
TÖRTEK

Törtek szorzása és osztása természetes számmal

KÉSZÍTETTE: BENCZÉDY-LACZKA KRISZTINA, MALMOS KATALIN

MODULLEÍRÁS

A modul célja	Jártasságot szerezzenek a tanulók a pozitív törtek természetes számokkal való szorzására. Törtek osztása természetes számmal olyan egyszerű esetekben, amikor a számláló osztható az osztóval.
Időkeret	4 óra
Ajánlott korosztály	5. osztály
Modulkapcsolódási pontok	<i>Tágabb környezetben:</i> Természetismeret, technika, testnevelés, irodalom, történelem. <i>Szűkebb környezetben:</i> Törtek összeadása, kivonása <i>Ajánlott megelőző tevékenységek:</i> Már ismert számkörökben a szorzás és osztás művelete. <i>Ajánlott követő tevékenységek:</i> A törtekről tanultak összefoglalása.
A képességfejlesztés fókuszai	<i>Mennyiségi következtetés:</i> Mennyiségek törtrészének számítása; Műveleti tulajdonságok megfigyelése. <i>Deduktív következtetés, induktív következtetés:</i> Műveletek kiterjesztése a törtek körére és analógiák keresése.

AJÁNLÁS

Frontális, egyéni, páros és csoportmunka vegyesen (kooperatív módszerek is). A csoportmunkák mellett fontosnak kell lennie a frontális munkának, amely során a tanulók megerősítést kapnak a továbbhaladásuk szempontjából legfontosabb ismeretekben.

TÁMOGATÓ RENDSZER

Színesrúd-készlet, dominó- és memóriakártyák, papírlap, feladatlapok.

ÉRTÉKELÉS

Az egyéni munka megfigyelése során észrevehető ki hova jutott a megértésben, alkalmazásban.

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, Feladatok
I. A pozitív törtek természetes számmal való szorzásának bevezetése			
1.	Szőnyegezés színesrúd-készlettel	Megfigyelőképesség, alkotó gondolkodás	1. feladatlap 1-3.; Színesrúd-készlet; 0561 2. tanári melléklet (Torta-modell)
2.	Adott egységből különböző törtek és többszöröseik előállítása	Kreativitás	Papír, olló; 1. tanári melléklet; 1. feladatlap 4. 5.
3.	Feladatlap kitöltése	Alkalmazás	1. feladatlap 6.
II. A pozitív törtek természetes számmal való szorzásáról tanultak elmélyítése			
1.	Gyakorló feladatok megoldása	Számolás	1. feladatlap 7-9.
2.	Dominó- és memóriajáték; kártyajáték	Megfigyelőképesség, alkalmazás	2.; 3. tanári melléklet (Dominó- és memóriakártyák); 4. tanári melléklet (Játékkártyakészlet)
III. A pozitív törtek természetes számmal való osztásának bevezetése			
1.	Szöveges feladat alapján problémafelvetés a törtek pozitív egész számmal való osztásához	Szövegértés, modellalkotás	0561 2. tanári melléklet (Torta-modell); 2. feladatlap 1.
2.	Törtek pozitív egész számmal való osztásának értelmezése diákkvartett módszerrel	Megfigyelőképesség	5. tanári melléklet (Játékkártya)

3.	Feladatalkotás törtnek pozitív egész számmal való osztására	Kreativitás	
4.	Színesrudak szőnyegezése azonos színű rudakkal, egységkör kirakása azonos színű körcikkkel	Alkalmazás	2. feladatlap 2.; Színesrúd-készlet; 0561 2. tanári melléklet (Torta-modell)

IV. A pozitív törtek természetes számmal való osztásáról tanultak elmélyítése

1.	Gyakorló feladatok megoldása	Alkalmazás, számolás	2. feladatlap 3.
2.	Dominó- és memóriajáték	Alkalmazás, megfigyelőképesség	6.; 7. tanári melléklet (Dominó- és memóriakártyák)
3.	Összegek és különbségek hányadosának meghatározása	Alkalmazás, számolás	2. feladatlap 4.

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. A pozitív törtek természetes számmal való szorzásának bevezetése

1. Szőnyegezés színesrúd-készlettel

A tanulók párokban dolgoznak egy-egy színesrúd-készlettel.

Tanári kérdések utasítások:

- Ha a sötétkék rúd 1-et ér, mennyit ér egy világoskék?
- Mennyit ér két világoskék rúd?
- Hogy írhatjuk fel összeg alakban?
- Hogy írhatjuk fel egyszerűbben?

A tanulók válaszolnak a tanár kérdéseire úgy, hogy segítségként használják a színesrúd-készletet, majd önállóan megoldják a munkafüzet 1. feladatlap 1-3. feladatait.

1. FELADATLAP

1. Ha a rózsaszín rúd 1-et ér,

- a) mennyit ér két világoskék rúd? $\frac{3}{2} \cdot 2 = \frac{6}{2} = 3$
- b) mennyit ér három világoskék rúd? $\frac{3}{2} \cdot 3 = \frac{9}{2}$
- c) mennyit ér két piros rúd? $\frac{4}{2} \cdot 2 = \frac{8}{2} = 4$
- d) mennyit ér három piros rúd? $\frac{4}{2} \cdot 3 = \frac{12}{2} = 6$

2. Ha a világoskék rúd az 1,

- a) mennyit ér két rózsaszín rúd? $\frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$
- b) mennyit ér három rózsaszín rúd? $\frac{2}{3} \cdot 3 = \frac{6}{3} = 2$
- c) mennyit ér két piros rúd? $\frac{4}{3} \cdot 2 = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$
- d) mennyit ér három piros rúd? $\frac{4}{3} \cdot 3 = \frac{12}{3} = 4$

3.

a) Ha a világoskék rúd 1-et ér, mennyit ér két fehér rúd, két piros rúd, két citromsárga rúd?

$$\frac{1}{3} \cdot 2 = \frac{2}{3}; \quad \frac{4}{3} \cdot 2 = \frac{8}{3}; \quad \frac{5}{3} \cdot 2 = \frac{10}{3}$$

b) Ha a piros rúd az 1, mennyit ér két fehér rúd, két világoskék, két citromsárga rúd?

$$\frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{2}{4}; \quad \frac{3}{4} \cdot 2 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}; \quad \frac{5}{4} \cdot 2 = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

c) Ha a citromsárga rúd az 1, mennyit ér két fehér, két világoskék rúd, két piros rúd?

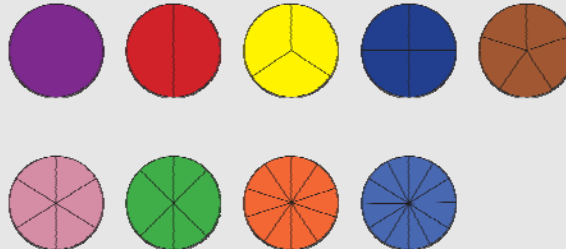
$$\frac{1}{5} \cdot 2 = \frac{2}{5};$$

$$\frac{3}{5} \cdot 2 = \frac{6}{5};$$

$$\frac{4}{5} \cdot 2 = \frac{8}{5}$$

A fentiekhez hasonló feladatokat oldhatunk meg a gyerekekkel a **0561. modul 2. tanári mellékletében** található torta-modell készlet használatával. Az eszközzel való kirakásokról összeadásokat és szorzásokat olvasnak le.

0561. modul 2. tanári melléklet: Torta-modell



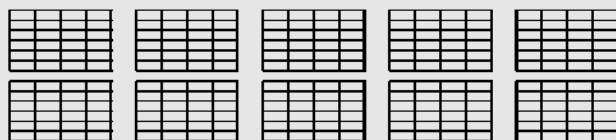
2. Adott egységből különböző törtek és többszöröseik előállítása

A tanár 4 fős csoportokat alakít ki.

Minden csoport húz egy törtkártyát az **1. tanári melléklet** törtkártyái közül.

1. tanári melléklet – lásd a modul eszközei közt!

$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$
$\frac{6}{12}$	$\frac{3}{24}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{24}$



Minden csoportnak az lesz a feladata, hogy a kapott törtet illetve annak kétszeresét, háromszorosát, négyszeresét kivágják a kiosztott 10 db egységből.

Minden csoport felírja az elvégzett műveletet szorzat- és összegalakban is, és felragasztja egy-egy plakátra.

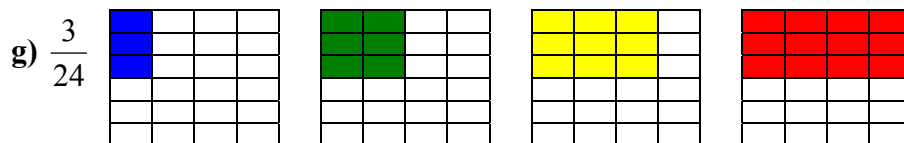
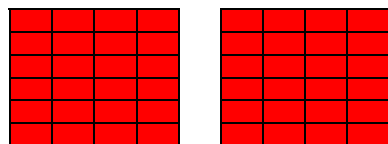
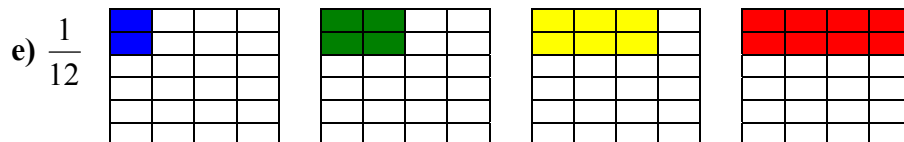
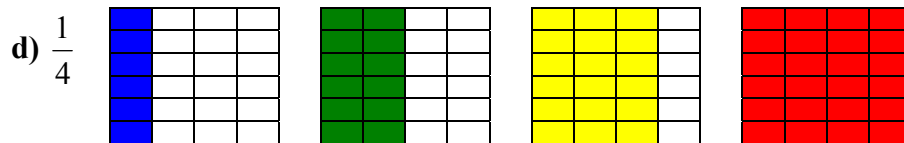
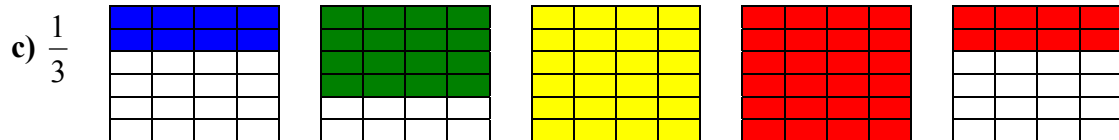
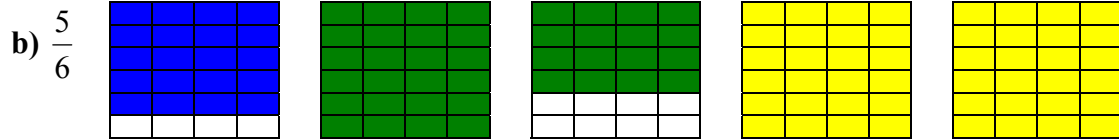
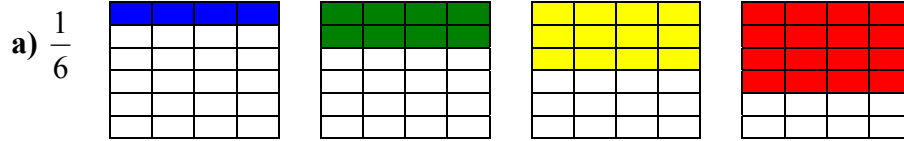
Az elkészült plakátokat közösen ellenőrzik, és megfogalmazzák észrevételeiket. Miután a tanulók megfogalmazták a szabályt, az indoklást is fogalmaztassuk meg minél több tanulóval,

minél több konkrét feladatnál! Például: a $\frac{3}{4} \cdot 5$ az $\frac{15}{4}$, mert 3 negyedre úgy is gondolhatunk,

hogy az 3 darab egynegyed, és annak az ötszöröse 15 darab negyed lesz.

Ezután a tanulók megoldják az 1. feladatlap 4-5. feladatát.

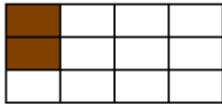
4. Színezd ki a következő törteket kékkel, a kétszeresét zölddel, a háromszorosát sárgával, a négyszeresét pirossal! 1 nagy téglalap az egység.



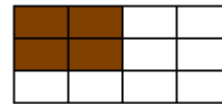
MINTAFELADAT

Peti és János egyik nap elhatározták, hogy felássák nagymamájuk kertjét. Peti első nap a kert $\frac{2}{12}$ részét ásta fel, míg János ennek kétszeresét. Másnap ugyanúgy dolgoztak, és estére végeztek is a munkával. Vajon a kertnek hányad részét ásta fel Peti a két nap alatt?

MEGOLDÁS:



$$\frac{2}{12}$$



$$\frac{2}{12} + \frac{2}{12} = \frac{2}{12} \cdot 2 = \frac{4}{12} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Peti a kert $\frac{1}{3}$ részét ásta fel a két nap alatt.

5. Válaszd ki az előző feladat valamelyik részfeladatát! Alkoss hozzá szöveget!

TUDNIVALÓ:

Törtet természetes számmal úgy szorzunk, hogy a számlálót megszorozzuk a természetes számmal, a nevezőt pedig változatlanul hagyjuk. (Ha a tényezők között szerepel a 0, akkor a szorzat is 0.)

Például: $\frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$.

3. Feladatlap kitöltése

A tanulók önállóan megoldják az 1. feladatlap 6. feladatát.

6.

a) Számítsd ki a szorzatot! Írd fel összegalakban is!

$$\frac{3}{8} \cdot 4 = \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{2}{15} \cdot 5 = \frac{2}{15} + \frac{2}{15} + \frac{2}{15} + \frac{2}{15} + \frac{2}{15} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{3} \cdot 2 = \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\frac{2}{5} \cdot 3 = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

b) Írd fel a következő összegeket szorzatalakban, és számítsd ki az eredményt!

$$\frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{3}{8} \cdot 4 = \frac{3}{2}$$

$$\frac{2}{6} + \frac{2}{6} + \frac{2}{6} = \frac{2}{6} \cdot 3 = 1$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \cdot 5 = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

$$\frac{5}{12} + \frac{5}{12} = \frac{5}{12} \cdot 2 = \frac{5}{6}$$

c) Számítsd ki a szorzatokat!

$$\frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{12} \cdot 2 = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{6} \cdot 4 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{4} \cdot 3 = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{5} \cdot 4 = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{8} \cdot 8 = 2$$

II. A pozitív törtek természetes számmal való szorzásáról tanultak elmélyítése

1. Gyakorló feladatok megoldása

A tanulók önállóan megoldják az 1. feladatlap 7-9. feladatait.

7. Karikázd be a helyes választ!

Mennyi az $\frac{1}{5}$ háromszorosa?

a) $\frac{2}{5}$

b) $\frac{3}{5}$

c) $\frac{1}{15}$

Mennyi a $\frac{3}{2}$ kétszerese?

d) $\frac{3}{4}$

e) $\frac{6}{4}$

f) 3

Mennyi az $\frac{1}{12}$ négyszerese?

g) $\frac{1}{3}$

h) 1

i) $\frac{4}{3}$

8. Melyik nagyobb? Rakd ki a megfelelő relációjeleket!

a) $\frac{2}{5} \cdot 15 < \frac{3}{5} \cdot 15$

b) $\frac{2}{3} \cdot 3 < \frac{3}{2} \cdot 3$

c) $\frac{5}{6} \cdot 2 = \frac{1}{3} \cdot 5$

9. Végezd el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{5}{9}\right) \cdot 9 = \left(\frac{6}{9} + \frac{5}{9}\right) \cdot 9 = \frac{11}{9} \cdot 9 = 11$$

$$\left(\frac{3}{2} - \frac{4}{3}\right) \cdot 3 = \left(\frac{9}{6} - \frac{8}{6}\right) \cdot 3 = \frac{1}{6} \cdot 3 = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{1}{5} + \frac{3}{2}\right) \cdot 2 = \left(\frac{2}{10} + \frac{15}{10}\right) \cdot 2 = \frac{17}{10} \cdot 2 = \frac{17}{5}$$

2. Dominó- és memóriajáték

Továbbra is 4 fős csoportokban játszhatnak a gyerekek. Minden csoport kap egy csomag dominót (**2. tanári melléklet**).

2. tanári melléklet – lásd a modul végén és az eszközei közt! A dominók közepét a szaggatott vonal jelzi, a fekete folytonos vonal mentén válnak szét.

$\frac{3}{2} \cdot 2$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5} \cdot 3$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4} \cdot 2$	$\frac{8}{3}$	$\frac{1}{3} \cdot 8$	$\frac{6}{2}$
$\frac{2}{6} \cdot 2$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6} \cdot 5$	$\frac{6}{4}$	$\frac{3}{2} \cdot 2$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8} \cdot 3$	$\frac{5}{6} \cdot 1$
$\frac{2}{4} \cdot 3$	$\frac{2}{2} \cdot 3$	$\frac{6}{2}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{1}{6} \cdot 5$	$\frac{2}{5} \cdot 2$	$\frac{4}{5} \cdot 1$	$\frac{3}{8}$
$\frac{2}{3} \cdot 4$	$\frac{1}{2} \cdot 6$	$\frac{6}{2} \cdot 1$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{8} \cdot 1$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5} \cdot 3$	$\frac{6}{2}$
$\frac{1}{5} \cdot 4$	$\frac{8}{3}$	$\frac{4}{3} \cdot 2$	$\frac{6}{4}$	$\frac{2}{2} \cdot 3$	$\frac{3}{4} \cdot 2$	$\frac{2}{4} \cdot 3$	$\frac{1}{2} \cdot 6$

A dominókat lefordítva középre rakják. Felfordítanak egyet, és mindenki húz kettőt. Sorban elkezdik rakni, aki nem tud tenni (egyszerre mindenki csak egyet tehet), az húz egyet a lefordítottak közül. Az győz, akinek először fogynak el a dominói, és már középről is elfogytak a dominók.

A tanár körbejárva figyeli a gyerekek munkáját.

3. tanári melléklet – lásd a modul végén és az eszközei közt!

$\frac{4}{6}$	$\frac{2}{6} \cdot 2$	$\frac{1}{4} \cdot 3$	$\frac{3}{4}$
$\frac{2}{3} \cdot 4$	$\frac{8}{3}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{2}{3} \cdot 5$
$\frac{3}{5} \cdot 3$	$\frac{9}{5}$	$\frac{2}{4} \cdot 3$	$\frac{6}{4}$
$\frac{2}{3} \cdot 5$	$\frac{10}{3}$	$\frac{1}{5} \cdot 3$	$\frac{3}{5}$

Azok a csoportok játszanak memória játékot (**3. tanári melléklet**), akiknek már nagyon jól megy a dominójáték. A memóriakártyákat lefordítva kirakják az asztalra. Minden tanuló két lapot fordít fel egyszerre, aki azonos lapokat fordít, az kiveszi azokat és fordíthat még egyszer. Az nyer, aki a legtöbb párt gyűjtötte össze.

A tanár a tanulókat 4 fős csoportokba osztja.

Játékszabály:

Minden csoport kap két pakli kártyát (**4. tanári melléklet**): az egyik pakli természetes számokat tartalmaz, a másik törtszámokat.

4. tanári melléklet – lásd a modul eszközei közt!

Törtek:

$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{6}{12}$
$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{10}{12}$
$\frac{11}{12}$	$\frac{12}{12}$	$\frac{13}{12}$	$\frac{14}{12}$	$\frac{16}{24}$	$\frac{17}{24}$	$\frac{18}{24}$	$\frac{19}{24}$
$\frac{12}{24}$	$\frac{13}{24}$	$\frac{14}{24}$	$\frac{15}{24}$	$\frac{20}{24}$	$\frac{21}{24}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{6}$
$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{6}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{8}{6}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{6}{10}$
$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{10}{10}$
$\frac{11}{10}$	$\frac{12}{10}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{9}{15}$				
$\frac{10}{15}$	$\frac{11}{15}$	$\frac{12}{15}$	$\frac{13}{15}$				

Egész számok:

8 db $\boxed{2}$ 8 db $\boxed{3}$ 8 db $\boxed{4}$

Az első körben minden tanuló húz egy-egy kártyát mind a két pakliból. A törteket megszorozzák a természetes számmal, majd meghatározzák az eredmény egész szomszédait. A törteket tartalmazó pakliból annyi kártyát kell kihúznunk, amennyi az előző szorzat kisebb egész szomszédja. A kihúzott kártyák közül kiválasztják a legkevesebbet érőt, és húznak egy természetes számot, mellyel ismét megszorozzák. A játékot addig folytatják, míg el nem fogy a törtszámokat tartalmazó pakli. Ha az egész pakli elfogy, akkor újra összekeverik. Az nyer, akinek kevesebb törtkártyája van a végén.

A tanulók játék közben egymást ellenőrzik, vitás kérdésekben a tanár segítségét kérik.

III. A pozitív törtek természetes számmal való osztásának bevezetése

1. Szöveges feladat alapján problémafelvetés a törtek pozitív egész számmal való osztásához

A tanár egy problémát vet fel, mely például a következő lehet:

Tibi születésnapra tortájának az $\frac{1}{4}$ részét megette barátjával, mielőtt még három osztálytársa

megérkezett. Hogy oszthatjuk el a megmaradt tortát közöttük egyenlően?

A tanulók a 0561 2. tanári melléklet (Torta-modell) segítségével önállóan gondolkodnak a megoldáson.

Tanári kérdések, utasítások:

- Mekkora része maradt meg a tortának?
- Hányfelé kell elosztani?
- Mekkora része jut a tortának a később érkezőknek? Írjuk fel a matematika nyelvén!

A tanulók megoldják a munkafüzet 2. feladatlap 1. feladatát.

2. FELADATLAP

MINTAFELADAT:

Gábor zsebpénzének $\frac{3}{7}$ részét félretette. Megmaradt pénzéből ajándékot szeretne vásárolni anyukájának és apukájának karácsonyra. Ha azonos összeget szánt szülei ajándékára, akkor zsebpénzének mekkora részét költötte külön-külön a szüleire?

MEGOLDÁS:

Jelölje Gábor zsebpénzét egy szakasz:



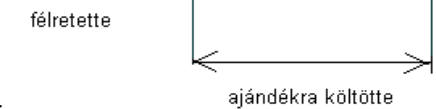
Osszuk 7 egyenlő részre: $\frac{7}{7}$!



Félretette az egész $\frac{3}{7}$ részét.



Ajándékra költötte: $\frac{7}{7} - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$.



Gábor zsebpénzének $\frac{4}{7}$ részét költötte szülei ajándékára.

Az ajándékra szánt összeget elfelezte: $\frac{4}{7} : 2 = \frac{2}{7}$.



Gábor zsebpénzének $\frac{2}{7}$ részét költötte külön-külön szülei ajándékára.

1.

a) Tibi születésnapjára a tortájának az $\frac{1}{4}$ részét megezte barátjával, mielőtt még három osztálytársa megérkezett. Mennyi jut a megmaradt részből a később érkezőknek, ha Tibi igazságosan osztotta szét közöttük?

A megmaradt $\frac{3}{4}$ részt háromfelé osztjuk, így mindenkinek $\frac{1}{4}$ torta jut.

b) Feri bácsi kertjének $\frac{4}{5}$ részére vörös, rózsaszín, sárga és fehér rózsákat szeretne ültetni.

A kert további részén nem lesznek rózsák. A kert mekkora részét foglalják le vörös rózsák, ha mind a négy rózsából ugyanakkora területet telepített Feri bácsi?

Az azonos színű rózsák Feri bácsi kertjének $\frac{1}{5}$ részét fogják elfoglalni.

2. Végezd el a kijelölt műveleteket!

$$\frac{3}{5} : 3 = \frac{1}{5}$$

$$\frac{4}{9} : 4 = \frac{1}{9}$$

$$\frac{5}{2} : 5 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{13} : 7 = \frac{1}{13}$$

$$\frac{1}{3} : 2 = \frac{2}{6} : 2 = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{7} : 6 = \frac{6}{42} : 6 = \frac{1}{42}$$

$$\frac{1}{3} : 5 = \frac{5}{15} : 5 = \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{9} : 2 = \frac{2}{18} : 2 = \frac{1}{18}$$

2. Törtek pozitív egész számmal való osztásának értelmezése diákkvartett módszerrel

A tanár 4 fős csoportokat alakít ki. Minden csoport kap egy borítékot, mely a 4. tanári mellékletben található kártyákat tartalmazza.

5. tanári melléklet – lásd a modul eszközei közt!

$\frac{2}{3}$ -nak a fele	$\frac{4}{5}$ -nek a fele		
$\frac{6}{8}$ -nak a harmada	$\frac{3}{4}$ -nek a hatoda		
$\frac{2}{3} : 2 = \frac{1}{3}$	$\frac{4}{5} : 2 = \frac{2}{5}$		
$\frac{6}{8} : 3 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$	$\frac{3}{4} : 6 = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$		

A csoportok feladata az, hogy csoportosítsák az összetartozókat, rajzolják fel a füzetükbe, illetve a hiányzó részeket pótolják!

A feladatot közösen ellenőrzik.

3. Feladatalkotás törtnek pozitív egész számmal való osztására

Minden csoport a törtek pozitív egész számmal való osztására feladatokat ír egy másik csoportnak, majd a megoldásokat a feladatot kitaláló csoport ellenőrzi és értékeli.

Minden csoportnak egy osztási műveletet kell ábrázolni a megszokott módon, egy osztást kell szöveggel felírni, egy osztási műveletet a matematika nyelvén felírni, illetve egy negyediket, mely a három közül bármelyik lehet. A csoporttagok közösen találják ki, majd továbbküldik a négy feladatot a többi csoport számára.

A csoportok négy tagja választ a kapott feladatok közül, megpróbálják megoldani, majd a közös ellenőrzés után visszaadják a választ a feladatot kitaláló csoportnak ellenőrzésre.

A tanár segít a vitás kérdések eldöntésében.

4. Színesrudak szőnyegezése azonos színű rudakkal, egységkör kirakása azonos színű körcikkekkel

A tanulók párosával megoldják a 2. feladatlap 3. feladatát a színesrúd-készlet segítségével, majd az osztály közösen ellenőrzi a megoldásokat.

3. A bordó rúd legyen az 1 egész! Mennyit ér akkor

a) a fehér rúd: $\frac{1}{8}$

b) négy fehér rúd: $\frac{4}{8}$

c) a rózsaszín rúd fele: $\frac{1}{8}$

d) a piros rúd: $\frac{1}{2}$

e) a piros rúd háromszorosa: $\frac{3}{2}$

f) a piros rúd fele: $\frac{1}{4}$

g) a lila rúd: $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

h) a lila rúd kétszerese: $\frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

i) a lila rúd fele: $\frac{3}{8}$

j) a lila rúd harmada: $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

k) a lila rúd hatoda: $\frac{1}{8}$

TUDNIVALÓ:

Törtet pozitív egész számmal úgy osztunk, hogy a tört számlálóját osztjuk a természetes számmal, ez lesz a hányados számlálója, a nevezőt pedig változatlanul hagyjuk. Például:

$$\frac{4}{7} : 2 = \frac{2}{7}$$

A fentiekhez hasonló feladatokat oldatunk meg a gyerekekkel a 0561. modul 2. tanári mellékletében található torta-modell készletet alkalmazva.
A torta-moddellel való kirakásokról osztásokat olvasnak le.

IV. A pozitív törtek természetes számmal való osztásáról tanultak elmélyítése

1. Gyakorló feladatok megoldása

A tanulók önállóan megpróbálják kitölteni a 2. feladatlap 4. feladatát.

4. Végezd el a következő műveleteket! Ahol lehet, egyszerűsítsd az eredményt, illetve írd fel vegyes tört alakban is!

a) $\frac{4}{3} : 2 = \frac{2}{3}$

b) $\frac{6}{4} : 3 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

c) $\frac{5}{3} : 5 = \frac{1}{3}$

d) $\frac{8}{5} : 4 = \frac{2}{5}$

e) $\frac{12}{5} : 3 = \frac{4}{5}$

f) $\frac{15}{10} : 5 = \frac{3}{10}$

g) $\frac{22}{3} : 2 = \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$

h) $\frac{16}{5} : 2 = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$

i) $\frac{55}{2} : 11 = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

2. Dominó- és memórijáték

4 fős csoportokban játszhatnak a gyerekek. Minden csoport kap egy csomag dominót (**6. tanári melléklet**).

6. tanári melléklet – lásd a modul végén és az eszközei közt!

$\frac{5}{2} : 5$	$\frac{2}{3}$	$\frac{14}{3} : 7$	$1\frac{2}{3}$
$\frac{15}{3} : 3$	$\frac{6}{7}$	$\frac{12}{7} : 2$	$\frac{3}{4}$
$\frac{12}{4} : 4$	$\frac{9}{10}$	$\frac{90}{10} : 10$	$\frac{11}{3}$
$\frac{55}{3} : 5$	$\frac{9}{100}$	$\frac{81}{100} : 9$	$2\frac{1}{3}$
$\frac{14}{3} : 2$	$\frac{1}{6}$	$\frac{12}{6} : 12$	$\frac{1}{9}$
$\frac{7}{9} : 7$	$\frac{24}{5} : 8$	$\frac{3}{5}$	$\frac{8}{3} : 4$
$\frac{2}{3}$	$\frac{66}{11} : 11$	$\frac{6}{11}$	$\frac{12}{25} : 4$
$\frac{3}{25}$	$\frac{35}{6} : 7$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}$

A dominókat lefordítva középre rakják. Felfordítanak egyet, és mindenki húz kettőt. Sorban elkezdik rakni, aki nem tud tenni, az húz egyet a lefordítottak közül. Az győz, akinek először fogynak el a dominói.

A tanár körbejárva figyeli a gyerekek munkáját.

7. tanári melléklet – lásd a modul végén és az eszközei közt!

$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{6} : 4$	$\frac{8}{3} : 2$	$\frac{4}{3}$	$1\frac{1}{6}$	$\frac{21}{6} : 3$	$\frac{4}{5}$	$\frac{40}{5} : 10$
$\frac{36}{5} : 9$	$\frac{4}{5}$	$\frac{15}{7} : 5$	$\frac{3}{7}$	$\frac{27}{2} : 9$	$\frac{3}{2}$	$\frac{18}{5} : 3$	$1\frac{1}{5}$

Azok a csoportok játszanak memórijátékot (**7. tanári melléklet**), akiknek már nagyon jól megy a dominójáték.

A memóriakártyákat lefordítva kirakják az asztalra. Minden tanuló két lapot fordít fel egyszerre, aki azonos lapokat fordít, az azt kiveszi és fordíthat még egyszer. Az nyer, aki a legtöbb párt gyűjtötte össze.

3. Összegek és különbségek hányadosának meghatározása

A tanulók önállóan megpróbálják kitölteni a 2. feladatlap 5. feladatát.

A megoldás során a zárójelen belüli közös nevezőre hozás megvalósítható nemcsak bővítéssel, hanem, ha lehet, egyszerűsítéssel is (lásd b) és c) pontokat). Természetesen a bővítéses megoldási mód is egyenértékűen elfogadható.

5. Végezd el a következő műveleteket! Ahol lehet, egyszerűsítsd az eredményt, illetve írd fel vegyes tört alakban is!

$$\text{a) } \left(\frac{1}{3} + \frac{7}{3}\right) : 4 = \frac{8}{3} : 4 = \frac{2}{3}$$

$$\left(\frac{4}{5} - \frac{1}{5}\right) : 3 = \frac{3}{5} : 3 = \frac{1}{5}$$

$$\text{b) } \left(\frac{2}{5} + \frac{8}{10}\right) : 6 = \left(\frac{2}{5} + \frac{4}{5}\right) : 6 = \frac{6}{5} : 6 = \frac{1}{5}$$

$$\left(\frac{17}{9} - \frac{1}{3}\right) : 7 = \left(\frac{17}{9} - \frac{3}{9}\right) : 7 = \frac{14}{9} : 7 = \frac{2}{9}$$

$$\text{c) } \left(\frac{3}{12} + \frac{7}{4}\right) : 4 = \left(\frac{1}{4} + \frac{7}{4}\right) : 4 = \frac{8}{4} : 4 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{8}\right) : 13 = \left(\frac{16}{24} - \frac{3}{24}\right) : 13 = \frac{13}{24} : 13 = \frac{1}{24}$$

FELADATGYŰJTEMÉNY

1.

a) Írd fel összegalakban a következő szorzatokat, és számítsd ki az eredményt!

$$\frac{3}{5} \cdot 2 = \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

$$\frac{11}{5} \cdot 4 = \frac{11}{5} + \frac{11}{5} + \frac{11}{5} + \frac{11}{5} = \frac{44}{5} = 8\frac{4}{5}$$

$$\frac{21}{10} \cdot 2 = \frac{21}{10} + \frac{21}{10} = \frac{42}{10} = \frac{21}{5} = 4\frac{1}{5}$$

$$\frac{4}{7} \cdot 3 = \frac{4}{7} + \frac{4}{7} + \frac{4}{7} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$$

$$\frac{5}{12} \cdot 5 = \frac{5}{12} + \frac{5}{12} + \frac{5}{12} + \frac{5}{12} + \frac{5}{12} = \frac{25}{12} = 2\frac{1}{12}$$

$$\frac{9}{100} \cdot 6 = \frac{9}{100} + \frac{9}{100} + \frac{9}{100} + \frac{9}{100} + \frac{9}{100} + \frac{9}{100} = \frac{54}{100} = \frac{27}{50}$$

b) Írd fel a következő összegeket szorzatalakban, és számítsd ki az eredményt!

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$$

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \cdot 3 = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \cdot 5 = \frac{15}{5} = 3$$

$$\frac{4}{9} + \frac{4}{9} + \frac{4}{9} + \frac{4}{9} + \frac{4}{9} + \frac{4}{9} = \frac{4}{9} \cdot 6 = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$$

$$\frac{3}{16} + \frac{3}{16} + \frac{3}{16} + \frac{3}{16} = \frac{3}{16} \cdot 4 = \frac{3}{4}$$

2.

a) Számítsd ki a szorzatok értékét!

$$\frac{1}{3} \cdot 2 = \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{8} \cdot 1 = \frac{3}{8}$$

$$\frac{5}{6} \cdot 5 = \frac{25}{6} = 4\frac{1}{6}$$

$$\frac{2}{5} \cdot 3 = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

$$\frac{125}{100} \cdot 0 = 0$$

$$\frac{8}{3} \cdot 3 = 8$$

b) Egészítsd ki az alábbi nyitott mondatokat!

$$\frac{20}{9} \cdot b = \frac{40}{9}$$

$$b = 2$$

$$\frac{1}{4} \cdot c = 1$$

$$c = 4$$

c) Egészítsd ki az alábbi nyitott mondatokat!

$$\frac{a}{5} \cdot 2 = 4$$

$$a = 10$$

$$\frac{b}{4} \cdot 3 = \frac{9}{4}$$

$$b = 3$$

$$\frac{c}{4} \cdot 2 = \frac{5}{2}$$

$$c = 5$$

3. Végezd el a következő műveleteket! Ahol lehet, egyszerűsítsd az eredményt, illetve írd fel vegyes tört alakban is!

$$\text{a) } \left(\frac{9}{10} - \frac{1}{10}\right) : 2 = \frac{8}{10} : 2 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : 5 = \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right) : 5 = \frac{5}{6} : 5 = \frac{1}{6}$$

$$\text{b) } \left(\frac{3}{2} + \frac{15}{6}\right) : 3 = \left(\frac{9}{6} + \frac{15}{6}\right) : 3 = \frac{24}{6} : 3 = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{32}{10} - \frac{4}{5}\right) : 2 = \left(\frac{32}{10} - \frac{8}{10}\right) : 2 = \frac{24}{10} : 2 = \frac{12}{10} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

$$\text{c) } \left(2\frac{1}{3} + 4\frac{3}{5}\right) : 4 = \left(\frac{7}{3} + \frac{23}{5}\right) : 4 = \left(\frac{35}{15} + \frac{69}{15}\right) : 4 = \frac{104}{15} : 4 = \frac{26}{15} = 1\frac{11}{15}$$

$$\left(\frac{6}{7} - \frac{3}{14}\right) : \left(\frac{12}{15} + 2\frac{1}{5}\right) = \left(\frac{12}{14} - \frac{3}{14}\right) : \left(\frac{12}{15} + \frac{11}{5}\right) = \frac{9}{14} : \left(\frac{4}{5} + \frac{11}{5}\right) = \frac{9}{14} : \frac{15}{5} = \frac{9}{14} : 3 = \frac{3}{14}$$

4. Egészítsd ki az alábbi nyitott mondatokat!

$$\text{a) } \frac{3}{4} : a = \frac{1}{4}$$

$$a = 3$$

$$\frac{6}{8} : b = \frac{1}{8}$$

$$b = 6$$

$$\frac{4}{5} : c = \frac{2}{5}$$

$$c = 2$$

$$\frac{12}{5} : d = \frac{3}{5}$$

$$d = 4$$

$$\text{b) } \frac{a}{8} : 4 = \frac{1}{8}$$

$$a = 4$$

$$\frac{b}{12} : 3 = \frac{1}{6}$$

$$b = 6$$

$$\begin{array}{ll} \frac{c}{4} : 2 = 1\frac{1}{4} & c = 10 \\ \text{c) } \frac{12}{a} : 3 = 1 & a = 4 \\ 1\frac{c}{5} : 2 = \frac{8}{10} & c = 3 \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \frac{d}{3} : 3 = 2 & d = 18 \\ \frac{18}{b} : 3 = \frac{3}{4} & b = 8 \\ \frac{9}{d} : 9 = \frac{2}{4} & d = 2 \end{array}$$

0566 – 2. tanári melléklet, Dominó (20 db kártya)

Osztályonként 8 készlet (csoportonként 1 készlet) ebben a méretben kartonpapírra vagy műanyaglapra nyomva. A fekete vonalak mentén kivágandó. (De a szaggatott vonalak mentén nem!)

$\frac{3}{2} \cdot 2$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5} \cdot 3$	$\frac{4}{5}$
$\frac{2}{6} \cdot 2$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6} \cdot 5$	$\frac{6}{4}$

$\frac{2}{4} \cdot 3$	$\frac{2}{2} \cdot 3$	$\frac{6}{2}$	$\frac{8}{3}$
$\frac{2}{3} \cdot 4$	$\frac{1}{2} \cdot 6$	$\frac{6}{2} \cdot 1$	$\frac{4}{5}$
$\frac{1}{5} \cdot 4$	$\frac{8}{3}$	$\frac{4}{3} \cdot 2$	$\frac{6}{4}$

$\frac{3}{4} \cdot 2$	$\frac{8}{3}$	$\frac{1}{3} \cdot 8$	$\frac{6}{2}$
$\frac{3}{2} \cdot 2$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8} \cdot 3$	$\frac{5}{6} \cdot 1$
$\frac{1}{6} \cdot 5$	$\frac{2}{5} \cdot 2$	$\frac{4}{5} \cdot 1$	$\frac{3}{8}$

$\frac{3}{8} \cdot 1$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5} \cdot 3$	$\frac{6}{2}$
$\frac{2}{2} \cdot 3$	$\frac{3}{4} \cdot 2$	$\frac{2}{4} \cdot 3$	$\frac{1}{2} \cdot 6$

0566 – 3. tanári melléklet, Memóriakészlet (16 db kártya)

Osztályonként 8 készlet (csoportonként 1 készlet) ebben a méretben kartonpapírra vagy műanyaglapra nyomva.

Ki kell vágni a fekete vonalak mentén.

$\frac{4}{6}$	$\frac{2}{6} \cdot 2$	$\frac{1}{4} \cdot 3$	$\frac{3}{4}$
$\frac{2}{3} \cdot 4$	$\frac{8}{3}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{2}{3} \cdot 5$

$\frac{3}{5} \cdot 3$	$\frac{9}{5}$	$\frac{2}{4} \cdot 3$	$\frac{6}{4}$
$\frac{2}{3} \cdot 5$	$\frac{10}{3}$	$\frac{1}{5} \cdot 3$	$\frac{3}{5}$

0566 – 4. tanári melléklet, Játékkártyakészlet (56 db tört- és 24 db egészszám-kártya)**Osztályonként 8 készlet (csoportonként 1 készlet) ebben a méretben kartonpapírra vagy műanyaglapra nyomva.****Ki kell vágni a fekete vonalak mentén.**

$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$
$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{5}{4}$

$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{6}{12}$
$\frac{7}{12}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{10}{12}$

$\begin{array}{r} 11 \\ \hline 12 \end{array}$	$\begin{array}{r} 12 \\ \hline 12 \end{array}$	$\begin{array}{r} 13 \\ \hline 12 \end{array}$	$\begin{array}{r} 14 \\ \hline 12 \end{array}$
$\begin{array}{r} 12 \\ \hline 24 \end{array}$	$\begin{array}{r} 13 \\ \hline 24 \end{array}$	$\begin{array}{r} 14 \\ \hline 24 \end{array}$	$\begin{array}{r} 15 \\ \hline 24 \end{array}$

$\frac{16}{24}$	$\frac{17}{24}$	$\frac{18}{24}$	$\frac{19}{24}$
$\frac{20}{24}$	$\frac{21}{24}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{6}$

$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{6}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{8}{6}$
$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{6}{5}$

$\frac{7}{5}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{6}{10}$
$\frac{7}{10}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{10}{10}$

$\frac{11}{10}$	$\frac{12}{10}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{9}{15}$
$\frac{10}{15}$	$\frac{11}{15}$	$\frac{12}{15}$	$\frac{13}{15}$

Egész számokat tartalmazó kártyák:

2	2	2	2
2	2	2	2

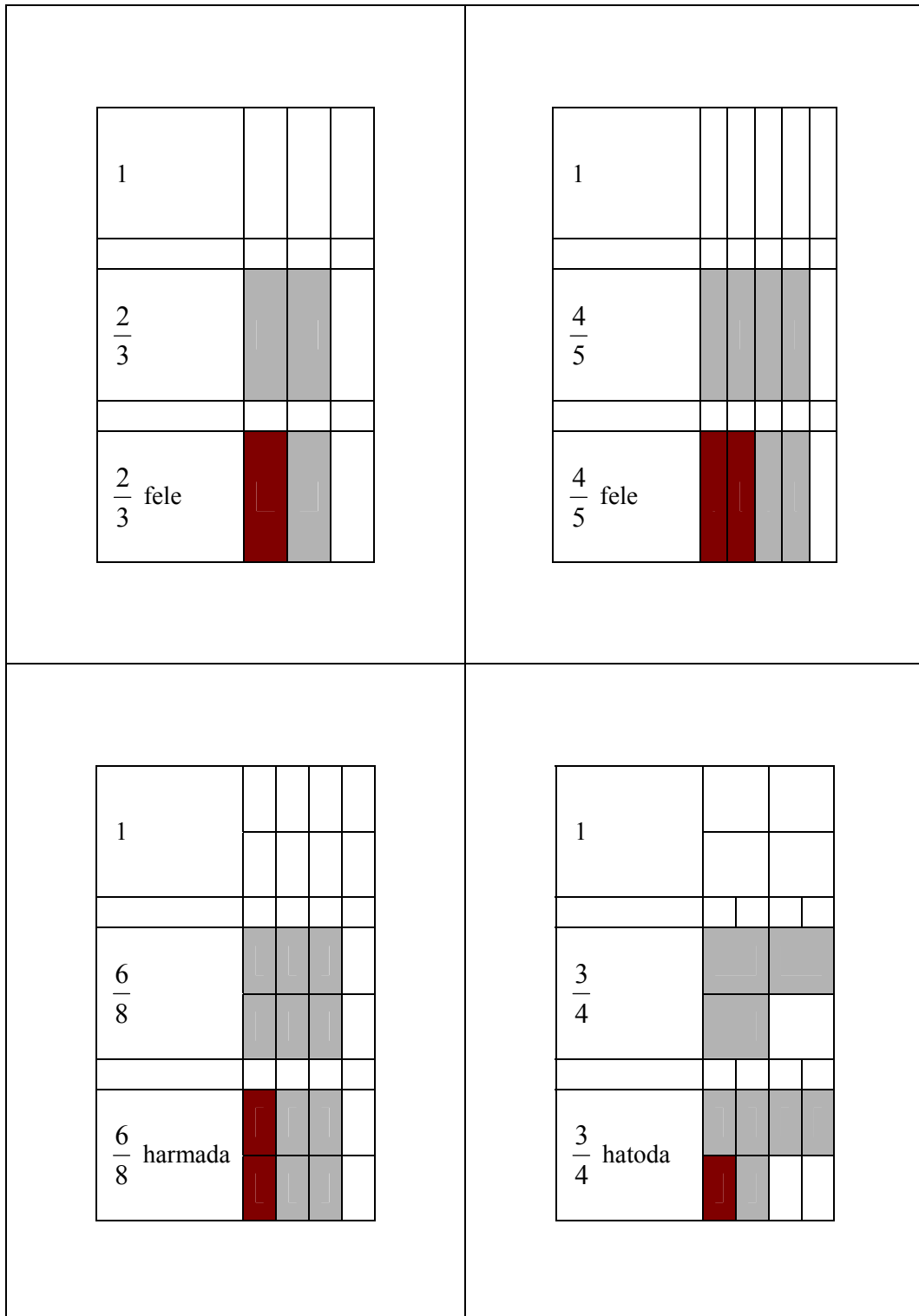
3	3	3	3
3	3	3	3

4	4	4	4
4	4	4	4

0566 – 5. tanári melléklet, Játékkártya

Osztályonként 8 készlet (csoportonként 1 készlet) ebben a méretben kartonpapírra vagy műanyaglapra nyomva. A kártyákat ki kell vágni a fekete vonalak mentén.

$\frac{2}{3}$ -nak a fele	$\frac{4}{5}$ -nek a fele
$\frac{6}{8}$ -nak a harmada	$\frac{3}{4}$ -nek a hatoda
$\frac{2}{3} : 2 = \frac{1}{3}$	$\frac{4}{5} : 2 = \frac{2}{5}$
$\frac{6}{8} : 3 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$	$\frac{3}{4} : 6 = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$



0566 – 6. tanári melléklet, Dominó (16 db kártya)

Osztályonként 8 készlet (csoportonként 1 készlet) ebben a méretben kartonpapírra vagy műanyaglapra nyomva.
A fekete vonalak mentén kivágandó. (De a szaggatott vonalak mentén nem!)

$\frac{5}{2} : 5$	$\frac{2}{3}$	$\frac{14}{3} : 7$	$1\frac{2}{3}$
$\frac{15}{3} : 3$	$\frac{6}{7}$	$\frac{12}{7} : 2$	$\frac{3}{4}$

$\frac{12}{4} : 4$	$\frac{9}{10}$	$\frac{90}{10} : 10$	$\frac{11}{3}$
$\frac{55}{3} : 5$	$\frac{9}{100}$	$\frac{81}{100} : 9$	$2\frac{1}{3}$
$\frac{14}{3} : 2$	$\frac{1}{6}$	$\frac{12}{6} : 12$	$\frac{1}{9}$

$\frac{7}{9} : 7$	$\frac{24}{5} : 8$	$\frac{3}{5}$	$\frac{8}{3} : 4$
$\frac{2}{3}$	$\frac{66}{11} : 11$	$\frac{6}{11}$	$\frac{12}{25} : 4$
$\frac{3}{25}$	$\frac{35}{6} : 7$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}$

0566 – 7. tanári melléklet, Memóriakészlet (16 db kártya)

Osztályonként 8 készlet (csoportonként 1 készlet) ebben a méretben kartonpapírra vagy műanyaglapra nyomva.

Ki kell vágni a pontozott fekete vonalak mentén.

$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{6} : 4$	$\frac{8}{3} : 2$	$\frac{4}{3}$
$\frac{36}{5} : 9$	$\frac{4}{5}$	$\frac{15}{7} : 5$	$\frac{3}{7}$

$1\frac{1}{6}$	$\frac{21}{6} : 3$	$\frac{4}{5}$	$\frac{40}{5} : 10$
$\frac{27}{2} : 9$	$\frac{3}{2}$	$\frac{18}{5} : 3$	$1\frac{1}{5}$