
EGÉSZ SZÁMOK

Szorzás és osztás egész számokkal

KÉSZÍTETTE: ZSINKÓ ERZSÉBET

MODULLEÍRÁS

A modul célja	Egész számok szorzásának, osztásának kiterjesztése negatív egészekre. Nyitott mondatok megoldáshalmazának vizsgálata az alaphalmaz függvényében. Műveleti tulajdonságok, számolási eljárások a műveletvégzés egyszerűsítése érdekében. Egyszerű összefüggések megjelenítése koordinátarendszerben.
Időkeret	4 tanóra
Ajánlott korosztály	6. osztály
Modulkapcsolódási pontok	Tágabb környezetben: Szociális és környezeti nevelés Szűkebb környezetben: A modul a saját programcsomagunkon belül kapcsolódik <ul style="list-style-type: none"> – az 5. évfolyamon az egész számok körében értelmezett szorzás és osztás műveletekhez, – a számtan, algebra témakör egyenletekről – egyenlőtlenségekről szóló fejezeteinek moduljaihoz; – az 5. évfolyam koordináta-rendszer moduljához; – a 6. évfolyam előző (0621, 0622.) moduljaihoz. Ajánlott megelőző tevékenység: Egész számok összeadása és kivonása. Ajánlott követő tevékenység: Műveletek sorrendje.
A képességfejlesztés fókuszai	Számlálás, számolás: Szorzás, osztás kiterjesztése a negatív számokra. Az egész számok körében végzett számolási készség továbbfejlesztése nagyobb abszolút értékű számok esetére is. Mennyiségi következtetés, valószínűségi következtetés Becslés, mérés: Az egész számok szorzása, osztása nagyobb számok körében fokozottan megkívánja az eredmény előjelének és az abszolútérték nagyságának előre elképzelését. Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció: Negatív számok valóságtartalma, a modellek értelmezése, szöveges feladatok megoldása, ellenőrzés. Rendszerezés, kombinativitás: A szorzás és osztás műveletének megfigyelése különböző sorozatokban és a tapasztalatok, megfigyelt analógiák felhasználása a műveletek fogalmának kiterjesztésére. Deduktív következtetés, induktív következtetés: Negatív számmal való szorzás értelmezésekor a természetes számok körében megismert műveleti szabályok általánosítása.

AJÁNLÁS

A negatív számmal való szorzás és osztás új értelmezést igényel. Ehhez az értelmezéshez nem találunk a valóságból származó modellt, így definiálnunk kell a negatív számmal való szorzást. Ki kell terjesztenünk a műveletek tulajdonságait, amelyek alapját képezik a negatív számmal való szorzás és osztás számolási eljárásainak. A műveletek értelmezését követően a gyakorlást játékos feladatokon végezzük, amelyek alkalmasak a számolási algoritmusok rögzítésére, összefüggések felismerésére, számtulajdonságok és számkapcsolatok megfigyelésére. A sok konkrét feladat megoldása mellett törekszünk általános törvényszerűségek felismertetésére, néhány esetben ezek megfogalmaztatására.

A játékokat közös vagy páros tevékenységben szervezzük, de fontos szerepet kap az önálló munka is.

TÁMOGATÓRENDSZER

Feladatlapok, Feladatgyűjtemény. Piros, kék korongok, felcsavart számegyenes, óra, naptár.

ÉRTÉKELÉS

A gyerekek munkájának folyamatos megfigyelése, szóbeli értékelése.

Az értékelés szempontjai:

- tudják-e előre jelezni számok szorzatának, hányadosának előjelét;
- meg tudják-e becsülni a műveletek eredményének abszolútértékét;
- tudnak-e egész számokat szorozni, osztani;
- képesek-e egyenletek egyenlőtlenségek illetve rendszerek megoldására egész számokat tartalmazó alaphalmazon;
- számolásaikban tudatosan alkalmazzák-e a műveletek tulajdonságait;
- képesek-e egyszerű összefüggések ábrázolására koordináta-rendszerben.

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenysége	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, Feladatok
I. Egész számok szorzása, osztása negatív számmal			
1.	Előkészítést szolgáló beszélgetés	rendszerezés, problémamegoldás	Piros-kék korongok, 1. tanári melléklet
2.	A negatív számmal való szorzás definiálása	deduktív következtetés	1. feladatlap
3.	A negatív számmal való osztás	fordított irányú gondolkodás	2. feladatlap
II. Műveleti tulajdonságok, számolási eljárások			
1.	Előkészítést szolgáló játékok	számolás, megfigyelés, valószínűségi gondolkodás	0622. modul 2. tanulói melléklet, színes korongok
2.	A műveleti eredmények előjelének megítélése	ítélőképesség, általánosítás, konkretizálás, rendszerezés	3. feladatlap
3.	A szorzat és a hányados változásai és változatlansága	megfigyelés, sejtés, általánosítás	4. feladatlap, színes fólia
4.	Bontott alakú számok összehasonlítása, rendezése a műveleti tulajdonságok alapján	számolás, összehasonlítás, következtetés	5. feladatlap

III. Sorozatok, nyitott mondatok			
1.	Előkészítést szolgáló tevékenységek	megfigyelés, rendszerezés, sejtés, általánosítás	2-4. tanári melléklet
2.	Számsorozatok menetének vizsgálata	azonosságok és különbözőségek kiemelése, becslés	6. feladatlap
3.	Nyitott mondatok igazsághalmaza	becslés, számolás	7. feladatlap

IV. Összefüggések megjelenítése koordináta-rendszerben			
1.	Előkészítést szolgáló beszélgetés	képzelet-fejlesztés	8. feladatlap, fólia
2.	Adott összefüggést igazzó tévő számpárok ábrázolása párhuzamos egyenespáron, illetve koordináta-rendszerben	összefüggésfelismerő-képesség	9. feladatlap

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. Egész számok szorzása, osztása negatív számmal

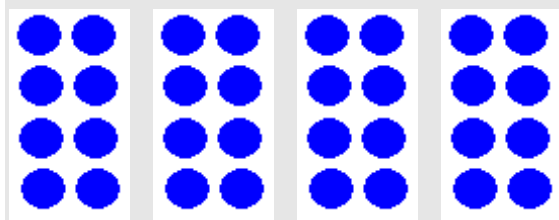
1. Előkészítést szolgáló beszélgetés

Szervezési feladatok:

- 4 fős csoportok létrehozása;
- piros–kék korongok előkészítése.

„Érjen a piros korong 1 forintot, a kék 1 forintról szóló adósságot! A csoport minden tagja tegyen maga elé -8 -at érő adósságot! Számoljátok össze, mennyit ér összesen a csoportban a kirakás! Írjátok a kirakásról számfeladatot a füzetetekbe!”

A gyerekek személyenként kiraknak -8 -at érő adósságot, és lejegyzik számfeladattal a csoport kirakását:



$$(-8) + (-8) + (-8) + (-8) = -32$$

Röviden:

$$(-8) \cdot 4 = -32$$

„Írjátok egy kirakásra vonatkozó osztást!”

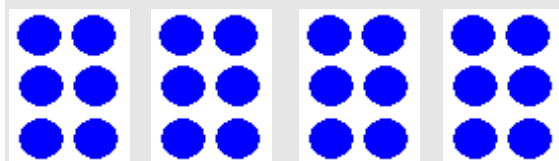
$$(-32) / 4 = -8$$

„Írjátok a kirakásról bennfoglalást!”

$$(-32) : (-8) = 4$$

„Tegyetek ki a csoportban -24 -et érő adósságot úgy, hogy mindenki ugyanannyi adósságot tegyen maga elé! Írjátok le ezt is számfeladattal!”

A gyerekek kirakják a -24 -et csupa egyforma kártyából, és lejegyzik számfeladattal a kirakást:



$$(-6) + (-6) + (-6) + (-6) = -24$$

Röviden:

$$(-6) \cdot 4 = -24$$

„Írjátok egy kirakásra vonatkozó osztást!”

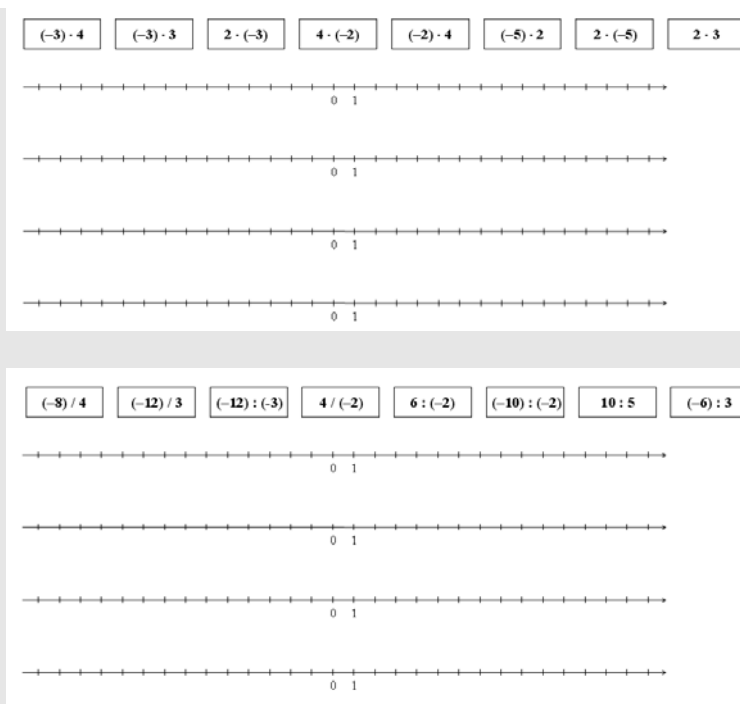
$$(-24) / 4 = -6$$

„Írjátok a kirakásról bennfoglalást!”

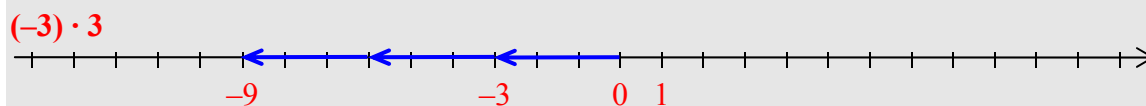
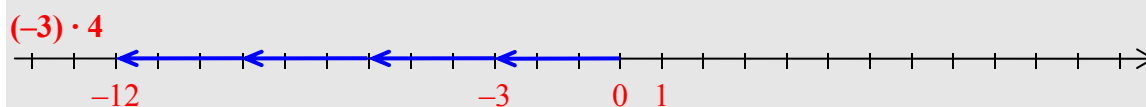
$$(-24) : (-6) = 4$$

„Ezekben a kirakásokban negatív számot vettünk 4-szer, negatív számot elosztottunk 4 egyenlő részre, illetve megvizsgáltuk, hányszor van meg egy negatív számban egy másik negatív szám. Válasszátok ki az **1. tanári mellékletben** található számfeladatok közül, amelyeket hasonló módon el lehet végezni! Szemléltessétek ezeket számegyenesen!”

1. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!



Beszéljük meg az 1. feladatot közösen! A -3 jelentsen három lépést a csökkenés irányában. Jelöljük ezt egy irányított nyíllal! Ha a 0-tól indulva ezt 4-szer ismételjük, a -12 -höz jutunk. A gyerekek csoportmunkában végzik el a feladatokat, és számegegyenesen bemutatják, hogyan értelmezhetőek a feladatok:

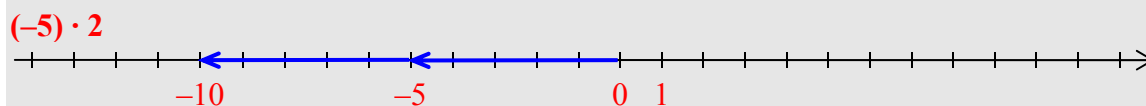
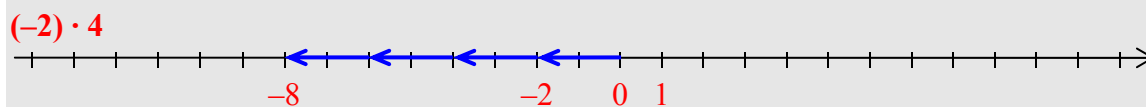


$2 \cdot (-3)$

Nem tudjuk szemléltetni, mert a 2-t nem tudjuk (-3) -szor venni.

$4 \cdot (-2)$

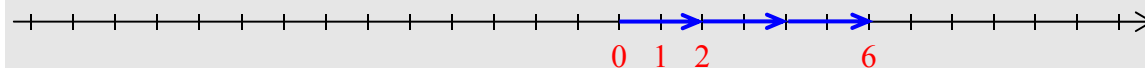
Nem tudjuk szemléltetni, mert a 4-et nem tudjuk (-2) -szer venni.



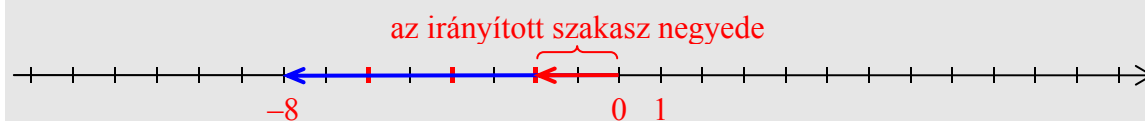
$2 \cdot (-5)$

Nem tudjuk szemléltetni, mert a 2-t nem tudjuk (-5) -ször venni.

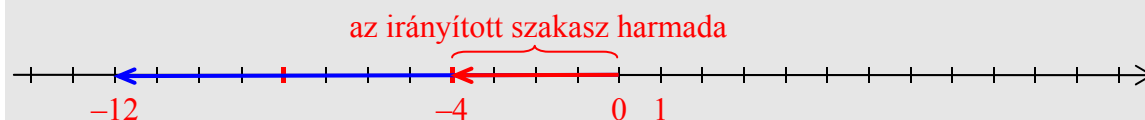
$2 \cdot 3$



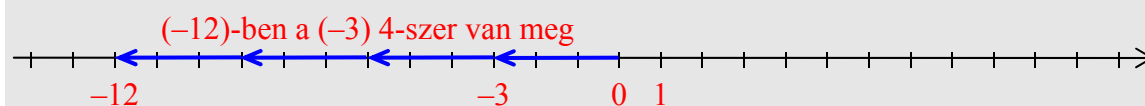
$(-8) / 4$



$(-12) / 3$



$(-12) : (-3)$



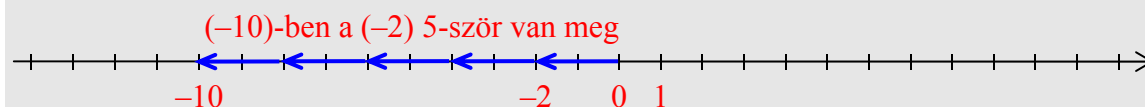
$4 / (-2)$

Nem tudjuk szemléltetni, mert nem tudunk (-2) részre osztani.

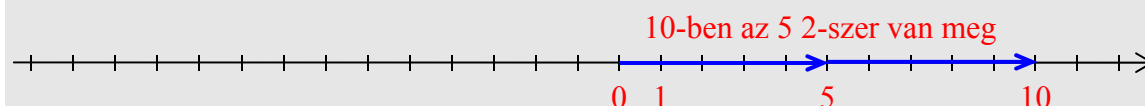
$6 : (-2)$

Nem tudjuk szemléltetni, mert a 6-hoz húzott nyíl pozitív irányú, a -2 -be húzott nyíl negatív irányú.

$(-10) : (-2)$



$10 : 5$



$(-6) : 3$

Nem tudjuk szemléltetni, mert a -6 -hoz húzott nyíl negatív irányú, a 3-ba húzott nyíl pozitív irányú.

„Fogalmazzátok meg, mely szorzásokat nem tudtátok elvégezni!”

Azokat, amelyekben a szorzó negatív.

„Beszéljétek meg, hogyan számolnátok ki a $2 \cdot (-3)$ értékét!”

A gyerekek megbeszélése után a frontálisan szervezett beszámolókbán ilyen megoldásokra számíthatunk:

$2 \cdot (-3) = (-3) \cdot 2$, mert a szorzás tényezői felcserélhetők. Mivel $(-3) \cdot 2 = -6$, így $2 \cdot (-3) = -6$

$2 \cdot (-3) = -(2 \cdot 3) = -6$, a 2-t a 3 ellentettjével kell szorozni. Ezt úgy is megtehetjük, hogy először szorozzuk 3-mal, aztán vesszük a szorzat ellentettjét.

$2 \cdot (-3) = 2 \cdot (3 - 6) = 2 \cdot 3 - 2 \cdot 6 = 6 - 12 = -6$

Ha a gyerekek nem hozzák ezeket az ötleteket, magunk vessük fel, és véleményezzük velük!

„Mi a véleményetek ezekről a megoldásokról? Melyiket fogadnátok el legszívesebben, és miért?”

Hívjuk fel a gyerekek figyelmét, hogy az első megoldásban olyan műveleti tulajdonságot használnak fel, a szorzat tényezőinek felcserélhetőségét, amiről nem tudhatjuk, hogy igaz az egész számok körében.

A második esetben is csak úgy gondoljuk, hogy ez jó elképzelés lenne, de nem tudhatjuk, hogy az alkalmazott módszer megengedett-e.

A harmadik megoldás ötletes, de ebben egy időre bedugjuk a fejünket a homokba, és látszólag nem veszünk tudomást a negatív számmal való szorzásról.

Persze mindegyik megoldási javaslatban van egy olyan igény, amit jogosnak érzünk, hogy a korábban (a természetes számokkal) végzett műveleti tulajdonságok legyenek érvényesek az egész számok körében is.

2. A negatív számmal való szorzás definiálása

„Hogyan számítsuk ki egy szám negatív számmal vett szorzatát?” Képezzük az alábbi sorozatot:

$$2 \cdot 3 = 6$$

$$2 \cdot 2 = 4$$

$$2 \cdot 1 = 2$$

$$2 \cdot 0 = 0$$

Az ismert szorzatokban, ha 1-gyel csökkentettük a szorzót, 2-vel csökkent a szorzat.

Célszerű ezt a tulajdonságot továbbra is megtartani. Így:

$$2 \cdot (-1) = -2$$

$$2 \cdot (-2) = -4$$

$$2 \cdot (-3) = -6$$

stb.

„Az olyan műveleteknek az értelmezését, amelyeknek nincs valóságtartalmuk, a szakemberek egy kicsit a saját "ízlésüknek" megfelelően alkotják meg, teljesítve azt az igényt, hogy megmaradjanak az eddig már megszokott tulajdonságok.

Megállapodás szerint: a negatív számmal való szorzás eredménye ellentettje a szám abszolút értékével való szorzás eredményének.

Például: $2 \cdot (-3) = -(2 \cdot 3) = -6$ ”

„Ennek alapján számoljátok ki azokat a szorzásokat, amelyeket nem tudtok a számegyenesen végzett tevékenységgel meghatározni!”

$$2 \cdot (-3) = -(2 \cdot 3) = -6$$

$$4 \cdot (-2) = -(4 \cdot 2) = -8$$

$$2 \cdot (-5) = -(2 \cdot 5) = -10$$

„Számoljuk ki néhány negatív számnak negatív számmal vett szorzatát!”

Például:

$$(-2) \cdot (-3) = -((-2) \cdot 3) = -(-6) = 6$$

$$(-4) \cdot (-2) = -((-4) \cdot 2) = -(-8) = 8$$

$$(-2) \cdot (-5) = -((-2) \cdot 5) = -(-10) = 10$$

„Önálló munkában oldjátok meg az 1. feladatlapon található feladatokat”

Az 1. feladatlap megoldásával megfigyeljük, megértették-e a gyerekek a negatív számmal való szorzást.

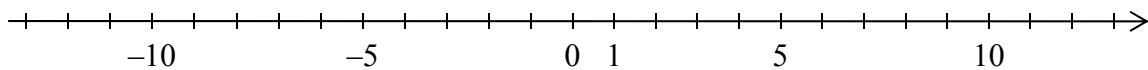
1. FELADATLAP

TUDNIVALÓ:

Szorzás negatív számmal

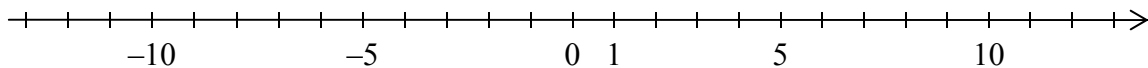
Megállapodás szerint, a negatív számmal való szorzás eredménye a szám abszolút értékével való szorzás eredményének az ellentettje.

1. Mit jelent a (-1) -szerezés a számegyenesen? Válassz egy egész számot a számegyenesen, jelöld ugyanolyan színnel a szám és (-1) -szeresének helyét!



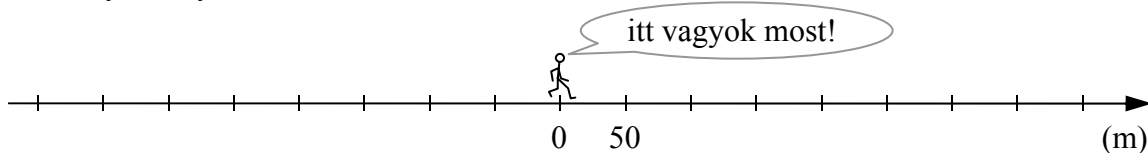
Írd le számfeladattal!

2. Válassz egy egész számot a számegyenesen, jelöld ugyanolyan színnel a szám 2-szeresének és (-2) -szeresének helyét!



Írd le számfeladattal!

3. Egy gyalogos egyenletesen haladva sétál egyenes úton. Átlagosan 50 m-t tesz meg 1 perc alatt a nyíl irányában.



Válaszd ki a történetekhez a megfelelő számfeladatot, és keresd meg a gyalogos helyét a számegyenesen!

8 perc múlva egy üzlethez érkezik.

~~$50 \cdot (-8)$~~

6 perccel ezelőtt látott egy mókust.

~~$50 \cdot (-6)$~~

8 perccel ezelőtt még felhős volt az ég, hol volt ekkor?

~~$50 \cdot 8$~~

Az üzlethez érkezése előtt 2 perccel találkozik egy ismerőssel.

~~$50 \cdot (-2)$~~

2 perccel ezelőtt egy harkály kopácsolt a mellette lévő fán. Hol van a fa?

~~$50 \cdot (8 - 2)$~~

3. A negatív számmal való osztás

A negatív számmal való osztást a szorzás inverz jellegű műveleteként értelmezzük, ezért nem igényel új definíciót.

Őnállóan oldják meg a gyerekek a 2. feladatlap feladatait!

Gyakorlásra szánt feladatok: feladatgyűjtemény 1–3.

2. FELADATLAP

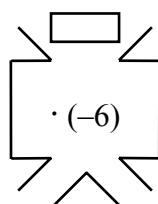
1. Milyen egész számok teszik igazgá az egyenlőségeket?

a) $(-7) \cdot \boxed{4} = -28$ d) $\boxed{-4} \cdot (-7) = 28$ g) $\boxed{-4} \cdot 9 = -36$

b) $7 \cdot \boxed{-4} = -28$ e) $\boxed{4} \cdot (-7) = -28$ h) $\boxed{-4} \cdot (-9) = 36$

c) $(-7) \cdot \boxed{-4} = 28$ f) $(-9) \cdot \boxed{4} = -6$ i) $\boxed{4} \cdot (-9) = -36$

2. A gép a bedobott számokat megszorozza (-6) -tal. Folytasd a táblázat kitöltését!

 $\cdot (-6)$	<input type="text"/>	7	9	5	3	-4	-8	-6	-3	-7
	<input type="text"/>	-42	-54	-30	-18	24	48	36	18	42

Írd le a bedobott () és a kijövő () számok közti kapcsolatot!

$$\triangle = \square \cdot (-6)$$

3. Töltsd ki a táblázat üres mezőit!

·	2	-1	-4	-7	0
5	10	-5	-20	-35	0
2	4	-2	-8	-14	0
0	0	0	0	0	0
-1	-2	1	4	7	0
-3	-6	3	12	21	0
-6	-12	6	24	42	0

Házi feladatnak kijelölhetjük a 4. feladatlap 1. feladatában található táblázat egy-két oszlopának kitöltését.

II. Műveleti tulajdonságok, számolási eljárások

1. Előkészítést szolgáló játékok

Játékos formában szerezzenek a gyerekek tapasztalatot arról, milyen kiinduló számok esetén lesz a műveletek eredménye pozitív és milyen feltételek esetén negatív.

Szervezési feladatok:

- 4 fős csoportok létrehozása;
- 3 piros-kék korong előkészíttetése;
- a **0622. modul 2. tanulói mellékletéből** minden tanuló egy + és egy – jelet készít elő.

0622. modul 2. tanulói melléklete – Lásd a 0622. modul végén és az eszközei közt!

(-6)	(-5)	(-3)	(-2)	(-1)
2	3	4	5	10
(-4)	12	(-12)	24	(-24)
+	+	+	+	+
-	-	-	>	=

A játék ismertetése:

„Készítsétek elő a három korongot, és ceruzával jelöljétek meg őket az alábbi módon:

	piros oldala	kék oldala
1. korong	24	- 24
2. korong	•	:
3. korong	3	- 3

A korongok feldobása előtt mindegyik játékos a megfelelő kártya maga elé helyezésével tippel arra, hogy a kidobott művelet eredménye pozitív vagy negatív lesz.

A sorra kerülő játékos feldobja a három korongot. Helyezzétek az 1. és a 3. korong száma közé a 2. korongon lévő műveleti jelet, és a kijelölt művelet elvégzésével állapítsátok meg, ki tippelt jól! Két kört játsszatok!”

Arra kell rájönniük a gyerekeknek, hogy a műveletet nem is kell elvégezni ahhoz, hogy megállapítsák az előjelét.

Ha nehezíteni akarunk a játékon, kérhetjük, hogy a 0622. modul 2. tanári mellékletéből válogassák egyik kupacba a 12, (-12), 24, (-24) kártyákat, a másikba a (- 6), (- 3), (- 2), (- 1), (- 4), 2, 3, 4 kártyákat helyezték összekeverve, lefelé fordítva. Helyezzék a két „csomag” kártya közé a 2. koronggal dobott műveleti jelet, és a kártyák húzásával játsszák az előző játékot!

2. A műveleti eredmények előjelének megítélése

Az előző játékot követően a 3. feladatlap táblázataiban a gyerekeket általánosításra biztatjuk a művelet eredmények előjelének megítélésében. Fontos, hogy szükség esetén valóban konkrét feladatok alapján próbálják döntéseiket meghozni.

Gyakorlásnak javasoljuk a Feladatgyűjtemény 4. feladatát.

3. FELADATLAP

1. Oldd meg a konkrét feladatokat, mielőtt kitöltenéd a táblázatokat!
Nem biztos, hogy mindegyik kérdésre lehet egyértelműen válaszolni!

a) Milyen lesz két egész szám összege?

1. tag \ 2. tag	pozitív	negatív	0
pozitív	+		+
negatív		-	-
0	+	-	0

$$\begin{array}{ll}
 20 + 10 = 30 & 10 + 0 = 10 \\
 (-20) + (-10) = -30 & (-10) + (-20) = -30 \\
 20 + (-10) = 10 & 10 + (-20) = -10 \\
 (-20) + 10 = -10 & (-10) + 20 = 10
 \end{array}$$

b) Milyen lesz két egész szám különbsége?

kivonandó \ kivonandó	pozitív	negatív	0
pozitív		+	+
negatív	-		-
0	-	+	0

$$\begin{array}{ll}
 20 - 10 = 10 & 10 - 20 = -10 \\
 (-20) - (-10) = -10 & (-10) - (-20) = 10 \\
 20 - (-10) = 30 & 10 - (-20) = 30 \\
 (-20) - 10 = -30 & (-10) - 20 = -30
 \end{array}$$

c) Milyen lesz két egész szám szorzata?

1. tényező \ 2. tényező	pozitív	negatív	0
pozitív	+	-	0
negatív	-	+	0
0	0	0	0

$$\begin{array}{ll}
 20 \cdot 10 = 200 & 10 \cdot 20 = 200 \\
 (-20) \cdot (-10) = 200 & (-10) \cdot (-20) = 200 \\
 20 \cdot (-10) = -200 & 10 \cdot (-20) = -200 \\
 (-20) \cdot 10 = -200 & (-10) \cdot 20 = -200
 \end{array}$$

d) Milyen lesz két egész szám hányadosa?

osztandó \ osztó	pozitív	negatív	0
pozitív	+	-	nincs
negatív	-	+	nincs
0	0	0	nincs

$$\begin{array}{ll}
 20 : 10 = 2 & 10 : 0 = \text{nincs} \\
 (-20) : (-10) = 2 & (-10) : 0 = \text{nincs} \\
 20 : (-10) = -2 & 0 : (-20) = 0 \\
 (-20) : 10 = -2 & 0 : 0 = \text{nincs}
 \end{array}$$

2. Írd le a 48-at szorzatalakban! Keress minél több megoldást! A tényezők egész számok legyenek!

$$\begin{aligned}
 48 &= (-48) \cdot (-1) = (-24) \cdot (-2) = (-16) \cdot (-3) = (-12) \cdot (-4) = (-8) \cdot (-6) = (-6) \cdot (-8) = \\
 &= (-4) \cdot (-12) = (-3) \cdot (-16) = (-2) \cdot (-24) = (-48) \cdot (-1) = 48 \cdot 1 = 24 \cdot 2 = 6 \cdot 3 = 12 \cdot 4 = \\
 &= 8 \cdot 6 = 6 \cdot 8 = 4 \cdot 12 = 3 \cdot 16 = 2 \cdot 24 = 48 \cdot 1
 \end{aligned}$$

Készítsd el a (-48) szorzatalakjait is!

$$-48 = (-48) \cdot 1 = (-24) \cdot 2 = (-16) \cdot 3 = (-12) \cdot 4 = (-8) \cdot 6 = (-6) \cdot 8 = (-4) \cdot 12 = (-3) \cdot 16 =$$

$$(-2) \cdot 24 = (-48) \cdot 1 = 48 \cdot (-1) = 24 \cdot (-2) = 16 \cdot (-3) = 12 \cdot (-4) = 8 \cdot (-6) = 6 \cdot (-8) = 4 \cdot (-12) = 3 \cdot (-16) = 2 \cdot (-24) = 48 \cdot (-1)$$

3. A szorzat és a hányados változásai és változatlanúsága

Táblázatokban, sorozatokban figyeljék meg a gyerekek a szorzat és a hányados változásait! Például: Hogyan változik a szorzat, ha az egyik tényezőt 2-szeresére, -2 -szeresére... változtatjuk? Hogyan változik a hányados, ha az osztandót a 2-szeresére, -2 -szeresére... változtatjuk?

A helyes megfigyelésekről ítéletek segítségével győződhetünk meg. Helyezzünk színes fóliacsíkot a táblázatban a megfelelő sorra illetve oszlopra, ezzel segítjük a számok kiemelését. A 4. feladatlap 1. táblázatában sok érdekességet fedezhetnek fel a gyerekek. A jobb képességű tanulóknak ki is adhatjuk kutatási feladatnak, hogy gyűjtsenek a sorok, oszlopok, számok között érdekességeket.

4. FELADATLAP

1. Töltsd ki a táblázatot!

·	(-8)	(-4)	(-2)	2	4	8	(-9)	(-6)	(-3)	3	6	9
(-12)	96	48	24	-24	-48	-96	108	72	36	-36	-72	-108
(-6)	48	24	12	-12	-24	-48	54	36	18	-18	-36	-54
(-4)	32	16	8	-8	-16	-32	36	24	12	-12	-24	-36
(-3)	24	12	6	-6	-12	-24	27	18	9	-9	-18	-27
(-2)	16	8	4	-4	-8	-16	18	12	6	-6	-12	-18
2	-16	-8	-4	4	8	16	-18	-12	-6	6	12	18
3	-24	-12	-6	6	12	24	-27	-18	-9	9	18	27
4	-32	-16	-8	8	16	32	-36	-24	-12	12	24	36
6	-48	-24	-12	12	24	48	-54	-36	-18	18	36	54
12	-96	-48	-24	24	48	96	-108	-72	-36	36	72	108

2. Keress az előző táblázatban olyan sorokat vagy oszlopokat, amelyek alapján választhatsz a kérdésekre!

Hogyan változik a szorzat, ha

- | | |
|---|--------------------------|
| a) az első tényezőt 2-szeresére változtatjuk; | 2-szeresére változik |
| b) a második tényezőt 2-szeresére változtatjuk; | 2-szeresére változik |
| c) mindkét tényezőt 2-szeresére változtatjuk; | 4-szeresére változik |
| d) az első tényezőt (-2) -szeresére változtatjuk; | -2 -szeresére változik |
| e) a második tényezőt (-2) -szeresére változtatjuk; | -2 -szeresére változik |
| f) mindkét tényezőt (-2) -szeresére változtatjuk? | 4-szeresére változik |

3. Az 1. feladat táblázatában színezd kékre a $2 \cdot (-3)$ szorzatot! Színezd sárgával az összes olyan mezőt, ahol ennek a számnak a 6-szorosát találsz! Figyeld meg, hogyan változtak a tényezők!

4. Színezd a táblázatban zöldre a 24-et! Legyen a 24 az osztandó! Írj osztásokat!

Például: $24 : (-2) = -12$; $24 : (-4) = -6$; $24 : (-8) = -3$

Hogyan változik a hányados, ha

- | | |
|--|-------------------------------------|
| a) az osztót 2-szeresére változtatjuk; | felére változik |
| b) az osztót a felére változtatjuk; | 2-szeresére változik |
| c) az osztót (-2) -szeresére változtatjuk? | a felének az ellentettjére változik |

4. Bontott alakú számok összehasonlítása, rendezése a műveleti tulajdonságok alapján

A műveletek tulajdonságait nem felmondani akarjuk, hanem alkalmaztatni. A megoldásra javasolt feladatok (5. feladatlap, Feladatgyűjtemény 3.) során kiderülhet, hogy ki-ki milyen biztonsággal alkalmazza a tulajdonságokat, nem zavarja-e meg ezek alkalmazását téves analógia.

5. FELADATLAP

1. Tedd ki a $<$, $>$, $=$ jelek közül a megfelelőt!

$$20 \cdot (-4) \quad = \quad 10 \cdot (-8)$$

$$20 \cdot (-3) \quad = \quad 6 \cdot (-20)$$

$$(-4) \cdot (-12) \quad > \quad (-12) \cdot 4$$

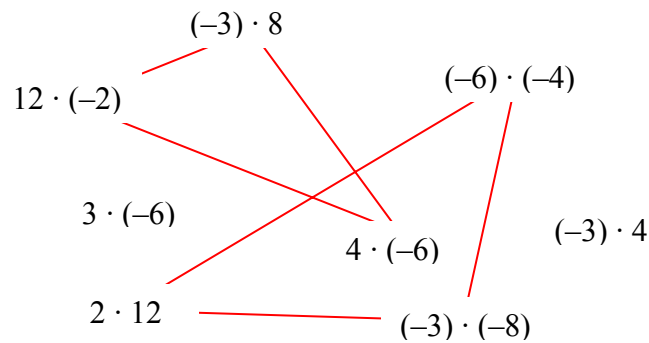
$$(-5) \cdot (-12) \quad = \quad |-5| \cdot |-12|$$

$$(-10) \cdot (-12) \quad = \quad 10 \cdot 12$$

$$(-2) \cdot 3 \quad > \quad (-10) \cdot 15$$

2.

a) A műveletek elvégzése nélkül kösd össze az egyenlőket!

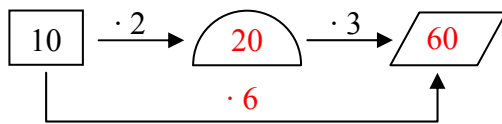


b) Rendezd növekvő sorrendbe a különbözőket!

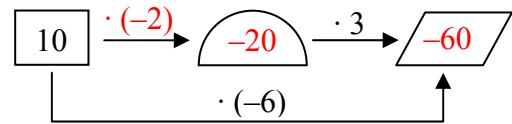
-24; -18; -12; 24

3. Írd az üres keretekbe a hiányzó számokat, illetve a nyilakra a hiányzó műveleteket!

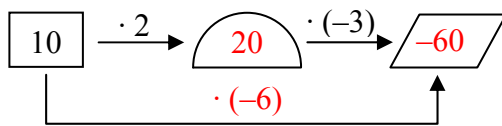
a)



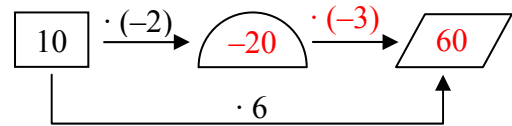
c)



b)



d)



4. Jelölj meg az előző feladatlap táblázatában három oszlopot, amelyben két oszlopba írt számok soronkénti összege a 3. oszlop számait adja! Írj róluk számfeladatokat!

$$(-12) \cdot 3 + (-12) \cdot 6 = (-12) \cdot 9$$

$$(-6) \cdot 3 + (-6) \cdot 6 = (-6) \cdot 9$$

stb.

5. Keres további érdekességeket a táblázatban! Találsz magyarázatot is ezekre az érdekességekre?

6. $\square \cdot \frown \cdot \parallel$

Válassz mindegyik keretbe egy-egy számot! Írd valamelyik keretbe a 2-t vagy az ellentettjét; egy másikba a -3 és a 3 közül válassz; az utolsóba a -5 vagy az 5 kerüljön! Lesznek-e a különböző módon kijelölt szorzatok között egyenlők? Sejtésedet ellenőrizd számolással!

$$(-2) \cdot 3 \cdot (-5) = (-2) \cdot (-3) \cdot 5 = 2 \cdot (-3) \cdot (-5) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

$$2 \cdot 3 \cdot (-5) = (-2) \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot (-3) \cdot 5 = (-2) \cdot (-3) \cdot (-5) = -30$$

stb.

Írd le azt a szorzatalakot, amelyikből a legegyszerűbb kiszámolni a (-2) , 3 és a (-5) számok szorzatát!

$$3 \cdot [(-2) \cdot (-5)] = [(-2) \cdot (-5)] \cdot 3 = 30$$

stb.

III. Sorozatok, nyitott mondatok

1. Előkészítést szolgáló tevékenységek

A sorozatok vizsgálatát összekapcsoljuk a számok tulajdonságainak és kapcsolataiknak a vizsgálatával. Az előkészítő tevékenységben megfigyeléseket végeztetünk a számok egyenletesen növekvő sorozatában eszközhasználat segítségével. Ehhez készítjük el a következő eszközöket:

1. Felcsavart számegegyenes

A **2. tanári melléklet**ből hozzunk létre négyszög illetve háromszög alapú hasábokat úgy, hogy a színes csíkok találkozásánál meghajtjuk a papírt, és a fehérén hagyott csíkot az első színes csíkkal összeragasztjuk. Készítsük el ragasztással a hosszú számszalagokat is!

2. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!

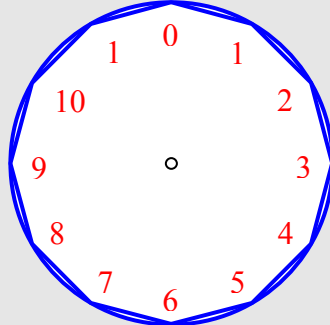


-32	-31	-30	-29	-28	-27	-26	-25	-24	
-23	-22	-21	-20	-19	-18	-17	-16	-15	
-14	-13	-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	
-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	
4	5	6	7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	19	20	21	
22	23	24	25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	37	38	39	

2. Egy óra számlapja, forgatható mutatóval

A **3. tanári melléklet**ben található számlap közepébe szúrjunk egy hajlított szívószál-darabot. Ez lehet a mutató, amit az óra mögött könnyen tudunk forgatni.

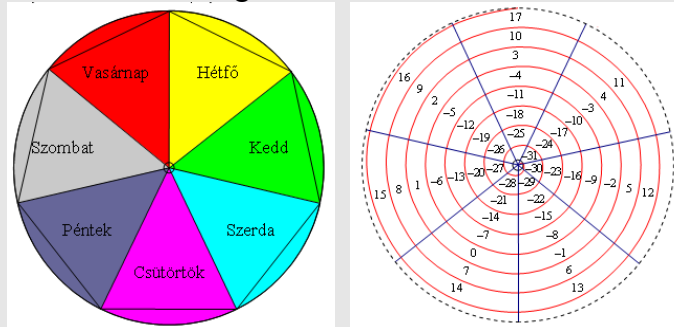
3. **tanári melléklet** – Lásd a modul végén és az eszközei közt!



3. Korong alakú naptár

A **4. tanári melléklet**ben található, napokat jelző korongot vágjuk be a vastagon megjelölt sugara mentén! A számokat tartalmazó korongot vágjuk be a csigavonal mentén, és rögzítsük össze a két korongot a középpontjuknál!

4. **tanári melléklet** – Lásd a modul végén és az eszközei közt!



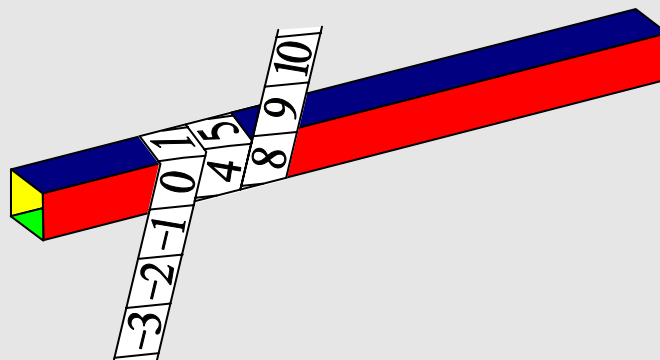
Ezekkel az eszközökkel képezünk számsorozatokot az egész számok körében. Javasoljuk, hogy igény esetén engedjük az eszközök használatát a további feladatok megoldásánál is, szükség esetén bíztassuk a gyerekeket, hogy készítsenek maguk is hasonló, jól felhasználható eszközt, amelyek segítik a feladatok megoldását.

Az általunk bemutatott eszközök a 3-asával, 4-esével, 7-esével illetve a 12-esével növekvő illetve csökkenő sorozatok vizsgálatára alkalmasak.

A javasolt tevékenységek:

1. A felcsavart számszalag tulajdonságai.

Helyezzük a számszalagra írt 0-t a hasáb valamelyik színes lapjára és kezdjük el feltekerni rá a számszalagot!



Néhány tekerés után kérdezhetünk:

„Feltekerem ezt a számszalagot erre a hasábra.

– Mely számok lesznek a hasáb piros lapján? Hogyan írhatjuk le ezeket a számokat matematikai jelekkel? ...; -12; -8; -4; 0; 4; 8; ... $\square \cdot 4$

– Milyen színű lapon lesz a (-10); (-8); (-6); ...? Hogyan írhatjuk le ezeket a számokat matematikai jelekkel? **sárga** ...; -10; -6; -2; 2; 6; 10; ... $\square \cdot 4 + 2$,

– Milyen színű lapon lesz két piros lapon lévő szám összege? **piros**
 És a különbsége? **piros**

– Hol találod két, kék lapon lévő szám összegét?...” **sárga**

Hasonló tevékenységeket végezhetünk a háromszögalapú hasábon.

„Milyen alapú hasábra lehet felcsavarva a számszalag, ha az egyik egyszínű lapján ezek a számok vannak: -18; -12; -6; 0; ...?” **hatszög**

„Milyen alapú hasábra lehet felcsavarva a számszalag, ha az egyik egyszínű lapján található számokra igaz, hogy $\square \cdot 5$ alakba írhatók?” **ötszög**

2. Tevékenységek az órával.

„A mi óránk csak egész órákat mutat, így csak egy mutatója van. Most 0 órát mutat.

– Hány óra múlva fog ismét 0 órát mutatni? Hány órával ezelőtt mutatott még 0 órát? Hogyan írhatjuk le ezeket a számokat matematikai jelekkel? ...-12; 0; 12; 24; ... $\square \cdot 12$

– Menyt fog mutatni 20 óra múlva? **8-at**

– Mennyit mutatott 20 órával ezelőtt? **4-et**

– Hány órával ezelőtt állt a mutató az 1-esen?” **... 11; 23; ...**

Az ellenőrzést végezze egy tanuló az eszköz segítségével!

Hasonló órákat készíthetünk „mesevilág”-ban, ahol az óra pl. 5 óra alatt jár körbe.

3. Megfigyelések a naptáron.

Állítsuk a 0-t a mai napra, és figyeljük meg, milyen nap lesz 30 nap múlva!

Olvassuk le az eszköz segítségével, milyen nap volt 30 nappal ezelőtt!

További kérdéseket fogalmazhatunk meg, hasonlóan, mint a másik két eszközzel, csak most a 7-es maradékosztályok elemeit és azok közös tulajdonságait gyűjtjük össze.

– „Hány nap múlva lesz ismét hétfő...? Hány nappal ezelőtt volt ugyancsak hétfő? Hogyan írhatjuk le ezeket a számokat matematikai jelekkel?” $\square \cdot 7$

2. Számsorozatok menetének vizsgálata

Az alapos előkészítést követheti a numerikus számolás, amelyben számsorozatok menetének vizsgálatát tűzzük ki célul. A negatív számmal való szorzás bevezetésekor már szerepeltek egyenletesen változó sorozatok. Ott eszköz szerepet töltöttek be. Most más célunk van ezekkel a feladatokkal, a sorozatok tulajdonságainak megfigyeltetése. Természetesen közben a műveletek gyakorlására is sor kerül.

Önálló munkában oldják meg a gyerekek a 6. feladatlap feladatait!

6. FELADATLAP

1. Végezd el a kijelölt szorzásokat!

a)	$20 \cdot 3 = 60$	b)	$21 \cdot 3 = 63$	c)	$19 \cdot 3 = 57$
	$20 \cdot 2 = 40$		$21 \cdot 2 = 42$		$19 \cdot 2 = 38$
	$20 \cdot 1 = 20$		$21 \cdot 1 = 21$		$19 \cdot 1 = 19$
	$20 \cdot 0 = 0$		$21 \cdot 0 = 0$		$19 \cdot 0 = 0$
	$20 \cdot (-1) = -20$		$21 \cdot (-1) = -21$		$19 \cdot (-1) = -19$
	$20 \cdot (-2) = -40$		$21 \cdot (-2) = -42$		$19 \cdot (-2) = -38$
	$20 \cdot (-3) = -60$		$21 \cdot (-3) = -63$		$19 \cdot (-3) = -57$
	$20 \cdot (-4) = -80$		$21 \cdot (-4) = -84$		$19 \cdot (-4) = -76$
	$20 \cdot (-5) = -100$		$21 \cdot (-5) = -105$		$19 \cdot (-5) = -95$

Mit gondolsz, melyik sorozatnak lesz tagja a -140 , -190 , -420 , -350 ?
Indokold az elképzelésedet!

-140 : a) -190 : c) -420 : a), b) -350 : egyiknek se

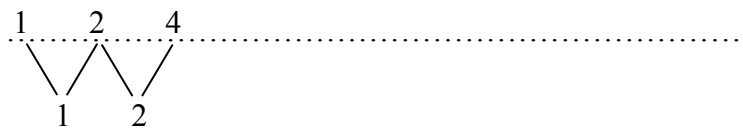
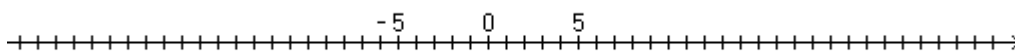
2. Folytasd a szorzótáblák kiterjesztését a negatív számokkal való szorzással!

a)	$6 \cdot 10 = 60$	b)	$3 \cdot 10 = 30$	c)	$9 \cdot 10 = 90$
	$6 \cdot 9 = 54$		$3 \cdot 9 = 27$		$9 \cdot 9 = 81$
	$6 \cdot 8 = 48$		$3 \cdot 8 = 24$		$9 \cdot 8 = 72$
	$6 \cdot 7 = 42$		$3 \cdot 7 = 21$		$9 \cdot 7 = 63$
	$6 \cdot 6 = 36$		$3 \cdot 6 = 18$		$9 \cdot 6 = 54$
	$6 \cdot 5 = 30$		$3 \cdot 5 = 15$		$9 \cdot 5 = 45$
	$6 \cdot 4 = 24$		$3 \cdot 4 = 12$		$9 \cdot 4 = 36$
	$6 \cdot 3 = 18$		$3 \cdot 3 = 9$		$9 \cdot 3 = 27$
	$6 \cdot 2 = 12$		$3 \cdot 2 = 6$		$9 \cdot 2 = 18$
	$6 \cdot 1 = 6$		$3 \cdot 1 = 3$		$9 \cdot 1 = 9$
	$6 \cdot 0 = 0$		$3 \cdot 0 = 0$		$9 \cdot 0 = 0$
	$6 \cdot (-1) = -6$		$3 \cdot (-1) = -3$		$9 \cdot (-1) = -9$
	$6 \cdot (-2) = -12$		$3 \cdot (-2) = -6$		$9 \cdot (-2) = -18$
	$6 \cdot (-3) = -18$		$3 \cdot (-3) = -9$		$9 \cdot (-3) = -27$
	$6 \cdot (-4) = -24$		$3 \cdot (-4) = -12$		$9 \cdot (-4) = -36$
	$6 \cdot (-5) = -30$		$3 \cdot (-5) = -15$		$9 \cdot (-5) = -45$
	$6 \cdot (-6) = -36$		$3 \cdot (-6) = -18$		$9 \cdot (-6) = -54$
	$6 \cdot (-7) = -42$		$3 \cdot (-7) = -21$		$9 \cdot (-7) = -63$
	$6 \cdot (-8) = -48$		$3 \cdot (-8) = -24$		$9 \cdot (-8) = -72$
	$6 \cdot (-9) = -54$		$3 \cdot (-9) = -27$		$9 \cdot (-9) = -81$
	$6 \cdot (-10) = -60$		$3 \cdot (-10) = -30$		$9 \cdot (-10) = -90$

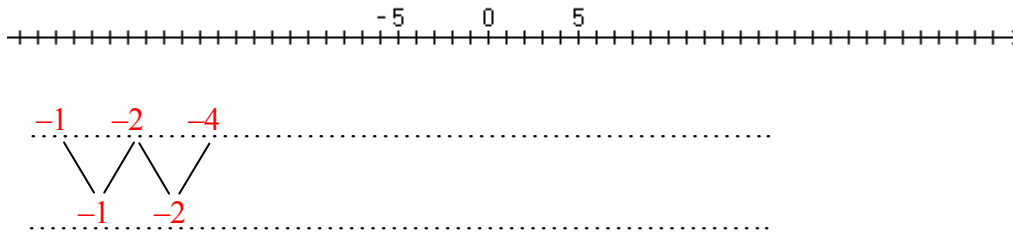
Keress érdekességeket a sorozatokon belül és a sorozatok között!

3. Képezd a sorozat hat tagját, és jelöld a számok helyét a számegyenesen! Írd le a sorozat néhány tagját, és képezz új sorozatot a szomszédos tagok különbségéből!

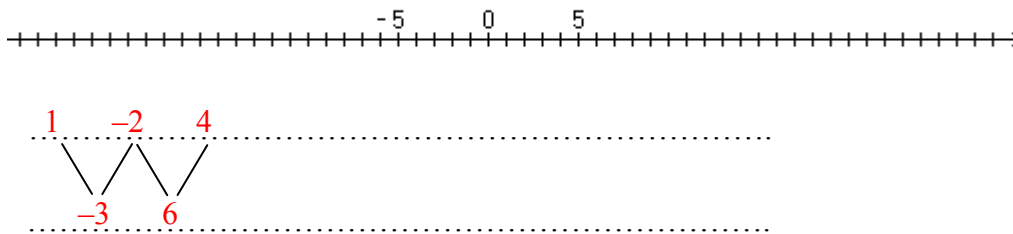
a) 1 -től indulva 2 -szerezéssel;



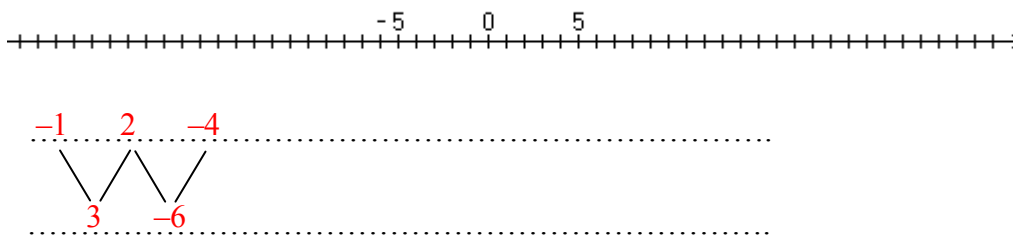
b) (-1) -től indulva 2 -szerezéssel;



c) 1 -től indulva (-2) -szerezéssel;



d) (-1) -től indulva (-2) -szerezéssel!



4. Indulj a 2-től!

a) Képezz sorozatot 2-szerezéssel!

2; 4; 8; 16; ...

b) Képezz sorozatot (-2) -szerezéssel!

2; -4 ; 8; -16 ; ...

Hasonlítsd össze a sorozatokat az előző feladat sorozataival! Fogalmazd meg észrevételeidet!

5. Indulj a (-2) -től!

a) Képezz sorozatot 2-szerezéssel!

-2 ; -4 ; -8 ; -16 ; ...

b) Képezz sorozatot (-2) -szerezéssel!

-2 ; 4; -8 ; 16; ...

Hasonlítsd össze a sorozatokat az előző feladat sorozataival! Fogalmazd meg észrevételeidet!

Kitekintésre alkalmas feladat még: Feladatgyűjtemény 4. feladata

3. Nyitott mondatok igazsághalmaza

Az előző feladatokban alkalmunk volt néhány állandó illetve változó különbségű sorozat képzési szabályának lejegyzésére algebrai alakban.

Most olyan számokat keresünk, amelyek igazzá tesznek nyitott mondatokat, és közben tapasztalatot szereztetünk a gyerekekkel az alaphalmaztól való függőségről, olyan egyenletek és egyenlőtlenségek kapcsolatáról, amelyekben ugyanazok a kifejezések vannak összekötve. Ezen a szinten nem célunk az egyenletek illetve az egyenlőtlenségek megoldásainak megtalálásához új módszert tanítani. Célunk, hogy a gyerekek tervszerű próbálgatással

keressék az egész számok valamely részhalmazában az egyenletek illetve egyenlőtlenségek megoldását.

Egy-egy feladat közös megbeszélését követően oldják meg a gyerekek önállóan a 7. feladatlap feladatait! További gyakorlásra javasoljuk a Feladatgyűjtemény 5., 6. feladatát.

7. FELADATLAP

1. Válaszd ki a -10 -nél nagyobb, de a 10 -nél kisebb egész számok közül azokat, amelyek igazá teszik a nyitott mondatokat! Készíts a füzetedbe mindegyik feladathoz számegyenest, és jelöld rajta a nyitott mondatot igazzá tevő számokat!
Hogyan változna a feladatok megoldása, ha tetszőleges egész számok között kereshetnénk?

a)	$\square \cdot 4 < 24$	$-9 \leq \square \leq 5$	b)	$\square \cdot (-4) > -24$	$-9 \leq \square \leq 5$
	$\square \cdot 4 > 24$	$7 \leq \square \leq 9$		$\square \cdot (-4) < 24$	$-5 \leq \square \leq 9$
	$\square \cdot 4 = 24$	$\square = 6$		$\square \cdot (-4) = 24$	$\square = -6$
c)	$\square \cdot 4 < -24$	$-9 \leq \square \leq -7$	d)	$-24 < \square \cdot 4 < 24$	$-5 \leq \square \leq 5$
	$\square \cdot 4 > -24$	$-5 \leq \square \leq 9$			
	$\square \cdot 4 = -24$	$\square = -6$	e)	$-24 < \square \cdot (-4) = 24$	$\square = -6$

2. Írj a feladatokról nyitott mondatot, és keresd a számot!

a) Melyik az a szám, amelyben háromszor van meg a -3	$\square : (-3) = 3$	$\square = -9$
b) Hányszor van meg a -4 a 12 -ben?	$12 : (-4) = \square$	$\square = -3$
c) Melyik szám van meg a 24 -ben -8 -szor?	$24 : \square = -8$	$\square = -3$
d) Hányszor kell venni a -4 -et, hogy -32 -t kapjunk?	$(-4) \cdot \square = -32$	$\square = 8$
e) Melyik szám ötszöröse a -30 ?	$\square \cdot 5 = -30$	$\square = -6$
f) Hányszor van meg a 0 -ban a -2 ?	$0 : (-2) = \square$	$\square = 0$
g) Melyik számban van meg ötször a 0 ?	$\square : 0 = 5$	$\square = \text{nincs}$
h) Melyik szám 0 -szorososa a 12 ?	$\square \cdot 0 = 12$	$\square = \text{nincs}$
i) Hányszorososa a 0 -nak a 10 ?	$0 \cdot \square = 10$	$\square = \text{nincs}$

3. Írd a számokat egy-egy cédulára: -6 ; -5 ; -4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 !

a) Keverd össze őket, és húzz ki közülük két számot!

Gyűjtsd külön csoportba azokat a számpárokat, amelyek igazá teszik az $x \cdot y = 12$ nyitott mondatot! Keresd az összes megoldást!

$$12 = (-6) \cdot (-2) = (-4) \cdot (-3) = (-3) \cdot (-4) = (-2) \cdot (-6) = 6 \cdot 2 = 4 \cdot 3 = 3 \cdot 4 = 2 \cdot 6$$

b) Gyűjtsd külön csoportba azokat a számpárokat, amelyek igazá teszik az $x \cdot y = -12$ nyitott mondatot! Keresd az összes megoldást!

$$12 = (-6) \cdot 2 = (-4) \cdot 3 = (-3) \cdot 4 = (-2) \cdot 6 = 6 \cdot (-2) = 4 \cdot (-3) = 3 \cdot (-4) = 2 \cdot (-6)$$

IV. Összefüggések megjelenítése koordinátarendszerben

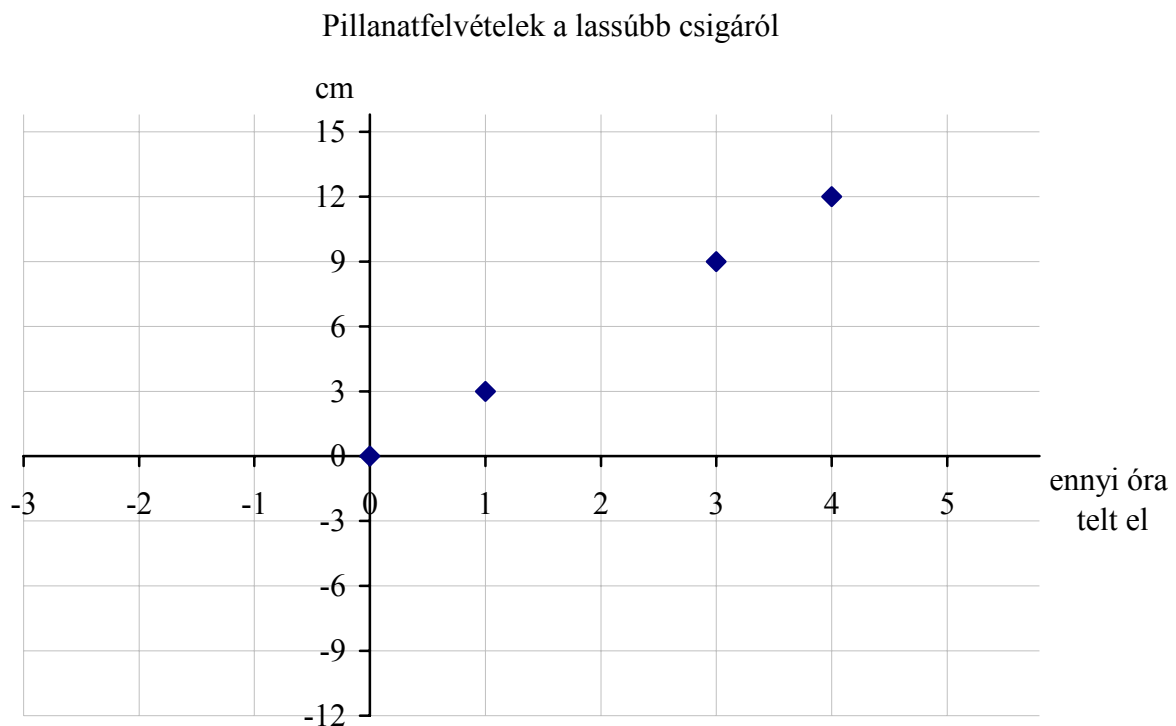
1. Előkészítést szolgáló beszélgetés

Ezen az órán különféle problémákból kiindulva előkészítjük a függvényfogalmat. Emellett a táblázatok, grafikonok használatára, magyarázatára, a bennük nem szereplő adatok becslésére szeretnénk tanítani a gyerekeket.

8. FELADATLAP

1. Egy csiga mászik egyenletes tempóval fölfelé a fán, minden órában 3 cm-es utat tesz meg. Mozgásáról pillanatfelvételeket készítettünk, és ezeket egymás mellé helyeztük. 0-val jelöltük az első felvétel időpontját és a csiga akkori helyzetét.

Ilyen ábrát kaptunk:



Jelöld, milyen felvétel készülhetett volna 2 óra, 5 óra múlva!

És ha korábban is fényképeztünk volna?

2. Milyen „fotósorozat” készülhetne arról a csigáról, amelyik óránként 4 centimétert tesz meg? Készíts táblázatot, és rajzold le a fotókat az előzőhöz hasonlóan!”

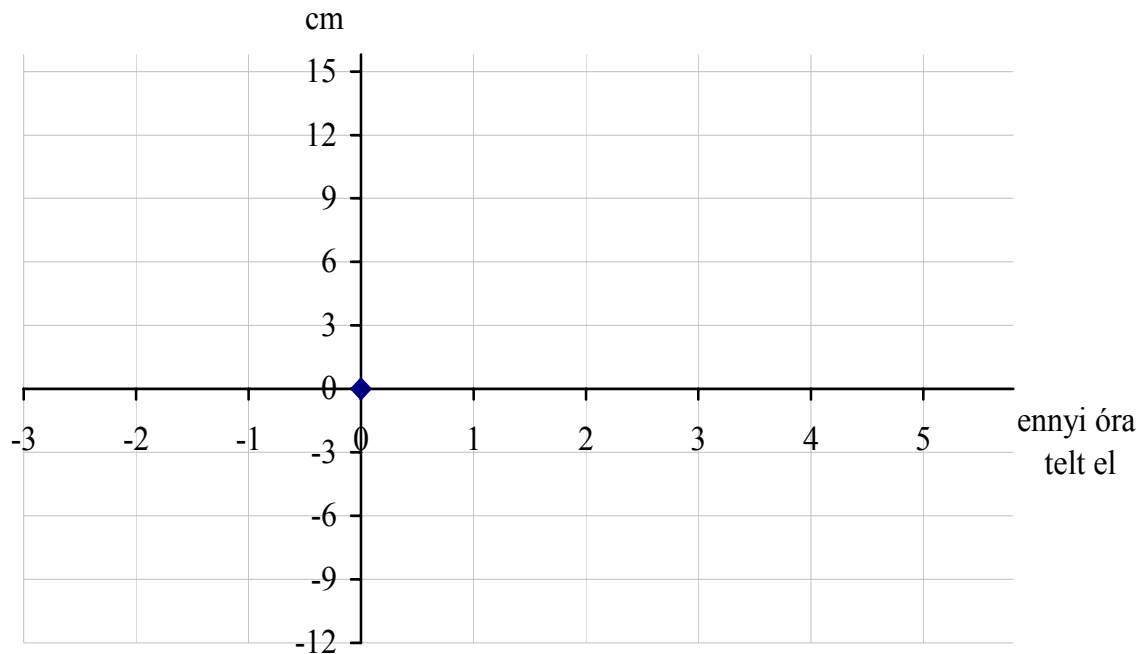
a felvétel ideje (x óra)	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5

a megtett távolság (y cm)	-16	-12	-8	-4	0	4	8	12	16	20
------------------------------	-----	-----	----	----	---	---	---	----	----	----

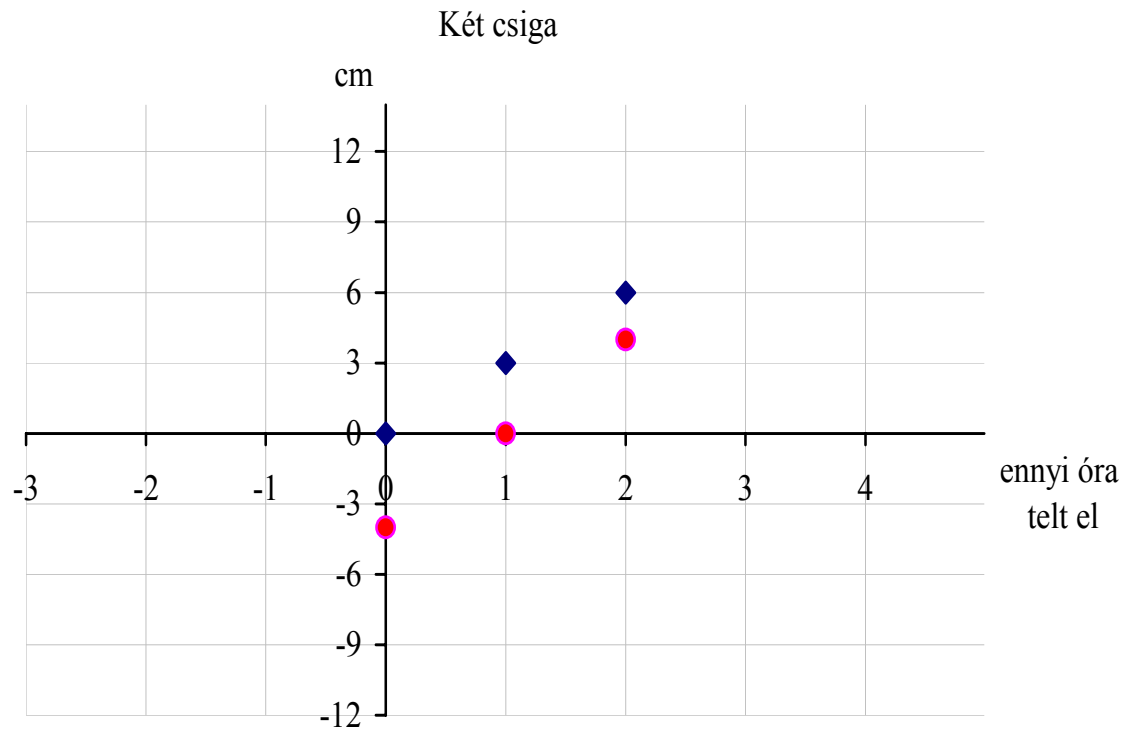
Írd le nyitott mondattal, milyen kapcsolat van a felvétel ideje és a csiga helyzete között!

$$4 \cdot x = y$$

Pillanatfelvételek a gyorsabb csigáról



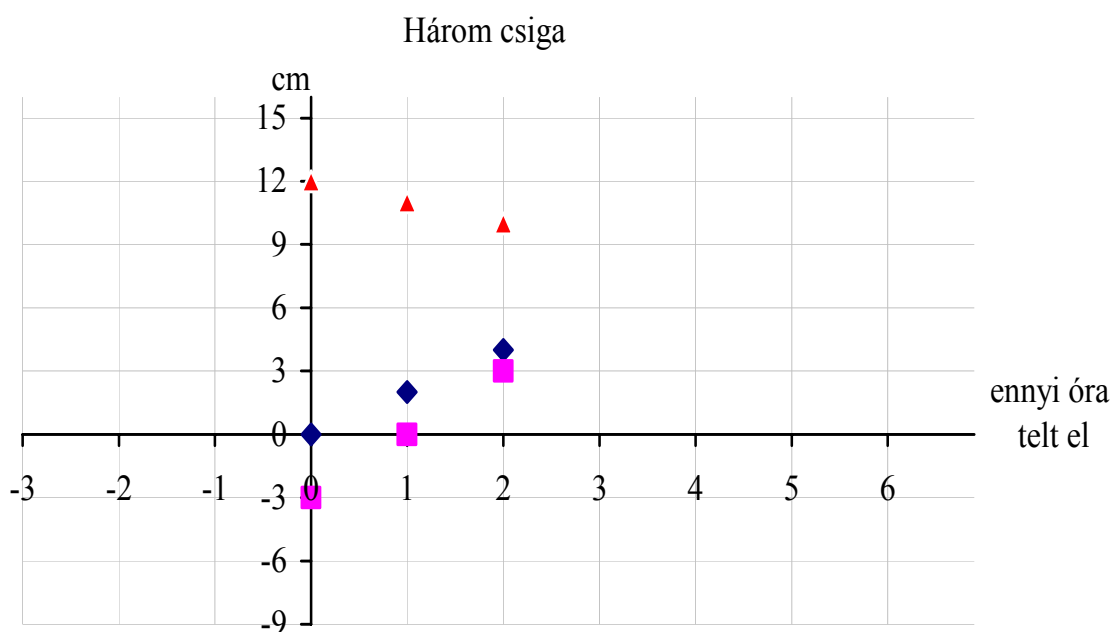
3. Két csiga mászik, az egyik óránként 4 cm-t tesz meg, a másik 3-at. Mit olvashatsz le a pillanatfelvételekről? Mit gondolsz, utoléri-e a gyorsabb csiga a lassúbbat? **Igen, a 3. órában.**
Mekkora volt a távolság köztük az első felvétel előtt 2 órával? **6 cm**



4. Mit olvashatsz le a három csigáról készült fotósorozatról?

Állapítsd meg, melyik állítás igaz!

- a) Két csiga fölfelé, egy lefelé mászik a rúdon. **igaz**
- b) A fölfelé mászó csigák közül az egyik 2-szer akkora távolságot tesz meg egy óra alatt, mint a másik. **hamis**
- c) A lefelé araszoló csiga a leglassúbb. **igaz**
- d) A fölfelé mászó csigák fognak leghamarabb találkozni. **igaz**
- e) Lesz olyan időpont, amikor mind a három csiga ugyanakkora magasságban lesz. **hamis**
- f) Két órával az első fotó előtt két csiga között több, mint 20 centiméter volt a távolság. **igaz**



2. Adott összefüggést igazgá tevő számpárok ábrázolása párhuzamos egyenespáron, illetve koordináta-rendszerben

Ebben a részben valóságtartalmú előkészítést követően térünk rá adott kétváltozós nyitott mondatot igazgá tevő számpárok ábrázolására párhuzamos számegyenes-páron, majd koordináta-rendszerben. Ezzel a tevékenységgel még nem célunk semmiféle ismeret közlése, csupán szoktatjuk a gyerekeket ahhoz, hogy pontokat megjelenítsenek, vagy pontok helyét leolvassák, ellenőrizni tudjanak számpárokat, hogy igazgá tesznek-e nyitott mondatokat. Azt reméljük, hogy ez a gyakran és hosszú időn keresztül elő-előbukkanó tevékenység természetes módon válik szokásukká és tudatossá számukra. Ezekon a tevékenységeken keresztül persze találkoznak lineáris és nem lineáris függvénykapcsolatokkal is, amelyek közti szemléletes különbség feltűnő lehet számukra.

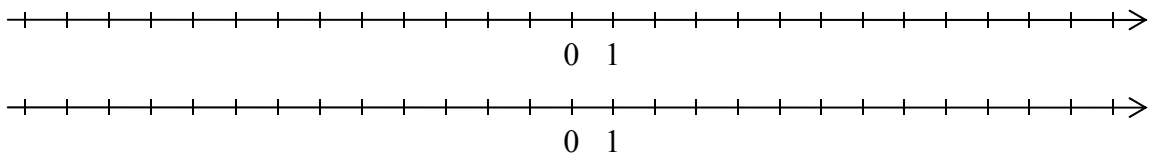
A 9. feladatlap sem vár többet a gyerekektől. A Feladatgyűjtemény 7. feladata további gyakorlást tesz lehetővé.

9. FELADATLAP

1. Töltsd ki a táblázatot, és jelöld az összetartozó számokat a párhuzamos számegyenes-páron!

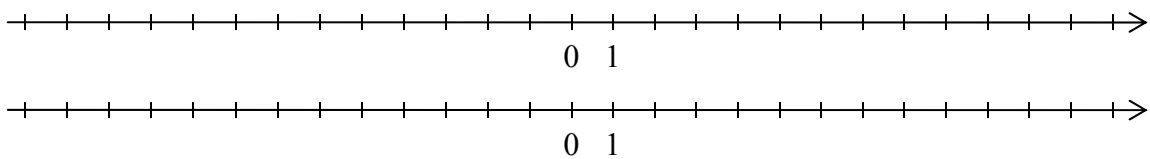
a) $y = 12 - x$

x	-12	-6	18	3	-3	4	6	-1	1
y	-24	-18	-6	9	15	8	6	13	11



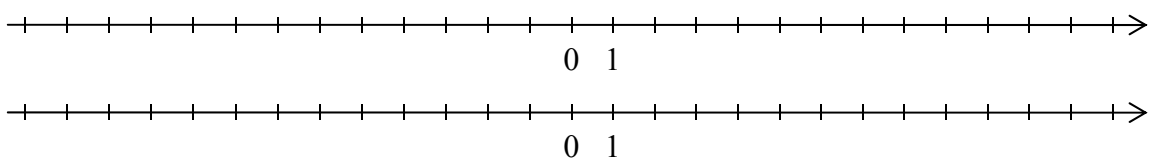
b) $y = (-2) \cdot x$

x	-12	-6	3	3	-3	4	-3	-1	1
y	24	12	-6	-6	6	-8	6	2	-2



c) $x \cdot y = 12$

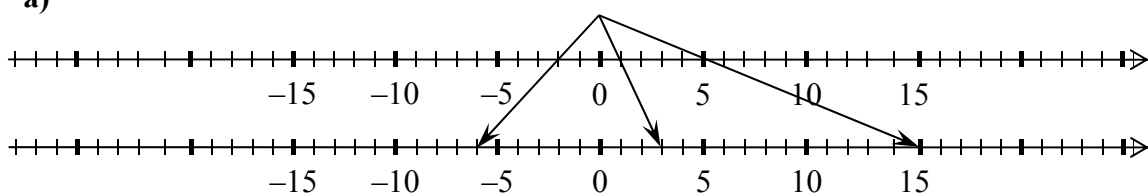
x	-12	-6	-2	3	-3	4	2	-1	1
y	-1	-2	-6	4	-4	3	6	-12	12



Beszéljük meg a gyerekekkel, mit értünk a számok egymáshoz rendelésén! Mutassunk egy példát: Az egy irányba mutató nyilak az első számegyenesen kijelölik az 1-et, a másodikon a 3-at. Ezek a nyilak az 1-hez a 3-at rendelik. Mi tartozik az 5-höz? Mi tartozik a -2-höz? Húzzunk be további nyilakat!

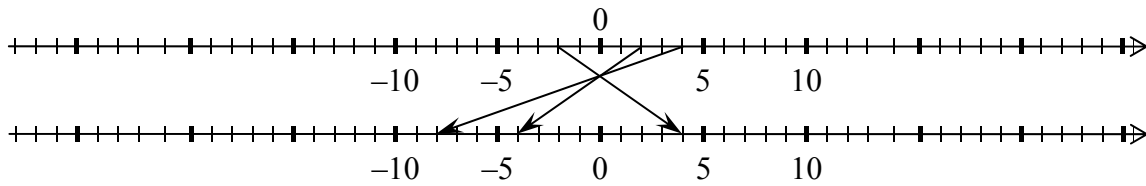
2. Milyen kapcsolat van az egymáshoz rendelt számok között?

a)



$$y = x \cdot 3$$

b)



$$y = x \cdot (-2)$$

3. Bontsd a 36-ot minden lehetséges módon két egész szám szorzatára!

Készíts a számpárokhoz táblázatot! A táblázatba gyűjtött számpárok legyenek pontok koordinátái! Ábrázold a pontokat koordináta-rendszerben! A füzetedben dolgozz!

$1 \cdot 36$; $2 \cdot 18$; $3 \cdot 12$; $4 \cdot 9$; $6 \cdot 6$; $(-1) \cdot (-36)$; $(-2) \cdot (-18)$; $(-3) \cdot (-12)$; $(-4) \cdot (-9)$; $(-6) \cdot (-6)$

4. Bontsd a -36 -ot minden lehetséges módon két egész szám szorzatára!

Készíts a számpárokhoz táblázatot, és jelöld a pontokat koordináta-rendszerben! A füzetedben dolgozz!

$(-1) \cdot 36$; $(-2) \cdot 18$; $(-3) \cdot 12$; $(-4) \cdot 9$; $(-6) \cdot 6$; $1 \cdot (-36)$; $2 \cdot (-18)$; $3 \cdot (-12)$; $4 \cdot (-9)$

FELADATGYŰJTEMÉNY

1. Pótold a hiányzó számokat, illetve írd a nyilakra a hiányzó műveleteket!

a) $7 \cdot (-8) = -56$ and $-56 : (-8) = 7$

b) $-2 \cdot 3 = -6$ and $-6 : 3 = -2$

c) $-9 \cdot (-4) = 36$ and $36 : (-4) = -9$

d) $-7 \cdot (-4) = 28$ and $28 : (-4) = -7$

e) $3 \cdot (-7) = -21$ and $-21 : (-7) = 3$

f) $-4 \cdot (-3) = 12$ and $12 : (-3) = -4$

2. Építsd fel a piramist szorzással! (Két egymás melletti téglalapra írt szám szorzata adja a fölöttük álló számot.)

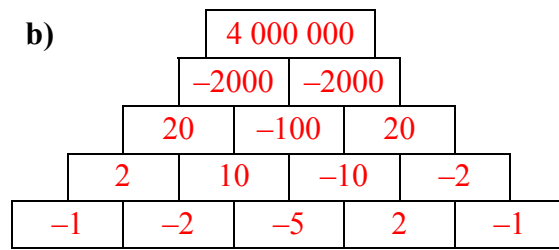
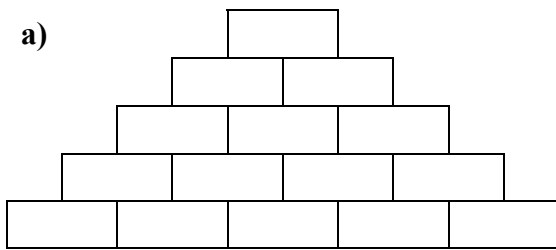
a)

1 000 000				
1000		1000		
-10	-100	-10		
1	-10	10	-1	
-1	-1	10	1	-1

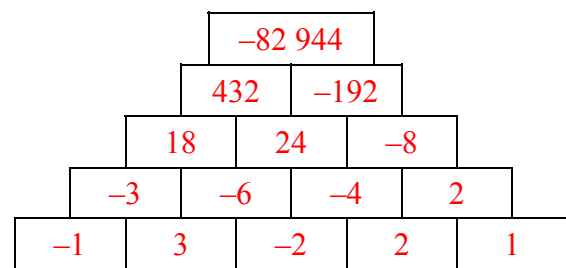
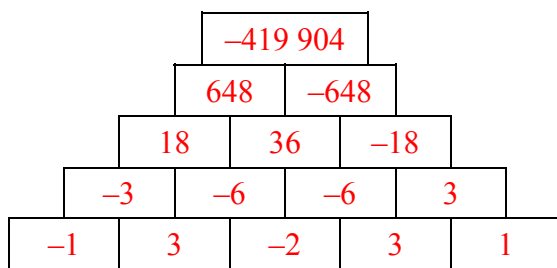
b)

5120				
-16		-320		
2	-8	40		
1	2	-4	-10	
-1	-1	-2	2	-5

Írd a piramis alsó sorában kapott számokat más sorrendbe! El lehet-e helyezni a számokat olyan sorrendbe, hogy a csúcsszám növekedjen?



Válassz a piramis alsó sorába a -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 számok közül úgy, hogy a csúcsszám negatív legyen!



3. Töltsd ki a táblázat üres mezőit! Az osztandó az első oszlopban, az osztó az első sorban található.

a)

:	-10	2	10	-2	-5	5
60	-6	30	6	-30	-12	12
20	-2	10	2	-10	-4	4
-30	3	-15	-3	15	6	-6
-20	2	-10	-2	10	4	-4
30	-3	15	3	-15	-6	6

b) A kitöltött táblázatban karikázd be ugyanolyan színnel az egyenlő számokat! Írd le a hozzájuk tartozó osztásokat és fogalmazd meg, hogyan változott az osztandó és hogyan az osztó!

.....

4. Számítsd ki a sorozat első három tagját, aztán folytasd még négy további taggal!

a) 2 ; $2 \cdot 2$; $2 \cdot 2 \cdot 2$; ...

2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; 64 ; 128

b) -2 ; $-(2 \cdot 2)$; $-(2 \cdot 2 \cdot 2)$; ...

-2 ; -4 ; -8 ; -16 ; -32 ; -64 ; -128

c) (-2) ; $(-2) \cdot (-2)$; $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$; ...

-2 ; 4 ; -8 ; 16 ; -32 ; 64 ; -128

d) $-(-2)$; $-[(-2) \cdot (-2)]$; $-[(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)]$; ...

2 ; -4 ; 8 ; -16 ; 32 ; -64 ; 128

5. Keresd az egész számok között a nyitott mondatok megoldását!

$$\begin{array}{l} \mathbf{a)} \quad \boxed{12} : 2 = 6 \\ (-12) : \boxed{-2} = 6 \\ 12 : \boxed{2} = 6 \end{array} \quad \mathbf{b)} \quad \begin{array}{l} \boxed{-12} : (-2) = 6 \\ (-12) : \boxed{2} = -6 \\ 12 : \boxed{-2} = -6 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{c)} \quad \boxed{12} : 3 = 4 \\ (-12) : \boxed{-3} = 4 \\ 12 : \boxed{-4} = -3 \end{array} \quad \mathbf{d)} \quad \begin{array}{l} \boxed{-12} : (-6) = 2 \\ (-12) : \boxed{-2} = 6 \\ 12 : \boxed{-6} = -2 \end{array}$$

6. Válaszd ki a -13 -nál nagyobb, de a 13 -nál kisebb egész számok közül azokat a 4 -gyel osztható számokat, amelyek igazá teszik a nyitott mondatokat! Készíts a füzetedbe mindegyik feladathoz számegeyenest, és jelöld rajta a nyitott mondatot igazá tevő számokat!

a) $\square : 4 < 3$ **8; 4; -4; -8; -12** b) $\square : (-4) > -3$ **8; 4; -4; -8; -12**
 $\square : 4 > 3$ **nincs** $\square : (-4) < 3$ **12; 8; 4; -4; -8**
 $\square : 4 = 3$ **12** $\square : (-4) = 3$ **-12**

c) $\square : 4 < -3$ **nincs** d) $-3 < \square : 4 < 3$ **8; 4; -4; -8**
 $\square : 4 > -3$ **12; 8; 4; -4; -8**
 $\square : 4 = -3$ **-12** e) $-3 < \square : (-4) = 3$ **-12**

Hogyan változna a feladatok megoldása, ha tetszőleges egész számok között kereshetnénk?

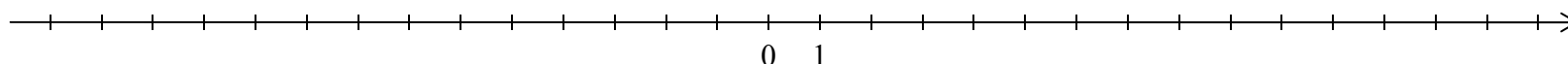
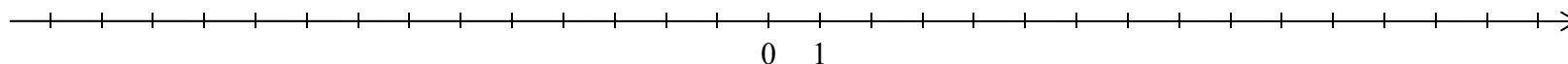
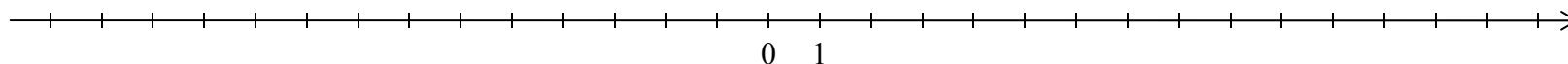
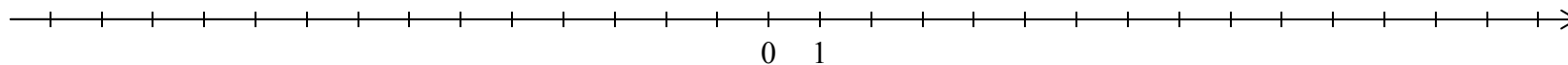
7. Töltsd ki a táblázatot! Jelöld meg az összetartozó számokat koordináta-rendszerben!

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
$x \cdot 3$	-15	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9

0623 – 1. tanári melléklet (16 db műveletkártya + 8 db számegyenes)

Osztályonként 8 (csoportonként 1) készlet ebben a méretben géppapírra nyomva.

$(-3) \cdot 4$	$(-3) \cdot 3$	$2 \cdot (-3)$	$4 \cdot (-2)$	$(-2) \cdot 4$	$(-5) \cdot 2$	$2 \cdot (-5)$	$2 \cdot 3$
----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	-------------



$$(-8) / 4$$

$$(-12) / 3$$

$$(-12) : (-3)$$

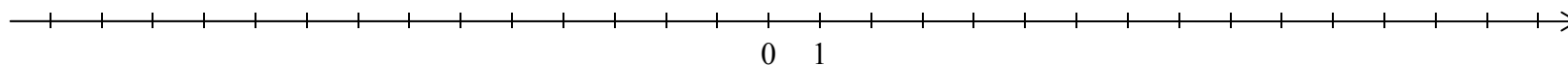
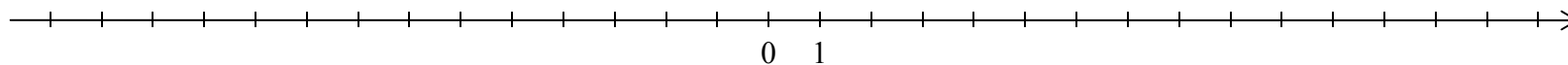
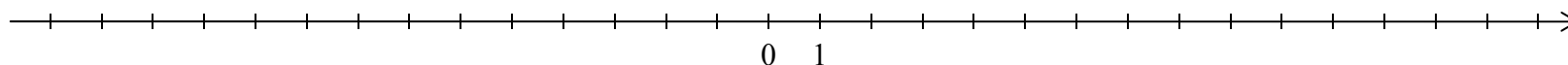
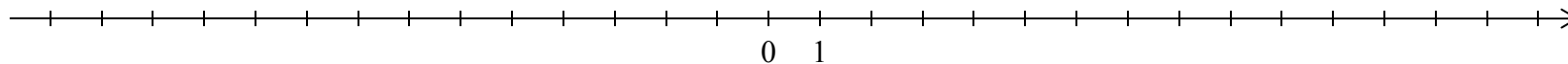
$$4 / (-2)$$

$$6 : (-2)$$

$$(-10) : (-2)$$

$$10 : 5$$

$$(-6) : 3$$



0623 – 2. tanári melléklet (4 oldal)

Osztályonként egy készlet, ebben a méretben az 1. és 2. színes oldal kartonlapra nyomva, a 3., 4. oldal géppapírra nyomva.



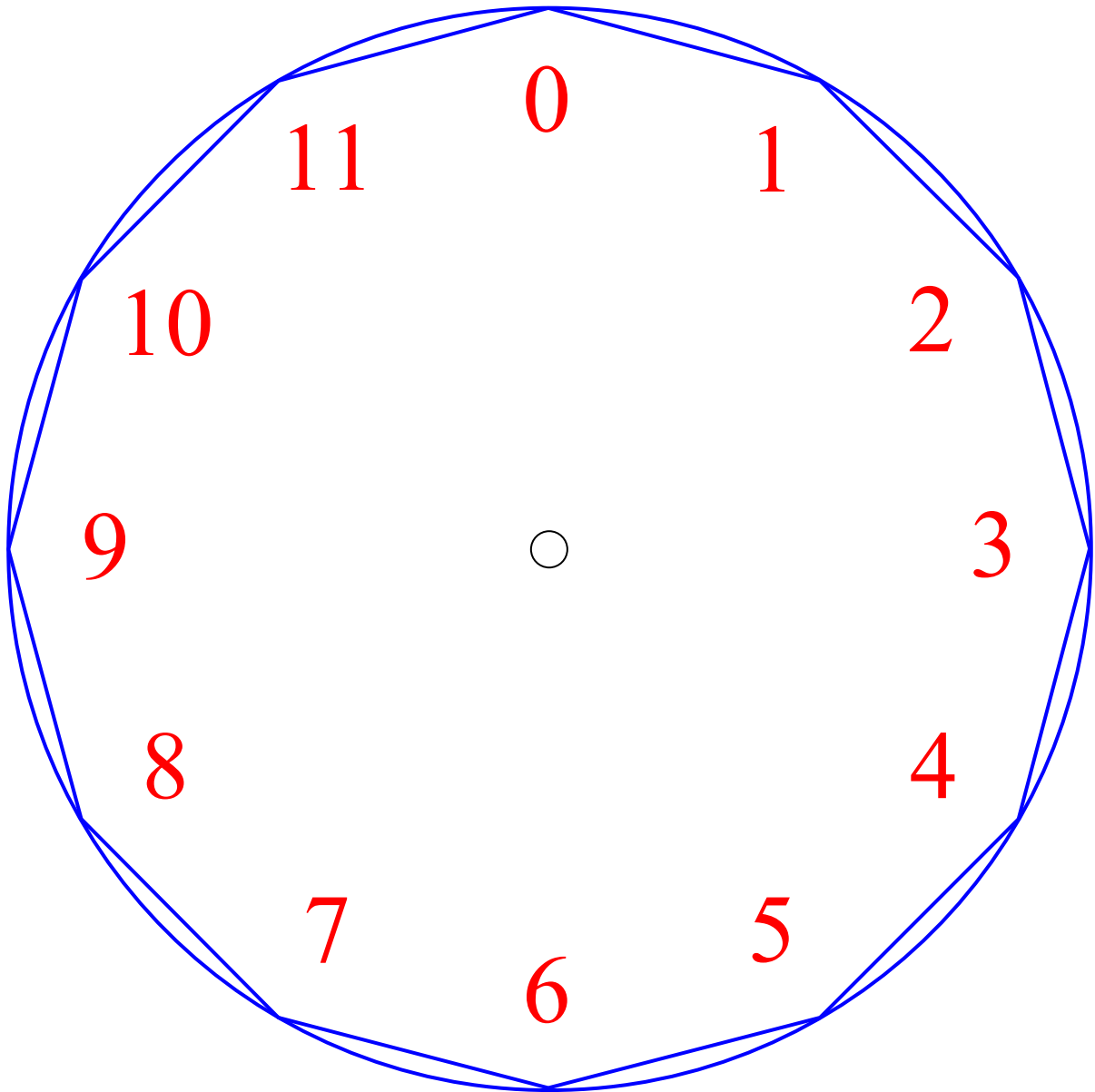


-32	-31	-30	-29	-28	-27	-26	-25	-24	
-23	-22	-21	-20	-19	-18	-17	-16	-15	
-14	-13	-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	
-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	
4	5	6	7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	19	20	21	
22	23	24	25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	37	38	39	

-32	-31	-30	-29	-28	-27	-26	-25	-24	
-23	-22	-21	-20	-19	-18	-17	-16	-15	
-14	-13	-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	
-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	
4	5	6	7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	19	20	21	
22	23	24	25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	37	38	39	

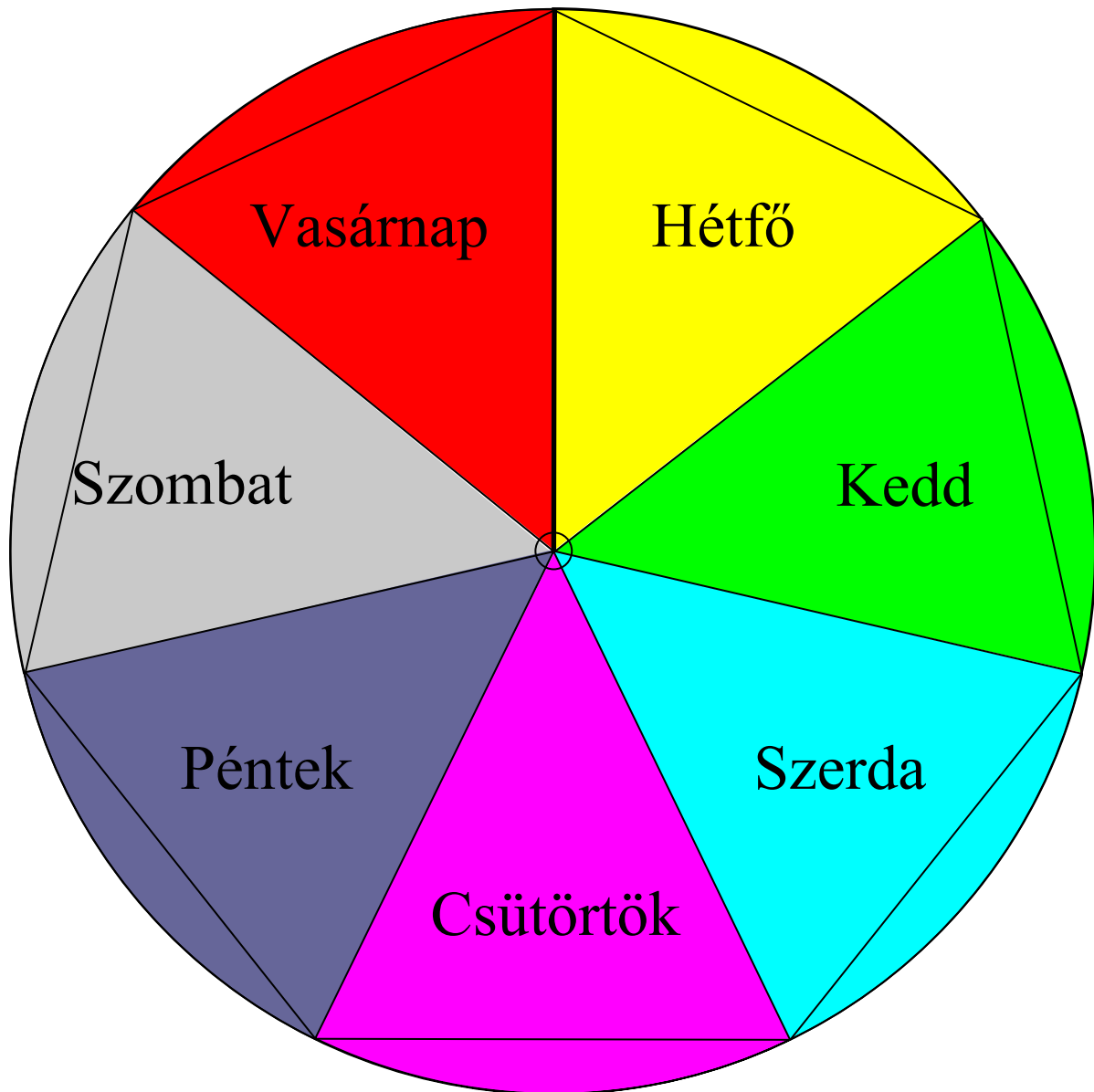
0623 – 3. tanári melléklet

Osztályonként egy darab, ebben a méretben kartonlapra nyomva.



0623 – 4. tanári melléklet (2 oldal)

Osztályonként 1 készlet, ebben a méretben kartonlapra nyomva. A kört ki kell vágni, és a vastag sugár mentén bevágni.



A kört ki kell vágni, és a piros spirálvonal mentén bevágni.

