0568. MODUL

TÖRTEK

Esélylatolgatás kísérletek, játékok tapasztalatai alapján

KÉSZÍTETTE: GIDÓFALVI ZSUZSA

MODULLEÍRÁS

A modul célja	Kísérletek, játékok során annak tapasztaltatása, hogy egyes események gyakoribb előfordulása nem csak a szerencsén múlik. Esélylatolgatás megfigyelt események gyakorisága illetve relatív gyakorisága alapján.
Időkeret	2 óra
Ajánlott korosztály	11–12 évesek; 5. osztály
Modulkapcsolódási pontok	*Tágabb környezetben:* Informatika, technika, természetismeret, környezeti nevelés *Szűkebb környezetben:* Számtan, algebra, összefüggések, függvények, sorozatok, geometria, mérés *Ajánlott megelőző tevékenységek:* Törtek, koordináta-rendszer, diagramok készítése *Ajánlott követő tevékenységek:* Tizedes törtek
A képességfejlesztés fókuszai	*Számlálás kompetencia:* Események gyakoriságának megállapítása elvégzett kísérletekben, adott esemény előfordulási száma nem azonos elemszámú kísérletekben *Mérés, becslés:* Egy-egy jelenség előfordulási gyakoriságából nagyságrendi következtetések levonása, esélylatolgatás *Kombinativitás, rendszerezés kompetencia:* A kísérlet lehetséges eseményeinek összegyűjtése, a megfigyelt események osztályba sorolása *Indukció, dedukció:* Kis elemszámú kísérlet megfigyelése alapján becslés végzése nagyobb elemszámú kísérlet előtt; Valamely kísérlet lehetséges kimeneteleinek összegyűjtése alapján becslés végzése az egyes események előfordulási számára *Szövegértés kompetencia:* A kísérlet feltételeinek értelmezése, a feltételek teljesülésének megítélése, a megadott szabályok követése

AJÁNLÁS

Frontális és csoportmunka vegyesen; a tanulók mind a két órán a feladat jellegének megfelelő számú csoportban dolgoznak. Frontális munkára akkor kerül sor, amikor a tanár számítógépen szemléltet.

TÁMOGATÓRENDSZER

Számítógép, projektor, feladatlapok

ÉRTÉKELÉS

A csoportmunka megfigyelése alapján szóbeli értékelés

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	**Kiemelt készségek, képességek**	**Eszközök, Feladatok**
I. Egy esemény több kísérletsorozatban; több esemény egy kísérletsorozatban			
1.	Események előfordulása kockadobásos kísérletekben	Számlálás, számolás	1. feladatlap 1. 2.; dobókockák, számítógép; Kockadobás.xls
2.	Következtetések levonása a gyakoriságok alapján: mely kimenet bekövetkezésére van nagyobb esély?	Mennyiségi következtetés	1. feladatlap 3. 4.; dobókockák, pénzérmék
3.	A gyakoriság viszonyítása a kísérletek számához	Valószínűségi következtetés	1. feladatlap 5.; számítógép; Kockadobás.xls
4.	Becslés – két kockával történő dobáskor páros illetve páratlan összpontszám esélyének vizsgálata, összevetése	Becslés; mennyiségi következtetések; számolás	1. feladatlap 6. a)
5.	Elméleti fejtegetések: hányféleképpen következhet be az, hogy a dobott pontok összege páros illetve páratlan?	Kombináció; induktív következtetés	1. feladatlap 6. b)
II. Események bekövetkezési esélyének vizsgálata			
6.	Esélylatolgatás valószínűségi játékok során	Valószínűségi következtetés	1. feladatlap 7. 8.; dominókészlet, Babylon-készlet
7.	Igazságos játékok alkotása események (relatív) gyakoriságának alapján	Kombinativitás, rendszerezés, Valószínűségi következtetés	1. feladatlap 9., dobókockák

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. Egy esemény több kísérletsorozatban; több esemény egy kísérletsorozatban

1. Események előfordulása kockadobásos kísérletekben

1. Egy esemény előfordulása különböző számú kísérletsorozatban
Tapasztalatgyűjtés a kockadobálásról (1. feladatlap 1. a), b) feladat)
A játék során felidézik az alsó tagozaton szerzett tapasztalatokat, és újabb megfigyeléseket tehetnek.

a) Adjuk a gyerekeknek azt a feladatot, hogy dobjanak fel egy kockát és jegyezzék le a dobás eredményét a füzetükbe. Végezzék el ezt annyiszor, ahányszor csak tudják 3 percen keresztül.
Az önálló munkában végzett kísérlet várhatóan különböző számú kísérletvégzést eredményez.

b) Számoltassuk össze, hogy melyik számot hányszor érték el! Töltsenek ki egy ilyen táblázatot!

1-est dobtam	2-est dobtam	3-ast dobtam	4-est dobtam	5-öst dobtam	6-ost dobtam

Az észlelési adatok gyakoriságának megállapítása a betűstatisztika készítése során alkalmazott módszerrel történhet.
A táblázat kitöltése után számolják össze a gyerekek, hány kísérletet végeztek, és fogalmazzák meg, hogy ennek során hányszor dobtak 1-est, 2-est… 6-ost.
Ezek után mondjuk ki:

TUDNIVALÓ:

Azt a számot, amely megmutatja, hogy a kísérlet során hányszor dobtunk 1-est, az 1-es dobás gyakoriságának nevezzük.

c) Írják fel egy cédulára, hányszor dobtak 6-ost, azaz jegyezzék le a 6-os dobás gyakoriságát! Csoporton belül beszéljék meg, ki nyerte a 6-os dobás versenyét!
Remélhetőleg vita alakul ki a csoporton belül arról, hogy mi alapján tekintsenek valakit győztesnek. Ebben a vitában felvetődhet az igény, hogy ne a gyakoriságokat hasonlítsák össze, hanem viszonyítsák azt az elvégzett kísérletek számához. Állapítsák meg, hogy az elvégzett kísérleteknek mekkora részében dobtak 6-ost! Ha ez nem vetődik fel egyik csoportnál sem, a tanári provokáció hatására beszéljék meg a gyerekek, hogyan lenne célszerű összehasonlítani ezeket az eredményeket.
Várhatóan megfogalmazódik a javaslat a 6-os dobás relatív gyakoriságának számítására is (nem kell használni az elnevezést!).

1. FELADATLAP

1. Tapasztalatgyűjtés a kockadobálásról.

a) Dobj fel egy szabályos dobókockát és jegyezd le a dobás eredményét a füzetedbe! Ismételd meg ezt annyiszor, ahányszor csak tudod 3 perc alatt!

b) Számold össze, hogy melyik pontot hányszor dobtad! Töltsd ki a táblázatot!

1-est dobtam	2-est dobtam	3-ast dobtam	4-est dobtam	5-öst dobtam	6-ost dobtam

2. Elemi események előfordulási esélyei egy kísérletben

a) Vizsgálják meg az előző feladatban készített táblázatukat, és döntsék el, melyik számmal szeretnének játszani a kockadobás-játékban!
A játék szabálya: a játékosok sorban dobnak egy kockával, és az kap egy pontot, akinek kidobták a választott számát. Dobjanak 3 kört!
Beszéljék meg a gyerekek, hogy elég érdekesnek, izgalmasnak találták-e a játékot! Érveljenek a játék mellett vagy ellene!
Várhatóan nem tartják izgalmasnak a játékot, hiszen minden dobásnak ugyanakkora az esélye, a győzelem véletlenszerű. A játék viszont igazságos, mindenki ugyanolyan eséllyel lehet győztes.

b) Szimuláltassuk számológéppel vagy inkább számítógéppel a kockadobást!
A **Kockadobás.xls** file-ban megtalálható egy elvégzett kísérletsorozat értékelése. A Munka 1 anyagban az elvégzett kísérlet adatait találjuk, de magunk is előállíthatunk könnyen ilyet, ha az Excel számítógépes program első sorának első oszlopába beírjuk ezt az utasítást:
=INT(VÉL()*6+1)
Másoljuk ezt át annyi cellába, ahány kísérletet el akarunk végeztetni!
Egy üres területre írjuk egymás melletti cellákba:
1-es, 2-es, 3-as, … 6-os
Az 1-es alatti cellába írjuk a következő parancsot:
=DARABTELI(A1:A10;1)
A 2-es alattiba:
=DARABTELI(A1:A10;2)
…
Hasonló parancsokkal készíthetjük el 100, 1000 illetve 10 000 dobás gyakorisági táblázatát.

Mielőtt a szimulációt a gyerekek elé tárjuk, az 1. feladatlap 2. feladatában található táblázatot töltessük ki lépésenként!
– Végeztessünk először 10 kísérlet eredményére becslést. Ha a gyerekek azokra a tapasztalatokra építenek, amelyeket korábban szereztek a kockadobásról, miszerint mindegyik pontszámnak ugyanakkora az esélye, akkor közel egyenlően próbálják elosztani a kísérlet számát az egyes események között. Állapodjunk meg abban, hogy mikor tartunk majd jónak egy becslést!
Célszerű elfogadni, hogy jó a becslés, ha a kísérlet és a becslés eltérése oszloponként legfeljebb 1 pont.
– A gyerekek, bár tudják, hogy a véletlen műve az, hogy melyik szám lesz a nyertes, mégis szívesen kötnek fogadásokat valamelyik dobási eredmény győzelmére.
– A számítógépes szimuláció eredménye alapján értékeljük a becsléseket (ki tett mind a hat oszlopban „jó” becslést…), aztán becsültessük meg 100 kísérlet eredményét!
Itt már jónak számíthat egy becslés, ha a kísérlet és a becslés közti eltérés legfeljebb 10.
– Hasonlóan folytathatjuk ezt 1000 vagy akár 10 000 kísérlet esetében.
Ha felhasználják a kisebb számú kísérlet eredményeit a 10-szer annyi dobásból álló kísérlet gyakoriságainak becslésére, megfigyelhetik, hogy kezdetben „torzabb” lesz a becslésük, mint a nagyobb számú kísérletek esetében.

Vetessük észre, hogy egyre kiegyenlítettebbek az adatok, lehet, hogy egyre jobban becsülnek a gyerekek. Nagyobb számú adatnál könnyebb megsejteni, melyik adat hányszor fog előfordulni.

– A táblázatba rendezést kövesse gyakorisági diagram készítése is!
Az adatok előfordulásáról készíthetünk az Excel program Beszúrás/Diagram menüjével gyakorisági diagramokat, és elkészíthetjük a relatív gyakoriságokat ábrázoló diagramokat is. Az általunk előállított kísérletek diagramjai megtalálhatók a (Kockadobás.xls) Diagram 10 dobásból, Diagram 100 dobásból, Diagram 1000 dobásból, Diagram 10 000 dobásból, Diagram relatív gyakoriságokról munkalapokon.
A nagyobb számú kísérlet elvégzésével megfigyelhetik és megfogalmazhatják, hogy egyre kiegyensúlyozottabb az egyes pontok előfordulása.

2. Mit gondolsz, melyik szám hányszor fordul elő a következő kísérletek során?

A kísérletek száma		1-es	2-es	3-as	4-es	5-ös	6-os
10	becslés						
	kísérlet						
100	becslés						
	kísérlet						
1000	becslés						
	kísérlet						
10 000	becslés						
	kísérlet						

2. Következtetések levonása a gyakoriságok alapján: mely kimenet bekövetkezésére van nagyobb esély?

A következő két kísérletet csak akkor végeztessük el a gyerekekkel, ha úgy látjuk, hogy további tapasztalatra van szükségük.
Ennek megfelelően dönthetünk arról, hogy
– osztálykeretben vagy otthoni munka során kérjük a kísérletek végzését;
– minden tanulóval vagy csak néhánnyal végeztetjük el a kísérletet;
– tényleges kocka- illetve pénzérme-dobálással vagy számítógépes szimulációval valósítjuk-e meg az újabb tapasztalatszerzést;
– mely kísérleteket végeztetjük el, és azokat hányszor.
Az 1. feladatlap 3. illetve 4. feladatában megtalálható a feladat és a lejegyzést támogató táblázat!
A kísérletek elvégzésével a gyerekek további tapasztalatokat szereznek
– a kockadobás illetve a pénzérme-dobás lehetséges kimeneteleinek egyenlő esélyéről;
– a kísérlet lehetséges kimeneteleinek a nagyobb számú kísérletben tapasztalható kiegyenlítettségéről.

3. Tippeld meg, melyik szám hányszor fog előfordulni, ha 50-szer feldobsz egy szabályos dobókockát!
A kísérlet elvégzése után számold össze az egyes kimenetek gyakoriságát, és ennek alapján töltsd ki a táblázat 2. sorát! Figyeld meg, mennyit tévedtél! Mi okozta a tévedésedet?

Kimenet	1	2	3	4	5	6
Tipp						
Gyakoriság a kísérlet során						
Tévedés						

Dobj 50-szer a játékkockával, és a dobások eredményét jegyezd fel a következő táblázatba!

Dobások száma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Dobások kimenete										

Dobások száma	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Dobások kimenete										

Dobások száma	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Dobások kimenete										

Dobások száma	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Dobások kimenete										

Dobások száma	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Dobások kimenete										

4. Tippeld meg, hogy a fej és az írás hányszor fog előfordulni, ha 50-szer feldobsz egy pénzérmét!

Kimenet	Fej	Írás
Tipp		
Gyakoriság		
Tévedés		

Dobj 50-szer egy pénzérmével, és a dobások eredményét jegyezd fel:
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………

TUDNIVALÓ:

Az előző kísérletek jól mutatták, hogy a kísérletek végzésekor nem csak az lehet a fontos, hogy egy esemény hányszor következett be, hanem azt is jó tudnunk, hogy hány kísérletet végeztünk. Így viszonyítani tudjuk a vizsgált esemény gyakoriságát a kísérletek számához, úgy, hogy megállapítjuk, az elvégzett kísérleteknek hányad részében következett be a megfigyelt esemény.

3. A gyakoriság viszonyítása a kísérletek számához

Ha elegendő tapasztalatot szereztek a gyerekek a gyakoriság és a kísérletek számának az összevetéséről, oldjuk meg az 1. feladatlap 5. feladatát!
Az 5. feladatban a gyerekek megállapítják önálló munkában az egyes események gyakoriságainak viszonyát a kísérletek számához.
Megfigyelhetik, hogyan változtak a 10-szeresre növelt kísérletszám esetén a gyakorisági értékek, és ezek alapján sejtést fogalmaznak meg a gyakoriságok alakulásáról a kísérletek számának további 10-szeresre növelése esetén.

5. Elvégeztettük számítógéppel a kockadobás kísérletét 10-szer és aztán 100-szor. Az egyes események gyakoriságait táblázatba gyűjtöttük.

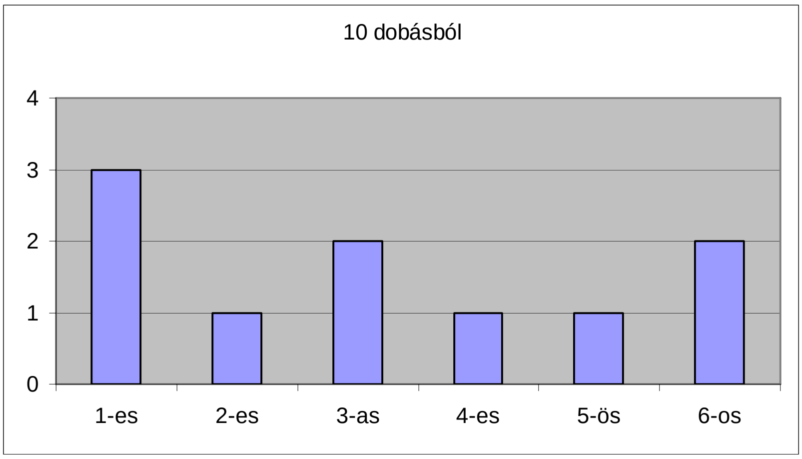
a) Sejtsd meg, milyen lesz 1000 kísérletnél a gyakoriság sora!

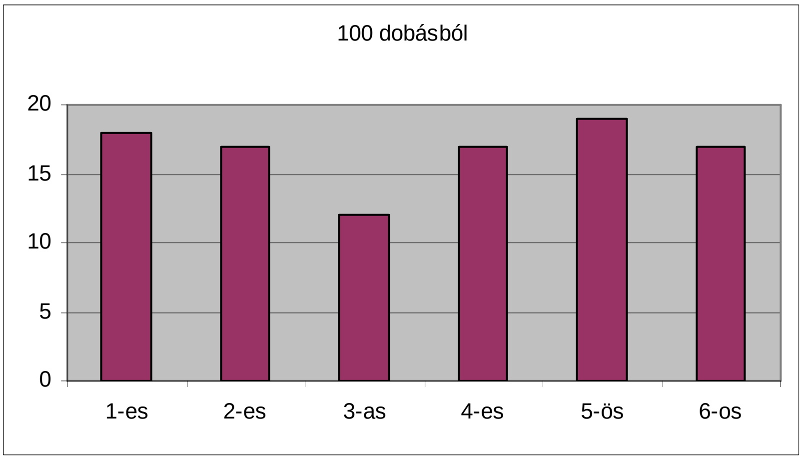
b) Viszonyítsd a gyakoriságot a kísérletek számához! Számítsd ki, a kísérletek hányad részében dobtunk 1-est, 2-est, stb.!

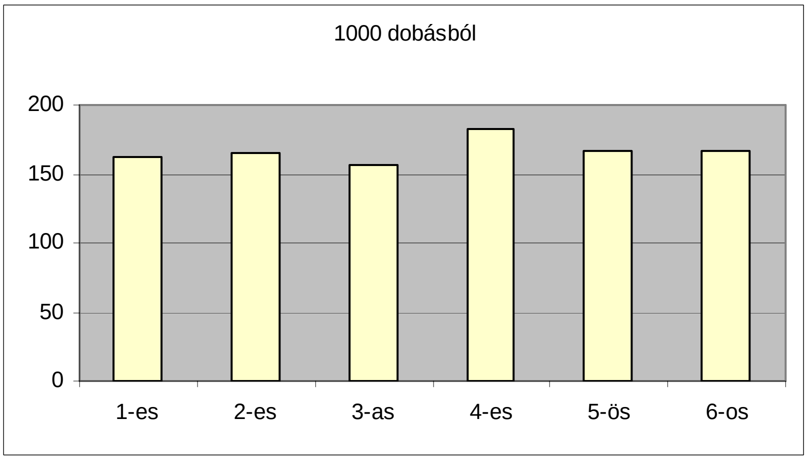
Kimenet	1	2	3	4	5	6	Elvégzett kísérletek száma
Gyakoriság	3	1	2	1	1	2	10
$\frac{\text{gyakoriság}}{\text{a kísérletek száma}}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	
Gyakoriság	18	17	12	17	19	17	100
$\frac{\text{gyakoriság}}{\text{a kísérletek száma}}$	$\frac{18}{100}$	$\frac{17}{100}$	$\frac{12}{100}$	$\frac{17}{100}$	$\frac{19}{100}$	$\frac{17}{100}$	
Gyakoriság becslése							1000
Gyakoriság a kísérletben	163	165	157	182	166	167	1000
$\frac{\text{gyakoriság}}{\text{a kísérletek száma}}$	$\frac{163}{1000}$	$\frac{165}{1000}$	$\frac{157}{1000}$	$\frac{182}{1000}$	$\frac{166}{1000}$	$\frac{167}{1000}$	

Érdekességként megmutathatjuk a kísérlet gyakorisági diagramjait, amit a témában gyorsabban haladók maguk is elkészíthetnek. Velük beszélgethetünk a relatív gyakorisági diagramok jelentéséről is 10, 100, 1000 kísérlet esetén. Erre találunk példát a **Kockadobás.xls**, Munka 2 oldalon, amit kivetíthetünk CD ROM-ról is.
Miközben megfigyelik a gyerekek az adatok változását, tapasztalhatják, hogy nagyobb számú kísérlet esetén kisebb az ingadozás.

c) Ha úgy látjuk, hogy a gyerekek számára érthető lesz a diagramok által nyújtott kép, bemutathatjuk számukra a CD-n is megtalálható ábrákat, és beszélgethetünk ennek jelentéséről.

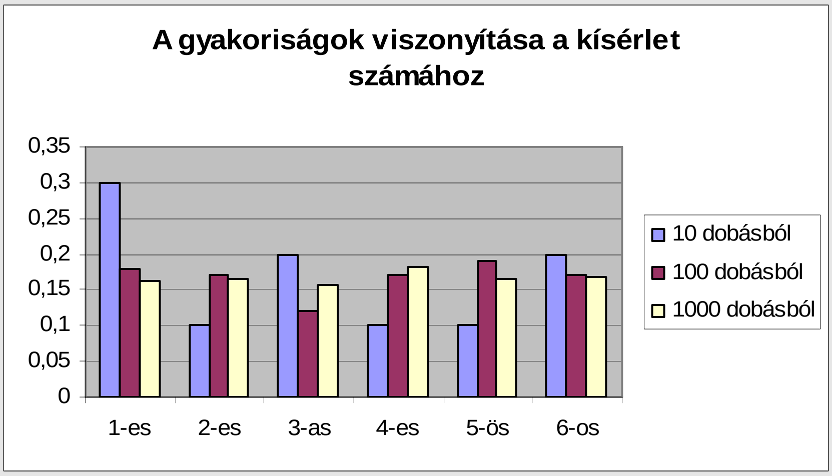






Ezeken a diagramokon is megfigyelhető, hogy kevés számú kísérlet során látványos az eltérés az egyes pontok gyakoriságai között, míg a nagyobb számú kísérlet esetén kiegyenlítettebbnek tűnik a „mezőny”.
Persze ez a diagramok egységválasztásán is múlik, így nem is állíthatók egymás mellé ezek a diagramok.

Ami viszont legalább ilyen jól mutatja a nagyobb számú adatok „megbízhatóságát”, az a relatív gyakorisági diagram, amelynél viszonyítjuk a gyakoriságokat a kísérletek számához.



4. Becslés – két kockával történő dobáskor páros illetve páratlan összpontszám esélyének vizsgálata, összevetése

A gyerekek olvassák el az 1. feladatlap 6. a) feladatát, és próbálják megtippelni az események előfordulási számát 100 kísérlet esetén!
Csoportok közti és csoporton belüli munkamegosztással végeztessük el a kísérletet!
1., 2. csoport: egy kockát feldob 2-szer egymás után, strigulát húz, ha a dobások összege páros. A kísérletet 50-szer kell elvégezni. A csoporton belül megosztható a munka.
Például:
– Kockadobáló
– Strigulázó
– Kísérletszámoló
– Jelentéskészítő

A 3., 4. csoport: két kockát feldob egyszerre, strigulát húz, ha a dobások összege páros. A kísérletet 50-szer kell elvégezni. A csoporton belül megosztható a munka.
A kísérlet elvégzése után összesítsük az eredményeket, két-két csoport eredményeit összeadva töltsük ki a 6. a) feladatban található 2. táblázatot, majd hasonlíttassuk össze a tippelésekkel!
Beszélgessenek a gyerekek erről csoportban, majd számoljanak be a csoportok a beszélgetés lényegéről!

6.

a) Gondold el, hogy két játékkockával dobsz egyszerre. Szerinted melyik esemény bekövetkezésének van nagyobb esélye:
– a dobott pontok összege páros;
– a dobott pontok összege páratlan?

Mit gondolsz, van-e különbség a fenti események bekövetkezési esélyében aszerint, hogy egy kockával dobsz kétszer egymás után, és a dobott pontokat összeadod, vagy két kockával dobsz egyszerre, és vizsgálod az összes pontot? A sejtésed szerint tippeld meg, 100 kísérletből melyik esemény hányszor fog bekövetkezni!

Tipp:

100 kísérletből	Egy kockával 2-szer	Két kockával egyszerre
Páros összeg		
Páratlan összeg		

Kísérlet:

100 kísérletből	Egy kockával 2-szer	Két kockával egyszerre
Páros összeg		
Páratlan összeg		

5. Elméleti fejtegetések: hányféleképpen következhet be az, hogy a dobott pontok összege páros illetve páratlan?

Problémafelvetés: mi lehet az előző kísérlet tapasztalatainak oka? Keressünk rá magyarázatot! A közös beszélgetés eredménye lehet az a megállapodás, hogy gyűjtsük össze, hányféleképpen lehet páros, illetve páratlan számot előállítani az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számokból két szám összegeként.

A tanulók ötletei alapján kitöltik a 6. b) feladat táblázatát, és tapasztalják, hogy ugyanannyiféleképpen lehet az összeg páros, mint páratlan.

Egy-egy tanuló fólián színezheti a páros, illetve a páratlan összegek mezőit, így egymásra helyezve a fóliákat elvégezhető az ellenőrzés.
Ennek alapján igazoltnak láthatják, hogy páros illetve páratlan összeget elérni ugyanakkora eséllyel lehet.

b) Hányféleképpen érhető el, hogy az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számok közül kiválasztott két szám összege páros illetve páratlan legyen?
Színezd a táblázat megfelelő mezőjét kékkel, ha az összeg páratlan, pirossal, ha az összeg páros!

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

II. Események bekövetkezési esélyének vizsgálata

6. Esélylatolgatás valószínűségi játékok során

Két valószínűségi játékkal erősítjük meg a (relatív) gyakoriság alkalmasságát az esélyek összehasonlítására.
Az 1. feladatlap 7. feladatában található dominójátékban az állítások nem egyenlő esélyű eseményeket jelölnek. Lehet, hogy a gyerekek ezt már a játék előtt megérzik.
Ha szeretnék, engedjük meg, hogy módosítsanak a játékszabályokon!
A játék igazságosságáról a dominók kiválogatásával vagy táblázat készítésével dönthetnek. Kiválogatják a dominókat, vagy táblázatban jelölik a szám párokat, amelyekre igaz a kiválasztott állítás (a vastagon körülhatárolt táblázatrészben minden dominólap elhelyezhető):

		a dominó másik felén a pöttyök száma									
		0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
a dominó egyik felén a pöttyök száma	**0**										
	1										
	2										
	3										
	4										
	5										
	6										
	7										
	8										
	9										

7. Ehhez a játékhoz szükség lesz egy dominókészletre.
Rajzoljatok a füzetetekbe egy 10 lépéses játéktáblát!

START										CÉL

Válasszatok egyet az alábbi állítások közül!

1. A dominó mindkét felén páros számú pötty van.
2. A dominón összesen páros számú pötty van.
3. A dominó két felén ugyanannyi pötty van.
4. A dominón összesen 10-nél több pötty van.
5. A dominó két felén található számok szorzata páros.
6. A dominó két felén található számok szorzata páratlan.

Keverjétek össze a lefordított dominókat! A játék során egy dominót húz a sorra kerülő játékos. Azok a játékosok léphetnek a saját játéktáblájukon, akiknél lévő állítás igaz a kiválasztott dominóra. Az a játékos nyer, aki leghamarabb ér a célba.
Beszéljétek meg, igazságos volt-e a játék!

Az állítások igazak a pirossal jelölt dominókra.

1. A dominó mindkét felén páros számú pötty van:

(0,0)									
(0,1)	(1,1)								
(0,2)	(1,2)	**(2,2)**							
(0,3)	(1,3)	(2,3)	(3,3)						
(0,4)	(1,4)	**(2,4)**	(3,4)	**(4,4)**					
(0,5)	(1,5)	(2,5)	(3,5)	(4,5)	(5,5)				
(0,6)	(1,6)	**(2,6)**	(3,6)	**(4,6)**	(5,6)	**(6,6)**			
(0,7)	(1,7)	(2,7)	(3,7)	(4,7)	(5,7)	(6,7)	(7,7)		
(0,8)	(1,8)	**(2,8)**	(3,8)	**(4,8)**	(5,8)	**(6,8)**	(7,8)	**(8,8)**	
(0,9)	(1,9)	(2,9)	(3,9)	(4,9)	(5,9)	(6,9)	(7,9)	(8,9)	(9,9)

2. A dominón összesen páros számú pötty van:

(0,0)									
(0,1)	**(1,1)**								
(0,2)	(1,2)	**(2,2)**							
(0,3)	**(1,3)**	(2,3)	**(3,3)**						
(0,4)	(1,4)	**(2,4)**	(3,4)	**(4,4)**					
(0,5)	**(1,5)**	(2,5)	**(3,5)**	(4,5)	**(5,5)**				
(0,6)	(1,6)	**(2,6)**	(3,6)	**(4,6)**	(5,6)	**(6,6)**			
(0,7)	**(1,7)**	(2,7)	**(3,7)**	(4,7)	**(5,7)**	(6,7)	**(7,7)**		
(0,8)	(1,8)	**(2,8)**	(3,8)	**(4,8)**	(5,8)	**(6,8)**	(7,8)	**(8,8)**	
(0,9)	**(1,9)**	(2,9)	**(3,9)**	(4,9)	**(5,9)**	(6,9)	**(7,9)**	(8,9)	**(9,9)**

3. A dominó két felén ugyanannyi pötty van:

(0,0)									
(0,1)	**(1,1)**								
(0,2)	(1,2)	**(2,2)**							
(0,3)	(1,3)	(2,3)	**(3,3)**						
(0,4)	(1,4)	(2,4)	(3,4)	**(4,4)**					
(0,5)	(1,5)	(2,5)	(3,5)	(4,5)	**(5,5)**				
(0,6)	(1,6)	(2,6)	(3,6)	(4,6)	(5,6)	**(6,6)**			
(0,7)	(1,7)	(2,7)	(3,7)	(4,7)	(5,7)	(6,7)	**(7,7)**		
(0,8)	(1,8)	(2,8)	(3,8)	(4,8)	(5,8)	(6,8)	(7,8)	**(8,8)**	
(0,9)	(1,9)	(2,9)	(3,9)	(4,9)	(5,9)	(6,9)	(7,9)	(8,9)	**(9,9)**

4. A dominón összesen 10-nél több pötty van:

(0,0)									
(0,1)	(1,1)								
(0,2)	(1,2)	(2,2)							
(0,3)	(1,3)	(2,3)	(3,3)						
(0,4)	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)					
(0,5)	(1,5)	(2,5)	(3,5)	(4,5)	(5,5)				
(0,6)	(1,6)	(2,6)	(3,6)	(4,6)	**(5,6)**	**(6,6)**			
(0,7)	(1,7)	(2,7)	(3,7)	**(4,7)**	**(5,7)**	**(6,7)**	**(7,7)**		
(0,8)	(1,8)	(2,8)	**(3,8)**	**(4,8)**	**(5,8)**	**(6,8)**	**(7,8)**	**(8,8)**	
(0,9)	(1,9)	**(2,9)**	**(3,9)**	**(4,9)**	**(5,9)**	**(6,9)**	**(7,9)**	**(8,9)**	**(9,9)**

5. A dominó két felén található számok szorzata páros:

(0,0)									
(0,1)	(1,1)								
(0,2)	(1,2)	(2,2)							
(0,3)	(1,3)	(2,3)	(3,3)						
(0,4)	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)					
(0,5)	(1,5)	(2,5)	(3,5)	(4,5)	(5,5)				
(0,6)	(1,6)	(2,6)	(3,6)	(4,6)	(5,6)	(6,6)			
(0,7)	(1,7)	(2,7)	(3,7)	(4,7)	(5,7)	(6,7)	(7,7)		
(0,8)	(1,8)	(2,8)	(3,8)	(4,8)	(5,8)	(6,8)	(7,8)	(8,8)	
(0,9)	(1,9)	(2,9)	(3,9)	(4,9)	(5,9)	(6,9)	(7,9)	(8,9)	(9,9)

6. A dominó két felén található számok szorzata páratlan:

(0,0)									
(0,1)	(1,1)								
(0,2)	(1,2)	(2,2)							
(0,3)	(1,3)	(2,3)	(3,3)						
(0,4)	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)					
(0,5)	(1,5)	(2,5)	(3,5)	(4,5)	(5,5)				
(0,6)	(1,6)	(2,6)	(3,6)	(4,6)	(5,6)	(6,6)			
(0,7)	(1,7)	(2,7)	(3,7)	(4,7)	(5,7)	(6,7)	(7,7)		
(0,8)	(1,8)	(2,8)	(3,8)	(4,8)	(5,8)	(6,8)	(7,8)	(8,8)	
(0,9)	(1,9)	(2,9)	(3,9)	(4,9)	(5,9)	(6,9)	(7,9)	(8,9)	(9,9)

A táblázatok jól mutatják, hogy a játék nem igazságos, legnagyobb esélye a győzelemre az 5. állítással játszó játékosnak van.

A gyerekek készítsék el a zacskókat az 1. feladatlap 8. feladata szerint!

8. Készítsen magának minden játékos egy zacskóba néhány golyót a Babylon-készletből!

1. játékos: 3 kék, 3 piros
2. játékos: 3 kék, 2 piros
3. játékos: 2 kék, 2 piros
4. játékos: 2 kék, 1 piros
5. játékos: 2 kék, 3 piros
6. játékos: 1 kék, 3 piros

Mindenki a saját zacskójából húz egy golyót becsukott szemmel.
Aki pirosat húz, az kap egy pontot.

a) Sejtitek-e, hogy 10 játék után ki fog nyerni?
b) Azt is tippeljétek meg, kinek, hány pontja lesz!
c) Játsszatok!
d) Magyarázzátok meg, miért nem igazságos a játék!

A pirosak számát viszonyítják a zacskóban található összes golyó számához, amelynek alapján megfogalmazzák sejtéseiket. (Előre lehet sejteni, hogy a 6. játékos lesz a nyertes.) Ha a gyerekek számára túl egyszerűnek tűnik az indoklás, szervezzük meg fordítva a játékot! Játsszák a csoportok a játékot a következő módon!

A csoportból valaki vállalja a játékvezető szerepét. Ő kiválaszt egy zacskót, jól összekeveri a golyókat, aztán húz egy golyót és megmutatja társainak. 10 húzás után mindegyik játékos leírja, szerinte mi van a zacskóban. Aki eltalálja, az nyeri a játékot. Ha senki sem találja el, újabb 10 húzás következik.

7. Igazságos játékok alkotása események (relatív) gyakoriságának alapján

Az igazságos játékalkotáshoz a legjobban ismert eszközt, a dobókockát választottuk.
Az 1. feladatlap 9. feladatában felkínált igazságos játéktervezésben minden tanuló érdekelt.
Adjunk a gyerekeknek dobókockákat, és engedjük, hogy táblázatkészítéssel megalkossák és megindokolják az igazságosnak vélt játékszabályukat.
A tervezés végeztével szervezhetünk tárlatlátogatást, vagy más alkalmat keríthetünk, hogy az egész osztály megismerhesse a kitalált játékszabályokat.

9. Két dobókockával dobva a legkisebb összeg 2, a legnagyobb 12 lehet.
a) Tervezzetek igazságos játékszabályt, melyik játékos milyen dobásoknál kap pontot!
b) Játsszatok!
A játék során is úgy tapasztaltátok, hogy igazságos volt a kitalált játékszabály? Ha nem, akkor módosítsatok a szabályon!

A táblázatkészítés ismét segíti az alkotást és az egyenlő esélyek megállapítását. Most például ilyen táblázatok készülhetnek:

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Sokat segíthet az alkotásban az összegek felírása is:

		3+1	
	2+1	2+2	
1+1	1+2	1+3 …	6+6