0591. MODUL

MÉRÉSEK, GEOMETRIAI SZÁMÍTÁSOK

A testek térfogatának mérése, mértékegységei

KÉSZÍTETTE: TÓTH LÁSZLÓ

MODULLEÍRÁS

A modul célja	A térfogat fogalmának tapasztalat útján történő bevezetése, alap-mértékegységének származtatása
Időkeret	4 óra
Ajánlott korosztály	11–12 évesek; 5. osztály
Modulkapcsolódási pontok	*Tágabb környezetben:* testek, mérések *Szűkebb környezetben:* testek felszíne, térfogata, hosszúság, terület, mértékegységek; 0531., 0532., 0533., 0683., 0783., 0854., 0883. modulok *Ajánlott megelőző tevékenységek:* a testek, ezen belül poliéderek, téglatestek tulajdonságai, a felszín fogalma, kiszámítása egyszerűbb esetekben *Ajánlott követő tevékenységek:* téglatestek térfogata 0592., 0593. modulok
A képességfejlesztés fókuszai	*Számolás kompetencia:* elsősorban szorzás, osztás 10 hatványaival az egész számok és a tizedes törtek körében. *Kombinativitás rendszerezés kompetencia:* tényezők, mint testek élei mérőszámainak csoportosítása; a szorzat változása. *Becslés, mennyiségi következtetés:* mért és becsült adatokból történő közelítő számítások *Szövegértés kompetencia:* a tanult elnevezések helyes használata; szöveges feladatok értelmezése, átültetése a matematika nyelvére *Induktív következtetés:* a váltószámok kiterjesztése

AJÁNLÁS

Frontális, egyéni és csoportmunka vegyesen (kooperatív módszerek is); a gyerekek az órák alatt (4 fős) csoportokban üljenek.

TÁMOGATÓ RENDSZER

Tanári és Tanulói munkafüzet, kísérleti- és szemléltetőeszközök: Mérőhengerek ml-es beosztással, (csoportonként 1-1);gyurma, (csoportonként 1-1 készlet); mércés főzőpoharak, (csoportonként 1-1); Egy zacskónyi bab illetve rizs, radírok, kavicsok, üveggolyók, hurkapálcák térfogatméréshez; Üres gyufaskatulyák (csoportonként 1-1); méterrudak a m^3 bemutatásához; kb. 100 db 1 cm^3-es egységkocka

ÉRTÉKELÉS

Az egyéni és csoportos munka megfigyelése alapján szóbeli értékelés; az utolsó órán a gyakorló feladatokból egyéni számonkérés is lehetséges.

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, Feladatok
I. Testekről tanultak felelevenítése, a térfogat előkészítése			
1.	Testekkel kapcsolatos alapfogalmak felelevenítése	A szaknyelv megfelelő pontosságú, helyes alkalmazása	Testmodellek: kocka, téglatest, henger, gömb
2.	Modell és valóság	Szemléltető ábrák és modellek alkalmazása A valóság és a matematika elemi kapcsolatainak kiépítése; összehasonlítás	1. feladatlap 1. feladat Gyurma csoportonként 1 készlet
3.	A testek helyfoglalásának kísérleti igazolása	Mennyiségi tulajdonságok tudatosítása	1. feladatlap 2. feladat, mérőhenger ml-es beosztással csoportonként 1db, 1 cm^3-es kiskockák csoportonként 15-20 db
II. A térfogat mérése űrmértékkel			
1.	A térfogat, mint a térből elfoglalt hely mértéke		2. feladatlap 1. 2. feladat Csoportonként 4 mérőhenger, kavics, radír, üveggolyó, hurkapálca
2.	Kisebb testek térfogatának mérése, a térfogat meghatározása következtetéssel		2. feladatlap 3. feladat, mérőhenger, bab, rizs
3.	A térfogatmérés mértékegységeinek előkészítése	Egyszerű gyakorlati mérések végrehajtása; A szemléletesen kialakult mértékek alkalmazása a gyakorlatban	2. feladatlap 4. feladat, üres gyufaskatulya, bab, rizs

III. A térfogat mértékegységei, átváltások			
1.	A térfogat szabványos mértékegységeinek bevezetése	Analogikus gondolkodás, indukció	3. feladatlap 1., 2., 3., 4. feladat 4–8 méterrúd
2.	Az általunk használt legnagyobb térfogat-mértékegység		3. feladatlap 4. c), d)

IV. Kapcsolatok a térfogat és az űrtartalom mértékegységei között			
1.	A térfogat és űrmértékek közti kapcsolat számszerűsítése	A megértett és megtanult fogalmak, eljárások, összefüggések eszközként történő használata	3. feladatlap 5. feladat
2.	Átváltások gyakorlása az egész és tizedestört mérőszámú mennyiségek körében (gyakorlati életből vett szöveges feladatok)	Matematikai szövegek, szöveges feladatok értelmezése, elemzése; Becslés, kerekítés, az eredmény reális voltának eldöntése	4. feladatlap 1.– 6. feladat

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. Testekről tanultak felelevenítése, a térfogat előkészítése

1. Testekkel kapcsolatos alapfogalmak felelevenítése

Az óra bevezető részében néhány kérdéssel felidézzük a testekről eddig tanultakat. Bemutatunk néhány geometriai modellt, kockát, téglatestet, hengert, gömböt. Kitérhetünk a kockák és téglatestek közti összefüggésre. – Minden kocka téglatest, de nem minden téglatest kocka. Megnevezzük a határoló elemeket, lapokat, éleket, csúcsokat. Felelevenítjük a lap, él, csúcs fogalmát: két lap találkozásánál él, több lap találkozásánál csúcs található. Az élek lehetnek szakaszok, vagy görbe vonalak aszerint, hogy sík, vagy görbe lapok találkozásánál jönnek létre. Tisztázzuk, hogy vannak testek, melyeket csak síklapok határolnak (például a téglatestek, de mutassunk más poliédereket – tetraéder, háromszög alapú hasáb – is), vannak olyanok, melyeket nem csak síklapok határolnak (henger) és olyanok is, melyeknek nincs síklapja (gömb). Csak a megismertek nevét kérjük számon, de a többit is közölhetjük azzal a megjegyzéssel, hogy később tanulunk róluk.
Idézzük fel a testek felszínéről tanultakat, konkrétan a téglatest – ezen belül a kocka – felszínének kiszámítási módját.

Célkitűzésként elmondjuk, hogy a testeknek egy olyan új, tulajdonságával fogunk megismerkedni, mellyel a többi alakzat nem rendelkezik. Először megvizsgáljuk, mi különbözteti meg a testeket a többi alakzattól.
Ehhez változatos alakú testekre lesz szükségünk. Használni fogunk műanyagból készült (üres) téglatesteket (ezen belül kockát), 1 cm^3-es egységkockákat, de készítenek testeket a tanulók maguk is gyurmából.
Játékot szervezhetünk a test tulajdonságainak megnevezésére. Pl. barkochba-játék, halmazszűkítés, behunyt szemmel a kézbeadott alakzat kitalálása.

2. Modell és valóság

Valóságból vett testek modelljeinek elkészítése gyurmából; kocka, henger, gömb, kúp, gúla formázása; néhány közös és eltérő tulajdonság felismerése, a modell és a valóság összehasonlítása; a forma és a funkció összevetése természetből vett példákkal.

a) Az 1. feladatlap 1. feladatában a képeken szereplő tárgyaknak gyurmából készített modelleket feleltetünk meg.
A gyurmakészlet egy-egy hengeréből készítsék el a képen látható testeket: piramis – gúla, Körszálló – henger, fagylaltos tölcsér – kúp, sókristály – kocka és narancs – gömb)

Célunk nem ezeknek a testeknek az ismertetése, hanem azonos térfogatú testek „megformázása”, legfontosabb tulajdonságaik kiemelése. Az elnevezésük is elsősorban az azonosításukat szolgálja. Érdemes azonban a geometriai modellek és a képen ábrázolt tárgyak közti különbséget is sorra venni, így például, hogy
– a fagylalttölcsér belül üreges,
– a narancs nem tökéletesen gömb formájú, vagy hogy
– a határoló lapok nem simák.

Az elkészített testeket térfogatmérésre fogjuk használni a későbbiekben, és célszerű, hogy legyenek közöttük azonos térfogatúak is.

b) Beszélgessünk az elkészült modellekről!
– Mutassátok fel a *gömb*öt! Nevezzetek meg gömb alakú dolgokat a természetből!
A kép alapján a gyümölcsök adják a legjobb példákat, de megemlíthetik az égitesteket (bolygók, Hold, Nap…), az igazgyöngyöt, halak ikráit, szappanbuborékot...
– Mutassátok fel a *kocká*t. Tudjátok-e, miről mintáztátok?
A kép egy kősókristályról készült. A kristályok széles skáláját leszámítva nehéz a természetben kocka alakú képződményre példát mondani. Az építészet azonban gyakran indul ki kockaalakból, sőt az építőelemek is kocka vagy téglatest alakúak.
– Mi a neve a piramist mintázó alakzatnak?
Ha nem hallották még a *gúla* nevet, akkor most közölhetjük. Természetesen a részletes ismerkedés ezzel a testtel később történik.
– Melyik építményen találkozhattok a fagylaltos tölcsérhez hasonló alakzattal? Mi ennek az alakzatnak a neve?
A minaretek teteje is *kúp*szerű szokott lenni. Hasonló alakja van a varázslók fejfedőjének. Közöljük a test nevét, ha a tanulóktól nem jön válasz. Rámutatunk, hogy a gyurmából készült változat tömör és mi ilyen testre gondolunk, a fagylalttölcsér, vagy a varázslók kalapja csak a test felületének részét alkotja.
– A növény és állatvilágban is elterjedt forma a *henger*. Mondjatok rá példákat!
Fák törzse, csontok. Közös szerepük a tartásban van.

1. FELADATLAP

1. Formázzatok gyurmából a képeknek leginkább megfelelő alakzatokat! Azonos mennyiségű gyurmát használjatok mindegyiknél! Írjátok a képek alá a gyurmából készített test nevét!

a) gúla

b) henger

c) kúp

d) kocka

e) gömb

3. A testek helyfoglalásának kísérleti igazolása

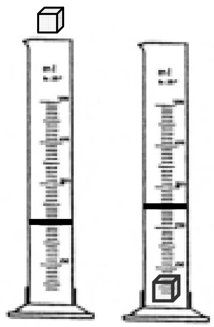
Célunk: a térfogat tulajdonságának tapasztalati igazolása vízkiszorítással; a térfogat űrmértékkel történő azonosítása a kiszorított víz mennyisége alapján.

Beszélgetést kezdeményezünk arról, hogy **a testek helyet foglalnak el a térből**. Erre utal, hogy csak korlátozott mennyiségben tudjuk ezeket egy dobozban elhelyezni. Kisebbekből több férhet el, mint nagyobbakból (a mértékegységek átváltásánál ezt később tapasztaljuk), téglatest (ezen belül kocka) alakúakkal könnyebb kitölteni a teret hézagmentesen, ezért praktikus ilyen alakú bőröndbe, dobozokba vagy konténerekbe csomagolni.

A helyfoglalást jelzi, ha olyan esetet figyelünk meg, amikor egy test valamilyen más anyagot kiszorít a helyéből. Ez jól látható folyadék esetén. Mindenki megfigyelhette, hogy ha a kádba merül, akkor abban a vízszint megemelkedik. Miért nem látható ez akkor, amikor egy úszómedencébe, vagy a tengerbe ugrunk bele? (Kitérhetünk a szökőár [cunami] jelenségére, amikor a tengeraljzat megemelkedésének helyigénye indít el hatalmas vízmennyiséget.)

A beszélgetés után konkrét kísérlettel figyeljük meg és rögzítjük a testek helyfoglalásának mértékét. Az órának ebben a részében még kerüljük a térfogat szót, inkább a tartalmát írjuk körül.
1. feladatlap 2. feladat:
Az első három kérdéssel arra világítunk rá, hogy a testek új tulajdonságával ismerkedünk, amelyre a megemelkedett vízszint utal.
Tisztázzuk, hogy a helyfoglalás mértékére a kiszorított víz mennyiségéből következtethetünk. Ezt a mértéket úgy is meghatározhatjuk, hogy annyi vizet öntünk ki, amennyivel visszaáll az eredeti vízszint.
Az első kérdésekkel még csak a helyfoglalás tényére világítunk rá. A továbbiak segítségével a helyfoglalás mértékére is következtetünk. Ekkor is térjünk ki a mérés kapcsán szükségszerű pontatlanságra és a kerekítés pontosságára.
A feladat további kérdéseinek kidolgozásakor:
– Megfogalmazzuk, hogy a kiöntendő víz mennyiségére a mérőhenger beosztásából következtetünk oly módon, hogy a két vízszint állásának a különbségét vesszük.
– Megfigyeljük, hogy a gyurmából készült testek esetében megközelítőleg azonos térfogatértéket kapunk.
– Az egységkocka pontosabb méréséhez több darabot süllyesszenek el, majd osztással következtessenek egyetlen kocka által kiszorított vízmennyiségre.
Tanári kísérlettel figyeltessük meg a kis kocka „helyfoglalásának” mértékét keskenyebb hengerben! Egyben kérdezzünk rá, hogy a nagyobb vízszintemelkedést a nagyobb helyigény indokolta-e? A Dienes-készlet kockája 1 cm^3-es, tehát a vízszint emelkedése 1 ml-nek felel meg. Nagyobb keresztmetszetű mérőhengernél ilyen kis vízszintemelkedést nehéz megfelelő pontossággal leolvasni, ezért használunk tanári bemutatáshoz keskenyebb, nagyobb pontosságú mérőhengert.
– Végezetül az **i)** kérdés megválaszolásával összevetjük a gyurmából készített test és a fehér kocka térigényét. Ezzel nemcsak nagysági relációba állítjuk a két test térfogatát, de azt is megállapítjuk, hogy hányszorosa az egyik test térfogata a másikénak.
A kísérletet úgy is elvégezhetjük, hogy leolvassuk az egyik hengerben a gyurma által okozott vízszintemelkedést, és a másikba annyi kockát teszünk, amennyi megközelítőleg azonos emelkedést okoz.
Ezután rátérünk az új fogalom megismerésére.

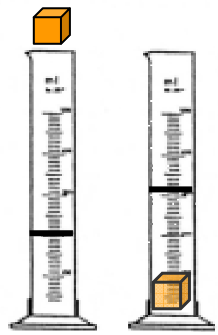
2. Vízzel körülbelül félig töltött mérőhengerrel dolgozzatok! Az elsőbe helyezzetek egy kis fehér kockát, a másodikba a gyurmából készült kockát!



a) Mit figyeltél meg mindkét kísérletnél?
Megemelkedett a vízszint.

b) Mi okozta a vízszintek megemelkedését?
A testeknek az a tulajdonsága, hogy helyet foglalnak el a térből.

c) Mennyi vizet kellene kiöntenünk ahhoz, hogy a vízszint visszaálljon?
Annyit, amennyit a belemerített test elfoglalt.



d) Hogyan határozható meg a kiszorított víz mennyisége?
A vízszint állása a gyurma behelyezése előtt: m_1 ml.
A vízszint állása a gyurma behelyezése után: m_2 ml.
Ennek alapján a gyurma térfogata: $m_2 - m_1$ ml víz térfogatával egyezik meg

e) Olvassátok le a többi test által kiszorított víz mennyiségét!
gömb: .... ml; kúp: .... ml.

f) Miért volt (megközelítőleg) azonos a vízszintemelkedés?
Mert azonos mennyiségű anyagból gyúrtuk őket, így alakjuktól függetlenül ugyanakkora a „helyigényük”.

g) A fehér kocka által kiszorított víz kb. 1 ml.

h) Helyezzetek további kis kockákat az első hengerbe, és figyeljétek meg, hogyan változik a vízszint! Minden egyes kocka 1 cm^3, tehát 1 ml-rel emelkedik tőle a vízszint. Ha több kockát süllyesztünk el, akkor a teljes vízszintemelkedést elosztva a kockák számával, pontosabb eredményt kaphatunk egyetlen kocka méretére vonatkozóan.

i) Állapítsátok meg, hogy hány kis kocka szorít ki ugyanannyi vizet, mint a gyurmából készült test!
A gyurmából készült test körülbelül ...... -szer annyi helyet foglal el, mint a kis kocka.

TUDNIVALÓ:

A testeknek azt a tulajdonságát, amely megmutatja, hogy a térből mekkora helyet foglalnak el, a test **térfogatának** nevezzük. A térfogat jele: V. (V – volumen).

II. A térfogat mérése űrmértékkel

1. A térfogat, mint a térből elfoglalt hely mértéke

A test térfogatát ezúttal a térből elfoglalt helye alapján határozzuk meg. A továbbiakban a térfogat mérését is ennek alapján végezzük.

–2. feladatlap 1. feladat: a tanulók csoportokban dolgoznak.
Minden asztalon 4 mérőhenger legyen. Ezek lehetnek különböző keresztmetszetűek is, aszerint, hogy kisebb vagy nagyobb terjedelmű testek térfogatméréséhez használjuk. Az előző mérések után indokolt lehet a térfogat becslése, amit rögzítenek a feladatlapon. Rendezhetik mérés előtt a testeket térfogatuk szerint, majd az ismert módon leolvassák a kiszorított vízmennyiségeket, rögzítéskor összevetve a becsült értékekkel.

A méréshez használjanak kavicsot, radírt, hurkapálcát, üveggolyót. A hurkapálcát le kell nyomni a víz alá (esetleg ketté kell törni), hiszen egyébként egy része a víz felszíne felett maradna.
A méréseknek a fontosságát az is indokolja, hogy a térfogatot ne azonosítsák valamilyen hosszúsági adattal. Megtapasztalják, hogy az egyébként jelentősebb kiterjedéssel bíró hurkapálca térfogata kisebb, mint a zsebben könnyen elférő üveggolyóé. Megerősítésként megkérdezzük, hogy egy több tízméteres, horgászáshoz használt damil vagy egy nagy területet lefedő alufólia térfogata hogyan viszonyulhat a gyurmából formázott test térfogatához. A feltételezésünket megerősíthetjük azzal, hogy egy hosszabb szál damilt vagy egy összehajtogatott alufóliát is a vízzel töltött hengerbe kényszerítünk.

– 2. feladatlap 2. a) feladat: a tanulók csoportokban dolgoznak.
Kiválasztják és aláhúzzák azokat az alakzatokat, amelyek szerintük észlelhető vízszintemelkedést okoznak. Természetesen az „észlelhetőség” szubjektív, illetve a mérőeszköztől függ, tehát lehet vita tárgya is, hogy mit választanak ki. Akár egyetlen mákszem is megfigyelhető vízszintemelkedést okozhat egy kapilláris csőben, de akár egy nagyobb hajó vízrebocsátása sem emeli meg a tavak, tengerek szintjét. Mi most a felhasznált szokványos mérőhengert vesszük alapul, ennek alapján történhet a kiválasztás.
A továbbiakban már csak képzeletünkben végzünk kísérletet. Különböző testeket sorolunk fel (egyet vagy többet) és azt kell eldöntenünk, hogy okoznak-e észlelhető vízszintemelkedést. Ezzel és a következő feladattal azt értetjük meg, hogy **minden testnek van térfogata,** függetlenül attól, hogy annak van-e érzékelhető megnyilvánulása.

– 2. feladatlap 2. b) feladat: a tanulók önállóan dolgoznak, majd csoporttársaikkal véleményt cserélnek. A feladat lényegében a testek kiválasztása. Ezért nem húzzuk alá a síkidomokat, a vonalakat, a véges ponthalmazokat, hiszen ezek nem rendelkeznek a térfogat, azaz a térből történő helyfoglalás tulajdonságával. A feladat kapcsán megbeszéljük, hogy ezek az alakzatok milyen mérhető tulajdonságokkal rendelkeznek.

2. FELADATLAP

1. Mérjük meg néhány test: kavics, radír, üveggolyó, hurkapálca térfogatát mérőhenger segítségével! A mérés előtt végezzetek becslést!
Olvassátok le különböző tárgyak esetében a vízszintemelkedés mértékét, és határozzátok meg, hány ml vízével egyezik meg a térfogatuk!

	Becslés (cm^3)	Mérés (cm^3)
Kavics		
Radír		
Üveggolyó		
Hurkapálca		

2. a) Az alábbi tárgyak közül melyik okozhat észlelhető vízszintemelkedést? Aláhúzással válaszolj!

<u>babszem</u>;	kis darab folpakk-fólia;	<u>kockacukor</u>;
rövidebb cérnaszál;	<u>kréta</u>;	szappanbuborék;
1 db mákszem	100 db mákszem,	<u>10 000 db mákszem</u>

b) A felsorolt alakzatok közül melyik rendelkezik térfogattal? Aláhúzással válaszolj!
téglalap; szakasz; <u>gömb</u>; 1 000 000 db pont; <u>téglatest</u>; körlap; spirálvonal; <u>gúla</u>, henger oldallapja; hatszög; <u>kúp</u>
Milyen mérhető tulajdonsággal rendelkeznek azok az alakzatok, melyeket nem húztunk alá?
– A téglalap, körlap, hengerpalást (most még oldallap) területtel jellemezhető.

– A szakasznak, spirálvonalnak hossza van.
– A véges sok pont esetén csak a számuk (és a helyzetük) határozható meg, de se a hosszúság, se a terület, se a térfogat mértéke nem alkalmazható rájuk.

2. Kisebb testek térfogatának mérése, a térfogat meghatározása következtetéssel

Bab- illetve rizsszem térfogatát mérjük meg. Mivel ezek a testek meglehetősen kicsik, a méréshez többet használunk fel belőlük. A mérések kétféleképpen történhetnek: ld. a 2. feladatlap 3. a) és 3. b) feladatait!
– Adott számú babszem vízkiszorítását mérik, majd osztják a mért térfogatot a darabszámmal. Az egyes csoportok különböző számú (10, 20, 30, 40) babbal dolgozzanak.
– Adott térfogatnyi rizsszemet szórnak a vízbe, miközben számolják a rizsszemeket. Ebben az esetben tehát annyi rizsszem kerül a hengerbe amennyi 10 ml vizet szorít ki. Elosztják az adott térfogatot a megszámolt darabszámmal.
– A 3. c) feladatban a kapott két térfogatérték hányadosát kiszámítva válaszolnak a kérdésre.
A méréseket úgy végezzék, hogy az egy asztalnál ülők 10, 20, 30 illetve 40 szem babbal dolgozzanak. Szinte minden mérés lehetőséget ad arra, hogy tisztázzuk, a kapott értékek nem pontosak. Ugyanakkor az „átlagos babszem” térfogatmérésének pontossága fokozható nagyobb mintával.
– Elmondhatjuk (kémia 7. osztály), hogy ezzel a módszerrel még az anyagot felépítő kis részecskék, atomok, molekulák tömege is megmérhető. Ezeket sem egyesével mérik, hanem mód van adott számosságú halmazuk tömegének meghatározására. Osztással pedig megkapják egyetlen részecske tömegét.

3. Próbáljuk meg kisebb testek térfogatát is meghatározni!
Mérjük meg egy babszem és egy rizsszem térfogatát! Határozzuk meg, hogy hányszorosa a babszem térfogata a rizsszemének!
Megemeli-e számottevő mértékben a babszem (rizsszem) a vízszintet?
A vízszint emelkedése nem elegendő a méréshez.

a) Számoljatok le 10, (20, 30 illetve 40) db babszemet és tegyétek be a mérőhengerbe!
A vízszintemelkedés alapján a babszemek együttes térfogata: v ml.

Egy babszem térfogatának meghatározása: v : darabszám.
$V_{\text{babszem}} \approx$ ..... ml

b) Ezúttal rizsszemeket szórjatok a mérőhengerbe addig, amíg a vízszintnövekedés el nem éri a 10 ml-t. A rizsszemek számából következtessetek 1 darabnak a térfogatára.

10 ml vizet n db rizsszem szorított ki, így 1 rizsszem vízkiszorítása: 10 : n ml.

$V_{\text{rizsszem}} \approx$ ..... ml

c) Hozzávetőleg hányszorosa a babszem térfogata a rizsszemének? $V_{\text{babszem}} : V_{\text{rizsszem}}$

d) Mi indokolja, hogy sem a bab, sem a rizs térfogatának mérésekor nem pontosan ugyanazt az értéket kapták az egyes csoportok? Melyik esetben feltételezhető a pontosabb eredmény?
Egyrészt a mérésről tudjuk, hogy csak közelítő eredményt ad, de azt is tisztázzuk, hogy nagyobb minta esetén (több szem mérésekor) pontosabb átlagértéket kaphatunk.
Bár a folyadékszint emelkedését nemcsak keskeny mérőhengerben vizsgálhatjuk, hanem nagyobb edényekben is, mégsem mérhetjük meg minden test térfogatát ezzel a módszerrel. Milyen nehézségekkel találkozhatunk, ha egy gyufásdoboz térfogatát szeretnénk megmérni?

A doboz üresen fenn úszik a víz tetején, lenyomva megtelik vízzel. A megoldás, ha a dobozt töltjük meg valamilyen anyaggal. Erre használjuk az imént megismert térfogatú bab, illetve rizsszemeket.

3. A térfogatmérés mértékegységeinek előkészítése

– Alkalmazzunk új módszert! Ezúttal a térfogatot nem a vízkiszorításával, hanem az üres hely „mértékegységgel” történő kitöltésével határozzuk meg.

2. feladatlap 4. feladatával a skatulya térfogatát (ezúttal űrtartalmát) babbal, illetve rizzsel történő feltöltéssel végzik a gyerekek. Megszámolva a szemek számát és megszorozva azok már megismert térfogatával megkapják a skatulya űrtartalmát. A kérdéssor alapján előkészítik a metrikus mértékegység bevezetését.

– A méréssel azt is igazoljuk, hogy a kisebb egységgel pontosabban tudunk mérni, de azt is, hogy ezek az egységek nem töltik ki hézagmentesen a dobozt, tehát ebből további pontatlanságok adódnak. Az eltérő eredményekből arra is következtethetünk, hogy a babszemmel történő mérés esetén nagyobb hézagok maradnak, így kisebb térfogat adódik.

– A térfogat, mint viszonyszám: ismerve a bab és a rizs megközelítő térfogatát, meghatározhatjuk azok arányát is. Természetesen nem az arány fogalmának bevezetésével, hanem annak a kérdésnek a megválaszolásával, hogy hányszorosa a bab térfogata a rizsének. Ezzel előkészítjük a térfogatmérésnek azt az elvét, amikor egy ismert térfogatú egységhez mérjük egy ismeretlennek a térfogatát.

4. Mérjük meg egy gyufásdoboz térfogatát! Üres gyufaskatulyába szórjunk színültig rizst.

a) Számoljuk meg, hány szemmel töltöttük tele!

A skatulya térfogata megközelítőleg *n* szem rizsével egyenlő.

b) Mérjük meg babszemekkel is.

A skatulya térfogata megközelítőleg *m* szem babéval egyenlő.

c) A két számérték között eltérést tapasztaltunk. Miért?

Eltérő nagyságú mértékegységek, így eltér a mérőszám is.

d) A rizs és a babszemek számából következtessünk a térfogatra. Használd fel, hogy a korábbi feladatban meghatároztuk mindkettő térfogatát!

Megegyezik-e a két eredmény? Nem. Rizzsel mérve nagyobb térfogatot kapunk.

Melyik „mértékegységgel” sikerült jobban kitölteni a dobozban lévő üres helyet? Rizzsel

Melyikkel lehetett pontosabban mérni? Rizzsel

e) Miért nem lehetséges hézagmentesen kitölteni a skatulyát babbal vagy rizzsel? Az alakjuk miatt.

f) Húzd alá, milyen alakú tárgyak alkalmasak a tér hézagmentes kitöltésre az alábbiak közül: gömb, téglatest, kúp, henger, kocka!

g) Melyiket tartod a legalkalmasabb mértékegységnek? A kockát.

Miért? Hézagmentesen kitölthető vele a tér, és könnyen számolhatunk, mérhetünk vele.

III. A térfogat mértékegységei, átváltások

1. A térfogat szabványos mértékegységeinek bevezetése

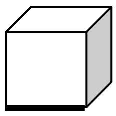
– Az előző feladatból leszűrjük, hogy mértékegységként az 1 cm élhosszúságú kockát használjuk, amellyel a teret hézagmentesen kitölthetjük. Nevet adunk neki, megmutatjuk a rövidítését, esetleg indokoljuk a kitevőben szereplő 3-as számot. Megadunk néhány testet,

amelyek térfogata megközelítőleg 1 cm^3. Rákérdezünk néhány testre, hogy azok térfogata hogyan viszonyul a mértékegységhez. Minden esetben felmutatjuk az egységkockát (Dienes fehér), majd megkérdezzük, hogy egy kávé-, borsószem, egy radír, kréta térfogata nagyobb-e vagy kisebb. Megpróbálhatjuk megbecsülni hosszúkás test térfogatát is, de ezzel vigyáznunk kell. Nem könnyű megállapítani például, hogy milyen hosszú ceruzabél térfogata éri el az 1 cm^3 -t.
– Ezután induktív módon bevezetjük a dm^3 fogalmát (3. feladatlap 1. feladat), és a rajz alapján megállapítjuk hogy a nagy kockában 10 · 10 · 10, azaz 1000 kis kocka fér el. Ennek alapján következtethetünk a további mértékegységek közti váltószámokra is. Használhatjuk hozzá az ismert dm^3-es modellt is.
– Kitérünk a tömeg- és térfogategység közti kapcsolatra is azzal a megjegyzéssel, hogy 1 dm^3 térfogatú 4 °C-os víz tömege 1 kg. Fontosabb azonban az első átjárót megnyitni az űr- és térfogat-mértékegység között. Megmutatjuk, hogy az 1 liter folyadék pontosan kitölti az üres dm^3-es kockát, majd közöljük, hogy ez esetben a két mérték pontosan megegyezik.

A továbbiakban a térfogat mérésére új mértékegységet vezetünk be. A mértékegység alakja kocka, éleinek hossza 1 cm.

Az 1 cm élű kocka térfogata 1 köbcentiméter. Jele 1 cm^3.

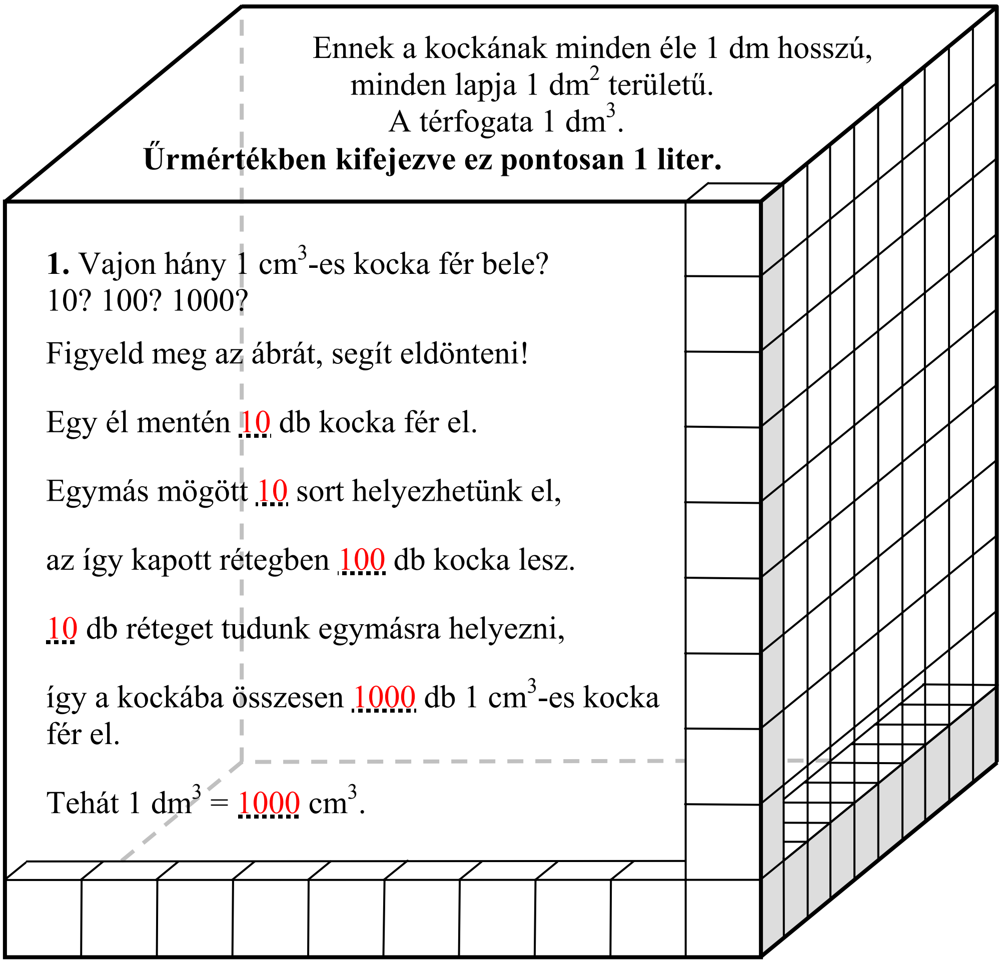
Körülbelül 1 cm^3 a térfogata:


1 cm

- 1 szem kockacukornak;
- a színesrúdkészlet fehér kockájának;
- 1,24 cm átmérőjű gömbnek (egy kisebb üveggolyónak).

Keressünk további térfogatmértékegységeket!
Ha egy kocka élei 1 dm hosszúak, akkor a térfogata **1 köbdeciméter;** jele: **dm^3**.
Keressük meg a váltószámot a megismert két mértékegység között!

3. FELADATLAP



Ennek a kockának minden éle 1 dm hosszú, minden lapja 1 dm^2 területű.
A térfogata 1 dm^3.
Űrmértékben kifejezve ez pontosan 1 liter.

1. Vajon hány 1 cm^3-es kocka fér bele?
10? 100? 1000?

Figyeld meg az ábrát, segít eldönteni!

Egy él mentén 10 db kocka fér el.

Egymás mögött 10 sort helyezhetünk el,

az így kapott rétegben 100 db kocka lesz.

10 db réteget tudunk egymásra helyezni,

így a kockába összesen 1000 db 1 cm^3-es kocka fér el.

Tehát 1 dm^3 = 1000 cm^3.

TUDNIVALÓ:

Az 1 cm élű kocka térfogata 1 köbcentiméter. Jele 1 cm^3.

Az 1 dm élű kocka térfogata 1 köbdeciméter. Jele 1 dm^3. 1 dm^3 = 1000 cm^3.

1 dm^3 űrmértékben kifejezve pontosan 1 liter.

1 kg 4 fokos víznek pontosan 1 dm^3 a térfogata.

– Ezután rátérünk a többi mértékegység jelentésére, nagysági viszonyaira, váltószámokra. A 3. feladatlap 2. feladatában a gyerekek következtetnek a m^3-re mint mértékegységre. Az ábra alapján értelmezzék, rakják össze az élvázát méterrudakkal. 8 méterrúd elegendő, az alsó élek elhagyhatók (szükség esetén a 4 függőleges is elég, ha pl. le tudjuk fedni egy síklappal.) Megállapítják a váltószámot a m^3 esetén is, a dm^3 cm^3 analógiájával.

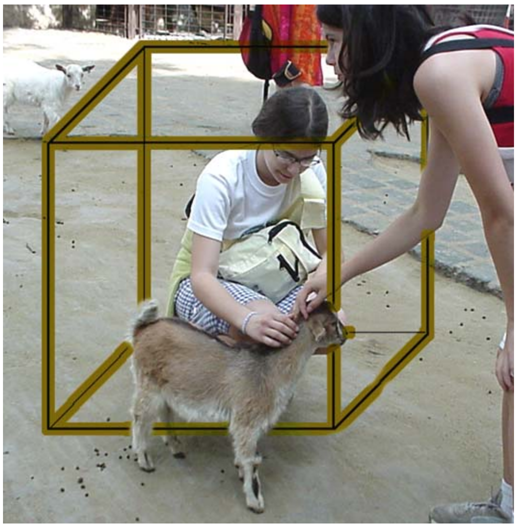
2. Az 1 dm^3-es kockát rá tudod helyezni a tenyeredre.

Vajon mekkora lehet az 1 m^3-es kocka?

Az eddig látottakból kitalálhatod, hogy egy ilyen kocka éle 1 m hosszú.

A kép az 1 m^3-es kocka élvázát mutatja. Ti is összeállíthatjátok megfelelő számú méterrúddal! Elférnél benne?

Vajon hány darab 1 dm^3-es kockával lehet kitölteni?
Az előző ábra segít megválaszolni a kérdést.
Az 1 m^3-es kockát 1000 db 1 dm^3-es kockával lehet kitölteni.



3. feladatlap 3. feladatával az analógiát folytatva bevezetjük a mm^3-t és a váltószámot. Szemléltetésre a kockacukor és az azt felépítő kristályszemek szolgálnak. Összefoglalásként írjuk le az eddig megtanult térfogat mértékegységeket és a váltószámokat!

3. Hogyan neveznéd az 1 mm élű kocka térfogatát? Írd ide! 1 mm^3
Egy szem kristálycukornak körülbelül ekkora a térfogata. Hány pici kristályból állhat egy kockacukor? 1000 db-ból.

Sorold fel a megismert térfogat-mértékegységeket növekvő sorrendben! Írd be a téglalapokba a váltószámokat!

mm^3 < cm^3 < dm^3 < m^3

$\boxed{1000}$ $\boxed{1000}$ $\boxed{1000}$

A 3. feladatlap 4. a) feladatával nem szomszédos mértékegységekre is kiterjesztjük a váltószámot.. Mutassuk meg, hogy ezek az értékek mindig 1000 hatványai lesznek, azaz a váltószámokban szereplő nullák száma 3 többszöröse. (Analógia a területváltószámoknál tapasztalt esettel, ahol a váltószámok mindig páros számú nullát tartalmaztak.)
A b) feladatban a hosszúság-, terület- és térfogat-mértékegységek megfelelő váltószámait vizsgáljuk. Általánosítással a térfogat nagyobb mértékegységeire is alkalmazzuk a szabályt. Mutassuk meg, hogy ezek az értékek mindig 1000 hatványai lesznek, azaz a váltószámokban szereplő nullák száma 3 többszöröse. Analógia a területváltószámoknál tapasztalt esettel, ahol a váltószámok mindig páros számú nullát tartalmaztak. (Hatványozás ismerete nélkül természetesen a nullák számára hivatkozunk, átváltásnál pedig arra, hogy hány hellyel kerülnek odébb a mérőszám számjegyei, illetve a tizedesvessző.)

4.

a) Keressük meg a váltószámokat a többi mértékegység között is!
1 m^3 = 1 000 000 cm^3
1 dm^3 = 1 000 000 mm^3
1 m^3 = 1 000 000 000 mm^3

b) Figyeld meg a hossz, a terület és a térfogat váltószámait!
1 m = 10 dm
1 m^2 = 10 · 10 dm^2 = 100 dm^2
1 m^3 = 10 · 10 · 10 dm^3 = 1000 dm^3
1 m = 100 cm

1 m^2 = 100 · 100 cm^2 = 10 000 cm^2
1 m^3 = 100 · 100 · 100 cm^3 = 1 000 000 cm^3
1 m = 1000 mm
1 m^2 = 1000 · 1000 mm^2 = 1 000 000 mm^2
1 m^3 = 1000 · 1000 · 1000 mm^3 = 1 000 000 000 mm^3

Ha ismered a számok hatványalakját, akkor azt felhasználva a számok leírását lerövidítheted!

2. Az általunk használt legnagyobb térfogatmértékegység

Ezután a 4. c) feladattal bevezetjük a legnagyobb mértékegységet, a km^3-t is. A mértékegységek sorát kierjesztjük a mm^3-től a km^3-ig, mód nyílik a váltószámok többoldalú megközelítésére.

Adatokat gyűjthetnek például könyvtárban, Interneten az égitestek térfogatáról, az adatok ismeretében felismerhetik, hogy a hosszúsági és a térfogatadatok között nem az ismert (lineáris) összefüggés van. Természetesen csak néhány, táblázatban rögzített adattal végeznek megfigyelést, még nem kell a hasonló alakzatokkal kapcsolatos összefüggést felismerniük. A km^3 kapcsán önálló munkával dolgozzák fel a 4. d) feladatot, mely a legnagyobb mértékegységgel kapcsolatosan tartalmaz ismereteket. Ebből egyrészt összevetik a legnagyobbat a legkisebbel (km^3 – mm^3), másrészt kitekintenek a hatalmas objektumok világába – Föld, csillagok.

c) Az általunk használt legnagyobb térfogat mértékegység még hiányzik a sorból. Hogyan neveznéd?

Jele: km^3

Az előző feladat alapján írd be a hiányzó adatokat! Ne lepődj meg, igen nagy számokat kapsz! Ha tudod, most is rövidítheted hatványalakkal.

1 km = 1000 m, tehát 1 km^3 = 1000 · 1000 · 1000 m^3

1 km^3 = 1 000 000 000 m^3 = 1 000 000 000 · 1 000 000 000 mm^3 = 1 000 000 000 000 000 000 mm^3

d) Hogy fogalmat alkothassunk erről az irdatlan nagy számról, képzeljük el a két mértékegységet együtt!

Ha a rajzon szereplő kocka élei 1 km hosszúak lennének, akkor ezt a térrészt körülbelül 1 000 000 000 000 000 000 db homokszemcse töltené ki. Meg tudod nevezni ezt a számot?
1 trillió
A Föld térfogata valamivel több, mint 1 billió ilyen, a képen látható kocka térfogatával egyenlő, mivel térfogata körülbelül: 1 083 000 000 000 km^3.
Bár a Föld nem homokból van, a két szám összevetésével meg tudjátok állapítani, hány homokszemcséből épülne fel. És ne felejtsétek el, hogy a Föld is kicsiny porszem a csillagok világában…

IV. Kapcsolatok a térfogat és az űrtartalom mértékegységei között

1. A térfogat és az űrmértékek közötti kapcsolat számszerűsítése

Az átváltások gyakorlása előtt megkeressük a másik „átjárót” az űr- és térfogat-mértékegységek között.
A térfogat- és űrmértékek közötti kapcsolat számszerűsítése: 3. feladatlap 5. feladat.
Az összefüggések, váltószámok beírása után megtalálják a cm^3 és a ml ekvivalenciáját is. Ezzel, valamint a hl és m^3 relációjának felfedezésével lényegében valamennyi űr- és térfogat-mértékegység sorba rendezhető.

5. Keressünk kapcsolatot a térfogat és az űrtartalom mértékegységei között!
Azt már tudjuk, hogy 1 liter folyadék térfogata pontosan 1 dm^3.

Melyik űrmérték felel meg az 1 cm^3-nek?

1 dm^3 =

Alkalmazd a tanultakat!

1 dm^3 = 1000 cm^3

1 l = 10 dl = 100 cl = 1000 ml.

Ennek alapján 1 cm^3 = 1 ml ≈

Ennek ismeretében könnyen fogalmat alkothatunk az 1 ml űrtartalomról, hiszen ez a folyadékmennyiség pontosan elfér egy 1 cm élű kockában, és megfelel körülbelül egy gyűszűnyinek.
Keressük meg a váltószámot a hl és a térfogat-mértékegységek között!
1 hl = 100 l = 100 dm^3 1 m^3 = 1000 dm^3 = 1000 l = 10 hl

2. Átváltások gyakorlása az egész és tizedestört mérőszámú mennyiségek körében

A nehezebb esetek és tört váltószámok esetét a jobb tanulókra bízzuk: pl. a hl és a m^3 közötti váltást. A szöveges feladatok megoldása is differenciáltan történhet.
Több gyakorló- és házi feladatnak szánt feladat megoldásával elmélyíthetik a térfogatok átváltását (4. feladatlap. 1-6. feladatok).

4. FELADATLAP

1. Gyakoroljuk az átváltásokat a térfogat körében!

a) 15 dm^3 = 15 000 cm^3,
74 000 mm^3 = 74 cm^3,
107 dm^3 = 107 000 000 mm^3,
645 m^3 = 645 000 dm^3,
17 m^3 = 17 000 000 cm^3,
2 460 000 cm^3 = 2460 dm^3.

b) 4,7 m^3 = 4 700 dm^3,
1,247 cm^3 = 1247 mm^3 ,
7 400 cm^3 = 7,4 dm^3 ,
1234,567 dm^3 = 1 234 567 cm^3 ,
0,87 m^3 = 870 000 cm^3,
0,12 dm^3 = 120 cm^3,
35,4 dm^3 = 0,0354 m^3,
0,0015 m^3 = 1500 cm^3,
1234,567 dm^3 = 1, 234 567 m^3 ,
400 000 mm^3 = 0,4 dm^3.

c) 123 456 cm^3 = 123 dm^3 + 456 cm^3,
20 400 600 cm^3 = 20 m^3 + 400 dm^3 + 600 cm^3,
52 dm^3 + 325 cm^3 = 52 325 cm^3 = 52 325 000 mm^3,
3 m^3 + 145 dm^3 + 325 cm^3 = 3 145 325 cm^3 ,
40 m^3 + 20 dm^3 + 10 cm^3 = 40 020 010 cm^3 = 40 020,01 dm^3,
1111 m^3 + 2222 dm^3 + 33 333 cm^3 = 1 113 255 333 cm^3,
10 m^3 + 15 000 cm^3 = 10 015 dm^3 = 10 015 000 cm^3.

d) Segít az átváltásnál, ha felhasználod az „átjárókat” a térfogat és az űrtartalom közt.

1 l = 1 dm^3, 1 ml = 1 cm^3, 1 hl = 100 dm^3, 1 hl = 0,1 m^3

3,5 l = 3,5 dm^3 = 3500 cm^3,
1,5 m^3 = 1500 dm^3 = 1500 l
254 dl = 2540 cl = 25 400 ml = 25 400 cm^3,
15 500 cm^3 = 15 500 ml = 1550 cl = 155 dl = 15,5 l ,
1,45 m^3 = 1450 dm^3 = 1450 l = 14,5 hl,
0,052 hl = 5,2 l = 5,2 dm^3 = 5200 cm^3,
0,12 hl = 12 l = 12 dm^3 ,
0,687 m^3 = 687 l ,
1,8 dl = 180 cm^3,
0,69 m^3 = 6,9 hl ,
679 hl = 67,9 m^3.

2. Töltsd ki a táblázatot!

hl	2,4	0,987	4,5	0,4321
dm^3	240	98,7	450	43,21
dl	2400	987	4500	432,1
cm^3	240 000	98 700	450 000	43 210

3. Írd be a megfelelő mértékegységet!
82 l = 82 dm^3,
470 dm^3 = 4,7 hl,
111 dm^3 = 111 000 ml,
813 000 cl = 8,13 m^3,
740 dl = 74 dm^3.
3,5 m^3 = 35 hl.

4. Egy kádat olyan csappal töltünk meg, melyből percenként 12 liter víz folyik. Hány m^3 víz fér bele, ha 15 perc alatt telik meg a kád?
15 · 12 l = 180 l = 0,18 m^3

5. Egy 70 m^3 vizet tartalmazó kerti medencéből leengedik a vizet. Meddig tart, amíg kiürül, ha a levezetőn 4 liter víz folyik ki másodpercenként?

70 m^3 = 70 000 l ; 70 000 : 4 = 17 500 másodperc = 4 óra 51 perc és 40 másodperc.

6. Egy pohárba 2 dl üdítőt és két jégkockát teszünk. A jégkockák megolvadása után megközelítőleg mennyi folyadék lesz a pohárban, ha egy jégkocka 5 cm^3 térfogatú? (A jégkocka megolvadásakor megváltozik egy kicsit a térfogata, de ennek mértékétől eltekinthetünk.)

2 dl = 200 ml = 200 cm^3, így az össztérfogat 200 + 5 + 5 = 210 cm^3 = 21 cl = 2 dl 1 cl.