

---

# EGÉSZ SZÁMOK

Egész számok szorzása, osztása pozitív egész számmal

---

Készítette: Zsinkó Erzsébet

## MODULLEÍRÁS

<b>A modul célja</b>	Az egész számok szorzásának és osztásának értelmezése pozitív egész számmal. A műveletek kapcsolatának mélyítése. A négy alapművelet alkalmazása sorozatok tagjainak becslésénél, számításánál; nyitott mondatok és szöveges feladatok megoldása során.
<b>Időkeret</b>	4 tanóra
<b>Ajánlott korosztály</b>	5. évfolyam
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	<p><i>Tágabb környezetben:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Természetismeret (vízállás, tengerszint alatti és feletti magasság) hőmérséklet</li> <li>Történelem (időskála)</li> </ul> <p><i>Szűkebb környezetben:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Műveletek értelmezései</li> <li>Függvények, sorozatok</li> <li>Számegyenes, koordináta-rendszer</li> <li>Nyitott mondatok</li> <li>Szöveges feladatok</li> </ul> <p><i>Ajánlott megelőző tevékenységek:</i> Számfogalom bővítése. Összeadás és kivonás az egész számok körében.</p> <p><i>Ajánlott követő tevékenységek:</i> A műveletek tulajdonságai az egész számok körében.</p>
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	<p><i>Számlálás, számolás:</i> Számlálás, műveletek az egész számok körében.</p> <p><i>Becslés, mérés, valószínűségi következtetés:</i> Mennyiségek becslése, mérése. Esélylatolgatás.</p> <p><i>Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás:</i> Szorzásra, osztásra vezető szöveges feladatok megoldása, függvényre vezető szöveges feladatok.</p> <p><i>Rendszerezés, kombinativitás:</i> Egész számok sokféle alakban.</p> <p><i>Induktív, deduktív következtetés:</i> Egyedi esetek alapján a műveletek nagyságának előrebecslése.</p>

## AJÁNLÁS

5. osztályban az egész számoknak a pozitív természetes számokkal való szorzását és osztását értelmezzük. Ezek a műveletek még nem igényelnek új értelmezést, csupán a természetes számok halmazában értelmezett műveletek kiterjesztését. Erre épül majd 6. osztályban a negatív egészekkel való szorzás, amely szükségessé teszi a műveletek újraértelmezését. Ahhoz, hogy 6. osztályban ezt a „ráépítést” megtehessek, a műveletek biztonságos végzésére és alkalmazni tudására van szükség a szűkebb számkörben. Ezért hangsúlyt fektetünk a szorzás és osztás megértésen alapuló kiterjesztésére, a műveletek kapcsolatának mélyítésére, valamint a műveletek alkalmazását igénylő problémák felvetésére.

## TÁMOGATÓ RENDSZER

Hőmérő, adósság-, vagyonkártyák, időszalag, képek, kártyakészletek, tevékenységek.

## ÉRTÉKELÉS

A problémamegoldás önállósága alapján.

## MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képessegek	Eszközök, Feladatok
<b>I. Szorzás, osztás eszközök segítségével</b>			
1.	Tapasztalatszerzés a műveletek végzéséről különféle modellek alkalmazásával	Megfigyelőképesség	0542. modul 1., 2. tanulói melléklet
2.	Számfeladatok megjelenítése különféle modelleken	Alkotóképesség	0542. modul 1., 2. tanulói melléklet, 3. tanári melléklet, 1. feladatlap
<b>II. Egész számok szorzásának és osztásának értelmezése pozitív egész számmal, a műveletek kapcsolata</b>			
1.	A szorzás értelmezése az egész számok körében	Becslés, számolás, mérés, rendszerzés	2. feladatlap 1–8., 4., 5. tanári melléklet, dobókockák
2.	Az osztás értelmezése az egész számok körében	Becslés, számolás, mérés, rendszerzés, összefüggés-felismerés	2. feladatlap 9–12., 6. tanári melléklet, bábuk, pénzérme
3.	A szorzás és az osztás kapcsolata	Kapcsolat-felismerés, rendszerzés	2. feladatlap 13-18., 1. tanulói melléklet, számológép
4.	Zárójelhasználat összetett feladatokban	Szabálykövetés, kombinativitás, induktív, deduktív következtetés, valószínűség	dobókockák, 2. feladatlap 19-24., 2. tanulói melléklet, számológép, 7. tanári melléklet
<b>III.-IV. A műveletek alkalmazása</b>			
1.	Az egész számok körében értelmezett szorzás és osztás gyakorlása numerikus feladatokkal, sorozatokkal, nyitott mondatokkal, gépjátékokkal	Kombinativitás, valószínűségi következtetés	3. feladatlap 1–6., dobókockák, számológép
2.	Valóságtartalmú szöveges feladatok megoldása, alkotása	Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás	3. feladatlap 7–23.

# A FELDOLGOZÁS MENETE

## I. Szorzás, osztás eszközök segítségével

### 1. Tapasztalatszerzés a műveletek végzéséről különféle modellek alkalmazásával

Olyan tevékenységeket szervezünk eszközhasználattal, amelyek során tapasztalják a gyerekek a negatív számoknak természetes számú többszörösését, illetve osztását. Ebben a részben ilyen tevékenységekre teszünk javaslatokat.

A gyerekek önálló tevékenység során szereznek tapasztalatot a negatív számok pozitív egész számmal történő szorzásáról és osztásáról. Megtapasztalják valamely természetes szám és ellentettje többszörösése és egyenlő részekre osztása közti különbséget.

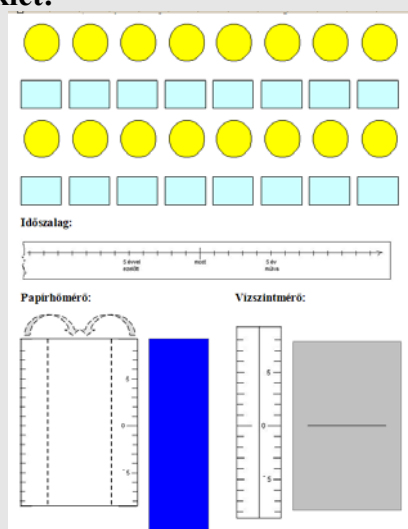
**1. Papírhőmérő alkalmazásával (0542. modul 1. tanulói melléklet)** oldják meg a gyerekek a feladatokat:

**a)** Vasárnap még csak 0 fok volt, amikor hideg front közeledett. A következő héten mindegyik nap 2 fokkal kevesebbet mértek, mint előző nap. Hány fokot mértek a következő vasárnap?

**b)** Szlovákiában még szerdán is 0 fok volt, aztán minden nap 3 fokkal hidegebb lett. Hol volt enyhébb az idő vasárnap, nálunk vagy Szlovákiában?

**Az eljárászás, a kirakás nemcsak azért fontos, hogy az adott problémát megoldják a gyerekek, hanem azért is, hogy a megjelenített külső kép lehetséges mintaként szolgáljon más problémák megoldásához.**

**0542. modul 1. tanulói melléklet:**



**2. Adósság- és vagyonskártyákkal (0542. modul 1. tanulói melléklet)** rakják ki a gyerekek pozitív és negatív számok többszörösét, illetve végezzék el különféle összegek egyenlő részekre osztását!

A többféle modell alkalmazása teszi lehetővé a negatív számok kétféle értelmezéséhez kapcsolódó szöveges feladatok megértését és megoldását.

Ezek a modellek jó segédeszközök lesznek a nyitott mondatok megoldása során is.

**a)** Marci az iskolából hazafelé ballagott három barátjával, amikor eszébe jutott a szomszéd néninek tett ígérete, hogy vesz pár szem gyümölcsöt. A zöldséges pontosan 60 forintot kért, de Marci észrevette, hogy otthon hagyta a pénztárcáját. Barátai felajánlották, hogy összeadják ezt a pénzt. Mennyivel tartozott Marci egy-egy barátjának, ha mindenki ugyanannyi pénzt adott kölcsön?

A tanár által elmondott feladatnak megfelelően adósság-, vagyonkártyákkal csoportban kirakják a 60 forintnyi adósságot, és elvégzik a negatív szám 3 egyenlő részre osztását.

**b)** Marci 4 zsemle-t is haza akart vinni. A boltban megígérte, hogy holnap behozza az árát. A boltos jól ismerte Marcit, oda is adta a zsemleket. Mennyi adóssága lett Marcinak a boltban, ha egy zsemle 8 Ft-ba került?

A feladatban szereplő adatnak megfelelően adósság-, vagyonkártyákkal csoportban kirakják az 1 zsemle árát jelentő 8 forintnyi adósságot, és elvégzik a negatív szám 4-szerezését.

**3. Időskálán (0542. modul 1. tanulói melléklet) jelölhetik a gyerekek a következő történéseket:**

**a)** Marcsi 9 évvel ezelőtt született. Harmad ennyi évvel ezelőtt született a kisöccse. Hány éve született a kisöccse?

**b)** Marcsi szülei 10 éve építették a házat, amiben laknak. A nagyszülők háza 5-ször ilyen régi. Mikor készült a nagyszülők háza?

A tanulói időszalagon nem jelölhető mindkét feladatnak a teljes megoldása, hiszen ezen a darabon csak  $-12$  és  $+12$  intervallumban nyílik lehetőség a számbábrázolásra.

A b) feladatot a  $-10$  megjelölését követően elképzeléssel oldják meg a gyerekek.

**4. Lépkedjenek a gyerekek a számegyenesen (0542. modul 2. tanulói melléklet) azonos lépésekkel a növekedés és a csökkenés irányába is!**

**a)** Lépj egy bábuval öt lépést a számegyenesen 0-tól indulva kettesével a csökkenés irányába! Hová jutottál?

És ha a bábu a növekedés irányába halad?

Szóban fogalmazzák meg a gyerekek a lépések eredményét, például így:

1-szer  $-2$  lépéssel a  $-2$ -höz értem,

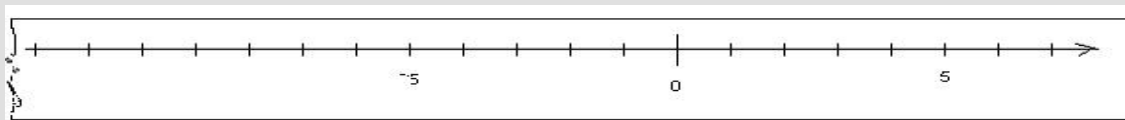
2-szer  $-2$  lépéssel a  $-4$ -hez értem...

**b)** Mekkora és milyen irányú lépésekkel juthat a bábu a 0 pontról  $-12$ -ig? És  $+12$ -ig? Hány lépést kell tennie?

Többféle megoldást sorolhatnak fel:

12-szer  $-1$  lépéssel; 6-szor  $-2$  lépéssel; 4-szer  $-3$  lépéssel... a  $-12$ -höz érünk.

**0542. modul 2. tanulói melléklet:**



## 2. Számfeladatok megjelenítése különféle modelleken

**1.** Adott számfeladathoz fogalmazzanak meg a gyerekek szöveget, miközben modellezik a feladatot! Csoportban dolgozzanak a gyerekek, és az ellenőrzést képtárlátogatással végeztessük!

A gyerekek megbeszélnek a csoportban, melyik eszközt alkalmazzák (**0542. modul 1., 2. tanulói melléklet**), megfogalmazzanak hozzá szöveget és lejegyzik.

Szervezési feladatok:

- Hozzunk létre 3-5 fős csoportokat!
- Mindegyik csoportnak álljon a rendelkezésére mindegyik eszköz, amely az egész számok modellezését szolgálja!
- A csoportból húzzon valaki egy kártyát a **3. tanári melléklet**ből!

**3. tanári melléklet** –

lásd e fájl végén és a modul eszközei közt is!

$-4 \cdot 3$	$-3 \cdot 5$	$-2 \cdot 3$	$-3 \cdot 2$	$-3 \cdot 4$
$-5 \cdot 3$	$-6 / 2$	$-6 / 3$	$-12 / 3$	$-12 / 4$
$-6 \cdot 2$	$-15 / 3$	$-15 / 5$	$-12 / 2$	$-1 \cdot 6$

Feladat:

- Fogalmazzatok meg szöveget a kártyán szereplő számfeladathoz, írjátok le egy lapra, szemléltessétek a feladat szövegéhez illő eszközzel, és hagyjátok az asztalon!
- A képtárlátogatás során ismerkedjétek meg egymás munkájával, közösen véleményezzétek és értékeljétek a csoportok által készített munkát! Maximálisan 6 pont adható egy csoportnak.

Tanári biztatásra (esetleg kijelölésre) a gyerekek a csoportban megosztják a feladatokat, például így:

- szövegszerkesztő
- eszközfelelős
- bemutató tervező
- értékelő lapokért felelős
- időfelelős

A képtárlátogatás során a csoportok megismerik egymás munkáját, visszatérve a helyükre véleményezik a látottakat, összeszámolják saját pontjaikat.

**2.** Az 1. feladatlap 1. feladatát önálló munkában végezzék a gyerekek, az ellenőrzést frontálisan beszéljük meg! Szerezzünk arról információt, hogy mely feladatoknál hibáztak a gyerekek, és ha szükségesnek látjuk, adjunk alkalmat további tapasztalatgyűjtésre! A feladat megoldása során szöveghez számfeladatot illetve számfeladathoz szöveget kapcsolnak a gyerekek.

A megbeszélés során elmondják, hogy mit jelölnek a nyitott mondatban szereplő számok.

## 1. FELADATLAP

1. Párosítsd a szövegeket és a nyitott mondatokat!

Nyári esteiken, üdülőhelyeken sokan mennek el sétálni. Így történik ez egy Duna-parti egyenes töltésen, amelyről a következő feladat szól.

Az egyszerűség kedvéért mondjuk azt, hogy  $+3$  km-es az óránként megtett út, ha valaki jobbra sétál, és  $-3$  km-es, ha balra sétál.

- |  |                        |
|--|------------------------|
| – Anca jobbra sétál. Hol lesz 2 óra múlva?                 | $+3 \cdot 1 = \square$ |
| – Bori balra sétál. Hol lesz 2 óra múlva?                  | $\square \cdot 1 = -3$ |
| – Cili jobbra sétál. Hol lesz 1 óra múlva?                 | $+3 \cdot 2 = \square$ |
| – Dóri jobbra sétál. Mennyi idő alatt tesz meg 3 km-t?     | $+3 \cdot \square = 3$ |
| – Dóri 1 órát sétált. Merre haladt, ha most $-3$ -nál áll? | $-3 \cdot 2 = \square$ |
|  | $-3 \cdot 1 = \square$ |

Az eszközökkel szerzett tapasztalatok megerősítik a szorzás értelmezését. Ennek alapján, a pozitív természetes számmal szorzás helyett egyenlő tagú összeadást írhatunk, amelyben a tagokat a szorzandó, a tagok számát pedig a szorzó adja.

Például:

$^{-}3 \cdot 4 = ^{-}3 + ^{-}3 + ^{-}3 + ^{-}3$ , olvasva: a  $^{-}3$  4-szer.

## II. Egész számok szorzásának és osztásának értelmezése pozitív egész számmal, a műveletek kapcsolata

### 1. A szorzás értelmezése az egész számok körében

Az egész számok szorzása során az eszközökkel szerzett tapasztalatokat megerősíti a szorzás egyenlő összeadandók alapján történő értelmezése. Az alsó tagozaton is és az írásbeli műveletvégzésnél is következetesen alkalmazott szorzandó, szorzó sorrendet használjuk, és ennek megfelelően olvassuk: „mit vettem és hányszor vettem”.

Például:

$^{-}3 \cdot 4 = ^{-}3 + ^{-}3 + ^{-}3 + ^{-}3$ , azaz:  $^{-}3$ -t vettem 4-szer, vagy a  $^{-}3$  4-szer.

A 2. feladatlap 1-8. feladatából válogatott néhány feladat elvégzésével szereztünk rutint a műveletvégzés területén, és tapasztaltuk, hogy negatív szám többszörözésekor az eredetininél kisebb számot kapunk.

Az 5. feladatban megfogalmazott játékot játszhatják a gyerekek csoportban is, ilyenkor a legnagyobb, vagy megállapodás szerint a legkisebb szám győz. (4. tanári melléklet).

**4. tanári melléklet –**

lásd e fájl végén és a modul eszközei közt is!

<b>0</b>	<b>-1</b>	<b>-2</b>	<b>-3</b>	<b>-4</b>
<b>-5</b>	<b>-6</b>	<b>-7</b>	<b>-8</b>	<b>-9</b>

A 8. feladatból az előzőek mintájára könnyen szervezhetnek a gyerekek csoportban játékot. A saját maguk által kitalált játékokat valószínűleg szívesen játsszák, és az ilyen mintákkal talán hozzájárulunk ahhoz, hogy a szabadidő eltöltésére is értelmes és tartalmas játékokat találjanak majd ki a gyerekek.

A 2. feladatlap 1–8. feladataiban gyakoroltatja a negatív szám pozitív számmal való szorzását. A tanulók a választott feladatokhoz illő munkaformában és módszerrel dolgozzanak.



## 2. FELADATLAP

1.

a) Írd fel összegalakban, majd számold ki a szorzatokat!

$$^{-}4 \cdot 3 = ^{-}4 + ^{-}4 + ^{-}4 = ^{-}12$$

$$^{-}6 \cdot 4 = ^{-}6 + ^{-}6 + ^{-}6 + ^{-}6 = ^{-}24$$

$$^{-}4 \cdot 6 = ^{-}4 + ^{-}4 + ^{-}4 + ^{-}4 + ^{-}4 + ^{-}4 = ^{-}24$$

$$^{-}8 \cdot 3 = ^{-}8 + ^{-}8 + ^{-}8 = ^{-}24$$

$$^{-}3 \cdot 8 = ^{-}3 + ^{-}3 + ^{-}3 + ^{-}3 + ^{-}3 + ^{-}3 + ^{-}3 + ^{-}3 = ^{-}24$$

b) Melyik állítás igaz, melyik hamis?

A fent kijelölt szorzatok között van kettő, amelyekre igaz, hogy

- az egyik tényezőinek cseréjével létrejön a másik szorzat;
- bennük a szorzótényező egyenlő;
- a szorzandók egyenlők;
- ugyanazt a számot adják.

hamis  
igaz  
igaz  
igaz

2. Végezz becslést, aztán ellenőrizd számítással!

Melyik nagyobb?

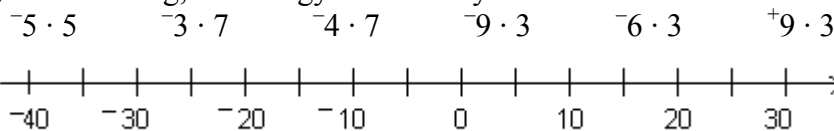
a)  $^{-}4 \cdot 6 > ^{-}4 \cdot 7$

b)  $^{-}4 \cdot 6 < ^{-}3 \cdot 6$

c)  $^{-}4 \cdot 6 = ^{-}8 \cdot 3$

3.

a) Becsüld meg, a számegyenesen melyik két tízes között lesz a szorzat helye!



Várható tanulói hiba, hogy  $^{-}20$  és  $^{-}10$  között jelölik az első négy negatív számot.

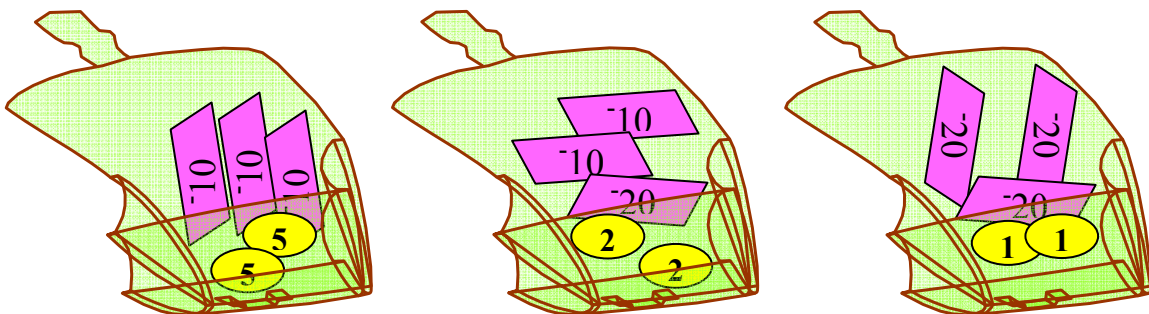
b) Keresd meg a szorzat hiányzó tényezőjét, ha a szorzat a jelölt szakaszra esik!



Szükség esetén lépkedéssel ellenőrizték a megoldást!

**Megoldások:**  $^{-}8 \cdot 4$  vagy  $5$     $^{-}2 \cdot 7$     $2$  vagy  $3 \cdot 6$

4. Becsüld meg, melyik pénztárca tartalma éri a legkevesebbet!



Mekkora érték van a pénztárcákban? Számold ki többféleképpen!

Várható megoldások:

$$\begin{array}{lll} -10 \cdot 3 + 5 \cdot 2 & -20 + -10 \cdot 2 + 2 \cdot 2 & -20 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \\ (-10 + 5) \cdot 2 + -10 & -20 + (-10 + 2) \cdot 2 & -20 + (-20 + 1) \cdot 2 \\ -10 + -5 \cdot 2 & -20 + -8 \cdot 2 & -20 + -19 \cdot 2 \end{array}$$

5. Páros játék. Kié a nagyobb?

Mindkét játékos húzzon egy-egy kártyát a 0, -1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, -9 számkártyákból, és dobjon egy számot dobókockával! A húzott számot szorozzátok meg a dobott számmal és hasonlítsátok össze, kié a nagyobb szorzat! A nagyobb szám tulajdonosa kap egy pontot, 10 játék után hirdessétek ki a győztest!

A párok a 4. tanári melléklet számkártyáit használják. A játék során a szorzás művelete mellett összehasonlítást is végeznek a gyerekek. Az sem baj, ha úgy ítélik meg, hogy melyik szorzat a nagyobb, hogy nem végzik el a szorzást. Ez esetben már felfigyeltek a szorzat nagyságára a tényezőktől függően. Ez legalább annyira értékes tudás, mint a szorzat kiszámítása.

6. Kerüld minél közelebb a -100-hoz, de ne legyen a keletkezett számod kisebb -100-nál!

Mindegyik játékos húzzon az előző feladatban található kártyakészlet lapjai közül egy számot, ez lesz a szorzandó. Mindenki annyi kártyát húzhat a 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 kártyakészlet kártyái közül, ahányat csak akar (a kártyák visszaadhatók). Ezek a kártyák lesznek a szorzók. Az nyeri a játékot, akinek a legjobban sikerül felülről megközelíteni a -100-at!

A játék során a becslés, a valószínűségi következtetés, az összehasonlítás igénye növeli a figyelem terjedelmét. Ha a pedagógus a gyerekek közé ül játszani – felvállalva az esetleges „kikapást” –, jobban elfogadják, hogy a győzelem nem csak a tudáson, gyakran a szerencsén múlik. (A kártyakészlet az **5. tanári melléklet**ben található.)

5. tanári melléklet –

lásd e fájl végén és a modul eszközei közt is!

<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>

7. Húzz a 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 kártyakészletből három számot és írd ezeket valamilyen sorrendben az üres helyekre! Hányféle szorzatot tudsz így kijelölni?

Ismétlés nélkül  $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ -féle szorzatot, ismétléssel  $3^3 = 27$ -féle szorzatot.

$$- \square \square \cdot \square$$

Becsléssel állítsd a szorzatokat növekvő sorrendbe!

Megállapodás kérdése, hogy a húzások során mely számkártyákból válogatunk, akarjuk-e, hogy előforduljon ismétlődés. Ezzel is differenciálhatunk.

A feladat nem kéri, de természetesen ellenőriztessük a becslést számológéppel!

Önálló munka esetén célszerű feladatcserével végeztetni az ellenőrzést, aztán beszéljék meg a gyerekek, ha találtak valahol hibát. Ezekről számoljanak is be a pedagógusnak, jó tudnunk, ki hol szorul még fejlesztésre.

8. Milyen számokat írhatasz az üres keretekbe? Keress több megoldást!

$$\square 2 < -5 \cdot \nabla$$

$\square$	2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	...
$\nabla$	1	3	1	2	4	5	6	1	2	3	5	6	7	8	1	...	

Szervezzetek a feladtból játékot!

Nem várhatjuk el mindenkitől a rendszerezett, szisztematikus átlátását a megoldásoknak. Ez differenciálhatja a gyerekeket.

Az ellenőrzés során összegyűjtött megoldások rendbe rakása adhat ötletet valamely szisztéma alkalmazásához.

A játéktervezés nem időhúzás. Átala tudatosodhat a kapcsolat a két kifejezés között.

## 2. Az osztás értelmezése az egész számok körében

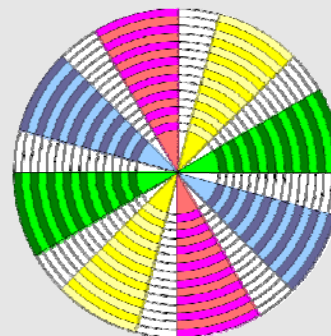
Meglepetésként hathat, hogy osztással növelni is lehet számok értékét, sőt, minél többfelé osztunk egy negatív számot, annál nagyobb lesz a hányados. Ennek a felismerésnek lesz itt a legnagyobb jelentősége, nem is annyira a negatív számok osztásának.

Szervezzünk társasjátékot!

A játékmező és a kártyakészlet a **6. tanári melléklet**ben található, a játékszabály a 2. feladatlap 9. feladatában.

**6. tanári melléklet** – lásd e fájl végén és a modul eszközei közt is!

<b>0</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>12</b>	<b>16</b>
<b>0</b>	<b>-4</b>	<b>-8</b>	<b>-12</b>	<b>-16</b>
<b>0</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>12</b>	<b>16</b>
<b>0</b>	<b>-4</b>	<b>-8</b>	<b>-12</b>	<b>-16</b>



A játék során többféle tapasztalatot szerezhetnek a gyerekek:

- ha negatív számot többfelé osztunk, nagyobb számhoz jutunk (kisebb lesz a veszteségünk!);
- adott helyzetben pozitív vagy negatív szám húzásának van-e nagyobb esélye;
- miközben figyelik a saját helyzetüket, ügyelniük kell arra is, hogy a többieket lehetőleg ne juttassák győzelemhez.

Az 2. feladatlap 10–12. feladata további gyakorlásra kínál lehetőséget. A 10. feladatot páros, a 11–12. feladatot önálló munkában oldják meg a gyerekek.

**9.** A tanár által adott társasjáték kártyakészletének lapjaival és tábláján játsszatok 4 fős csoportban! Szükség van még az alábbi számkártyákra: 0, 4, 8, 16,  $-4$ ,  $-8$ ,  $-16$ . Minden játékos helyezzen egy bábut a játékmező közepére, és döntsétek el, ki melyik csíkon lépked.

A játék szabályai:

- A sorra kerülő játékos húz egy kártyát. Mielőtt megnézné, döntenie kell: egyedül lép, vagy valamelyik társával megosztja a kártyán lévő lépésszámot (ő határozhatja meg, hogy kivel), vagy 4 egyenlő részre osztják a pontokat a csapatban.
  - Pozitív szám húzásakor a középpont irányába kell elindulni (kivéve a kezdőlépéskor), negatív szám húzásakor ellentétesen. Ha a lépésszám nem juttat éppen a középpontba, túl kell azon haladni.
  - A pályáról kilépve egy kört kimarad a játékos, vagy ha mindenki kilépett, az a játékos marad ki, aki a kilépést okozta. A pályáról kilépő játékos csak pozitív lépéslehetőséggel léphet vissza.
- A játék nyertese: aki először tér vissza a középpontba.

Lehet, hogy több időt vesz igénybe ez a játék, mint ha 10 osztási feladatot kijelölünk a gyerekeknek. Mégis a játékot javasoljuk, nem csak azért, mert a gyerekeknek érdekesebb, aktívabban vesznek részt benne, ellenőrzik egymás lépéseit, ugyanakkor becsülnek, számolnak, döntéseikkel valószínűségi sejtéseket fogalmaznak meg, mérlegelik döntéseik következményét.

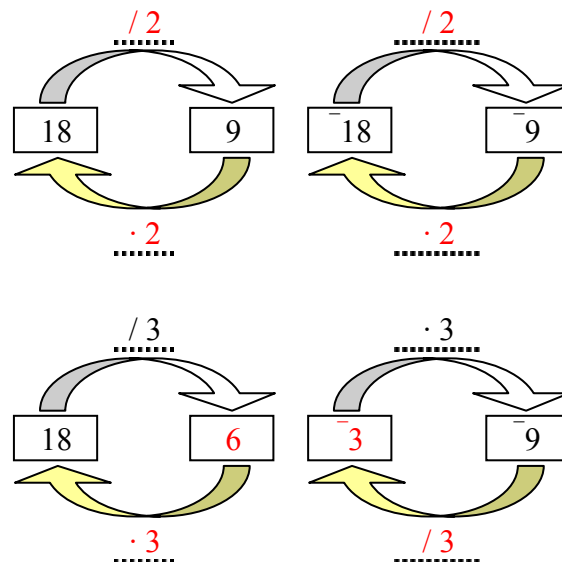
Azáltal, hogy figyelik társaik bábuinak helyzetét is, a többféle lehetőség közül a számukra legcélszerűbbet igyekeznek kiválasztani.

### 10. Páros játék. Kié a nagyobb?

Mindkét játékos húzzon egy-egy kártyát az előző feladat kártyáiból, és dobjon egy pénzérmével! Aki az érmével fejet dob, az 2-vel, aki írást, az 4-gyel ossza el a húzott számot! Hasonlítsátok össze a hányadosokat! A nagyobb szám tulajdonosa kap egy pontot. 10 játék után hirdessétek ki a győztest!

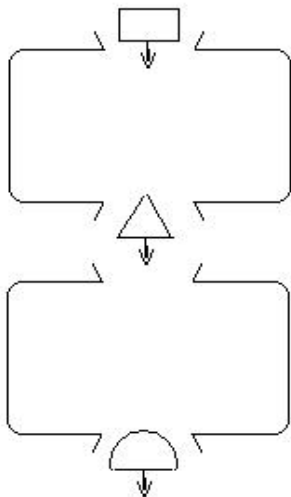
Tapasztalhatják a gyerekek, hogy a számok előjelének különbözősége már eldönti a győztest. Egyező előjel esetén még lehet izgulni, hány egyenlő részre kell osztani a számokat.

### 11. Egészítsd ki!



A könnyebb számolást néha segíti a művelet inverze. A műveletek közti kapcsolat tárgyalásánál erre fordítunk majd figyelmet.

12. Két gép helyett egy! Írd le, hogyan működhetnek a gépek külön-külön és összekapcsolva!



	36	-6	-12	18	-24	24	6	-18
	12	-2	-4	6	-8	8	2	-6
	6	-1	-2	3	-4	4	1	-3

Szabály:

$$\square / 3 = \triangle \quad \triangle / 2 = \text{semicircle} \quad \square / 6 = \text{semicircle}$$

Nem biztos, hogy mindenkinek természetes lesz az egész számok körében is az a kapcsolat, amit a természetes számok körében tapasztalt. Az osztás műveletének egymás utáni alkalmazása helyettesíthető egyetlen osztással, ezt alkalmazhatják a gépek összekapcsolásával és a két nyíl helyett egy nyíl típusú feladatokban.

### 3. A szorzás és az osztás kapcsolata

Már az előző feladatokban is találkoztak a gyerekek olyan problémákkal, amelyek megoldása során kihasználhatták a pozitív egész számmal való szorzás és a részekre osztás kapcsolatát. A következő néhány feladat célzottan gyakoroltatja a műveletek kapcsolatát az egész számok körében.

A 2. feladatlap 13-18. feladatában

- adósság, vagyonskártyák,
- számkirakások,
- hiányos sorozat,
- gépes játék,
- számpiramis,
- állítások segítségével mélyítjük a műveletek kapcsolatát.

A 2. feladatlap 13-18. feladatmegoldásokat a gyerekek többnyire önálló munkában végzik, a 14. feladathoz biztosítsuk számukra az **1. tanulói melléklet** kártyakészletét.

**1. tanulói melléklet** – lásd e fájl végén, a tanulói munkafüzet végén és a modul eszközei közt is!

<b>1</b>	<b>3</b>	<b>9</b>	<b>27</b>	<b>81</b>
<b>-1</b>	<b>-3</b>	<b>-9</b>	<b>-27</b>	<b>-81</b>
<b>/</b>	<b>/</b>	<b>.</b>	<b>.</b>	<b>=</b>

Az adósság-, vagyonskártyákkal való kirakást végezhetik párban, a számkirakásokat esetleg csoportban. Ez esetben szervezhetünk versenyt, ki tud több számfeladatot készíteni.

Csak azokat fogadjuk el megoldásnak, amelyeket valóban ki lehet rakni az adott kártyákból.

A feladatokhoz választott munkaformák és módszerek határozzák meg a tanulói tevékenységeket. A számpiramishoz használhatnak a gyerekek számológépet.

**13.** Adósság- és vagyonkártyákkal rakd ki, és olvasd le a kirakásról a nyitott mondatok megoldását!

$$^{-}6 \cdot 4 = \boxed{^{-}24}$$

$$^{-}24 / 4 = \boxed{^{-}6}$$

$$^{-}32 / 4 = \boxed{^{-}8}$$

$$\boxed{^{-}8} \cdot 4 = ^{-}32$$

$$\boxed{^{-}24} / 6 = ^{-}4$$

$$^{-}4 \cdot \boxed{6} = ^{-}24$$

$$^{-}60 / \boxed{6} = ^{-}10$$

$$^{-}10 \cdot \boxed{6} = ^{-}60$$

Az eszközzel való kirakás nem felesleges akkor sem, ha már képesek lennének a gyerekek a nyitott mondatok megoldására eszköz nélkül. Ez is összekapcsolja a matematikát a valósággal.

A kirakások tudatosítják a szorzás és az osztás kapcsolatát.

**14.** Használd az alábbi kártyákat:

$\boxed{1}$ ,  $\boxed{3}$ ,  $\boxed{9}$ ,  $\boxed{27}$ ,  $\boxed{81}$ ,  $\boxed{^{-}1}$ ,  $\boxed{^{-}3}$ ,  $\boxed{^{-}9}$ ,  $\boxed{^{-}27}$ ,  $\boxed{^{-}81}$ ,  $\boxed{/}$ ,  $\boxed{/}$ ,  $\boxed{\cdot}$ ,  $\boxed{\cdot}$ .

Rakj ki a kártyakészlet lapjaiból igaz egyenlőségeket! A szorzó és az osztó pozitív szám legyen!

Keress több megoldást!

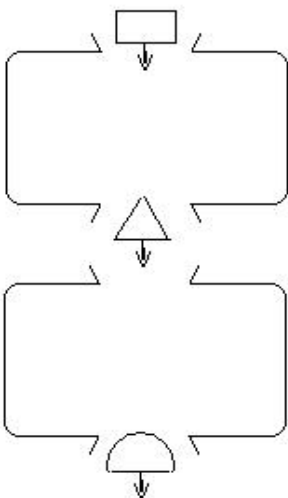
Jegyezzék le a gyerekek a kirakásaikat a füzetükbe. Bízassuk őket valamilyen rendezett leírásra!

**15.** Keresd a sorozat hiányzó tagjait és folytasd a sorozatot 3 taggal!

$^{-}1$ ,  $^{-}2$ ,  $^{-}4$ ,  $^{-}8$ ,  $^{-}16$ ,  $^{-}32$ ,  $^{-}64$ ,  $^{-}128$ ,  $^{-}256$  ...

Az ügyesebbektől kérhetjük a sorozat további folytatását, vagy kérdezhetjük, melyik szám lehet tagja a sorozatnak, vagy hányadik tagtól lesznek a sorozat tagjai kisebbek adott számnál.

**16.** Két gép helyett egy! Írd le, hogyan működhetnek a gépek külön-külön és összekapcsolva!



$\square$	36	$^{-}6$	$^{-}12$	18	$^{-}24$	$^{-}18$	$^{-}48$	$^{-}30$
$\triangle$	6	$^{-}1$	$^{-}2$	3	$^{-}4$	$^{-}3$	$^{-}8$	$^{-}5$
$\frown$	36	$^{-}6$	$^{-}12$	18	$^{-}24$	$^{-}18$	$^{-}48$	$^{-}30$

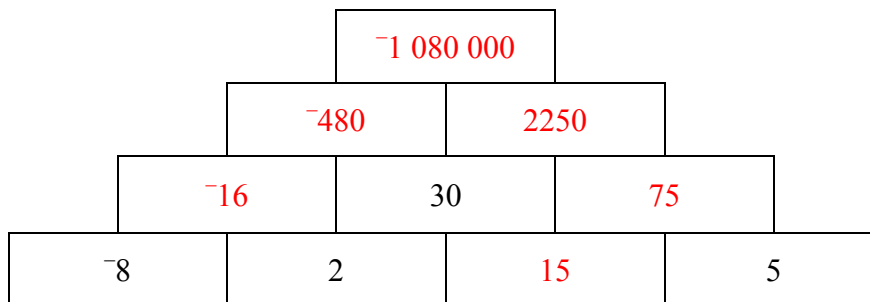
Szabály:

$$\square / 6 = \triangle \quad \triangle \cdot 6 = \frown$$

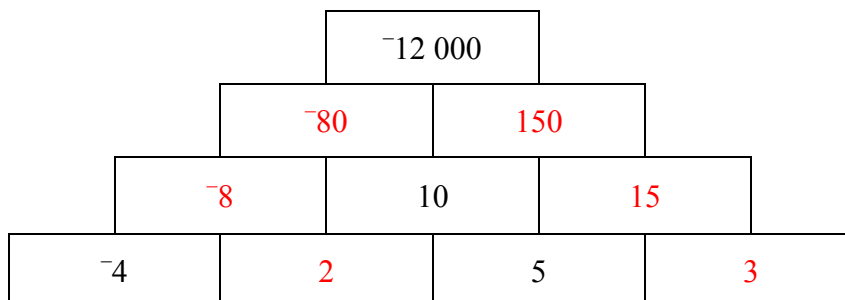
A szorzás és az osztás kapcsolatát erősíti ez a feladat az egész számok körében. Azokkal oldassuk meg, akik számára még nem tudatosodott ez a kapcsolat.

17. Építsd fel a piramist szorzással!

a)



b)



18. Melyik állítás igaz, melyik hamis?

- |   |       |
|---|-------|
| a) A negatív szám 5-szöröse nagyobb, mint az 5-öd része.  | hamis |
| b) A negatív szám 2-szerese nagyobb, mint a 3-szorosa.  | igaz  |
| c) A negatív szám fele nagyobb, mint a harmada.   | hamis |
| d) Van olyan szám, amelyiknek a 10-szerese kisebb, mint a tizede.                                 | igaz  |
| e) Minden szám 10-szerese nagyobb, mint a kétszerese.   | hamis |
| f) Van olyan szám, amelynek a fele egyenlő a kétszeresével.                                       | igaz  |
| g) Ha egy számot két pozitív számmal szorzunk, akkor a nagyobb számmal vett szorzat nagyobb lesz. | hamis |
| h) Nem minden szám 10-szerese nagyobb, mint a tizede.   | igaz  |

#### 4. Zárójelhasználat összetett feladatokban

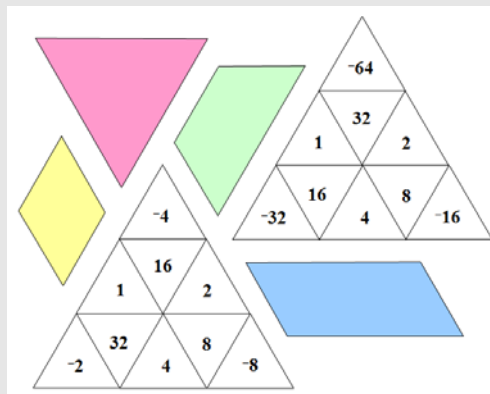
Használjunk zárójeleket ott is, ahol nincs rá szükség. A sok konkrét tapasztalat fogalmaztatja meg a műveletek tulajdonságait, illetve több művelet egymás utáni alkalmazásának együttes hatását.

A 2. feladatlap 19-23. feladata a konkrét tapasztalatszerzést célozza, a 24. feladat segíti az összegzést.

A 19-20. feladatban differenciálhatunk azáltal, hogy

- problémaként vetjük fel, milyen alakzatok készíthetők legfeljebb 4 egybevágó szabályos háromszög összeillesztésével, ha 2-2 háromszög teljes oldal mentén illeszkedik, mások elkészíthetők az alakzatokat a 2. tanulói melléklet segítségével;
- bíztatjuk a gyerekeket minél több megoldás összegyűjtésére;
- válogatunk az alakzatok közül.

**2. tanulói melléklet** – lásd e fájl végén, a tanulói munkafüzet végén és a modul eszközei közt is!



A 20. feladathoz használjuk a **2. tanulói mellékletet**!

A 21. feladat megoldása után csoportban beszéljék meg a gyerekek a feladatmegoldás során szerzett tapasztalatokat!

A feladatok megoldása önállóan, csoportban vagy játékos formában hozzájárul a zárójelhasználat biztonságos kezeléséhez.

A számfeladatok önálló megalkotása fejleszti a kombinativitást, az alakzatok segítségével történő számkiválasztás módszert kínál a lehetséges esetek szisztematikus összegyűjtésére. Az önállóan kijelölt számfeladatok egyenlőségéről becsléssel, számolással vagy éppen az alkalmazott műveletek tulajdonságának felidézésével dönthetnek a gyerekek.

A csoportban szervezett vita során megfogalmazott érvek és ellenérvek egészen pontos megfogalmazásokat is eredményezhetnek a műveletek sorrendjére vonatkozóan.

A táblázat kitöltését önállóan végezhetik a gyerekek, az ellenőrzést csoportban. A kapcsolatok felismertetését lehet differenciáltan szervezni: az összességlátásra még nem igazán képes tanulóktól csak azt várjuk el, hogy konkrét számokkal írják le a megfigyeléseiket, míg a kreatívabbaktól igényelhetjük az általánosabb érvényű megfogalmazásokat.

A 22. feladat a táblázatában soronként felismerhetik a gyerekek az 5 és a  $-5$  többszörösei közti összefüggést, azt, hogy a  $-5$  és a  $-2$  egész számú többszöröseinek összege egyenlő a  $-7$  többszöröseivel, valamint a  $-5$  és a  $-2$  egész számú többszöröseinek különbsége egyenlő a  $-3$  többszöröseivel.

Oszloponként is a szorzás összeadásra illetve kivonásra vonatkozó disztributivitását tapasztalhatják konkrét esetekben.

A 23. feladatban megfogalmazott játékot szervezhetjük frontálisan vagy csoportban. A számalkotás mozgósítja a kombinatív képességet, a becslő és számolási képességet, szükségessé válik a zárójelhasználat, a számok összehasonlítása. Figyelmeztessük a gyerekeket, hogy a szorzás és az osztás műveletének alkalmazásánál ügyeljenek arra, hogy negatív számot tudnak pozitívval szorozni, illetve osztani! Törekedjenek arra is, hogy egész számokkal dolgozzanak!

Egy-egy kihúzott szám (**7. tanári melléklet**) megközelítése műveletekkel nagyfokú odafigyelést igényel, hiszen szem előtt kell tartani

- a kihúzott szám nagyságát,
- az alkalmazni kívánt műveletek hatását,
- a műveletek tulajdonságait,
- a zárójelek hatását.



**7. tanári melléklet –**

lásd e fájl végén és a modul eszközei közt is!

-50	-49	-48	-47	-46	-45	-44	-43	-42	-41
-40	-39	-38	-37	-36	-35	-34	-33	-32	-31
-30	-29	-28	-27	-26	-25	-24	-23	-22	-21
-20	-19	-18	-17	-16	-15	-14	-13	-12	-11
-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49

Használhatjuk a 24. feladatot diagnosztikus mérésre is, hogy eldöntsük, rendelkeznek-e a gyerekek annyi tapasztalattal, hogy építhető arra a műveletek tulajdonságainak témája.

A gyorsabban haladók számára felvethetjük a problémát, sejtsek meg, hogy az egyenlőségek a számok kicserélésével is egyenlőségek maradnak-e. Ezek a sejtések vezetnek majd el az általánosításokhoz.

A 24. feladatban nem a számolás a fontos, hanem a megfigyelt tulajdonságok alkalmazása, ezért az ellenőrzést akár számológéppel is végezhetik a gyerekek.

**19.** Használd a 2. tanulói mellékletben található számháromszöget (amelyben  $-4$  van a felső háromszögben)! A következő feladatokban ügyelj arra, hogy ha van a számok között negatív, az mindig az első szám legyen a kijelölt számfeladatban!

**a)** Takarj le a 2 háromszög területű fóliával (sárga színű) 2-2 számot, amelyek szorzata egyenlő! Gyűjtsd ki ezeket a szorzatokat!

$$^{-}2 \cdot 32 = \dots\dots\dots$$

**b)** Készíts 3 tényezős szorzatokat is, 2-2 tényezőt kapcsolj össze zárójellel (zöld színű fólia)!

$$^{-}2 \cdot (32 \cdot 1) = \dots\dots\dots$$

**c)** Folytasd 4 tényezős szorzatokkal (kék színű fólia)!

$$^{-}2 \cdot [(32 \cdot 1) \cdot 16] = \dots\dots\dots$$

A sokféle megoldást szívesen ellenőrzik a gyerekek, és törekszenek újabb megoldások megtalálására. Közben tapasztalatokat szereznek a geometria témakörében is.

**20.** Használd a 2. tanulói mellékletben található számháromszöget (amelyben  $-64$  van a felső háromszögben)! A következő feladatokban ügyelj arra, hogy ha van a számok között negatív, az mindig az első szám legyen a kijelölt számfeladatban!

**a)** Takarj le a 2 háromszög területű fóliával 2-2 számot, amelyek hányadosa egyenlő! Gyűjts ilyen osztásokat!

$$^{-}32 / 16 = \dots\dots\dots$$

**b)** Készíts 3 szám felhasználásával két osztást tartalmazó számfeladatot! Használj zárójelet!

$$^{-}32 / (16 / 4) = \dots\dots\dots$$

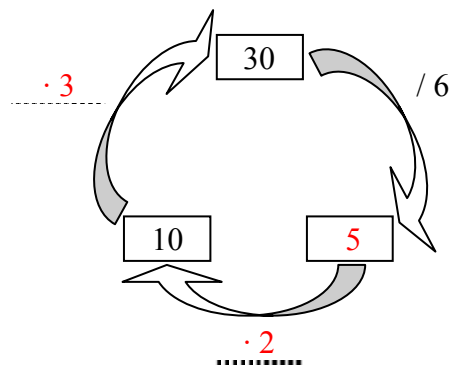
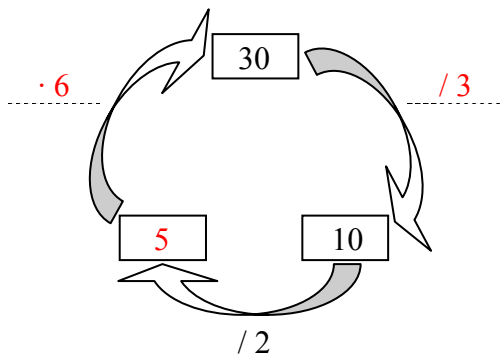
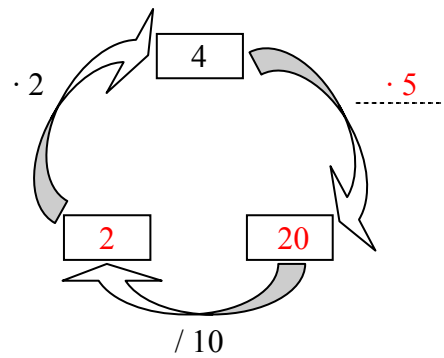
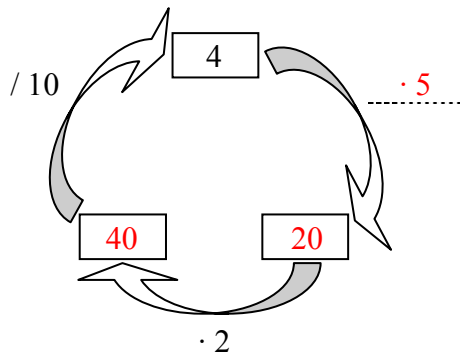
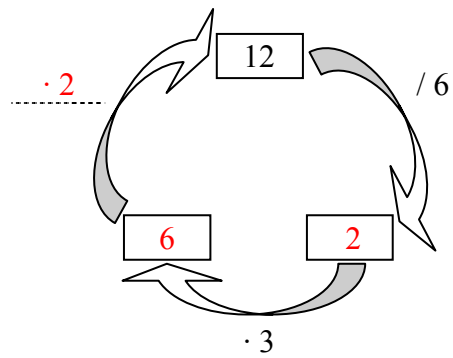
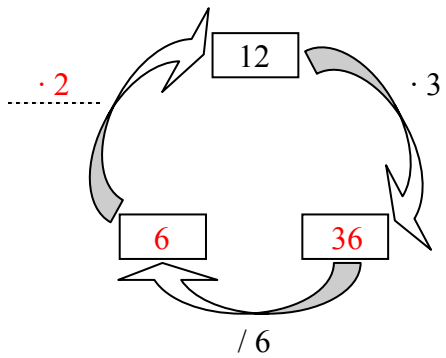
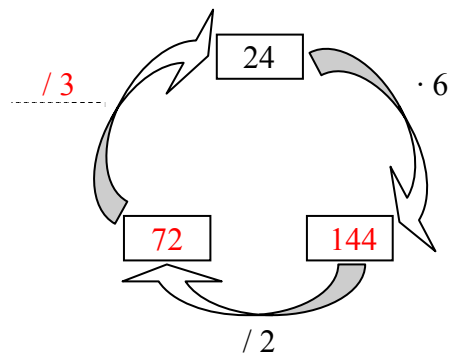
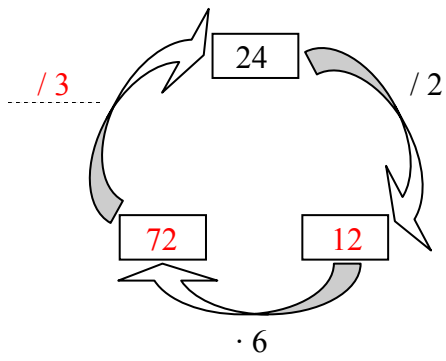
**c)** Készíts 3 szám felhasználásával egy szorzást és egy osztást tartalmazó számfeladatot! Használj zárójelet!

$$^{-}32 \cdot (16 / 4) = \dots\dots\dots$$

Figyelmeztessük a gyerekeket, hogy úgy válasszák meg az osztókat, hogy a hányados egész szám legyen!

Figyeljük meg, felismerik-e a műveletek egymás utáni alkalmazásának hatását.

## 21. Egészítsd ki! Írj róluk számfeladatot!



22. Töltsd ki a táblázat üres mezőit!

·	5	3	2	4	7
5	25	15	10	20	35
-5	-25	-15	-10	-20	-35
-2	-10	-6	-4	-8	-14
-7	-35	-21	-14	-28	-49
-3	-15	-9	-6	-12	-21

- a) Takard le az első sort (a szorzót) és keress kapcsolatokat a táblázatban soronként!  
 b) Takard le az első oszlopot (a szorzandót) és keress kapcsolatokat a táblázatban oszloponként!

23. Húzzatok a -50-nél nem kisebb és az 50-nél kisebb számok közül egyet, és dobjatok két piros és két fekete dobókockával négy számot! A piros kockákkal kidobott számok legyenek pozitívak, a feketékkel dobott számok negatívak. Felhasználva az összeadás, kivonás, szorzás valamint az osztás műveletét, közelítsétek meg a kihúzott számot a dobott számok segítségével! Az nyeri a játékot, aki a lehető legközelebb kerül a kihúzott számhoz!

A kártyákat a 7. tanári melléklet tartalmazza.

Frontális szervezésben is izgalmas lehet a játék. Akik nem nyernek, ők is gyakorolják a számolást az egész számok körében.

24. Hol változtatja meg a zárójel a művelet eredményét? Számolás nélkül tedd ki a számfeladatok közé az '=' vagy a '≠' jelet, és indokold meg a véleményed! Bizonytalanság esetén számolással ellenőrizd!

- a)  $(-10 \cdot 9) \cdot 3 = -10 \cdot (9 \cdot 3)$   
 b)  $(-10 \cdot 9) / 3 = -10 \cdot (9 / 3)$   
 c)  $(-270 / 9) / 3 \neq -270 / (9 / 3)$   
 d)  $(-270 / 9) \cdot 3 \neq -270 / (9 \cdot 3)$   
 e)  $(-10 + -7) \cdot 3 \neq -10 + (-7 \cdot 3)$   
 f)  $(-10 \cdot 9) + 3 \neq -10 \cdot (9 + 3)$   
 g)  $(-10 + 9) \cdot 3 = (-10 \cdot 3) + (9 \cdot 3)$

## III–IV. A műveletek alkalmazása

### 1. Az egész számok körében értelmezett szorzás és osztás gyakorlása numerikus feladatokkal, sorozatokkal, nyitott mondatokkal, gépjátékokkal

A 3. feladatlap 1-3. feladatában további játékokat, problémaszituációkat foglalmaztunk meg, amelyek alkalmasak a szorzás és az osztás gyakorlására.

Annyit és olyan formában célszerű ebből megoldatni, amennyit a gyerekek egyéni továbbfejlesztése igényel.

**1.** Az 1. feladat dobókockás játékaival olyan problémaszituációt teremtünk, amelyben a gyerekek maguktól rájöhetnek a szorzótényezők célszerű sorrendjére.

A feladat 2. részét szervezzük barkochbaszerűen!

Frontális munkaszervezéssel a tanár, csoportos szervezéssel a csoport játékvezetője megmondja a szorzatot, és a többiek kérdezhetnek a tényezőkre. A cél, minél kevesebb kérdéssel kitalálni a dobott számokat.

A feladat 2. részében a számtulajdonságokon kívül a feltételek számbavétele is szükséges. Előkerülhetnek a tényezők nagyságára, paritására, abszolút értékére vonatkozó kérdések.

A 3. részben a lehetőségek számbavételével a szorzótényezők szisztematikus összegyűjtése várható.

**2.** A váltakozó hányadosú sorozatokban (2. feladat) a becslés és a páros sorszámú helyeken álló számok tulajdonságai kapnak fontos szerepet.

Ha a gyerekek úgy folytatják az A jelű sorozatot, hogy a tagokat váltva szorozzák 6-tal, aztán osztják 3-mal, a B jelű sorozatban pedig váltva 8-cal szoroznak, aztán 4-gyel osztanak, akkor **a sorozatok páratlan helyen álló tagjai egyenlők lesznek.**

Ezek a megfigyelések és megfogalmazások közel juttatják a gyerekeket a számsorozatok képlet formájú megadásához.

A sejtések megfogalmazását a vélemények ütköztetése, majd a számítással (esetleg számológéppel) történő ellenőrzés követheti.

**3.** A szöveges feladatok előkészítésének fontos állomása a szöveggel megfogalmazott nyitott mondatok algebrai lejegyzése.

A matematizálás tevékenységét gyakorolják a gyerekek a 3. feladatban.

**4.** A 4. feladatban algebrai formában adott nyitott mondatokhoz a gyerekek kérdést fogalmaznak meg. A kerek asztal módszerével egymásnak is adhatnak a gyerekek feladatokat. Az előző feladat fordított irányú tevékenységét igényli a feladat a gyerekektől. Maguk is írhatnak ilyen feladatokat és feladhatják társaiknak.

**5.** A 5-6. feladatokban található táblázatok üres mezőinek kitöltése a szabálykövetést igényli. A két-bemenetű gépeknél tapasztalhatják a gyerekek, hogy különböző számok bedobása ellenére kidobhatja a gép ugyanazt a számot.

### 3. FELADATLAP

**1.** Dobjon minden játékos három dobókockával, amelyek közül egy dobókockán a 2-est, 3-ast és az 5-öst lássátok el negatív előjellel!

**a)** Szorozzátok össze a dobott számokat! Versenyezzetek, a csoportban kié lett a legnagyobb szorzat!

**b)** Egy valaki végezze el a dobást és mondja meg a számok szorzatát! A többiek szükség esetén kérdezhetnek a dobott számok tulajdonságaira. Az nyer, aki a leghamarabb kitalálja a dobott számokat.

**c)** Gyűjtsétek össze, mely dobásokkal lehet a szorzat  $-24$ !

A feladat első részében nem biztos, hogy el kell végezni a szorzást az összehasonlítás érdekében.

A második részben bizonyos számoknál azonnal meg lehet mondani a dobott számokat. Például:  $-125$  esetén.

A feladat harmadik részében a lehetséges esetek:

$-2; 3; 4$

$-3; 2; 4$

$-2; 6; 2$

2.

a) Hogyan folytatnád a sorozatokat?

A:  $-1, -6, -2, -12, -4, -24, -8, -48, -16 \dots$ B:  $-1, -8, -2, -16, -4, -32, -8, -64, -16 \dots$ b) Mit gondolsz, mekkora különbség lesz az A és B sorozatok 111. tagjai között? **0**És a 20. tagok között mennyi lesz a különbség? **1024**c) Melyik sorozatnak lesz tagja a  $-100$ ? **Egyiknek sem.**d) Melyik sorozat csökken előbb  $-100$  alá? **B.**

Ne várjuk el az általános érvényű megfogalmazást!

3. Írd le nyitott mondatlall és válaszolj a kérdésre!

a) Melyik szám 5-szöröse a  $-50$ ?

$$5 \cdot \diamond = -50; \diamond = -10$$

b) Melyik számot osztottuk 5-tel, ha  $-50$ -t kaptunk?

$$\square / 5 = -50; \square = -250$$

c) Mennyivel osztottuk a  $-100$ -at, ha hányadosul  $-25$ -öt kaptunk?

$$-100 / \square = -25; \square = 4$$

d) Melyik számot szoroztuk 5-tel, ha  $-80$ -at kaptunk?

$$\circ \cdot 5 = -80; \circ = -16$$

e) Hányszor vegyük a  $-20$ -at, hogy  $-120$ -at kapjunk?

$$\square \cdot -20 = -120; \square = 6$$

Van, akinek a szóbeli megfogalmazás, van, akinek a nyitott mondat megoldása az egyszerűbb. Ezért is célszerű a kétirányú út sokszori bejárása.

4. Fogalmazz meg a nyitott mondathoz kérdést!

Kezdd így: Melyik az a szám...?

a)  $\square \cdot 4 = -16$

$\square = -4$

b)  $\square \cdot 8 = -88$

$\square = -11$

c)  $-6 \cdot \square = -36$

$\square = 6$

d)  $\square / 4 = -16$

$\square = -64$

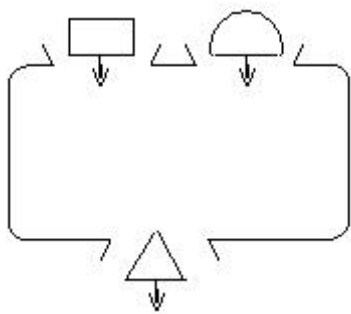
e)  $-88 / 8 = \square$

$\square = -11$

f)  $-60 / \square = -1$

$\square = 60$

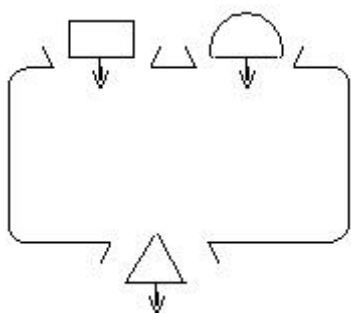
5. Töltsd ki a táblázat üres mezőit! A gép szabálya:



$$(\square + \text{semicircle}) \cdot 7 = \square$$

$\square$	6	-6	-12	8	-4	1	1	-2
$\triangle$	5	-1	4	-9	5	-3	-7	-5
$\text{semicircle}$	77	-49	-56	-7	7	-14	-42	-49

6. Töltsd ki a táblázat üres mezőit! A gép szabálya:



$$(\square - \text{semicircle}) / 2 = \square$$

$\square$	9	-6	-12	8	-4	-31	1	-7
$\triangle$	5	-2	4	22	-18	-3	9	-5
$\text{semicircle}$	2	-2	-8	-7	7	-14	-4	-1

## 2. Valóságtartalmú szöveges feladatok megoldása, alkotása

A 3. feladatlap 7-8. feladataiban fokozatosságot tartunk

- a szöveges feladatok megválasztásában
- egyszerűbbtől haladunk az összetettig,
- egyenes szövegezéstől a fordított szövegezésűig,
- egy megoldásútól a több megoldásúig,
- a megoldást segítő modell megválasztásában
- a problémában szereplő eszközök használatától haladunk a számegyenesen való ábrázolásig,
- a tevékenységgel történő megoldástól a nyitott mondattal történő megoldásig,
- a megoldás önállóságában
- tanári irányítás,
- csoportos tevékenység
- önálló megoldás,
- feladatalkotás.

A 3. feladatlap 7-12. feladataiban megfogalmazott problémák alkalmasak lehetnek a problémamegoldó képesség fejlesztésére ebben a témakörben.

A tanulói tevékenységeket a megoldásra kijelölt feladatokhoz választott módszerek és munkaformák határozzák meg.

A 13–19. feladatok is szöveges feladatok, bár kevésbé valóságtartalmúak.

A matematikai lejegyzésük többnyire egyszerű, de a gyerekek még nem mindegyikhez rendelkeznek megoldási algoritmussal. Bízassuk őket a próbálkozással történő megoldáskeresésre!

Itt működik igazán a becslés, és fontos szerepet kap az ellenőrzés.

A 19. feladatban a gyerekek valójában egy egyenletet oldanak meg a próbálgatás módszerével.

Fogalmazhatjuk magunknak a matematikai tartalmat úgy is, hogy két függvény közös értelmezési tartományából keressük azt az értéket, amelynél a függvényértékek egyenlők.

**7.** Egy téli napon délután 4 órától másnap hajnali 4-ig óránként 2 fokkal csökkent a hőmérséklet. Hány fokkal mutatott hajnalban kevesebbet a hőmérő, mint előző nap délután 4 órakor? Mennyit mutatott a hőmérő hajnali 4-kor, ha előző nap délután 4 órakor  $0^{\circ}\text{C}$ -ot mértek?

**Fejezze ki a csökkenést negatív szám!**

**Adatok:** Változás:  $-2^{\circ}\text{C}$  óránként

**Az eltelt idő:** 12 óra

**Megoldási terv:**  $-2 \cdot 12 = \square$

$\square = -24$

**8.** Hirtelen jött lehülés következtében 4 óra alatt  $0^{\circ}\text{C}$ -ról  $-12^{\circ}\text{C}$ -ra esett a hőmérséklet.

Mennyit változott óránként, ha egyenletes volt a hőmérséklet-csökkenés? Mennyit mutatott volna a hőmérő, ha még 2 óráig így változott volna a hőmérséklet?

**A változás előjele mutassa a változás irányát!**

**Adatok:** Változás:  $-12^{\circ}\text{C}$

**Az eltelt idő:** 4 óra

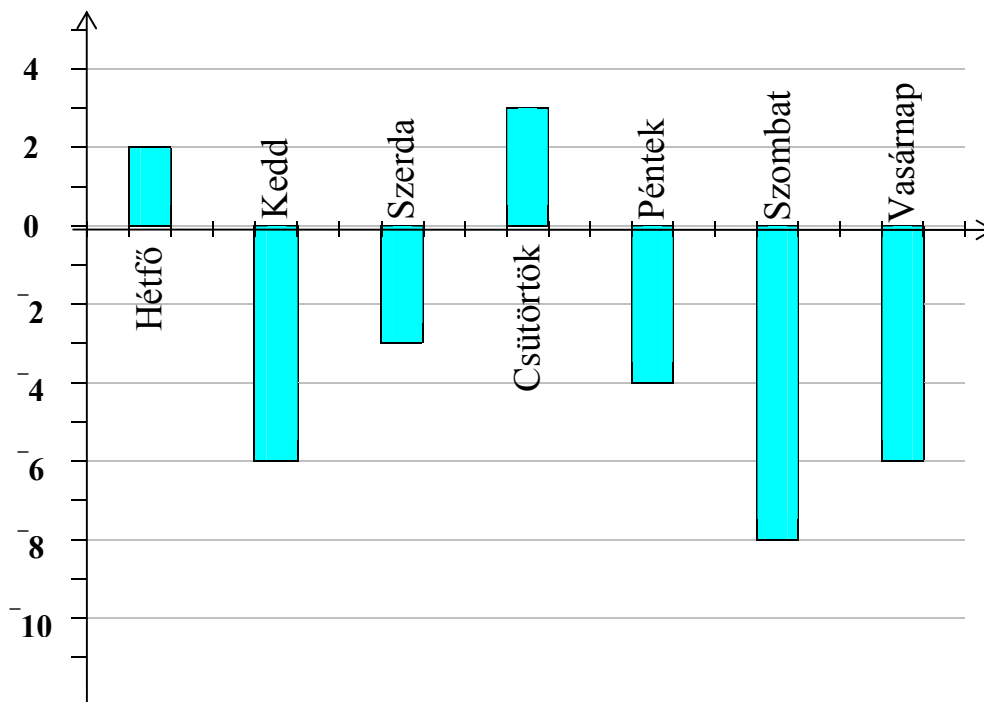
**Megoldási terv:**  $\square \cdot 4 = -12$

$-12 + \square \cdot 2 = *$

$\square = -3$

$* = -18$

9. Egy héten mért napi hajnali hőmérsékleteket a grafikon mutatja.



Adj időjárás-jelentést a grafikon alapján!

Melyik két érték között ingadozott a heti hajnali hőmérséklet? **-8 és 3 között.**

Mérték-e egyforma értékeket? **Nem.**

Melyik két szomszédos nap között volt a legnagyobb hőmérséklet-ingadozás? **Hétfő és kedd.**

Mikor emelkedett és mikor csökkent a hőmérséklet? Mennyit változott a hőmérséklet egyik napról a másikra?

**Emelkedett: Keddről szerdára, szerdáról csütörtökre, szombatról vasárnapra.**

**Csökkenett: Hétfőről keddre, csütörtökről péntekre, péntekről szombatra.**

Hétfő  $-8$   $\searrow$  kedd  $+3$   $\nearrow$  szerda  $+6$   $\nearrow$  csütörtök  $-7$   $\searrow$  péntek  $-4$   $\nearrow$  szombat  $+2$   $\searrow$  vasárnap

Minél többféle kapcsolatot olvassanak le a gyerekek a grafikonról! Csoportban gyűjtsenek össze megfigyeléseket, és a csoportok közötti szóforgóval mondják el, mire figyeltek fel a grafikonból.

Itt is alkalmazhatjuk a fordított irányú tevékenységszervezést. A csoportok maguk készítik egy heti időjárás-jelentést, és az elbeszélés alapján a többieknek kell elkészíteni a grafikon. Több grafikon összehasonlítása is nagyon alkalmas a gyakorlásra és a száméret formálására az egész számok körében.

10. Egy háztartási gép vásárlásakor 36 000 forintot kell majd havi egyenlő részletekben visszafizetnünk 3 év alatt. Mennyi lesz a havi törlesztés?

**Fejezze ki negatív szám a törlesztést!**

**Adatok: Kifizetendő: 36 000 Ft**

**Idő: 36 hónap**

**Megoldási terv:  $-36\,000 / 36 = \square = -1000$ .**

**11.** Ki vett fel nagyobb hitelt? Marcsi 8 hónapon keresztül havi 2500 Ft-ot fizet, Gábor 1 éven keresztül havi 2200 Ft-ot törleszt.

Kitalálhatnak a gyerekek bankos játékot, és szituációs játék bemutatásával szemléltethetik a feladatot a többieknek.

Adatok rendezése táblázatba:

	Idő (hónap)	Havi tartozás (Ft)	Összes kifizetés (Ft)
Marcsi	8	$-2500$	$-2500 \cdot 8 = -20000$
Gábor	12	$-2200$	$-2200 \cdot 12 = -26400$

**Gábor vett fel nagyobb hitelt.**

**12.** Egy tengerparton két fűrógép működik. Az egyik 6 m-t halad lefelé naponta, a másik 2 méterrel többet. A tengerszinthez képest milyen mélyre jutnak 2 hét alatt? Mennyivel mélyebbre jut az egyik, mint a másik?

Fejezze ki negatív szám a tengerszint alatti távolságot!

Adatok rendezése táblázatba:

	Idő (nap)	A tengerszinthez viszonyított távolság naponta (m)	A tengerszinthez viszonyított távolság összesen (m)
1. gép	14	$-6$	$-6 \cdot 14 = -84$
2. gép	14	$-8$	$-8 \cdot 14 = -112$

Összehasonlítás:  $-6 \cdot 14 - -8 \cdot 14 = 28$  méterrel jut mélyebbre a 2. mint az első.

**13.** Melyik egész számra igaz, hogy 5-szöröse kisebb  $-20$ -nál, de nagyobb  $-80$ -nál?

Megoldási terv:  $-80 < \square \cdot 5 < -20$

Megoldás:  $\square : -15, -14, \dots, -3$

**14.** Két egész szám összege  $-20$ . Az egyik 3-szor akkora, mint a másik. Melyik ez a két szám?

Megoldási terv:  $\square + \square \cdot 3 = -20$

Megoldás:  $\square = -5$

**15.** Gondoltam egy számot. Hozzáadtam a 4-szeresét, majd vettem az 5-öd részét, és csökkentettem 9-cel. Így jutottam  $-10$ -hez. Melyik számra gondoltam?

Megoldási terv:  $(\square + \square \cdot 4) / 5 - 9 = -10$

Megoldás:  $\square = -1$

**16.** Egy szám, a kétszeresének és a háromszorosának a szorzata  $-6$ . Melyik ez a szám?

Megoldási terv:  $\square \cdot (\square \cdot 2) \cdot (\square \cdot 3) = -6$

Megoldás:  $\square = -1$

**17.** Egy szám, a hatszorosának és a felének a szorzata  $-24$ . Melyik ez a szám?

Megoldási terv:  $\square \cdot (\square \cdot 6) \cdot (\square / 2) = -24$

Megoldás:  $\square : -2$



**18.** Van-e olyan egész szám, amelyből kivonva ellentettjét, majd a különbséget felezve negatív számhoz jutunk?

**Megoldási terv:**  $(\square - \bar{\square}) / 2 < 0$

**Megoldás:**  $\square$  : bármely negatív egész szám

**19.** Két gép a következő módon működik:

1. gép: a bedobott számnak veszi a 10-szeresét és hozzáad 40-et.

2. gép: a bedobott számot felezi és hozzáad 2-t.

Van-e olyan szám, amit bedobva a gépekbe, azok ugyanazt a számot dobják ki?

**Megoldási terv:**

<b>A bedobott szám:</b>		0	-10	-2	-8	-4	
1. gép:	$\square \cdot 10 + 40$	40	-60	20	-40	0	
2. gép:	$\square / 2 + 2$	2	-3	1	-2	0	

**A megoldott nyitott mondat:**

$$\square \cdot 10 + 40 = \square / 2 + 2 \quad \square = -4$$

**20.** Fogalmazz meg szöveges feladatot a következő nyitott mondatához!

$$(\square \cdot 9 + 30) / 3 - \square \cdot 4 = 20$$

Így kezd: Gondoltam egy számot...!

**Gondoltam egy számot, megszoroztam 9-cel, hozzáadtam 30-at, a kapott eredményt elosztottam 3-mal, majd ebből a számból kivontam a gondolt szám 4-szeresét. Így 20-at kaptam.**

A 3. feladatlap 21–23. feladataiban a gyerekek példákat láthatnak arra, hogy a nyitott mondatok megoldáshalmaza függ az alaphalmaz megválasztásától, és hogy egy kicsi módosítás a nyitott mondatban befolyásolhatja a megoldáshalmazt.

**21.** A megadott számok közül mely számok teszik igazgá a nyitott mondatot?

$$\square - 12 < \square \cdot 4$$

a)  $\bar{3}, \bar{2}, \bar{1}, 0, 1, 2, 3$

b)  $\bar{6}, \bar{5}, \bar{4}, \bar{3}, \bar{2}, \bar{1}, 0, 1, 2, 3$

c)  $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$

d)  $\bar{6}, \bar{5}, \bar{4}, \bar{3}, \bar{2}, \bar{1}$

e)  $\bar{6}, \bar{5}, \bar{4}, \bar{3}$

f)  $\bar{8}, \bar{7}, \bar{6}, \bar{5}, \bar{4}$

**Megoldás:**

a)  $\square: \bar{3}, \bar{2}, \bar{1}, 0, 1, 2, 3$

b)  $\square: \bar{3}, \bar{2}, \bar{1}, 0, 1, 2, 3$

c)  $\square: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$

d)  $\square: \bar{3}, \bar{2}, \bar{1}$

e)  $\bar{3}$

f) –

**Tapasztalat:** a nyitott mondat megoldása függ az alaphalmaztól.

**22.** A megadott számok közül mely számok teszik igazgá a nyitott mondatokat? Hasonlítsd össze a nyitott mondatokat és a megoldásaikat is!

$$\bar{6}, \bar{5}, \bar{4}, \bar{3}, \bar{2}, \bar{1}, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

a)  $\square + 12 = \square \cdot 4$

b)  $\square + 12 < \square \cdot 4$

c)  $\square + 12 > \square \cdot 4$

d)  $\square + 12 \geq \square \cdot 4$

**Megoldás:**

**a)**  $\square: 4$

**b)**  $\square: 5, 6$

**c)**  $\square: -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$

**d)**  $\square: -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$

Tapasztalat arról, hogy megváltozik a megoldás, ha a nyitott mondatban az egyenlőség jelét egyenlőtlenségre cseréljük.

**23.** A megadott számok közül mely számok teszik igazzá a nyitott mondatokat?

$$-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

**a)**  $\square - 12 = \square \cdot 4$

**b)**  $\square - 10 = \square \cdot 4$

**c)**  $\square + 10 = \square \cdot 3$

**d)**  $\square - 10 = \square \cdot 3$

**e)**  $\square - 10 \geq \square \cdot 3$

**f)**  $\square - 10 \leq \square \cdot 3$

**Megoldás:**

**a)**  $\square: -4$

**b)**  $\square: -$

**c)**  $\square: 5$

**d)**  $\square: -5$

**e)**  $\square: -5$

**f)**  $\square: -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$

Tapasztalat: a nyitott mondatban létrehozott módosítás megváltoztathatja a megoldáshalmazt.

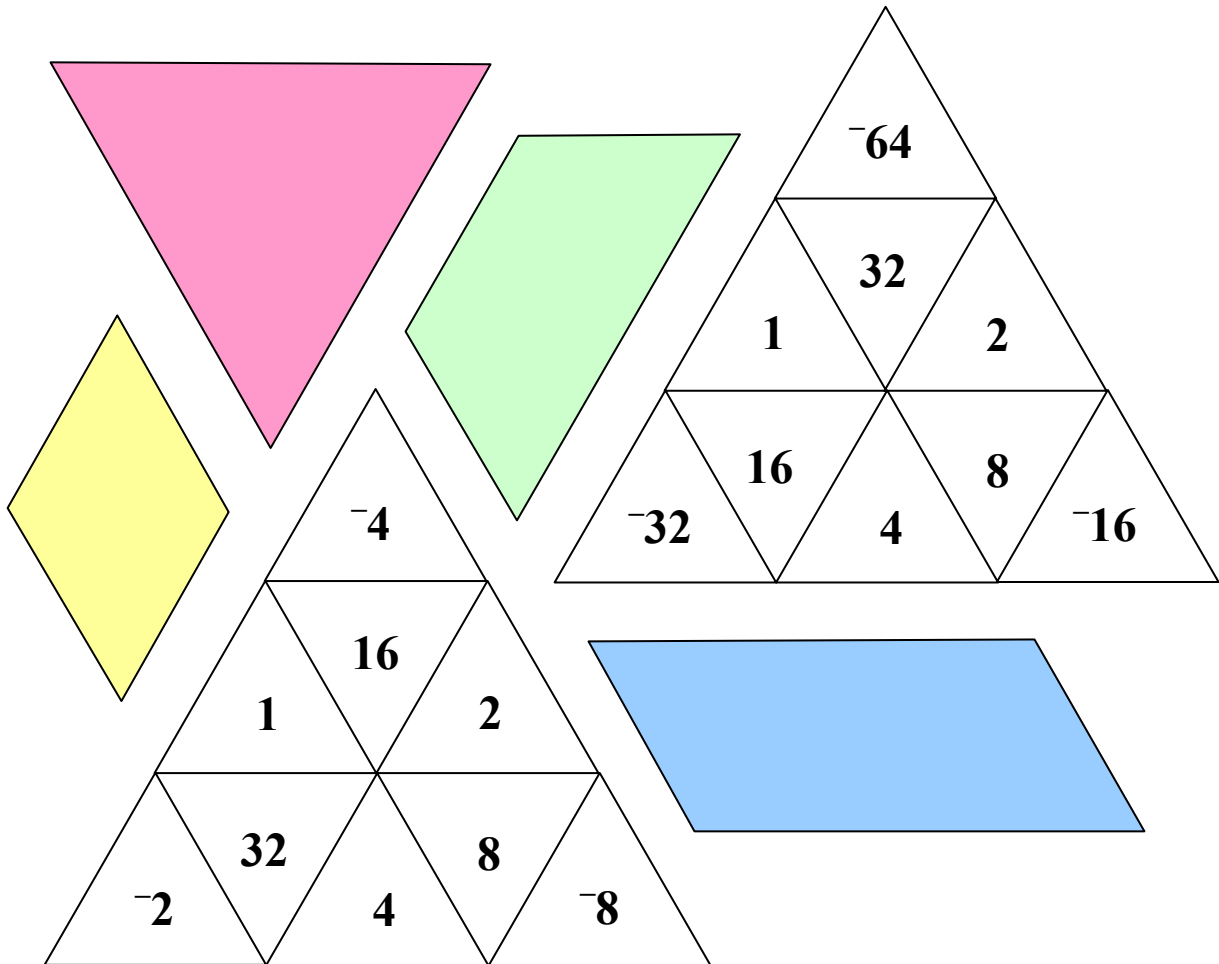
**0544 – 1. tanulói melléklet (15 kártya)**

**Osztályonként 32 sorozat (tanulónként 1 sorozat) kartonlapra nyomva ebben a méretben. A fekete vonalak mentén szétvágandó.**

<b>1</b>	<b>3</b>	<b>9</b>	<b>27</b>	<b>81</b>
<b>-1</b>	<b>-3</b>	<b>-9</b>	<b>-27</b>	<b>-81</b>
<b>/</b>	<b>/</b>	<b>.</b>	<b>.</b>	<b>=</b>

**0544 – 2. tanulói melléklet (2 db számháromszög + 4 db színes síkidom)**

Osztályonként 32 készlet (tanulónként 1 készlet) áttetsző fóliára nyomva ebben a méretben. Az alakzatok a fekete határvonalak mentén kivágandók.



**0544 – 3. tanári melléklet (15 műveletet tartalmazó kártya)**

**Osztályonként 8 sorozat (csoportonként 1 sorozat) kartonlapra nyomva ebben a méretben. A fekete vonalak mentén szétvágandó.**

$-4 \cdot 3$	$-3 \cdot 5$	$-2 \cdot 3$	$-3 \cdot 2$	$-3 \cdot 4$
$-5 \cdot 3$	$-6 / 2$	$-6 / 3$	$-12 / 3$	$-12 / 4$
$-6 \cdot 2$	$-15 / 3$	$-15 / 5$	$-12 / 2$	$-1 \cdot 6$

**0544 – 4. tanári melléklet (10 számkártya)**

**Osztályonként 16 sorozat (páronként 1 sorozat) kartonlapra nyomva ebben a méretben.  
A fekete vonalak mentén szétvágandó.**

<b>0</b>	<b>-1</b>	<b>-2</b>	<b>-3</b>	<b>-4</b>
<b>-5</b>	<b>-6</b>	<b>-7</b>	<b>-8</b>	<b>-9</b>

**0544 – 5. tanári melléklet (20 számkártya)**

**Osztályonként 16 sorozat (páronként 1 sorozat) kartonlapra nyomva ebben a méretben.  
A fekete vonalak mentén szétvágandó.**

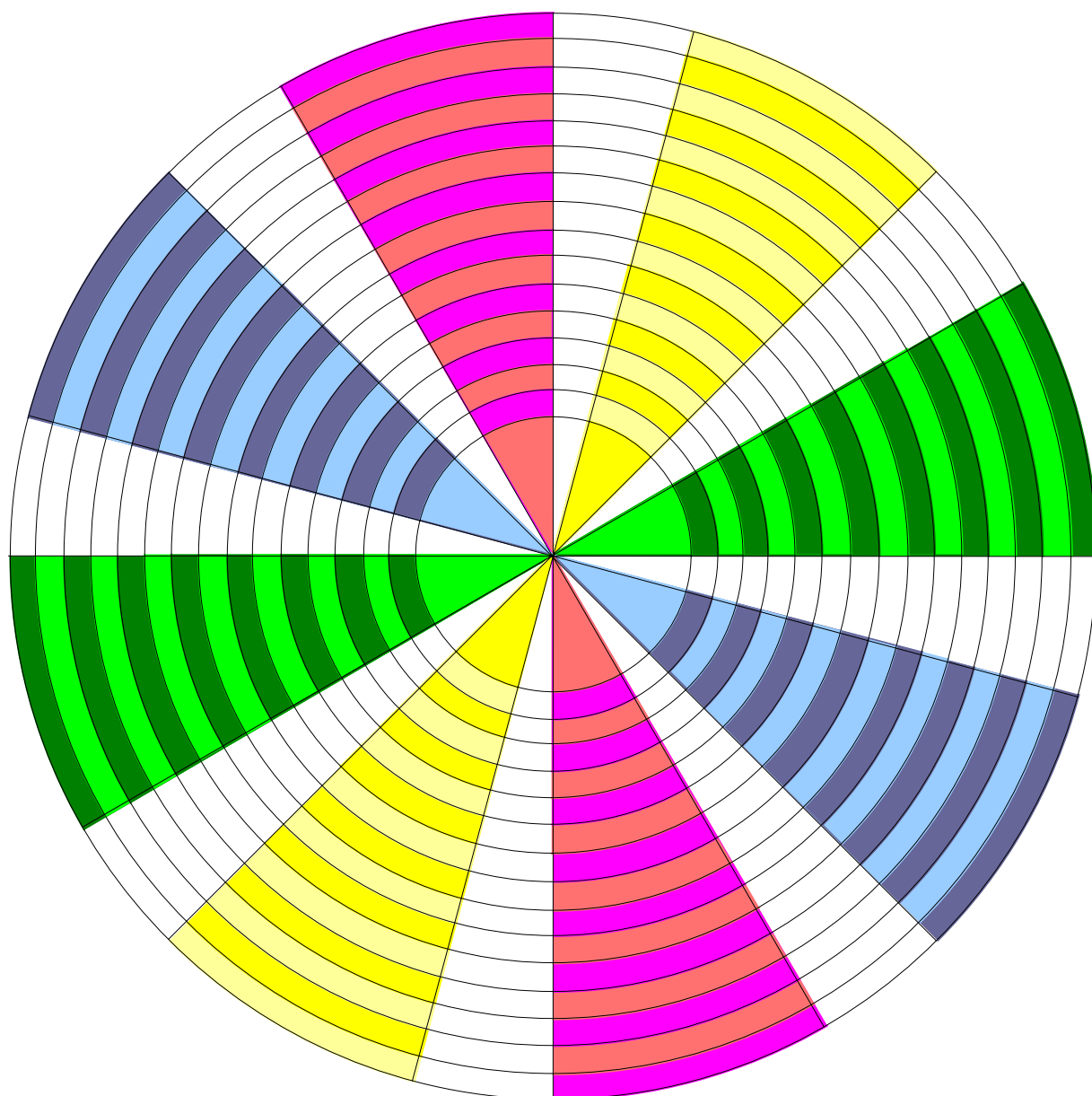
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>

**0544 – 6. tanári melléklet (20 számkártya + színes kör alakú játéktábla)**

Osztályonként 8 készlet (csoportonként 1 készlet) kartonlapra nyomva a kártyákból ebben a méretben, a kör alakú játéktáblából dupla méretben. A kártyák a fekete vonalak mentén szétvágandók.

<b>0</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>12</b>	<b>16</b>
<b>0</b>	<b><sup>-</sup>4</b>	<b><sup>-</sup>8</b>	<b><sup>-</sup>12</b>	<b><sup>-</sup>16</b>
<b>0</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>12</b>	<b>16</b>
<b>0</b>	<b><sup>-</sup>4</b>	<b><sup>-</sup>8</b>	<b><sup>-</sup>12</b>	<b><sup>-</sup>16</b>





**0544 – 7. tanári melléklet (100 számkártya)**

Osztályonként 1 sorozat kartonlapra nyomva ebben a méretben. A fekete vonalak mentén szétvágandó.

<b>-50</b>	<b>-49</b>	<b>-48</b>	<b>-47</b>	<b>-46</b>	<b>-45</b>	<b>-44</b>	<b>-43</b>	<b>-42</b>	<b>-41</b>
<b>-40</b>	<b>-39</b>	<b>-38</b>	<b>-37</b>	<b>-36</b>	<b>-35</b>	<b>-34</b>	<b>-33</b>	<b>-32</b>	<b>-31</b>
<b>-30</b>	<b>-29</b>	<b>-28</b>	<b>-27</b>	<b>-26</b>	<b>-25</b>	<b>-24</b>	<b>-23</b>	<b>-22</b>	<b>-21</b>
<b>-20</b>	<b>-19</b>	<b>-18</b>	<b>-17</b>	<b>-16</b>	<b>-15</b>	<b>-14</b>	<b>-13</b>	<b>-12</b>	<b>-11</b>
<b>-10</b>	<b>-9</b>	<b>-8</b>	<b>-7</b>	<b>-6</b>	<b>-5</b>	<b>-4</b>	<b>-3</b>	<b>-2</b>	<b>-1</b>
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>
<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>
<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>
<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>