
EGÉSZ SZÁMOK

Műveletek sorrendje

KÉSZÍTETTE: ZSINKÓ ERZSÉBET

MODULLEÍRÁS

A modul célja	A műveletek sorrendjéről tanultak ismétlése az egész számokkal végzett műveletek gyakorlása közben (kis abszolútértékű számok körében). Több műveletet tartalmazó nyitott mondatok megoldása (behelyettesítéssel).
Időkeret	2 tanóra
Ajánlott korosztály	6. osztály
Modulkapcsolódási pontok	Tágabb környezetben: Szociális és környezeti nevelés Szűkebb környezetben: A modul a saját programcsomagunkon belül kapcsolódik – az 5. évfolyamon az egész számok körében értelmezett összeadás, kivonás, szorzás és osztás műveletekhez, – a számtan, algebra témakör egyenletekről – egyenlőtlenségekről szóló fejezeteinek moduljaihoz; – a 6. évfolyam előző (0621, 0622, 0623.) moduljaihoz. Ajánlott megelőző tevékenység: Szorzás és osztás egész számokkal. Ajánlott követő tevékenység: Gyakorlás, mérés.
A képességfejlesztés fókuszai	Számlálás, számolás: A műveletek sorrendjének alkalmazása számfeladatokban, nyitott mondatokban. Mennyiségi következtetés, valószínűségi következtetés Becslés, mérés: A műveletek eredményének előrebecslése, összehasonlítása a műveleti tulajdonságok alapján. Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció: Többféle megoldási mód megalkotása, ezek összehasonlítása. Rendszerezés, kombinativitás: A műveleti tulajdonságok tudatos alkalmazása, különféle számolási eljárások lehetőségének felismerése. Deduktív következtetés, induktív következtetés: A természetes számok körében megismert műveleti tulajdonságok érvényességének kiterjesztése az egész számok halmazában értelmezett műveletekre.

AJÁNLÁS

Nem várható el, hogy a természetes számok körében alkalmazott műveleti tulajdonságok kiterjesztése az egész számok halmazában értelmezett műveletekre a gyerekek tudatában anélkül is megtörténjen, hogy erre külön figyelmet fordítanánk. Nem az a célunk, hogy a szabályokat megtanulják és visszamondják, hanem olyan gyakorlatokat szervezünk, amelyben rákényszerülnek ezek alkalmazására. Néhány esetben szándékosan provokálunk olyan helyzeteket, amelynek megoldása során nagy az esély a tévesztésre, így felszínre hozzuk az esetleg eddig rejtve maradt hibás képzeteket. A megbeszélések, viták, példák és ellenpéldák segítik a hibák javítását, erősítik a helyes törvényszerűségek kiépülését. Ezeken az órákon a műveletek gyakorlása mellett célunk a műveleti tulajdonságok alkalmazása, ezért gyakran a számolás nélküli feladatmegoldást igényeljük.

A javasolt feladatmennyiség várhatóan nem végezhető el a tervezett 2 óra alatt. Az óraleírásoknál jelezzük azokat a feladatokat, amelyek megoldását kiemelten fontosnak tartjuk.

A megfigyeléseket közös vagy páros tevékenységben szervezzük, de fontos szerepet kap az önálló munka is.

TÁMOGATÓRENDSZER

Feladatlapok, Feladatgyűjtemény. Piros, kék korongok.

ÉRTÉKELÉS

A gyerekek munkájának folyamatos megfigyelése, szóbeli értékelése.

Az értékelés szempontjai:

- helyes sorrendben végzik-e a számfeladatokban kijelölt műveleteket;
- képesek-e bontott alakú számok összehasonlítására a műveleti tulajdonságok alapján;
- tudják-e, hogy negatív szám hozzáadása csökkenéssel, elvétele növekedéssel jár;
- tudják-e, hogy negatív szám szorzása illetve osztása mikor vezet növekedéshez és mikor csökkenéshez;
- képesek-e helyesen kiszámítani összeg vagy különbség szorzását illetve osztását;
- biztossággal számítják-e több műveletet tartalmazó számfeladat eredményét;
- meg tudják-e találni egyszerű nyitott mondatok megoldását behelyettesítéssel.

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képessegek	Eszközök, Feladatok
I. A műveletek sorrendjéről tanultak ismétlése a negatív számokkal végzett műveletek gyakorlása közben			
1.	Műveletvégzés eszközhasználattal	megfigyelés, alkotás	1. tanulói melléklet
2.	Összeadás és kivonás gyakorlása, a műveleti tulajdonságok alkalmazása	becslés, szabálykövetés, számolás, kombinativitás	1. Feladatlap
3.	A szorzás és az osztás gyakorlása, a műveleti tulajdonságok alkalmazása	kombinativitás, becslés, számolás	2. Feladatlap
4.	Több művelet egy feladatban	induktív következtetés	3. Feladatlap
II. Több műveletet tartalmazó nyitott mondatok megoldása			
1.	Előkészítést szolgáló tevékenységek <ul style="list-style-type: none"> – számkitalálás tulajdonságok alapján; – számpár kitalálása halmazszűkítéssel; – számbarkochba intervallumszűkítéssel 	megfigyelés, ítélőképesség	2. tanári melléklet, átlátszó papírlapok
2.	Nyitott mondatok megoldása számegyenesről történő leolvasással	azonosítás, becslés, mennyiségi következtetés	4. Feladatlap
3.	Nyitott mondatok alkotása szöveg alapján	alkotás, problémamegoldás	
4.	Megoldáskeresés behelyettesítéssel	összehasonlítás, összefüggés-felismerés, induktív következtetés	2. tanári melléklet, 5. Feladatlap

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. A műveletek sorrendjéről tanultak ismételése a negatív számokkal végzett műveletek gyakorlása közben

1. Műveletvégzés eszközhasználatával

Szervezési feladatok:

- 8 csoport létrehozása;
- az 1. tanulói melléklet előkészítése, a kivágott lapok karcolása a szabályos hatszög mentén, a kiálló háromszögek meghajtogatása mindkét irányban, a könnyű hajtogatás biztosítása.

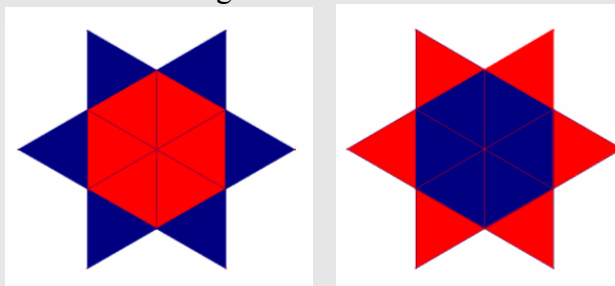
Eddig még nem használt eszközzel szervezünk előkészítő tevékenységeket a műveleti tulajdonságok tudatosítása érdekében. Ez az eszközök látszólag nem sokban különbözik a piros-kék korongok használatától, mégis hasznos lehet a vele végzett munka, hiszen más szerepet is betölt, nem csak az egész számok modellezését célozza. A tevékenységek közben tapasztalatokat szereznek a gyerekek a geometria témakörében is annak ellenére, hogy ezzel nem a sokszögek tulajdonságainak felismertetése az elsődleges célunk. Ezek a megfigyelések majd a geometria témakörében kamatoztathatók.

Az előkészítésre javasolt tevékenységek során nem a műveletek gyakorlása az elsődleges célunk, hanem a műveleti tulajdonságok kiterjesztése az egész számok körére. Fontos, hogy a megfigyeléseket ne gátolják a számolási nehézségek, ezért nem túl nagy abszolútértékű számokkal dolgozunk. Természetesen, változtathatjuk a kis háromszögek értékét, ha megítélésünk szerint az osztály tanulói számára a nagyobb abszolútértékű számok körében is biztonságos a műveletvégzés.

A javasolt tevékenységek:

a) Készítsék elő az **1. tanulói mellékletet!** Érjen a piros háromszög 1 forintot, a kék 1 forintról szóló adósságot!

1. tanulói melléklet – Lásd a modul végén és a modul eszközei közt!



Vegyétek a kezetekbe a piros közepű lapot!

Mennyit mutatnak a lapok, ha mindegyik háromszög ki van hajtva? 0-t

– Hajtsátok az összes kék háromszöget a piros hatszög mögé! Olvassátok róla! 6

– Hajtsátok ki egy-egy kék háromszöget! Mindegyik háromszög kihajtása után olvassátok le, mit mutat az eszköz!

$6 + (-1); 6 + (-2); 6 + (-3); 6 + (-4); 6 + (-5); 6 + (-6)$

Hat piros háromszög egy pozitív számot modellez. Ehhez adtunk hozzá egyre kisebb negatív számokat. Hogyan változott az összeg? Az összeg csökkent.

– Hajtsátok be a piros hatszög közepe felé egy kék háromszöget! Olvassátok le, mit mutat ez az ábra! Folytassátok!

$6 + (-6) - 1 - (-1)$; $6 + (-6) - 2 - (-2)$; $6 + (-6) - 3 - (-3)$; $6 + (-6) - 4 - (-4)$;
 $6 + (-6) - 5 - (-5)$; $6 + (-6) - 6 - (-6)$

– Mit figyeltetek meg ezekről a kirakásokról? **Egyszerre vettünk el egy pozitív számot és annak az ellentettjét, így az összeg nem változott.**

– Hajtogassátok a háromszögeket úgy, hogy az ábra 1-et mutasson! Hajtsatok hátra 2 háromszöget, aztán 1-et! Mondjatok erről a tevékenységről számfeladatot! **Kétféleképpen fogalmazhatjuk meg: $1 - (-2) - (-1)$ vagy $1 - [(-2) + (-1)]$. Jegyezzük is le ezeket a számfeladatokat!**

b) Most azzal a lappal dolgozzatok, amelyiknek kék hatszög a közepe! Végezzetek hasonló tevékenységeket és fogalmazzatok meg a változásokat!

– Hajtsátok az összes piros háromszöget a kék hatszög mögé! Olvassatok róla! **-6**

– Hajtsatok ki egy-egy piros háromszöget! Mindegyik háromszög kihajtása után olvassátok le, mit mutat az eszköz! **-6 + 1; -6 + 2; -6 + 3; -6 + 4; -6 + 5; -6 + 6**

Hat kék háromszög egy negatív számot modellez. Ehhez adtunk hozzá egyre nagyobb pozitív számokat. Hogyan változott az összeg? **Az összeg nőtt.**

– Hajtsatok be a kék hatszög közepe felé egy piros háromszöget! Olvassátok le, mit mutat ez az ábra! Folytassátok!

$6 + (-6) - 1 - (-1)$; $6 + (-6) - 2 - (-2)$; $6 + (-6) - 3 - (-3)$; $6 + (-6) - 4 - (-4)$;
 $6 + (-6) - 5 - (-5)$; $6 + (-6) - 6 - (-6)$

Mit figyeltetek meg ezekről a kirakásokról? **Egyszerre vettünk el egy pozitív számot és annak az ellentettjét, így az összeg nem változott.**

– Hajtogassátok a háromszögeket úgy, hogy az ábra -1-et mutasson! Hajtsatok hátra 2 háromszöget, aztán 1-et! Mondjatok erről a tevékenységről számfeladatot! **Kétféleképpen fogalmazhatjuk meg: $-1 - 2 - 1$ vagy $-1 - (2 + 1)$. Jegyezzük is le ezeket a számfeladatokat!**

c) Dolgozzatok csoportban! A csoport mindegyik tagja vegye a kezébe valamelyik elemet, és hajtsa előre vagy hátra néhány háromszöget. Határozzátok meg, mennyit ér a kirakásotok! Számoljátok össze, összesen mennyit raktatok ki a csoportban! **Többtagú összeget állítanak elő pozitív illetve negatív számokból.**

d) Most is csoportban dolgozzatok! Rakjátok ki a -2 háromszorosát! A -4 háromszorosát! A 3 háromszorosát! Mikor lett nagyobb a szorzat az eredeti számnál?

Ha pozitív számot szoroztunk.

e) Rakjátok ki -6 négyszerését, és vegyétek annak a felét!

$$(-6) \cdot 4 / 2 = (-6) \cdot 2 = (-24) / 2$$

f) Közösén rakjátok ki valamelyik számfeladatot!

Osszuk ki, hogy melyik csoport melyik feladatot végezze! Mindegyik csoportban legyen három készlet (egy készlet 2 elemből áll!)

$$\begin{array}{cccc} (-6 + 4) \cdot 3 & [6 + (-4)] \cdot 3 & (-6) \cdot 3 + 4 & 6 + (-4) \cdot 3 \\ (-6) \cdot 3 + 4 \cdot 3 & (-6) + 4 \cdot 3 & 6 \cdot 3 + (-4) & 6 \cdot 3 + (-4) \cdot 3 \end{array}$$

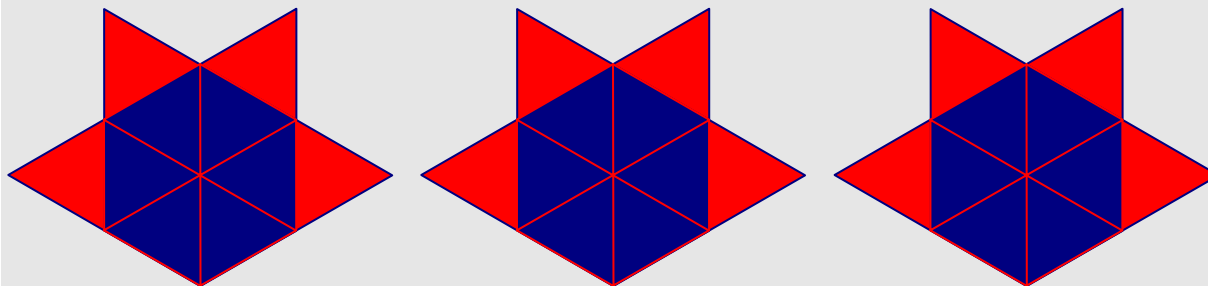
A munka végeztével vessük fel a problémát:

Mit gondoltok, van-e a csoportok között kettő, akiknek hasonló lehet a kirakásuk?

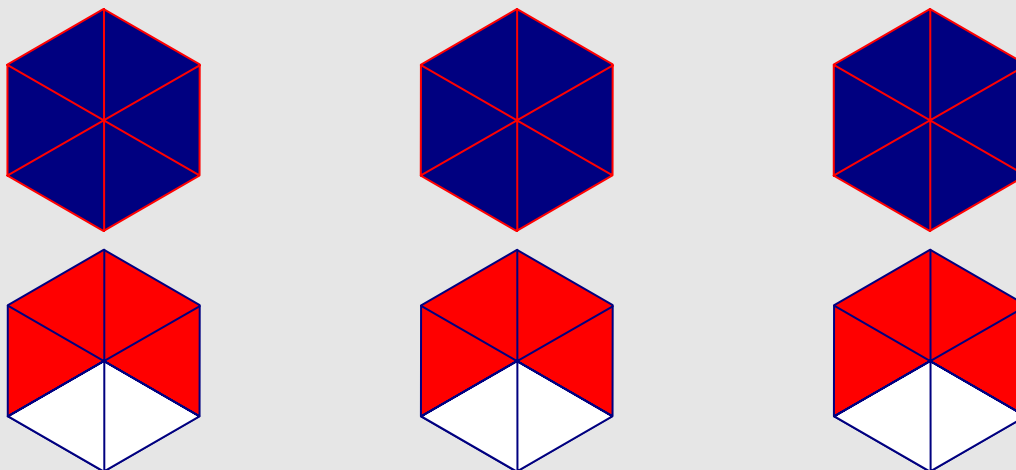
A vélemények meghallgatása után a kirakások összehasonlítása, és annak felismerése, hogy:

$$(-6 + 4) \cdot 3 = (-6) \cdot 3 + 4 \cdot 3 \qquad [6 + (-4)] \cdot 3 = 6 \cdot 3 + (-4) \cdot 3$$

A kirakások közül az első bal oldala:



A jobb oldal:



Olvassatok ezekről a kirakásokról bennfoglalásokat és részekre osztásokat is!

Bennfoglalást csak az első sorról lehet leolvasni: $(-18 + 12) : (-2) = 3$

Részekre osztást leolvashatunk az első sorról: $(-18 + 12) / 3 = -6 + 4 = -2$

és a második kirakásról is: $-18 / 3 + 12 / 3 = -6 + 4$

További hasonló gyakorlatokat szervezhetünk, ha úgy látjuk, hogy a gyerekeknek szükségük van még az eszköz használatára.

Differenciálhatunk az eszközhasználatban a következő feladatok megoldása során is, ha valakinek szüksége van az eszköz nyújtotta támogatásra, engedjük meg, hogy használja azt addig, amíg be nem látja, hogy anélkül is képes a műveletvégzésre.

2. Összeadás és kivonás gyakorlása, a műveleti tulajdonságok alkalmazása

Már korábban is, de az előző tevékenység során is tapasztalták a gyerekek, hogy egy számhoz negatív szám hozzáadása csökkenéssel, elvétele növekedéssel jár, míg pozitív szám hozzáadása növelést, elvétele csökkenést eredményez. Ha egy számmal és annak ellentétével egyszerre változtatjuk az összeget, az nem változik.

Az 1. feladatlap arra alkalmas, hogy ezeket a már sokszor tapasztalt tulajdonságokat tudatosítsuk a gyerekekben, és hiányos mondatok kiegészítésével, kicsi segítséggel maguk fogalmazzák meg ezeket az általános érvényű tulajdonságokat. Ez utóbbit halaszthatjuk későbbre i

b) Ha egy összeg valamely tagjához hozzáadunk egy negatív számot, akkor az összeg **csökken**.

c) Az összeget kétféleképpen növelhetjük: **pozitív szám hozzáadásával vagy negatív szám elvételével**.

Fogalmazd meg, hogyan kell változtatni

– a kisebbítendőt, hogy a különbség növekedjen: **pozitív szám hozzáadásával vagy negatív szám elvételével**;

– a kivonandót, hogy a különbség növekedjen: **pozitív szám elvételével vagy negatív szám hozzáadásával**;

– a kisebbítendőt és kivonandót, hogy a különbség ne változzon: **ugyanannyit adunk hozzá vagy veszünk el**.

4. Állapítsd meg, melyik igaz, melyik hamis! Indokolj! Csak akkor használj zárójelet, ha feltétlenül szükséges!

a) $28 - [(-7) + (+3)] = 28 - (-7) - (+3)$	$28 + 7 - 3 = 28 + 7 - 3$
b) $28 - [(+7) + (+3)] = 28 + 7 - 3$	$28 - 7 - 3 \neq 28 + 7 - 3$
c) $28 - [(-7) - (+3)] = 28 + 7 - (-3)$	$28 + 7 + 3 = 28 + 7 + 3$
d) $28 - [(+7) - (-3)] = 28 - 7 + (-3)$	$28 - 7 - 3 = 28 - 7 - 3$

5. Tedd ki a „<”, „>” vagy „=” jelet! Számolással ellenőrizd az elképzelésedet!

a) $32 - (-12) + (-9) < 32 - [(-12) + (-9)]$	$35 < 53$
b) $32 - (-12) - (+9) > 32 - [12 + (-9)]$	$35 > 29$
c) $32 + (-12) + (-9) = 32 - 12 - 9$	$11 = 11$
d) $32 + (-12) - (-9) > 32 - (12 + 9)$	$29 = 11$

További gyakorló feladatokat találunk a feladatgyűjteményben (1-3. feladat).

3. A szorzás és az osztás gyakorlása, a műveleti tulajdonságok alkalmazása

A 2. Feladatlap ellenőrzése során az 1-3. feladatnál érveltsük a gyerekeket az elképzelésük mellett, a 4. feladatban pedig több példa bemutatásával győződünk meg arról, hogy a gyerekek értik a megfogalmazott állításokat! A feladatlap 5., 6. feladatában ismét felelevenítjük a 0-val való műveletvégzésekről tanultakat. A feladatlap első három feladatának megoldásából is képet kaphatunk arról, hogy érzik-e a gyerekek a műveleti eredmények változásának okát. A további feladatok a szorzás és osztás gyakorlását, a műveleti tulajdonságok alkalmazását teszik lehetővé.

2. FELADATLAP

1. Figyeld meg, hogyan változnak a tényezők és hogyan a szorzat!

a) $4 \cdot 5 = 20$	b) $4 \cdot (-5) = -20$	c) $(-4) \cdot (-5) = 20$
$8 \cdot 15 = 120$	$8 \cdot (-15) = -120$	$(-8) \cdot (-15) = 120$
$12 \cdot 10 = 120$	$12 \cdot (-10) = -120$	$(-12) \cdot (-10) = 120$

Jegyezd le, hogyan számolható ki az első szorzatból a következő két szorzat!

a) $8 \cdot 15 = (4 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 3) = (4 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 3) = 20 \cdot 6$

$$12 \cdot 10 = (4 \cdot 3) \cdot (5 \cdot 2) = (4 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 2) = 20 \cdot 6$$

b) $8 \cdot (-15) = (4 \cdot 2) \cdot [(-5) \cdot 3] = [4 \cdot (-5)] \cdot (2 \cdot 3) = (-20) \cdot 6$
 $12 \cdot (-10) = (4 \cdot 3) \cdot [(-5) \cdot 2] = [4 \cdot (-5)] \cdot (3 \cdot 2) = (-20) \cdot 6$

c) $(-8) \cdot (-15) = [(-4) \cdot 2] \cdot [(-5) \cdot 3] = [(-4) \cdot (-5)] \cdot (2 \cdot 3) = 20 \cdot 6$
 $(-12) \cdot (-10) = [(-4) \cdot 3] \cdot [(-5) \cdot 2] = [(-4) \cdot (-5)] \cdot (3 \cdot 2) = 20 \cdot 6$

Egyik tényezőt 2-szeresére, a másikat 3-szorosára változtattuk, a szorzat 6-szorosára változott.

2. Hasonlítsd össze a szorzatokat, melyik kisebb a másiknál! Találsz-e egyenlőket?

a) $21 \cdot 6 > 20 \cdot 6$ **b)** $21 \cdot (-6) > 42 \cdot (-12)$
 $(-21) \cdot 6 < (-20) \cdot 6$ $21 \cdot (-6) = 42 \cdot (-3)$
 $21 \cdot (-6) < 20 \cdot (-6)$ $21 \cdot (-6) = (-21) \cdot 6$
 $(-21) \cdot (-6) > (-20) \cdot (-6)$ $21 \cdot (-6) < 20 \cdot (-5)$

Ha valamelyik tényező nagyobb, akkor a szorzat is nagyobb.

3. Változtasd az osztandót és az osztót úgy, hogy a hányados ne változzon!

a) $72 : 12 = 36 : 6 = 18 : 3 = 12 : 2 = 6 : 1$ **b)** $(-48) : 8 = (-24) : 4 = -12 : 2 = \dots$
c) $100 : (-10) = -50 : 5 = -10 : 1$ **d)** $(-90) : (-3) = (-30) : (-1) = \dots$

4. Dönts az állítások igazságáról! Mutass példákat a döntésed alátámasztására!

- a)** Pozitív előjelű számok szorzata és hányadosa is pozitív. **igaz**
b) Negatív előjelű számok hányadosa negatív. **hamis**
c) Különböző előjelű számok hányadosa negatív. **igaz**
d) A szorzat nő, ha valamelyik tényezőjét 6-szorosra változtatjuk.

Hamis! Például: $5 \cdot (-2) = -10$, de $5 \cdot [6 \cdot (-2)] = [6 \cdot 5] \cdot (-2) = -60 < -30$.

Az állítás csak akkor igaz, ha kikötjük, hogy a szorzatban negatív tényező vagy nincs, vagy páros darabszámú van.

- e)** A hányados növekedhet, ha az osztandót csökkentjük és az osztót változatlanul hagyjuk

Igaz! Például: $(-8) : (-4) = 2$ és $(-12) : (-4) = 3 > 2$ vagy

$$8 : (-4) = -2 \text{ és } 4 : (-4) = -1 > -2.$$

Az állítás csak akkor hamis, ha kikötjük, hogy az osztó pozitív.

5. Melyik művelet végezhető el, melyiknek nincs értelme?

a) $0 : (-3) = 0$ **b)** $(-3) : 0 = \text{nincs értelme}$ **c)** $0 \cdot (-3) = 0$
 $0 : 0 = \text{nincs értelme}$ $0 : 0 = \text{nincs értelme}$ $0 \cdot 0 = 0$
 $0 : 3 = 0$ $3 : 0 = \text{nincs értelme}$ $3 \cdot 0 = 0$

6. Dönts az állítások igazságáról! Mutass példákat a döntésed alátámasztására!

- a)** A 0-ban bármelyik egész szám 0-szor van meg. **hamis**
b) A 0 minden negatív számban 0-szor van meg. **hamis**
c) Minden pozitív szám 0-szor van meg a 0-ban. **igaz**
d) 0-val nem lehet osztani. **igaz**
e) Van olyan szám, amelyben az 5 0-szor van meg. **igaz**

7. Készítsetek elő 4 piros-kék korongot!

Az 1. korong egyik oldalára írjátok a 2-t, a másikkra a -3 -at! A második korong egyik oldalára a -2 , a másik oldalára a 3 kerüljön! A harmadik korongra a 3-at és a -5 -öt és a negyedikre a -3 -at és az 5-öt írjátok!

Először válassz az állítások közül:

- A szorzat páros szám lesz.
- A szorzat páratlan szám lesz.
- A szorzat pozitív szám lesz.
- A szorzat negatív szám lesz.
- A szorzat 10-zel osztható szám lesz.
- A szorzat osztható lesz 3-mal.

Ezután a négy korongot egyszerre feldobjuk, és a dobott számokat összeszorozzuk.

Végezzétek el a kísérletet 10-szer! A csoportban mindenki 1 pontot kap, akinek a választott állítása igaz lett a dobott számok szorzatára és -1 pontot kap az, akinek az állítása hamis. 10 dobás után összesítsétek a pontjaitokat!

A dobásoknak 16 lehetséges kimenetele van. A táblázatból leolvasható, hogy melyik állítás igazságának van nagyobb esélye. Játék közben tovább erősödhet az a tapasztalat, hogy a szorzat legtöbb tulajdonsága megállapítható a műveletek elvégzése nélkül is.

A kísérlet kimenetelei	A szorzat					
	páros	páratlan	pozitív	negatív	10-zel oszth.	3-mal oszth.
$2 \cdot (-2) \cdot 3 \cdot (-3) = 36$	x		x			x
$2 \cdot (-2) \cdot 3 \cdot 5 = -60$	x			x	x	x
$2 \cdot (-2) \cdot (-5) \cdot (-3) = -60$	x			x	x	x
$2 \cdot (-2) \cdot (-5) \cdot 5 = 100$	x		x		x	
$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot (-3) = -54$	x			x		x
$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 90$	x		x		x	x
$2 \cdot 3 \cdot (-5) \cdot (-3) = 90$	x		x		x	x
$2 \cdot 3 \cdot (-5) \cdot 5 = -150$	x			x	x	x
$(-3) \cdot (-2) \cdot 3 \cdot (-3) = -54$	x			x		x
$(-3) \cdot (-2) \cdot 3 \cdot 5 = 90$	x		x		x	x
$(-3) \cdot (-2) \cdot (-5) \cdot (-3) = 90$	x		x		x	x
$(-3) \cdot (-2) \cdot (-5) \cdot 5 = -150$	x			x	x	x
$(-3) \cdot 3 \cdot 3 \cdot (-3) = 81$		x	x			x
$(-3) \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = -135$		x		x		x
$(-3) \cdot 3 \cdot (-5) \cdot (-3) = -135$		x		x		x
$(-3) \cdot 3 \cdot (-5) \cdot 5 = 225$		x	x			x

További gyakorló feladatok a feladatgyűjtemény 4., 5. feladata.

4. Több művelet egy feladatban

A megismert műveleti tulajdonságok alkalmazásával egyszerűsíthetik és gyorsíthatják a gyerekek a számolásokat a 3. Feladatlap feladatainak megoldása során. Ezek közül a feladatok közül célszerű minél többet elvégeznünk.

3. FELADATLAP

1. Keres kapcsolatok az egy oszlopban álló számok között! A változások megfigyelésével végezd el a műveleteket!

a) $(-40) \cdot 10 = -400$	b) $40 \cdot (-10) = -400$	c) $(-40) \cdot 9 = -360$
$(-40) \cdot 8 = -320$	$40 \cdot (-12) = -480$	$40 \cdot (-9) = -360$
$(-40) \cdot 18 = -720$	$(-40) \cdot (-12) = 480$	$40 \cdot 9 \cdot (-2) = -720$
$(-40) \cdot 38 = -1520$	$(-38) \cdot (-12) = -456$	$(-40) \cdot 2 \cdot 9 = -720$
$(-38) \cdot 8 = -304$	$38 \cdot (-12) = -456$	$(-38) \cdot 9 \cdot 2 = -684$

2. Keres különböző számítási módokat a szorzások elvégzéséhez!

a) $13 \cdot (-48) = -13 \cdot (50 - 2) = -13 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = -624$
 b) $(-49) \cdot 32 = -32 \cdot (50 - 1) = -49 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = -1568$
 c) $(-25) \cdot (-13) = 100 \cdot 13 : 4 = 13 \cdot 5 \cdot 5 = 25 \cdot 10 + 25 \cdot 3 = 25 \cdot 4 \cdot 3 + 25 = 325$
 d) $63 \cdot 27 = 7 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 3 = 20 \cdot 81 + 81 = 1701$
 e) $(-24) \cdot 19 = -24 \cdot (20 - 1) = -(25 - 1) \cdot (20 - 1) = -456$
 f) $600 \cdot (-91) = -91 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 10 = -54\,600$

3. Számítsd ki a szorzatokat célszerű műveleti sorrendet alkalmazva!

a) $2 \cdot (-63) \cdot (-5) = 630$	d) $31 \cdot (-125) \cdot 0 \cdot 4 = 0$
b) $92 \cdot (-4) \cdot (-5) = 1840$	e) $(-4) \cdot (-4) \cdot 15 = 240$
c) $(-4) \cdot (-73) \cdot 25 = 7300$	f) $50 \cdot (-27) \cdot (-3) \cdot 2 = 8100$

4. Számítsd ki a műveleteket a legegyszerűbben!

a) $25 \cdot (-16) : (-8) \cdot (-4) = -200$	d) $31 \cdot (-125) \cdot 0 \cdot 4 = 0$
b) $92 \cdot (-4) + 16 \cdot (-2) = -400$	e) $[(-48) - 64] : (-4) = 28$
c) $(-4) \cdot (-73) \cdot 25 = 730$	f) $[50 - (-27) : (-3)] \cdot 2 = 82$

5. Számítsd ki!

a) $12 \cdot [(-23) - (-25)] + 32 : (-4) = 16$
 b) $(-33) : (-3) - 11 \cdot (-5) = 66$
 c) $(-23) - (-25) + 48 : 12 \cdot (-4) = -14$
 d) $23 - (-25) + 48 : [12 \cdot (-4)] = 47$

6. Írd le műveleti jelekkel, majd számítsd ki!

a) (-18) és 26 összegének a (-4) -szerese;	$(-18 + 26) \cdot (-4) = -32$
b) (-18) és 26 különbségének a negyed része;	$(-18 - 26) / 4 = -11$
c) 18 (-4) -szeresének és (-26) (-4) -szeresének az összege;	$18 \cdot (-4) + (-26) \cdot (-4) = 32$
d) 18 (-4) -szeresének és (-26) -nak az összege;	$18 \cdot (-4) + (-26) = -98$

Gyakorlásra javasolt feladat a feladatgyűjtemény 6. feladata.

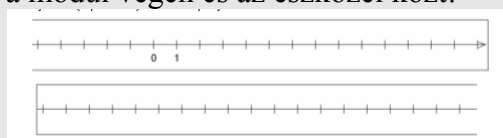
II. Több műveletet tartalmazó nyitott mondatok megoldása

1. Előkészítést szolgáló tevékenységek

Szervezési feladatok:

- 4 fős csoportok létrehozása;
- a **2. tanári melléklet** számegyeneseinek kivágása és összeragasztása (a 2. csík a negatív irányba kerül).

2. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!



- átlátszó papírlap kiosztása csoportonként, amelyet a gyerekek ráhelyeznek a számegyenesre, a felső szélét a számegyenes alá hajtva, hogy ne csússzon el. Ha ezen jelölik a számokat, a számegyenes „tisztá” marad, így más feladatok megoldását nem zavarják a korábbi jelölések.

a) Számkitalálás tulajdonságok alapján: jelöljétek meg a következő számok helyét a számegyenesen: -2 ; -15 ; 12 ; -7 ; -9 ; 9 ; -11

Gondoltam egy számra. Elárulom róla, hogy

- a szám ellentettje nincs a számok között; -2 ; -15 ; 12 ; -7 ; -11
- kétjegyű; -15 ; 12 ; -11
- páratlan; -15 ; -11
- az abszolútértéke nagyobb 12-nél.

Melyik számra gondoltam? -15

b) számpár kitalálása halmazszűkítéssel: most két számra gondoltam.

- A köztük lévő különbség nem nagyobb 5-nél.

$(-15; -11)$; $(-11; -9)$; $(-11; -7)$; $(-9; -7)$; $(-7; -2)$; $(12; 9)$

- Nem mindegyik pozitív.

$(-15; -11)$; $(-11; -9)$; $(-11; -7)$; $(-9; -7)$; $(-7; -2)$

- A szorzatuk nem páros.

$(-15; -11)$; $(-11; -9)$; $(-11; -7)$; $(-9; -7)$

- Van köztük egyjegyű.

$(-11; -9)$; $(-11; -7)$; $(-9; -7)$

- Van köztük 3-mal osztható.

$(-11; -9)$; $(-9; -7)$

- Összegük abszolútértéke 0-ra végződik.

$(-11; -9)$

c) Számbarkochba intervallumszűkítéssel:

Gondoltam egy egész számra (nem feltétlenül a fenti számok közül). Elárulom róla, hogy nagyobb -16 -nál, de nem nagyobb a 12 -nél. Kérdezzetek!

A gyerekek intervallumszűkítéssel találják ki a gondolt számot.

Ha időnk engedi, a csoportok is gondoljanak egy számra, és a többiek kérdezzenek!

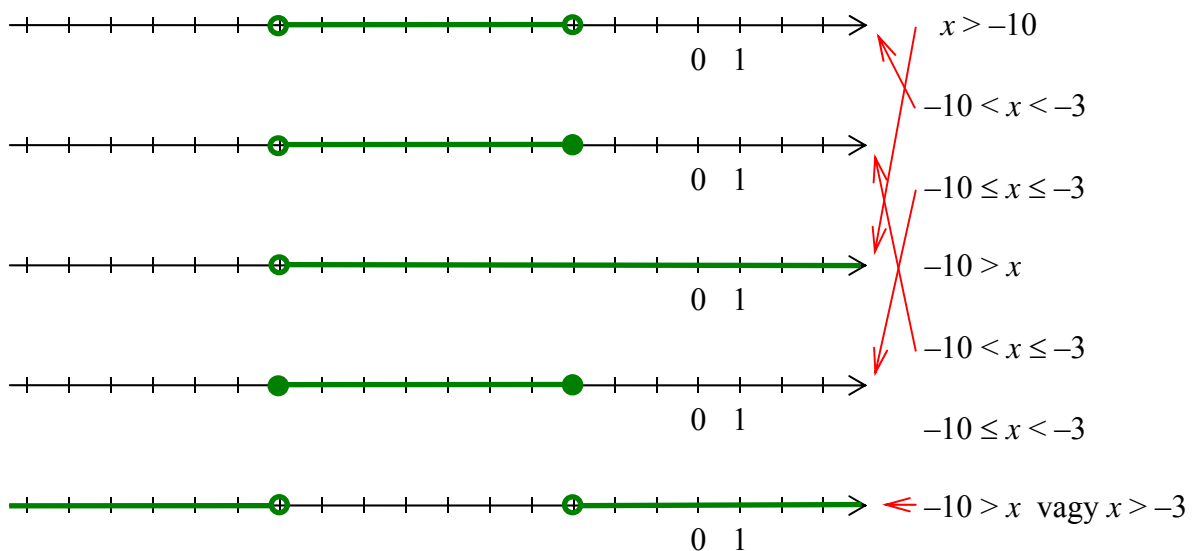
Több ilyen barkochba-játékkal rájöhetnek, hogy intervallumfelezéssel érdemes a kérdéseket megfogalmazni. Közben gyakorolják az intervallumok megfogalmazását, és fontos szerepet kap a részhalmaz illetve a kiegészítő halmaz. Fordítsunk nagy figyelmet a kisebb és a nem nagyobb megkülönböztetésére. Ha kicsi korongokat helyeztetünk a még „játékban” lévő számokra, könnyen átláthatjuk és ellenőrizhetjük a gyerekek munkáját.

2. Nyitott mondatok megoldása számegyenesről történő leolvasással

Az alapos előkészítő tevékenységet követheti az önálló munka a 4. Feladatlapon. Az 1. feladat célja, hogy a gyerekek értsék és felismerjék a számegyenesen megjelölt intervallum és a nyitott mondat kapcsolatát, tudják megkülönböztetni a zárt és a nyitott intervallumot egymástól. Fontos, hogy találkozzanak olyan feladattal is, amelynek nem találják a megoldását az adott intervallumok között. Ezzel szoktathatjuk őket arra, hogy átgondolják a feladatokat, és ne mechanikusan végezzék a párosítást. A 2. feladatban megerősödik az a tapasztalat, hogy az egyenlőtlenségek megoldását az egyenletek megoldásából tudjuk könnyebben meghatározni, de ez sem lehet mechanikus, hiszen függ a feladatban szereplő műveletektől.

4. FELADATLAP

1. Mindegyik számegyenesről olvasd le azokat az egész számokat, amelyek helye a számegyenesen a zölddel jelölt vonalon van! Válaszd ki azt a nyitott mondatot, amelyet az egész számok közül a számegyenesről leolvasott számok tesznek igazgá!

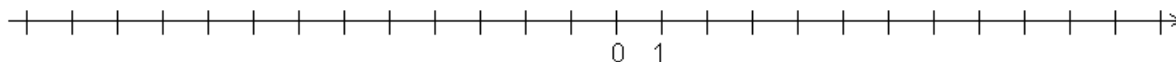


2. A számegyenesen lépegsz, úgy keresd a nyitott mondatok megoldását az egész számok körében!

a) $7 + 4 + x = 0$
 $x = -11$

$7 + 4 + x < 0$
 $x < -11$

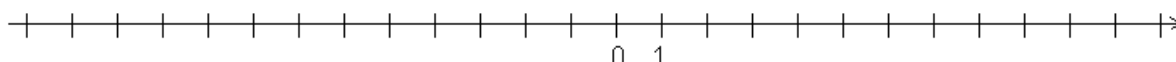
$7 + 4 + x > 0$
 $x > -11$



b) $(-7) + 4 + x = 0$
 $x = 3$

$(-7) + 4 + x < 0$
 $x < 3$

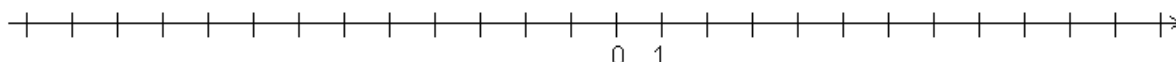
$(-7) + 4 + x > 0$
 $x > 3$



c) $(-7) - 4 + x = 0$
 $x = 11$

$(-7) - 4 + x < 0$
 $x < 11$

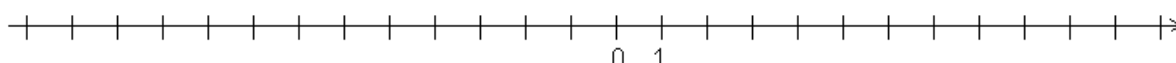
$(-7) - 4 + x > 0$
 $x > 11$



d) $(-7) - (-4) + x = 0$
 $x = 3$

$(-7) - (-4) + x < 0$
 $x < 3$

$(-7) - (-4) + x > 0$
 $x > 3$



3. Nyitott mondatok alkotása szöveg alapján

Közösen oldjunk meg egy feladatot, aztán dolgozzanak a gyerekek önállóan a füzetükben! A nyitott mondatok ellenőrzése után keressék meg a gyerekek a megoldásokat!

Írd le nyitott mondattal!

Melyik az a szám, amelyik

a) -12 és 6 összegének a kétszerese;

$(-12 + 6) \cdot 2 = \square$ $\square = -12$

b) -12 és 6 összegének a fele;

$(-12 + 6) / 2 = \square$ $\square = -3$

c) -12 kétszeresének és 6 -nak az összege;

$(-12) \cdot 2 + 6 = \square$ $\square = -18$

d) -12 kétszeresének és 6 -nak a különbsége?

$(-12) \cdot 2 - 6 = \square$ $\square = -30$

4. Megoldáskeresés behelyettesítéssel

A nyitott mondatok megoldását az egész számok halmazán keressük. A megoldásokat a becslés utáni behelyettesítéssel határozzuk meg. Ha szükségesnek tartjuk, adjunk meg konkrét, véges alaphalmazt!

5. FELADATLAP

1. Gyűjtsd össze, melyik feladatnak hány megoldását várod az egész számok körében!

Pontosan 1 megoldása lesz:

Néhány megoldása lesz:

Végtelen sok megoldása lesz:

Nem lesz megoldása:

a) $-3 + x = x - (-24)$

b) $-3 - x = -2 - x - 1$

c) $x - (-3) = -24$

d) $x + (-3) < -24 + x$

e) $-3 + x \leq -24$

f) $x - (-3) = -24 - x$

g) $x \cdot (-3) = -24$

h) $(-24) : x = (-6) \cdot x$

i) $(-3) \cdot x < (-24) \cdot x$

A nyitott mondatok megoldása után hasonlítsd össze a megoldások számát a becsléseddel!

a) nincs megoldása

b) minden szám

c) $x = -27$

d) nincs megoldása

e) $x \leq 8$

f) nincs megoldása

g) $x = 8$

h) $x = 2$ vagy $x = -2$

i) minden negatív szám

Gyakorlásra javasolt feladat a feladatgyűjtemény 7-9. feladata.

FELADATGYŰJTEMÉNY

A feladatgyűjtemény néhány feladatának csak egy lehetséges megoldását adjuk meg. Ha szánunk időt több megoldás összegyűjtésére is, azzal a kombinatív képesség mozgósítására kínálunk alkalmat.

A feltételek között van, ami nem teljesíthető. Fontos, hogy találkozzanak a gyerekek ilyen problémafelvetésekkel, hiszen ezzel készítjük őket annak meggondolására, hogy pl. 5 szám összevonása, amelyek között csak egy páratlan van, nem eredményezhet páros számot.

1. Adok öt számot: -16 ; -8 ; -4 ; $+2$; $+1$. Helyezd el ezeket az öt keretben úgy, hogy az eredmény

a) a lehető legnagyobb legyen $\boxed{+2} - \boxed{-16} + \boxed{-4} - \boxed{-8} + \boxed{+1} = +23$

b) a lehető legkisebb legyen $\boxed{-16} - \boxed{+2} + \boxed{-4} - \boxed{+1} + \boxed{-8} = -41$

c) a lehető legközelebb legyen a 0-hoz $\boxed{-16} - \boxed{-4} + \boxed{+2} - \boxed{-8} + \boxed{+1} = -1$

d) kerek tízes legyen! $\boxed{} - \boxed{} + \boxed{} - \boxed{} + \boxed{} = \text{nincs megoldás}$

Elképzelésedet ellenőrizd számolással!

2. Ebben a műveletsorban hiányzik a számok előjele.

Adj a számoknak előjelet úgy, hogy az eredmény

a) a lehető legnagyobb legyen $(\quad) - (\quad) + (\quad) - (\quad) + (\quad) = 121$

b) a lehető legkisebb legyen $(\quad) - (\quad) + (\quad) - (\quad) + (\quad) = -121$

c) a lehető legközelebb legyen a 0-hoz $(\quad) - (\quad) + (\quad) - (\quad) + (\quad) = 41$

d) 5-re végződjön! $(\quad) - (\quad) + (\quad) - (\quad) + (\quad) = 65$

Elképzelésedet ellenőrizd számolással!

A következő feladatban észrevehetik a gyerekek, hogy az eredményt csupán az határozza meg, hogy mit írunk az első keretbe. A többi szám sorrendje nem befolyásolja az eredményt,

hiszen a műveletvégzés során mindegyik számnak az ellentettjét kell hozzáadnunk az első számhoz. Így 5-féle eredményhez juthatunk. A jobb képességű tanulók azon is elgondolkodhatnak, vajon mi okozhatja, hogy a +23 előállítható a számok segítségével.

3. Adok öt számot: +1, -12, +23, -34, +45. Helyezd a keretekbe a számokat úgy, hogy az eredmény

a) a lehető legnagyobb legyen $\boxed{+45} - (\boxed{-12} + \boxed{+1}) - (\boxed{-34} + \boxed{+23}) = 67$

b) a lehető legkisebb legyen $\boxed{-34} - (\boxed{-12} + \boxed{+1}) - (\boxed{+23} + \boxed{+45}) = -91$

c) a lehető legközelebb legyen a 0-hoz $\boxed{+1} - (\boxed{-12} + \boxed{+23}) - (\boxed{-34} + \boxed{+45}) = -21$

d) 23 legyen! $\boxed{+23} - (\boxed{-12} + \boxed{+1}) - (\boxed{-34} + \boxed{+45}) = 23$

Elképzelésedet ellenőrizd számolással!

4. Adok néhány számot: -7; -5; -3; -2, +2; +3; +5; +7.

Válogass a keretekbe a számok közül úgy, hogy az eredmény

a) a lehető legnagyobb legyen $\boxed{(+7)} \cdot \boxed{(+5)} \cdot \boxed{(-7)} \cdot \boxed{(-5)} \cdot \boxed{(+3)} = +3675$

b) a lehető legkisebb legyen $\boxed{(+7)} \cdot \boxed{(+5)} \cdot \boxed{(-7)} \cdot \boxed{(-5)} \cdot \boxed{(-3)} = -3675$

c) kerek tizes legyen $\boxed{(+7)} \cdot \boxed{(+5)} \cdot \boxed{(-7)} \cdot \boxed{(-5)} \cdot \boxed{(+2)} = +2450$

d) páros legyen, de ne végződjön 0-ra! $\boxed{(+7)} \cdot \boxed{(+3)} \cdot \boxed{(-7)} \cdot \boxed{(-3)} \cdot \boxed{(+2)} = +882$

Elképzelésedet ellenőrizd számolással!

5. A szürkére színezett négyszögekbe ezek közül a számok közül válassz: -60; -30; 30; 60; a többi négyszögbe pedig ezek közül: -5; -3; -2; 2; 3; 5!

Legyen a művelet sor eredménye

a) a lehető legnagyobb $\boxed{(+60)} / \boxed{(+2)} \cdot \boxed{(+5)} \cdot \boxed{(-60)} / \boxed{(-2)} = +4500$

b) a lehető legkisebb $\boxed{(+60)} / \boxed{(-2)} \cdot \boxed{(-5)} \cdot \boxed{(-60)} / \boxed{(+2)} = -4500$

c) páratlan $\boxed{(-30)} / \boxed{(+2)} \cdot \boxed{(+3)} \cdot \boxed{(-30)} / \boxed{(+2)} = +675$

d) 1000 körül! $\boxed{(+60)} / \boxed{(+3)} \cdot \boxed{(-5)} \cdot \boxed{(+30)} / \boxed{(-3)} = +1000$

Elképzelésedet ellenőrizd számolással!

6. Folytasd a sorozatot egyenlő lépésekkel!

a) 120; 108; 96; 84; 72; 60; 48; 36; 24; 12; 0; -12; -24; -36; -48; -60; -72; -84; -96; -108

b) 100; 89; 78; 67; 56; 45; 34; 23; 12; 1; -10; -21; -32; -43; -54; -65; -76; -87; -98; -109

Próbáld meg előre kitalálni, mi lesz a sorozat 10.; 15.; 20. tagja!

A jobb képességű gyerekek felismerhetik a sorozatok képzési szabályát:

a) $120 - 12 \cdot (n - 1)$

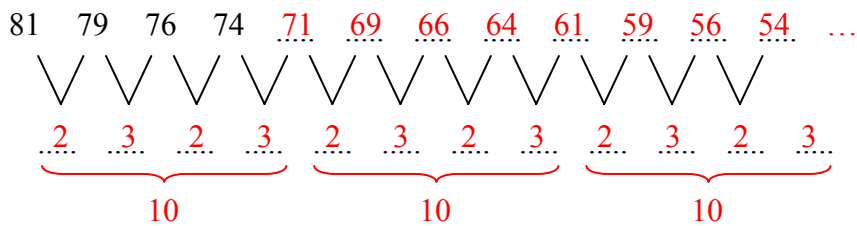
A képzési szabály alapján akár ki is számolhatják a sorozat adott helyen álló tagjait.

A 10. tag: $120 - 12 \cdot 9 = 12$; a 15. tag: $120 - 12 \cdot 14 = -48$; a 20. tag: $120 - 12 \cdot 19 = -108$.

b) $100 - 11 \cdot (n - 1)$

A 10. tag: $100 - 11 \cdot 9 = 1$; a 15. tag: $100 - 11 \cdot 14 = -54$; a 20. tag: $100 - 11 \cdot 19 = -109$.

7. Folytasd a sorozatot! Írd alá a különbségeket!



Mit gondolsz, melyik szám lesz tagja a sorozatnak a következők közül?

44; 39; 27; 21; -1; -17; -28; -44; -50

Írj a -50-nél nagyobb negatív számok közül további 5 számot, amelyek tagjai lesznek a sorozatnak!

A különbségsorozat alapján látható, hogy az 5. tag 10-zel kisebb az első tagnál, a 9. ugyancsak 10-zel kisebb az 5. tagnál ...

Ennek a felismerésnek az alapján biztosak lehetünk abban, hogy a sorozatban csak 1-re, 9-re, 6-ra és 4-re végződő számok lehetnek, és abban is, hogy minden ilyen szám, amely kisebb 82-nél, tagja lesz a sorozatnak.

8. Válaszd ki a -10-nél nagyobb, de a 10-nél kisebb egész számok közül azokat, amelyek igazzá teszik a nyitott mondatokat! Készíts a füzetedbe mindegyik feladathoz számegeyenest, és jelöld rajta a nyitott mondatot igazzá tevő számokat!

- | | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>a) <input type="checkbox"/> · 4 < 20</p> <p>b) <input type="checkbox"/> · 4 > 20</p> <p>c) <input type="checkbox"/> · 4 < -24</p> <p>d) <input type="checkbox"/> · 4 > -24</p> | <p>e) <input type="checkbox"/> · (-4) > -24</p> <p>f) <input type="checkbox"/> · (-4) < 24</p> <p>g) -24 < <input type="checkbox"/> · 4 < 20</p> <p>h) -24 < <input type="checkbox"/> · (-4) < 20</p> |
| <p>a) <input type="checkbox"/> : -9; ...; 4</p> <p>b) <input type="checkbox"/> : 6; 7; 8; 9</p> <p>c) <input type="checkbox"/> : -9; -8; -7</p> <p>d) <input type="checkbox"/> : -7; ...; 9</p> | <p>e) <input type="checkbox"/> : -9; ...; 5</p> <p>f) <input type="checkbox"/> : -7; ...; 9</p> <p>g) <input type="checkbox"/> : -7; ...; 5</p> <p>h) <input type="checkbox"/> : nincs ilyen szám</p> |

9. Válaszd ki a -10-nél nagyobb, de a 10-nél kisebb egész számok közül azokat, amelyek igazzá teszik a nyitott mondatokat! Készíts a füzetedbe mindegyik feladathoz számegeyenest, és jelöld rajta a nyitott mondatot igazzá tevő számokat!

- | | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>a) <input type="checkbox"/> · 4 - 10 < 20</p> <p>b) <input type="checkbox"/> · 4 - 10 > 20</p> <p>c) <input type="checkbox"/> · 4 + 10 < -24</p> <p>d) <input type="checkbox"/> · 4 - 10 > -24</p> | <p>e) <input type="checkbox"/> · (-4) + 10 > -24</p> <p>f) <input type="checkbox"/> · (-4) - (-10) < 24</p> <p>g) -24 < <input type="checkbox"/> · 4 + 10 < 20</p> <p>h) -24 < <input type="checkbox"/> · (-4) - 10 < 20</p> |
| <p>a) <input type="checkbox"/> : -9; ...; 7</p> <p>b) <input type="checkbox"/> : 8; 9</p> <p>c) <input type="checkbox"/> : -9</p> <p>d) <input type="checkbox"/> : -3; ...; 9</p> | <p>e) <input type="checkbox"/> : -9; ...; 8</p> <p>f) <input type="checkbox"/> : -3; ...; 9</p> <p>g) <input type="checkbox"/> : -8; ...; 2</p> <p>h) <input type="checkbox"/> : -7; ...; 3</p> |

10. Válaszd ki a -10 -nél nagyobb, de a 10 -nél kisebb egész számok közül azokat, amelyek igazá teszik a nyitott mondatokat! Készíts a füzetedbe mindegyik feladathoz számegeyenest, és jelöld rajta a nyitott mondatot igazá tevő számokat!

a) $(\square - 10) \cdot 4 < 24$

b) $(\square + 10) \cdot 4 < 24$

c) $\square \cdot 4 - 10 \cdot 4 < 24$

d) $\square \cdot 4 + 10 \cdot 4 < 24$

e) $(\square - 10) \cdot 4 > 24$

f) $(\square + 10) \cdot 4 > 24$

g) $\square \cdot 4 - 10 \cdot 4 > 24$

h) $\square \cdot 4 + 10 \cdot 4 > 24$

a) $\square : -9; \dots; 9$

b) $\square : -9; \dots; -5$

c) $\square : -9; \dots; 9$

d) $\square : -9; \dots; -5$

e) $\square : \text{nincs ilyen szám}$

f) $\square : -3; \dots; 9$

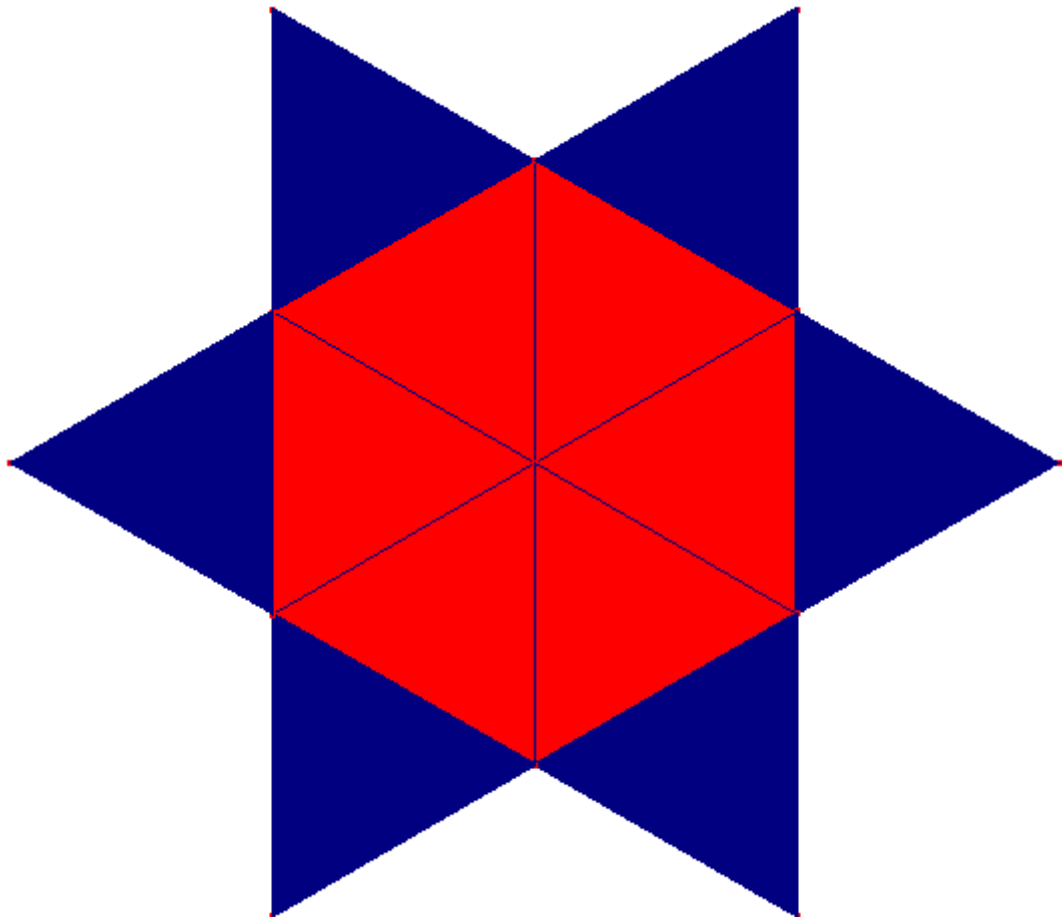
g) $\square : \text{nincs ilyen szám}$

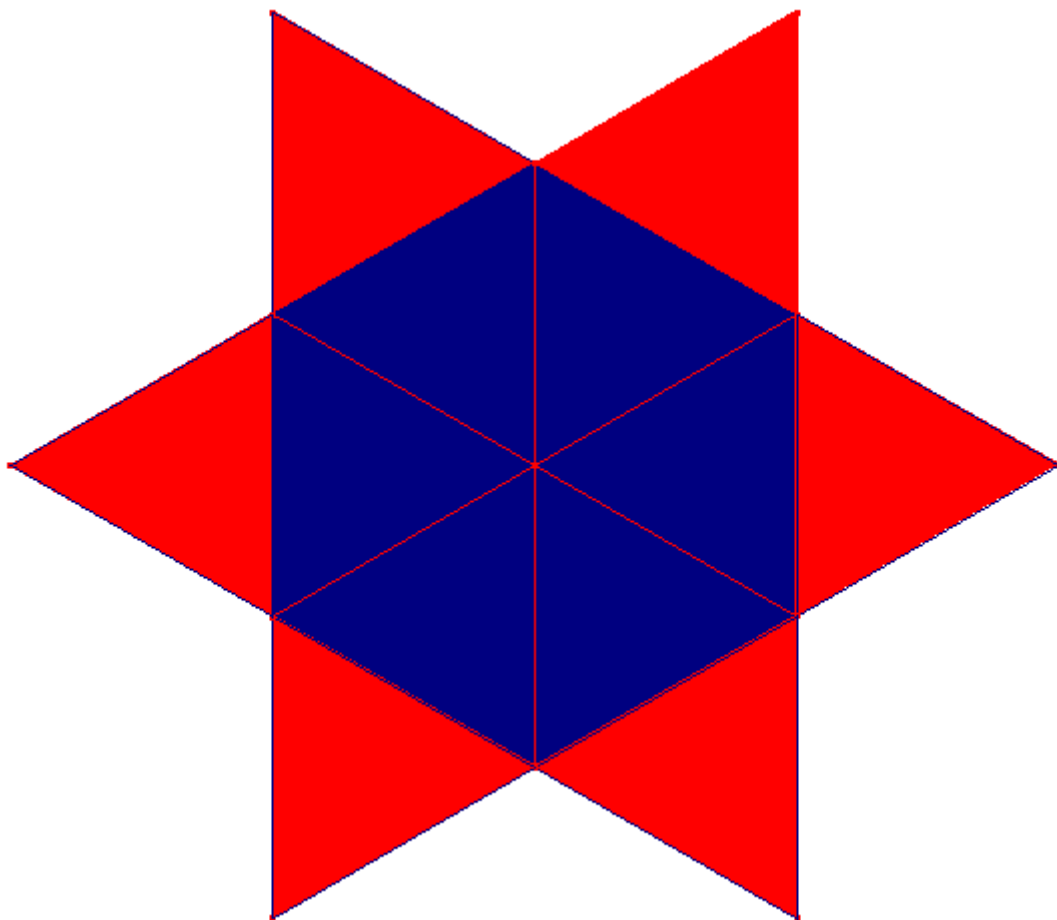
h) $\square : -3; \dots; 9$

Hasonlítsd össze a megoldásokat! Mely nyitott mondatok megoldásai egyenlők?

0624 – 1. tanulói melléklet

Tanulónként egy készlet (2 oldal) kartonlapra nyomva, fóliázva ebben a méretben.





0624 – 2. tanári melléklet

Osztályonként 8 (csoportonként 1) készlet kartonlapra nyomva ebben a méretben.

