lehető legkisebb közös nevező alkalmazásával!

A legkisebb közös nevező a 504: $\frac{5 \cdot 7 + 11 \cdot 6}{504} = \frac{101}{504}$. **3 pont**

5. Hogyan rakjunk egymás mellé egy 18 cm^3 és egy 27 cm^3 térfogatú, egész centiméter élhosszúságú téglatestet, hogy egy téglatestet kapjunk? Rajzold le a közös lapot! Mekkora lehet a közös lap kerülete?

A nagy téglatest mérete lehet $1 \cdot 1 \cdot (18 + 27)$; $1 \cdot 3 \cdot (6 + 9)$; $1 \cdot 9 \cdot (2 + 3)$; $3 \cdot 3 \cdot (2 + 3)$, a közös lapok kerületei rendre: $2 \cdot (1 + 1) = 4$; $2 \cdot (1 + 3) = 8$; $2 \cdot (1 + 9) = 20$; $2 \cdot (3 + 3) = 12$.

5 pont

3 pont az összes téglalap megtalálása és lerajzolása, 2 pont a kerületek kiszámítása.

6. Három gyerek megevett egy tál süteményt. Kati ugyanannyi darabot evett, mint Panni, de Peti háromszor annyit, mint Kati. Meg lehet-e határozni, hogy hány sütemény volt a tálon az alábbiak közül: 19; 25; 34; 36; 44?

Peti sütijeinek száma Katiénak háromszorosa, így ehhez Kati és Panni sütijeit hozzáadva Kati sütijei számának 5-szörösét kapjuk. Tehát a gyümölcsök száma 5 többszöröse kell legyen, ez csak a 25 lehet a felsoroltak közül. **5 pont**

0645 – 1. tanári melléklet

Osztályonként 1 készlet (32 kártya) kartonlapra nyomva ebben a méretben. Dominó kártya, tehát csak soronként kell szétvágni! Minden kártyán két mező van!

Mikor mondjuk, hogy a 3 osztója egy természetes számnak?	
Hogyan mondhatjuk más szavakkal, hogy a 4 osztója a 28-nak?	Ha van olyan természetes szám, amellyel a 3-at megszorozva a számot kapjuk.
Hogyan mondhatjuk más szavakkal, hogy a 42 többszöröse a 7-nek?	A 28 osztható 4-gyel.
Ha egy összeg mindkét tagja osztható 5-tel, akkor mit mondhatunk az összegről?	A 7 osztója a 42-nek.
Ha a kisebbítendő és a kivonandó is 1 maradékot ad 3-mal osztva, akkor mit mondhatunk a különbségről?	Az összeg is osztható 5-tel.
Ha egy szorzat egyik tényezője 6, akkor mivel osztható biztosan a szorzat?	A különbség osztható 3-mal.
Melyik az a szám, amely minden természetes számnak osztója?	1-gyel, 2-vel, 3-mal és 6-tal.
Melyik az a szám, amely minden természetes számnak többszöröse?	1
Mely számokkal való oszthatóságot lehet eldönteni az utolsó számjegy alapján?	0
Mikor osztható egy szám 10-zel?	10; 2; 5
Mikor osztható egy szám 2-vel?	Ha 0-ra végződik.

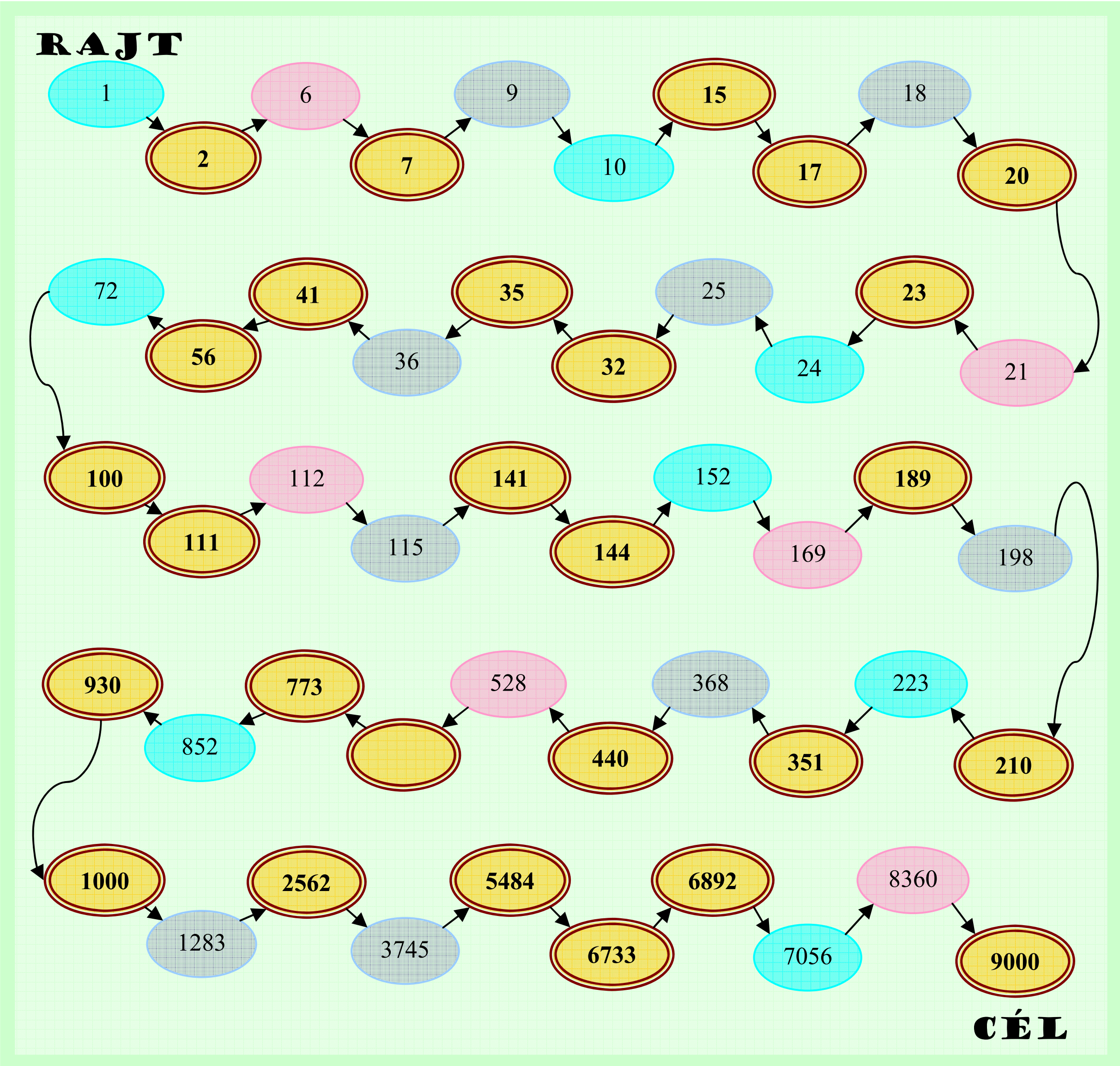
Mikor osztható egy szám 5-tel?	Ha az utolsó számjegye 0; 2; 4; 6 vagy 8.
Mely számokkal való oszthatóságot lehet eldönteni az utolsó két számjegy alapján?	Ha az utolsó számjegye 0 vagy 5.
Mikor osztható egy szám 100-zal?	100 és a 100 osztói.
Mikor osztható egy szám 4-gyel?	Ha két 0-ra végződik.
Mikor osztható egy szám 25-tel?	Ha az utolsó két számjegyéből képezett kétjegyű szám osztható 4-gyel.
Mely számokkal való oszthatóságot lehet eldönteni az utolsó három számjegy alapján?	Ha az utolsó két számjegye 00; 25; 50; 75.
Mikor osztható egy szám 8-cal?	1000 és az 1000 osztói.
Mely számokkal való oszthatóságot lehet eldönteni a számjegyek összege alapján?	Ha az utolsó három számjegyéből képezett háromjegyű szám osztható 8-cal.
Mikor osztható egy szám 9-cel?	9-cel és 3-mal.
Mivel egyenlő egy szám 9-es osztási maradéka?	Ha számjegyeinek összege osztható 9-cel.
Mikor osztható egy szám 3-mal?	Számjegyei összegének 9-es osztási maradékával.
Mikor osztható egy szám 6-tal?	Ha számjegyeinek összege osztható 3-mal.
Mikor osztható egy szám 24-gyel?	Ha osztható 2-vel és 3-mal.

Mely természetes számok a prímszámok?	Ha osztható 3-mal és 8-cal.
Melyik a legkisebb prímszám?	Melyeknek pontosan 2 osztója van.
Melyik a legnagyobb kétjegyű prímszám?	2
Mi a 48 prímtényezős felbontása?	97
Mi két természetes szám legnagyobb közös osztója?	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$
Mi két szám legkisebb közös többszöröse?	A közös osztók közül a legnagyobb.
Mikor mondunk két természetes számot relatív prímeknek,	A közös pozitív többszörösök közül a legkisebb.
Vége.	Ha legnagyobb közös osztójuk 1.

0645 – 2. tanári melléklet (1 db tábla + 15 + 9 db kártya)

Osztályonként 8 (csoportonként 1) készlet kartonlapra nyomva ebben a méretben. A kártyák szétvágandók a fekete vonalak mentén.

Játéktábla:



Szerencse kártyák és sprint kártyák:

Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold! Két prímszám összege mindig páros. *(Hamis, mert pl. 2 + 3 = 5.)*	*Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold!* Ha egy prímszámot megszorzom önmagával, a szorzatnak mindig pontosan három osztója van – gondolj a 9-re. *(Igaz: 1; a prímszám és annak négyzete.)*
Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold! Van két prímszám, melyek összege 7. *(Igaz, mert ahhoz, hogy az összeg páratlan legyen, az egyik prím a 2 kell legyen, és az 5 prím.)*	*Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold!* Van olyan szám, amelyben a számjegyek szorzata 165. *(Hamis, mert $165 = 3 \cdot 5 \cdot 11$ és a 11 nem számjegy.)*
Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold! Prímszámok összege nem lehet prímszám. *(Hamis, pl. 2 + 3 = 5.)*	*Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold!* Prímszámok szorzata nem lehet prímszám *(Igaz a definíció miatt.)*
Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold! A 12-nek van páratlan többszöröse. *(Hamis, mert a 12 páros, így minden többszöröse is páros.)*	*Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold!* A 12-nek van páratlan osztója. *(Igaz, pl. a 3.)*
Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold! Öt páros szám szorzata páratlan. *(Hamis, egy páros tényező már párossá teszi a szorzatot.)*	*Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold!* Öt páratlan szám összege páratlan. *(Igaz, páronként páros az összeg, egy kimarad, ezért páratlan lesz az összeg.)*
Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold! Van olyan pozitív egész szám, amelynek van nála nagyobb osztója. *(Hamis, a 0-nak minden természetes szám osztója, így rá ez igaz lenne, de a 0 nem pozitív.)*	*Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold!* Minden szám osztója önmagának. *(Igaz.)*

Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold! Ha egy természetes szám utolsó számjegye 4 vagy 8, akkor osztható 4-gyel. *(Hamis, pl. 14, 18.)*	Egy 5-tel osztható és egy 4-gyel osztható szám különbsége lehet-e 2? *(Igen, pl. 30 – 28 = 2.)*
Egy 5-tel osztható és egy 6-tal osztható szám különbsége lehet-e 2? *(Igen, pl. 50 – 48 = 2.)*	*Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold!* Ha egy szám nem osztható 5-tel, akkor nem osztható 10-zel sem. *(Igaz, mert ha 10-zel osztható lenne, akkor mivel az 5 osztója a 10-nek, szükségképpen 5-tel is osztható lenne.)*
Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold! Ha egy szám osztható 3-mal és 5-tel, akkor osztható 15-tel is. *(Igaz, mert a prímtényezős felbontásában a 3 és az 5 is szerepel, így 15-tel is osztható.)*	*Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold!* A 18 osztója a 3-nak. *(Hamis, fordítva: a 3 osztója a 18-nak, és a 18 többszöröse a 3-nak.)*
Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold! Három egymást követő természetes szám között biztosan van 3-mal osztható is. *(Igaz: a maradékokat vizsgálva, egymás után 0; 1; 2 jön vagy 1; 2; 0 vagy 2; 0; 1.)*	*Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Indokold!* Három egymást követő természetes szám szorzata osztható 3-mal *(Igaz, mert biztos van köztük 3-mal osztható szám.)*
A 16 osztóinak száma páros vagy páratlan? Indokold! *(Páratlan, osztó páronként: 1-16; 2-8; 4, aminek a párja önmaga, az osztók száma 5.)*	A 32 osztóinak száma páros vagy páratlan? Indokold! *(Páros, osztó páronként: 1-32; 2-16; 4-8.)*
Bontsd fel prímtényezők szorzatára az 56-ot! *($56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$)*	Melyik az a kétjegyű szám, amelynek prímtényezős felbontásában 4 tényező szerepel, osztható 6-tal és 5-tel is, de 9-cel nem? *($2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \square$ lehet, a hiányzó prímtényező 2 vagy 3 mert 100-nál kisebb, de 3 nem lehet, mert akkor 9-cel osztható lenne.)*

Melyik az a 3-mal osztható kétjegyű szám, amelynek prímtényezős felbontásában a legtöbb tényező szerepel? *($2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 96$)*	Legtöbb hány tényezője lehet egy kétjegyű szám prímtényezős felbontásának? *(6, mert a legkisebb tényezőket véve: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$ vagy $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 96$.)*
Hány olyan egész centiméter oldalhosszúságú téglalap van, amelynek a területe 41 cm^2 ? *(1, mert a 41 prím, csak $1 \cdot 41$ lehet a szorzat alakja.)*	Hány olyan egész centiméter oldalhosszúságú téglalap van, amelynek a területe 28 cm^2? *(3, mert $28 = 1 \cdot 28 = 2 \cdot 14 = 4 \cdot 7$.)*
Hány olyan egész centiméter élhosszúságú téglatest van, amelynek a térfogata 28cm^3? *($1 \cdot 1 \cdot 28 = 1 \cdot 2 \cdot 14 = 1 \cdot 4 \cdot 7 = 2 \cdot 2 \cdot 7$, azaz 4 lehetőség van.)*	Mennyi a legnagyobb közös osztója a 42-nek és a 32-nek? *(2)*

		SPRINT	**4562**
SPRINT	**1973**	*SPRINT*	**5628**
SPRINT	**4872**	*SPRINT*	**3534**
SPRINT	**9018**	*SPRINT*	**2775**
SPRINT	**8633**	*SPRINT*	**7542**