
MÉRÉSEK, GEOMETRIAI SZÁMÍTÁSOK

Téglatestek térfogata

KÉSZÍTETTE: TÓTH LÁSZLÓ

MODULLEÍRÁS

A modul célja	Téglatestek térfogatának kiszámítása; a térfogatszámítás gyakorlása.
Időkeret	4 óra
Ajánlott korosztály	5. osztály
Modulkapcsolódási pontok	<p><i>Tágabb környezetben:</i> Testek, mérések.</p> <p><i>Szűkebb környezetben:</i> Téglatest felszíne, térfogata. 0533. modul</p> <p><i>Ajánlott megelőző tevékenységek:</i> A testek térfogatának mérése, mértékegységei. 0591. modul.</p> <p><i>Ajánlott követő tevékenységek:</i> További testek térfogata 7–8. osztályban (hasábok, hengerek, gúlak), 0683., 0783., 0854., 0883. modulok.</p>
A képességfejlesztés fókuszai	<p><i>Számolás kompetencia:</i> Fejszámolás, többszörös szorzatokkal. Írásbeli szorzások természetes számok körében.</p> <p><i>Kombinatívítás, rendszerezés kompetencia:</i> Osztók keresésével azonos térfogatú téglatestek éleinek meghatározása, kiválogatások, tényezőkre bontások.</p> <p><i>Becslés, mennyiségi következtetés:</i> Mért és becsült adatokból történő számítások.</p> <p><i>Szövegértés kompetencia:</i> A tanult elnevezések helyes használata. Szöveges feladatok értelmezése, átültetése a matematika nyelvére.</p> <p><i>Induktív következtetés:</i> A téglatest térfogatának számítása.</p>

AJÁNLÁS

Frontális, egyéni és csoportmunka vegyesen (kooperatív módszerek is). A gyerekek az órák alatt (4 fős) csoportokban üljenek.

TÁMOGATÓ RENDSZER

1. Kb. 100 db 1 cm^3 -es egységkocka;
2. $5 \cdot 5 \cdot 5$ -ös, $4 \cdot 5 \cdot 6$ -os és $4 \cdot 4 \cdot 7$ -es téglatestek vagy hálózatuk, melyet az órán állítanak össze a tanulók.

ÉRTÉKELÉS

Az egyéni és csoportos munka megfigyelése alapján, szóbeli értékelés.

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képessegek	Eszközök, Feladatok
I. Egységkockákból kirakott testek térfogata			
1.	A téglatestről tanultak összefoglalása	Ábraolvasási képesség fejlesztése, logikai és kombinatív képesség	1. feladatlap 1.
2.	Térfogatmérés egységkockákkal	Sejtések, általánosítás, szabályszerűség megfogalmazása matematikai formában	1. feladatlap 2. Dienes-készlet egységkockái.
3.	A téglatest térfogatának kiszámítása az élek hosszának összeszorzásával	Egyszerű gyakorlati mérések végrehajtása	1. feladatlap 3., 1. tanári melléklet (3 téglatest)
II. A téglatestek térfogatszámításának gyakorlása			
1.	A térfogat értelmezése nem egész mérőszámú élek esetén	A szemléletesen kialakult mértékek alkalmazása a gyakorlatban	2. feladatlap 1.
2.	Térfogatszámítás mértékváltással (fejszámolás, írásbeli szorzások)	Számolási kompetencia, ismeretek alkalmazása	2. feladatlap 2-4.
III. A téglatest térfogatképletének alkalmazása			
1.	Szöveges feladatok a mindennapi életből (változatos témákban, differenciált foglalkozáshoz)	Matematikai szövegek, szöveges feladatok értelmezése, elemzése; valóság és matematika elemi kapcsolatainak kiépítése; becslés, kerekítés, az eredmény reális voltának eldöntése	3. feladatlap

IV. Összetett, kreativitást igénylő feladatok			
1.	A térfogatszámításhoz kapcsolódó számelméleti és egyéb matematikai vonatkozású feladatok		4. feladatlap 1., 2.
2.	Ismeretlen élek kiszámítása		4. feladatlap 3., 4., 5.
3.	Kitekintés a matematika speciális területeire (szélsőérték-feladat, fraktálok)	A valóság és a matematika elemi kapcsolatainak kiépítése; matematikai szemlélet fejlesztése	5. feladatlap 1., 2.

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. Egységkockákból kirakott testek térfogata

1. A téglatestről tanultak összefoglalása

Mivel fő célunk a téglatest térfogatának kiszámítása, ezért ennek a résznek az elején néhány kérdéssel összefoglaljuk a téglatestről tanultakat. A hangsúlyt a csúcsok, élek, lapok számára, kölcsönös helyzetére és arra helyezzük, hogy hányféle hosszúságúak lehetnek az élek, milyen alakúak lehetnek a lapok. Természetesen elvégezzük a téglatest – kocka összevetést és a korábban négyzetes oszlopnak nevezett négyzetes hasábot is megmutatjuk.

1. feladatlapon 1. feladatát önállóan töltsék ki a gyerekek, majd ellenőrzés, megbeszélés következik.

1. FELADATLAP

1. Sorold fel a téglatestek közös tulajdonságait!

csúcsok száma: 8; élek száma: 12; egy csúcsba összefutó élek száma: 3;

szomszédos élek egymáshoz viszonyított helyzete: merőleges;

nem szomszédos élek egymáshoz viszonyított helyzete: párhuzamos vagy kitérő;

két lapjának helyzete: párhuzamos vagy merőleges.

2. Térfogatmérés egységkockákkal

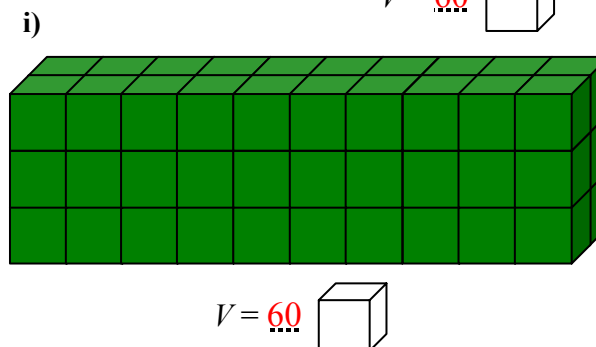
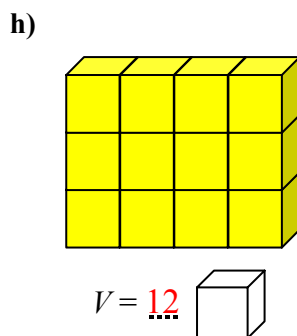
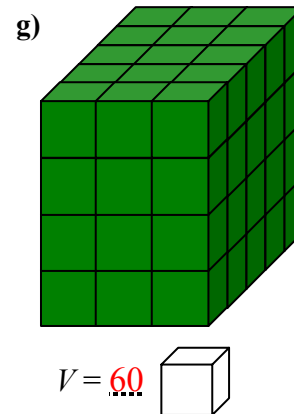
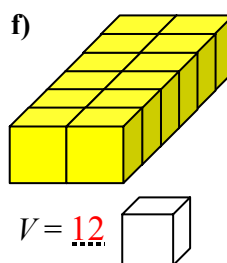
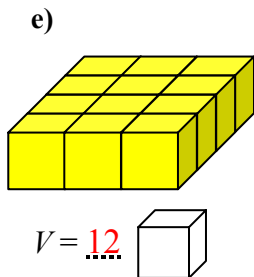
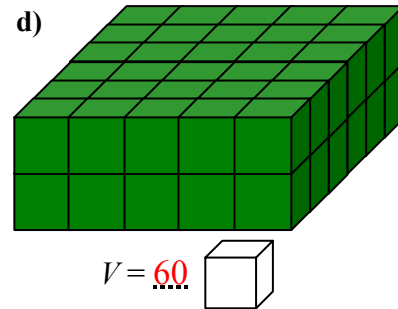
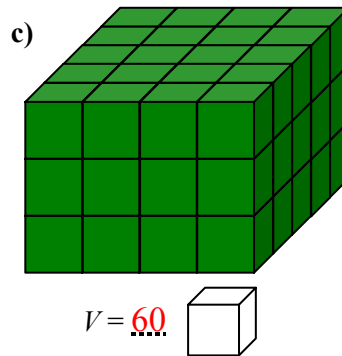
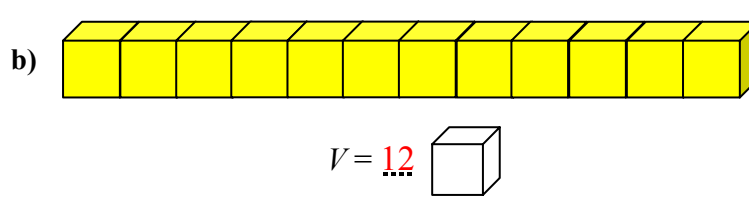
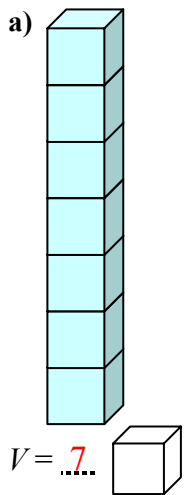
Ehhez a 2. feladat ábráit használjuk fel. Mielőtt a kockákat összeszámolnánk, megfigyeljük, hogy valamennyi test téglatest. Fontos azt is látnunk, hogy a testek térfogatát a testeket felépítő egységkockák térfogatösszege adja. Ehhez néhány testet magunk is és a tanulók is összerakhatnak a Dienes-készlet egységkockáiból.

Ezután következhet a kockák számlálása, azaz a térfogat meghatározása. Fontos, hogy tudatosítsuk: a mérés ezúttal is összehasonlítás, a mérendő tárgyat vetjük össze a mértékegységgel, és a mérés eredményeként megkapjuk, hogy az alakzat hányszorosa a mértékegységnek.

Miután elvégezték a számlálásokat, felismerhetik, hogy az ábrán azonos színű téglatestek térfogata egyenlő (de ezek nem feltétlenül egybevágóak). Egybevágó testeket is keressenek az azonos térfogatúak közt. Most és itt kizárólag a téglatestek egybevágóságáról beszélünk. Azonos térfogatú téglatestek közül csak azokat tekintjük egybevágóknak, amelyeknek egy csúcsból induló élei rendre megegyeznek. Mutassák meg, hogy ezeknek azonos hosszúságúak a megfelelő élei, azonos területűek a megfelelő lapjai és megfelelő elforgatásokkal (ha nem is fedésbe, de) azonos helyzetbe hozva megállapítható az egybevágóság. Igazolásként két egybevágó alakzatot is kirakhatnak egység kockákkal, az ábrán látott helyzetben, esetleg megadott modellel egybevágó testeket építhetnek, így tudatosabb a téglatest tulajdonságainak megfigyelése.

Tapasztalatot szereznek azonos térfogatú, de nem egybevágó téglatestekről, megállapítják, hogy az egybevágóak térfogata is megegyezik. Eközben felfedezhetik, hogy a kockák számát nem csak számlálással kaphatják meg, hanem az élhosszak összeszorozásával is, ennek megfelelően a következő gyakorló feladatok is olyan testekről szólnak, melyek éleinek mérőszáma egész.

2. Írd a testek mellé a térfogatukat! A mértékegység 1 kis kocka.



Mit mondhatunk az azonos színűekről? **azonos a térfogatuk**
 Ezek közül egybevágóak: **e és h** ($1 \cdot 3 \cdot 4$); **c és g** ($3 \cdot 4 \cdot 5$).

Biztosan észrevettétek, hogy a kockák számlálása helyett egyszerűbben is eljuthatunk a téglatestek térfogatához.

TUDNIVALÓ:

A téglatest térfogatát úgy is megkaphatjuk, hogy az egy csúcsba összefutó élek hosszának mérőszámát összeszorozzuk, ha mindhárom él hossza azonos mértékegységben van meghatározva.

3. A téglatest térfogatának kiszámítása az élek hosszának összeszorzásával

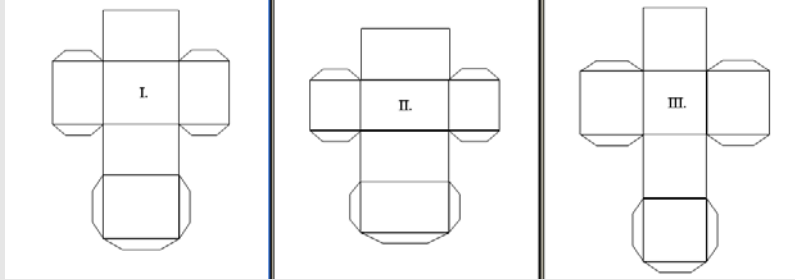
Az 1. feladatlap 3. feladatának megoldásához három téglatestet kell előre elkészíteni, minden csoportnak legyen az asztalán mindegyikből (**1. tanári melléklet**). Készíthetik a gyerekek házi feladatként. A téglatestek élei a következők:

I. $a = 4 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$;

II. $a = 4 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $c = 7 \text{ cm}$;

III. $a = 5 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$.

1. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!



Az adatokból látható, hogy a testek közt téglatest, négyzetes hasáb és kocka is van. Tisztázzuk, hogy valamennyi téglatest, de ezen belül a különböző élek (és lapok) száma lehet 3-, 2- illetve egyféle. A 3 testet azonos és megkülönböztető jegyeik alapján osztályozzuk, megnevezzük. Gyors fejszámolással látható, hogy térfogatuk közel esik egymáshoz. Ennek megfelelően mérés és számítás nélkül bajos megállapítani térfogataik nagysági relációját. Mivel zárt testekkel dolgozunk, ezért kitölteni sem tudjuk kockákkal. (Igaz, modellezhetnénk velük azonos térfogatú testeket, de pont ezen akarunk túllépni.)

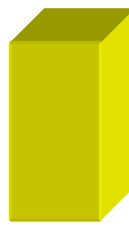
A gyerekek csoportban dolgozzanak! Tippeljék meg, hogy a téglatestek térfogatuk nagysága szerint hogyan követik egymást, majd a térfogat kiszámítására vonatkozó szabály alapján végezzék el a megfelelő méréseket, és (az esetleges kerekítések után) számítsák ki a testek térfogatát!

A megfelelő mérőszám és mértékegység rögzítése után állapítsák meg a nagysági relációt, hasonlítsák össze az előzetes becslésükkel!

3. Figyeljétek meg a tanárook által adott három testet!



I.



II.



III.

Mely testek közé sorolhatjuk valamennyit? **Téglatestek**

Miben térnek el? **Az egy csúcsba összefutó élek hosszában (többek közt, de ezt emeljük ki).**

Hányféle hosszúságú éle van az harmadiknak? **1**

Mi a megkülönböztető neve? **Kocka**

Hányféle hosszúságú éle van a másodiknak? **2**

Mi a megkülönböztető neve? **Négyzet alapú hasáb vagy négyzetes oszlop**

Hányféle hosszúságú éle van az elsőnek? **3**

Ránézésre próbáld sorba állítani a testeket térfogatuk szerint!

$$V \dots\dots\dots < V \dots\dots\dots < V \dots\dots\dots$$

Hogyan lehetne meghatározni a térfogatukat? **Az élek hosszának szorzatával.**

Mérjétek meg a szükséges adatokat, majd számítsátok ki a térfogatokat!

kocka: $a = 5 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$, $V = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \text{ cm}^3$.

hasáb: $a = 4 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $c = 7 \text{ cm}$, $V = 4 \cdot 4 \cdot 7 = 112 \text{ cm}^3$.

téglatest: $a = 4 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$, $V = 4 \cdot 5 \cdot 6 = 120 \text{ cm}^3$.

A helyes sorrend:

$$V_{\text{hasáb}} < V_{\text{téglatest}} < V_{\text{kocka}}$$

Sikerült eltalálnod? A kis eltérés miatt nem könnyű eltalálni a helyes sorrendet. A mérés és számítás segítségével már könnyebben megoldottuk a feladatot.

II. A téglatestek térfogatszámításának gyakorlása

1. A térfogat értelmezése nem egész mérőszámú élek esetén

A következőkben már gyakorló feladatok vetnek fel újabb kérdéseket. A 2. feladatlapon 1. feladat téglatestének élei nem egész mérőszámúak. Így cm^3 -es kockákkal nem rakható ki, tehát kisebb mértékegységre kell váltanunk.

A térfogat mm^3 -ről cm^3 -re történő átváltása is ad meglepetést, mert ezek az adatok végül is egész mérőszámot adnak a nagyobb egységgel is. Ennek magyarázata hasznos része lehet az órának.

Hogy megerősítsék a felismerést az ügyesebb tanulók a g) feladatban hasonló téglatesteket adnak meg éleikkel úgy, hogy az élek mérőszámai törtek legyenek, de a térfogat mégis egész legyen. (A tizedes törtekkel való szorzást nem tanulták, ezért csak az egyik él mérőszáma legyen tört, vagy válasszák a „kerülő utat” a kisebb mértékegységre átváltással.)

2. FELADATLAP

1. A következő téglatest élei cm-ben megadva nem egész számok:

$$a = 6,4 \text{ cm}; b = 2,5 \text{ cm}; c = 5 \text{ cm}.$$

a) Ki lehet-e tölteni cm^3 -es kockákkal ezt a téglatestet? **Nem**

b) Milyen méretű kockákkal lehetne biztosan kitölteni? **1 mm élhosszúságúakkal.**

c) Váltsd át az éleket mm-be és számítsd ki a térfogatot!

$$a = 64 \text{ mm}; b = 25 \text{ mm}; c = 50 \text{ mm}; V = 64 \cdot 25 \cdot 50 = 80\,000 \text{ mm}^3$$

d) Váltsd vissza a kapott eredményt cm^3 -re! **$V = 80 \text{ cm}^3$**

e) Az eredmény ismeretében is fenntartjátok az első kérdésre adott válaszokat? **Igen**

f) Hogyan lehetséges, hogy a térfogatra egész számot kaptunk, de mégse lehet kitölteni egységkockákkal a testet? **A kimaradt üres helyek térfogatának összege cm^3 -ben mérve egész.**

g) Próbáld megadni olyan téglatestet, amelynek térfogata egész szám és

– egyik éle törtszám, a többi egész: $a = 2,4 \text{ cm}, b = 5 \text{ cm}, c = 7 \text{ cm};$

– két éle törtszám, a harmadik egész: $a = 2,4 \text{ cm}, b = 0,5 \text{ cm}, c = 40 \text{ cm};$

– mindhárom éle törtszám: $a = 0,8 \text{ cm}, b = 2,5 \text{ cm}, c = 0,5 \text{ cm}$ (az élek **tetszőleges pozitív egészekkel szorozhatók**).

2. Térfogatszámítás mértékváltással

Eljött az ideje, hogy a térfogatszámításban gyakorlatot szerezzenek a tanulók. Ehhez egyszerűbb adatokkal először fejben számolnak a 2. feladatlapon 2. feladatban. Ezekkel a szóbeli feladatokkal mélyítik a térfogatszámításban eddig megszerzett tudásukat, és gyakorolják a fejszámolást.

A 2. feladatlap 3. feladatában nagyobb mérőszámokkal írásbeli műveletekre kényszerülnek. Utóbbi feladatoknál motiváló lehet, hogy az eredmények sajátos mintázatot hordoznak. Egyénileg és önállóan végezzék az írásbeli műveleteket! Egy részét házi feladatnak tűzzük ki!

Csoportmunkában végezhetik a 2. feladatlap 4. feladatát, amelyben különböző mértékegységekben megadott élű téglatestekkel kell számolni. A feladatokat úgy osszák szét, hogy más-más mértékegységgel számoljanak, és a végeredményt is minél több mértékegységben adják meg. A kapott eredményeket vessék egybe! (A feladatokban szereplő adatok lehetővé teszik, hogy tizedestört is szerepeljen a szorzatban).

2. Fejben számolj! Hány cm^3 a térfogata annak a téglatestnek, melynek élei:

- a) 2 cm, 3 cm, 5 cm; 30 cm^3 b) 4 cm, 13 cm, 25 cm; 1300 cm^3
 c) 23 cm, 2,5 cm, 4 cm; 230 cm^3 d) 9 cm, 1 dm, 11 cm; 990 cm^3
 e) 5 cm, 4 dm, 50 mm; 1000 cm^3 f) 1 cm, 1 dm, 1 m; 1000 cm^3

3. Most is a téglatest térfogatának kiszámítása a feladat! Írásban végezd el a szükséges műveleteket!

- a) 5 cm, 11 cm, 101 cm; 5555 cm^3 b) 18 cm, 74 cm, 91 cm; $121\,212 \text{ cm}^3$
 c) 13 cm, 37 cm, 441 cm; $212\,121 \text{ cm}^3$ d) 64 cm, 3 cm, 643 cm; $123\,456 \text{ cm}^3$
 e) 9 m, 67 m, 389 m; $234\,567 \text{ m}^3$ f) 1 dm, 109 cm, 521 cm; $567\,890 \text{ cm}^3$

Keress érdekességeket az eredményekben! A számjegyek „mintázata”

4. Add meg a téglatestek térfogatát többféle mértékegységben!

- a) 45 cm, 4 dm, 250 mm; b) 38 dm, 4 és fél m, 7 m;
 c) 12 dm, 8 m 1 dm, 220 cm;
 $V_a = 45 \text{ dm}^3 = 45\,000 \text{ cm}^3$; $V_b = 11\,970 \text{ dm}^3 = 11,97 \text{ m}^3$;
 $V_c = 21\,384\,000 \text{ cm}^3 = 21\,384 \text{ dm}^3$

III. A téglatest térfogatképletének alkalmazása

1. Szöveges feladatok a mindennapi életből

A tanult eljárás begyakorlása után gyakorlati vonatkozású szöveges feladatok következnek. A 3. feladatlap 1. feladatában nem csak egy téglatest alakú terem térfogatát kell meghatározniuk, de ehhez méréseket (becsléseket) kell végezniük. Az eredményt össze kell vetniük a teremben tartózkodók számával, hogy megállapítsák, mennyi levegő jut egy tanulóra. Mindezzel a szellőztetés szerepére is rávilágíthatunk.

A feladatot megbeszélés után önállóan, esetleg segítséggel oldják meg.

3. FELADATLAP

1. Számítsd ki hány m^3 levegő jut a termetekben egy tanulóra!

- a) a terem hossza $\approx \dots$ m; szélessége $\approx \dots$ m; magassága $\approx \dots$ m;

$$V_{\text{terem}} \approx \dots = \dots$$

Létszám: \dots fő; egy főre jutó levegő $\approx \dots$

- b) a tornaterem hossza $\approx \dots$ m; szélessége $\approx \dots$ m; magassága $\approx \dots$ m;

$$V_{\text{tornaterem}} \approx \dots = \dots$$

Iskolai rendezvényen ott tartózkodók száma: \dots fő.

Egy főre jutó levegő $\approx \dots$

3. feladatlap 2. feladat:

A medencében lévő víz mennyiségének kiszámítása után lehetőség nyílik „gazdasági számításra” is. Érdekes a feladat kapcsán a vízórával is megismerkedniük. Itt is szembesülnek a különböző mértékegységekkel, ezzel kapcsolatos a feladat második része. Feladatul adhatjuk, hogy nyomon kövessék egy ideig a vízóra állásának változását. Lehetőségük nyílik az adatokról táblázatot, grafikont készíteni, az eredményből következtetést levonni hosszabb időszakra.

2. Olimpiai versenyek céljára készülő úszómedencék hossza 50 m, szélessége 25 m. A víz mélysége 2 m. Hány liter víz fér egy ilyen medencébe?

$$V = 50 \cdot 25 \cdot 2 = 2500 \text{ m}^3 = 2\,500\,000 \text{ liter}$$

Nézz utána, mennyibe kerül 1 m³ víz! 213 Ft/m³.

Számítsd ki, mennyibe kerül a medence feltöltése. $213 \cdot 2500 = 532\,500$ Ft

Vesd össze ezt a vízmennyiséget a háztartások havi vízfogyasztásával!

Figyeld meg a vízórát! A nagy számláló az elfogyasztott m³-eket jelzi. Miért van szükség a kisebb mutatókra?

A pontosabb fogyasztásmérés miatt (a m³ túl nagy egység).

Milyen űrmértékegységeket írhatunk az egyes buborékokba?

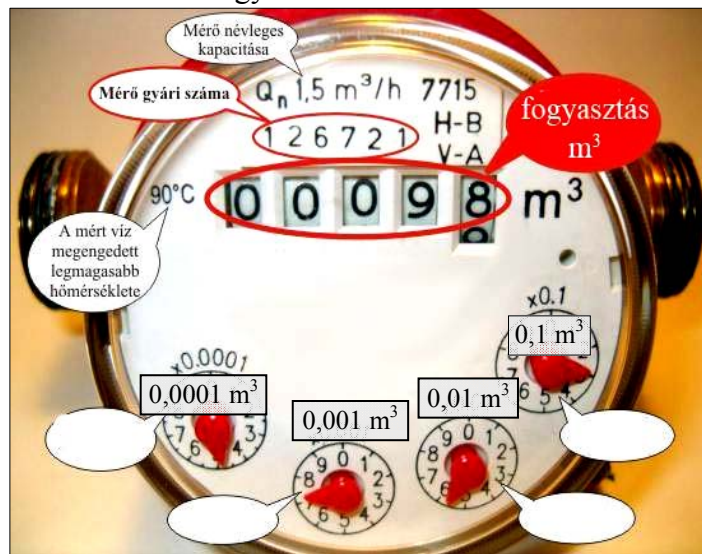
$$0,1 \text{ m}^3 = 1 \text{ hl}, \quad 0,01 \text{ m}^3 = 10 \text{ l},$$

$$0,001 \text{ m}^3 = 1 \text{ l}, \quad 0,0001 \text{ m}^3 = 1 \text{ dl}$$

Hányszor fordulnak körbe az egyes mutatók 1 m³ víz elfogyasztása során?

10, 100, 1000, 10 000-szer

Keress meg otthon a vízórát, jegyezd le az állását, majd kövesd nyomon 1 hónapig heti rendszerességgel!



3. feladat: A megoldási terv megbeszélése után önállóan dolgozhatnak.

Gyufaskatulya éleiből és a benne lévő gyufaszálak számából kell következtetni egy szál gyufa térfogatára. Az adatokat át kell váltani, hogy elkerüljék a tizedestörtöket.

3. Egy gyufaskatulya élei 4 cm, 3 cm és 1,5 cm. Hány mm³ lehet egy szál gyufa térfogata, ha a dobozt majdnem teljesen kitölti a benne lévő 40 szál?

$$V = 4 \cdot 3 \cdot 1,5 = 18 \text{ cm}^3 = 18\,000 \text{ mm}^3.$$

$$\text{Egy gyufa: } 18\,000 : 40 \approx 450 \text{ mm}^3 \approx 0,5 \text{ cm}^3.$$

IV. Összetett, kreativitást igénylő feladatok

1. A térfogatszámításhoz kapcsolódó számelméleti és egyéb matematikai vonatkozású feladatok

4. feladatlap 1. feladat: 8 térfogategységnyi téglatesthez kell egész mérőszámú éleket találni. A feladat tehát egy szám 3 tényezőre bontása minél többféleképpen. Hasznos előgyakorlat lehet a későbbi prímtényező felbontáshoz, de ne felejtsük el, hogy ezeknél a feladatoknál 1 is lehet az él mérőszáma.

4. FELADATLAP

1. Egy téglatest térfogata 8 dm^3 . Mekkora lehetnek az élek, ha dm-ben kifejezve egész számok? Hány megoldást találtál? Hogyan nevezhetnéd el az egyes testeket?

(1, 1, 8) hasáb (1, 2, 4) téglatest (2, 2, 2) kocka

4. feladatlap 2. feladat; Kocka éléből felszín- és térfogatszámítás.

Önálló munkára való feladat, de a megbeszélésnél érdemes kitérni az élek, felszín és térfogat közti nemlineáris összefüggésre. Az, hogy az élek n -szeresére változásával n^2 illetve n^3 -szörösére változnak a felszín-, illetve a térfogatadatok, most nem cél, de azt látniuk kell, hogy nem n -szeresre változnak ezek az adatok.

2. Töltsd ki a táblázatot! Az adatok kockákra vonatkoznak.

A kocka éle (cm)	3 cm	6 cm	5 cm	2 cm	4 cm	10 cm
Térfogata (cm^3)	27 cm^3	216 cm^3	125 cm^3	8 cm^3	64 cm^3	1000 cm^3
Felszíne (cm^2)	54 cm^2	216 cm^2	150 cm^2	24 cm^2	96 cm^2	600 cm^2

2. Ismeretlen élek kiszámítása

A 3., 4., 5. feladat téglatest hiányzó élének kiszámítására szolgál. A megoldási tervet a gyerekeknek kell kitalálniuk, majd megbeszélés után önálló munka, illetve házi feladat lehet.

3. Egy téglatest térfogata 140 cm^3 . A két hosszabb éle 5 cm és 14 cm. Mekkora a legrövidebb éle?
 $140 : (5 \cdot 14) = 140 : 70 = 2 \text{ cm}$.

4. Mekkora a harmadik éle annak a téglatestnek, melynek térfogata 1540 dm^3 és két éle 7 dm és 2 m? $1540 : (7 \cdot 20) = 11 \text{ dm}$.

5. Egy téglatest alakú akvárium alapélei 3,5 dm és 2 dm. Milyen magasan áll benne a beleöntött 21 l víz? $21 : (2 \cdot 3,5) = 3 \text{ dm magasan}$.


3. Kitekintés a matematika speciális területeire

5. feladatlap 1. feladat: Sok érdekes lehetőséget felvonultató feladat. Azonos térfogatú téglatestek éleit kell megadni, és felszínét kell számítani. A távoli jövőben szélsőérték felé mutató feladat, de azt észre kell venniük, hogy a kocka adja a minimális felszínt. Az adatok módosításával kapott „hosszabb” testeknek tovább növelhető a felszíne. Érdekes és fontos gyakorlati jelentőséggel bír, hogy azonos térfogatú testek között a gömb a minimális felületű. Bár ezt sem kiszámolni, sem más úton bizonyítani nem tudják, érdekességként megemlíthető.

5. FELADATLAP

1. A táblázat kitöltésével válaszolj a kérdésre!

Valamennyi táblázatban szereplő téglatest élei egész számok, térfogata 64 cm^3 . Mekkora lehetnek az élei? Számítsd ki mindegyik téglatest felszínét! Egyenlő értékeket kaptál? Ha nem, melyik esetben lett a felszín a legkisebb?

$V \text{ (cm}^3\text{)}$	64	64	64	64	64	64	64	64
$a \text{ (cm)}$	1	1	1	1	2	2	4	GÖMB 
$b \text{ (cm)}$	1	2	4	8	2	4	4	
$c \text{ (cm)}$	64	32	16	8	16	8	4	
$A \text{ (cm}^2\text{)}$	258	196	168	160	136	112	96	≈ 77

Érdekességképpen beírtuk az ugyancsak 64 cm^3 térfogatú gömb felszínét. Mit állapíthatsz meg az adatokból? **Az azonos térfogatú testek közül a gömbnek a legkisebb a felszíne.**

Tudnátok-e olyan 64 cm^3 -es téglatestet megadni, melynek leghosszabb éle 128 cm ? Mit mondhatunk a többi éléről és a felszínéről? **Lesz 1 cm-nél rövidebb éle és a felszíne nagyobb a táblázatban szereplőkénél.**

A 2. feladat a fraktálszerkezettel kapcsolatos jelenségre világít rá. A szivacs az élhosszak szorzatából kapott térfogatnál sokkal kevesebb vizet szorít ki. Ennek oka a szerkezetében van. A sok apró lyukacska jelentősen csökkenti a térfogatot, de óriásira növeli a felszínt. Az élővilágban óriási jelentősége van az ilyen szerkezeteknek. Természetesen itt még nem tárgyaljuk a tüdő vagy az őserdő fraktális szerkezetét, de a szivacs példája az utána következő Menger-féle konstrukcióval hasznos és érdekes kiegészítő anyag lehet. Bízassuk a tanulókat az Interneten további kutatásokra!

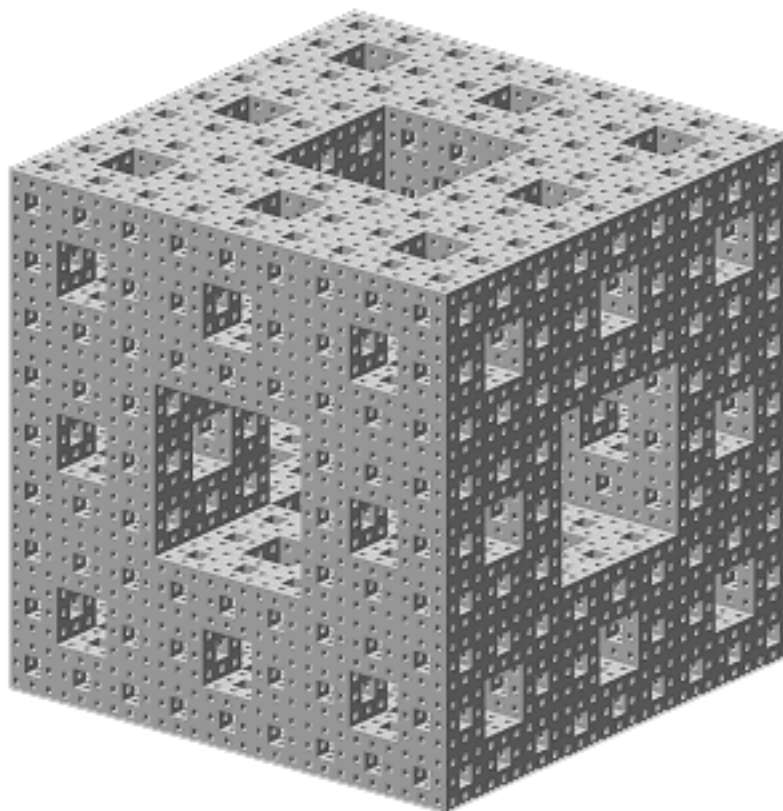
2. Egy téglatest alakú szivacs éleinek hossza 15 cm , 8 cm és 4 cm .

a) Mekkora a térfogata? Hány dl folyadékkal egyenlő a térfogata? $15 \cdot 8 \cdot 4 = 480 \text{ cm}^3 = 4,8 \text{ dl}$

b) Ha ezt a szivacsot vízzel töltött edénybe tesszük, akkor a vártól sokkal kevesebb vizet szorít ki. Miért? **Mert a víz jelentős részét magába szívja.**

c) A vízből kivett szivacsból negyed liter vizet tudunk kicsavarni. Mekkora lehet a szivacs anyagának térfogata? Mi tölti ki a többi helyet a száraz szivacsnál? $4,8 - 2,5 = 2,3 \text{ dl} = 230 \text{ cm}^3$ a szivacs tényleges térfogata. A többi rész levegővel van töltve.

d) Számítsd ki egy az előző szivaccsal megegyező nagyságú téglatest felszínét! 424 cm^2 . Mit gondolsz, a szivacs felszíne nagyobb vagy kisebb ennél az értékénél? **Lényegesen nagyobb.**



A képen látható „kocka” is egy szivacs szerkezetét utánozza, bár a benne lévő lyukak a szivacstól eltérően szabályos sorokban helyezkednek el. A számítógéppel készült modell neve Menger-szivacs. A legmodernebb grafikus programokkal azt is kiszámították, és megrajzolták,

hogy milyen lenne a kilátás egy ilyen szivacs belsejéből. Hogyan változott az eredeti kocka térfogata és felszíne a lyukacsok megjelenésével?

A térfogat egyre **kisebb** lett, a felszín egyre **nagyobb** lett.

Ha az Interneten rákéresel Menger nevére, akkor a tudósról és más alakzatokról is érdekes információkat gyűjthetsz. Készítsetek tablót ilyen képek gyűjtésével!

0591 – 1. tanári melléklet (Téglatest hálók)

A 3 db hálót vékony, hajlékony (ha lehet, színes) kartonlapra kell nyomtatni 8 példányban (csoportonként 1 készlet) pontosan (!) ebben a méretben. Ki kell vágni körben, majd össze kell hajtani a fekete vonalak mentén, és a fülek segítségével összeragasztani.

