
EGÉSZ SZÁMOK

Összeadás és kivonás az egész számok körében

MODULLEÍRÁS

A modul célja	Összeadás és kivonás az egész számok körében
Időkeret	4 tanóra
Ajánlott korosztály	5. évfolyam
Modulkapcsolódási pontok	<p><i>Tágabb környezetben:</i></p> <p><i>Természetismeret</i> (vízállás, tengerszint alatti és feletti magasság) hőmérséklet</p> <p><i>Történelem</i> (időskála)</p> <p><i>Szűkebb környezetben:</i></p> <p>Műveletek értelmezései</p> <p>Sorozatok</p> <p>Számegyenes, koordináta-rendszer</p> <p>Nyitott mondatok, szöveges feladatok</p> <p><i>Ajánlott megelőző tevékenységek:</i> Számfogalom bővítése. Negatív számok fogalma és modelljei. Egész számok ábrázolása számegyenesen, az egész számok abszolút értéke.</p> <p><i>Ajánlott követő tevékenységek</i></p> <p>Műveletek az egész számok körében: Szorzás, osztás pozitív egész számmal.</p>
A képességfejlesztés fókuszai	<p><i>Számlálás, számolás:</i> Számlálás, műveletek az egész számok körében.</p> <p><i>Becslés, mérés, valószínűségi következtetés:</i> Mennyiségek becslése, mérése. Biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos kifejezések használata.</p> <p><i>Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás:</i> Valóságtartalmú szöveges feladatok megoldása, modellek használata az egész számokat tartalmazó problémák megoldása során, feladatok alkotása.</p> <p><i>Rendszerezés, kombinativitás:</i> Adott egész szám előállítás sokféle alakban.</p> <p><i>Induktív, deduktív következtetés:</i> Egyedi esetek alapján a műveletek eredményének előrebecslése.</p>

AJÁNLÁS

Összeadással és kivonással megoldható problémák értelmezése, a műveletek kapcsolatának felismertetése.

TÁMOGATÓRENDSZER

Hőmérő, adósság-, vagyonkártyák, időszalag, képek, tevékenységek.

ÉRTÉKELÉS

A problémamegoldás önállósága alapján

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, Feladatok
I. Összeadás, kivonás eszközök segítségével az egész számok halmazában			
1.	Tapasztalatszerzés a műveletek végzéséről különféle eszközök alkalmazásával	Megfigyelőképesség	0542. modul 1.,2. tanulói melléklet, 1. feladatlap 1-9.
2.	Számfeladatok megjelenítése különféle eszközökkel	Alkotóképesség	0542. modul 1. tanulói melléklet, 1. tanári melléklet
II. Az összeadás, kivonás értelmezése egész számok körében, kapcsolatok			
1.	Az összeadás értelmezései az egész számok körében	Becslés, számolás, mérés, rendszerezés	2. feladatlap 1-6.
2.	A kivonás értelmezései az egész számok körében	Becslés, számolás, mérés, rendszerezés	2. feladatlap 7-11.
3.	Az összeadás és a kivonás kapcsolata	Kapcsolat-felismerés, mennyiségi következtetés	2. feladatlap 12-14.
4.	Zárójelhasználat összetett feladatokban	Szabálykövetés, kombinativitás, induktív, deduktív következtetés	2., 3., 4. tanári melléklet, dobókockák, 2. feladatlap 15.
III.–IV. Az egész számok körében értelmezett összeadás, kivonás alkalmazása			
1.	Az egész számok körében értelmezett összeadás és kivonás gyakorlása numerikus feladatokkal, sorozatokkal, nyitott mondatokkal, gépjátékokkal	Kombinativitás, valószínűségi következtetés	3. feladatlap 1-6.
2.	Valóság tartalmú szöveges feladatok megoldása, alkotása	Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás	3. feladatlap 7-9.

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. Összeadás, kivonás eszközök segítségével az egész számok halmazában

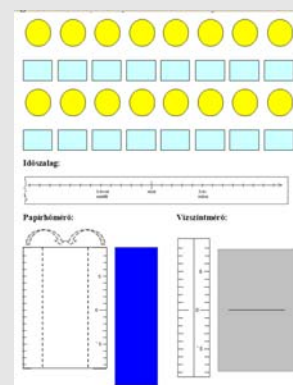
1. Tapasztalatszerzés a műveletek végzéséről különféle eszközök alkalmazásával

A hőmérőmodellhez kapcsolódóan kétféle tevékenységi formát szervezhetünk:

- Az elmondott hőmérsékletváltozásokat követik a gyerekek a saját papírhőmérőjükön.

(0542. modul 1. tanulói melléklet)

0542 – 1. tanulói melléklet – lásd a 0542 modul végén!



- A hőmérők által mutatott hőmérsékleti értékekről leolvassák a változást.

Ezekre mutatnak feladatokat az 1. feladatlap 1-4. feladatai.

A hőmérséklettel kapcsolatos feladatok megoldását a gyerekek eszközhasználattal végzik azért, hogy a külső képek hatására jó belső képet tudjanak kialakítani a pozitív számok hozzáadásáról és elvételéről.

A feladatokban a hozzáadás, elvétel és az összehasonlító összeadás, kivonás jelenik meg.

A negatív szám hiányként való értelmezése adósság- és vagyonkártyák segítségével:

- először a szám sokféle alakban való megjelenítését kell tudatosítanunk,
- tapasztaltatnunk kell, hogy nem minden hozzáadás jár együtt értéknövekedéssel, és nem minden elvétel esetén történik értékcsökkenés,
- az összeadás és a kivonás mindegyik értelmezése megjelenhet.

Az adósság- és vagyonkártyák használatával a gyerekek számára értelmet kaphat a negatív szám hozzáadása és elvétele; ez az eszköz a későbbiekben is nagy segítséget jelenthet a műveletek értő végzéséhez; az előjelek biztonságos megítéléséhez.

Az 1. feladatlap 5-7. adóssággal, vagyonnal kapcsolatos problémafelvetéseit páros tevékenységgel is megoldhatják a gyerekek.

Az időskálára illetve a vízállásra vonatkozó feladatoknak a jelentősége itt elsősorban abban van, hogy másfajta relációk, elnevezések használatát teszik lehetővé. Az 1. feladatlap 8-9. feladatának megoldása során találkoznak a gyerekek erre alkalmas problémákkal.

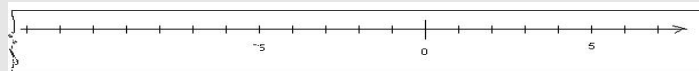
Az időszalag, illetve vízszintmérést lehetővé tévő eszközök alkalmazása megkönnyíti a számok összehasonlítását, rendezését, a számok különbségének megállapítását. **(0542. – modul 1. tanulói melléklet)**

A számegyenesen való lépegetés segíti majd leginkább az elszakadást a konkrétumoktól.

Amelyik tanulónál nem tudatos a számegyenes segítségével történő műveletvégzés, utaljunk vissza valamelyik valóságtartalmú modellre!

Adjunk láncszámolást, és a gyerekek kövessék a számegyenesen! **(0542. modul 2. tanulói melléklet)**

0542 – 2. tanulói melléklet – lásd a 0542 modul végén!



Például: Indulj a 2-től, adj hozzá 3-at, vegyél el 7-et, növekd 1-gyel, csökkentsd 4-gyel! Hová jutottál?

Azt könnyen alkalmazzák a gyerekek, hogy az összeadás előrelépést, a kivonás hátralépést jelent, de nem lesz mindenki számára kézenfekvő, hogy a változást mutató szám előjele határozza meg a „felállást”, azaz, ha a szám pozitív, a növekedés irányába nézünk, ha negatív, akkor a csökkenés irányába. Ezért ezen a szinten ezt még ne erőltessük! Elégedjünk meg a számegyenesen csak a pozitív számok hozzáadásával és elvételével.

1. FELADATLAP

1. Egy hét első öt napján naponta ötször megnéztük az ablakba tett hőmérőt: 8, 10, 12, 14, 16 órákor.

Foglald az adatokat táblázatba!

– Hétfőn: -4 , 3 , -2 , 1 , 0 fokot mértünk. A hőmérséklet folyamatosan emelkedett.

Melyik adatot mikor jegyezhetük fel?

– Kedden is ugyanazokat a hőmérsékleteket mértük, mint hétfőn, de más sorrendben.

Reggeltől estig a hőmérsékletek abszolút értéke emelkedett.

– Szerdán is -4 fokról indult, de minden leolvasásnál 2 fokkal többet észleltünk.

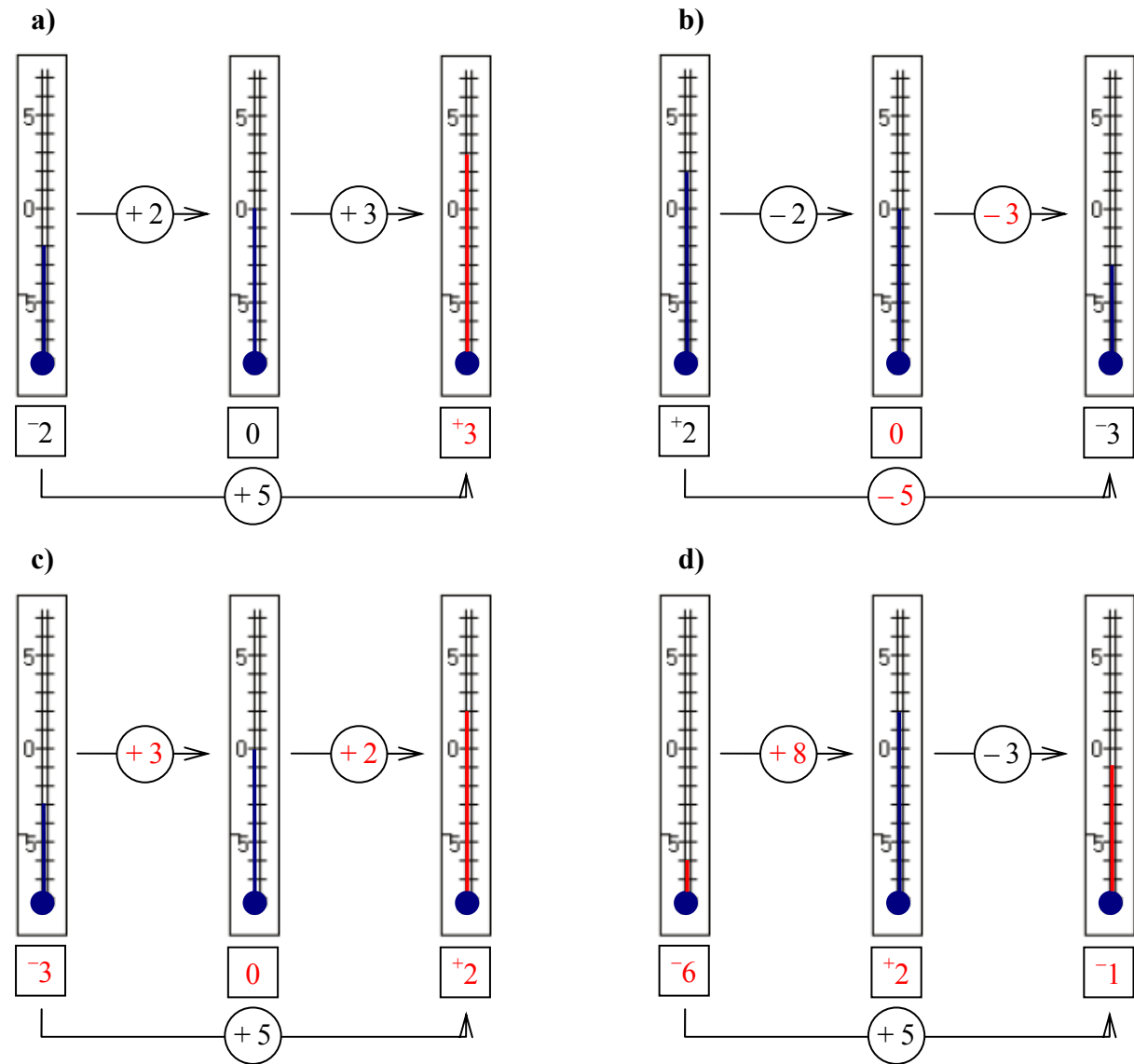
– Csütörtökön is -4 fokról indult, délig emelkedett $1-1$ fokot minden leolvasásnál, aztán elkezdett hűlni, először 1 , aztán 2 fokot hűlt az előző méréshez képest

– Pénteken nem emelkedett 0 fok fölé, igaz nem csökkent -4 fok alá sem. Minden leolvasáskor más értéket mutatott a hőmérő.

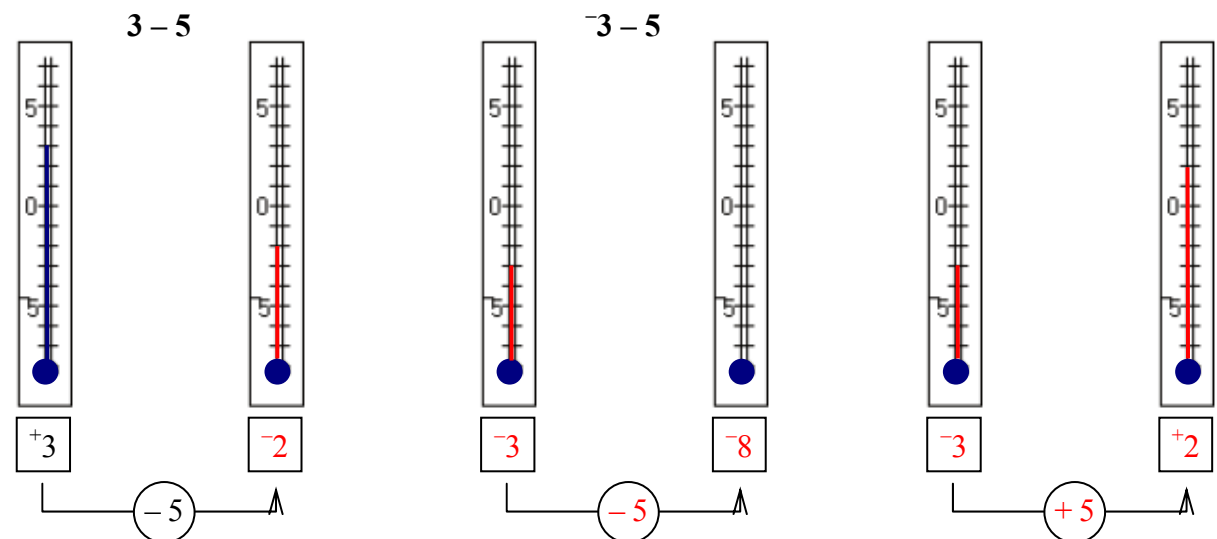
	8 órákor	10 órákor	12 órákor	14 órákor	16 órákor
Hétfőn	-4	-2	0	1	3
Kedden	0	1	-2	3	-4
Szerdán	-4	-2	0	2	4
Csütörtökön	-4	-3	-2	-3	-5
Pénteken	-4	-2	0	-1	-3

Megjegyzés: Az utolsó sort ezekkel az adatokkal másként is kitölthetjük!

2. Add meg a hiányzó hőmérsékleteket, illetve hőmérséklet-változásokat!



3. Jelöld a két hőmérőn, milyen változást ír le a számfeladat!



4. Mikor lesz melegebb, ha

a) 2 fokról 3 fokkal csökken a hőmérséklet, vagy -3 fokról 2 fokot emelkedik?

Mindkét esetben -1 °C lesz a hőmérséklet

b) -2 fokról 3 fokkal emelkedik a hőmérséklet, vagy -3 fokról 2 fokot emelkedik?

Ha -2 fokról 3 fokkal emelkedik a hőmérséklet

c) 2 fokról 3 fokkal csökken a hőmérséklet, vagy 3 fokról 2 fokot csökken?

Ha 3 fokról 2 fokot csökken

A továbbiakban a pénztárca értékén a benne lévő pénz összértékét értjük.

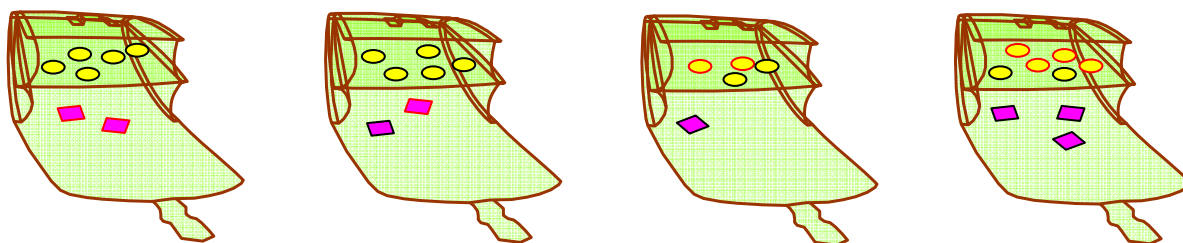
5. Rakj ki adósság és vagyonkártyákkal

2 Ft, -2 Ft, 4 Ft és -4 Ft értékű pénztárcát!

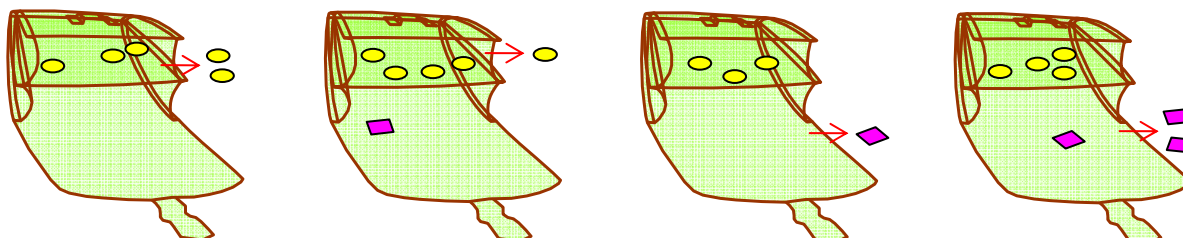
Több megoldása van a feladatnak

6.

a) Tegyéél hozzá valamit, hogy mindegyik pénztárca tartalma 3 Ft-ot érjen!



b) Vegyéél el valamit, hogy mindegyik pénztárca tartalma 3 Ft-ot érjen!



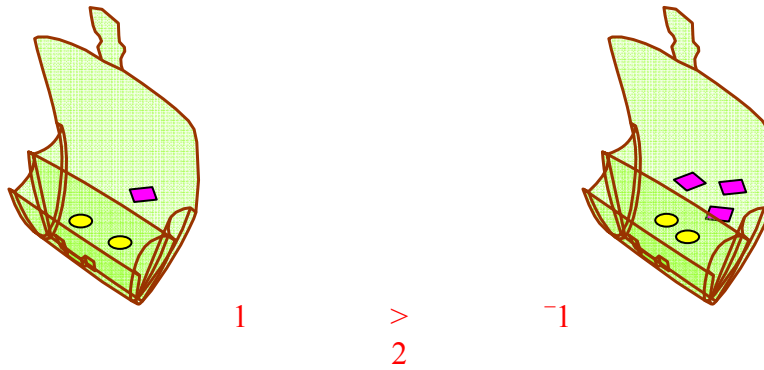
7.

a) Mennyit ér összesen a két pénztárca tartalma?

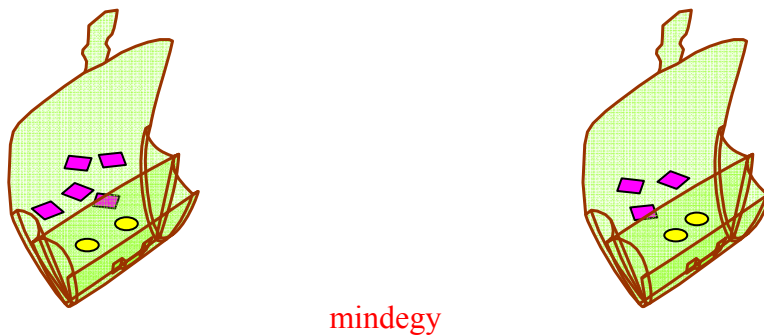


$$1 + (-1) = 0$$

b) Melyik pénztárca tartalma értékesebb, és mennyivel?



c) Mikor lesz több pénz a pénztárcákban: ha mindegyikhez 3 Ft-ot teszünk, vagy ha mindegyik tulajdonosnak elengedik 3 Ft-os tartozását?



8. Egy folyó vízszintjéről különböző hónapokban jegyeztük fel ezeket az adatokat: 20 cm, 45 cm, -15 cm, -22 cm, -10 cm, 15 cm.

a) Hogyan változott a vízszint egyik méréstől a másikig?

20 cm 45 cm -15 cm -22 cm -10 cm 15 cm
 + 25 cm - 60 cm - 7 cm + 12 cm + 25 cm

b) Mennyi a legnagyobb különbség két vízszint között? 60 cm

9. Hasonlítsd össze, mi készült előbb, és állapítsd meg, körülbelül hány évszázad a különbség!



Athén, Parthenón, Kr. e. V. sz.



Mexikó, X. sz.



Jordánia, Kr. e. 300 körül



Pisai ferdetorony, 1173



Indonézia, 800 körül

A sorrend: Athén (Kr.e. V. sz.), Jordánia (Kr.e. 300 körül), Indonézia (800 körül), Mexikó (X. század), Pisai ferdetorony (1173)

2. Számfeladatok megjelenítése különféle eszközökkel

Szervezési feladatok:

Alkossunk az osztályban 5 csoportot!

Mindegyik csoporttal készítsük elő a 4-féle eszközt! (0542. modul 1. tanulói melléklet)

Adjunk a csoportoknak egy lapot, amelynek a közepén egy kör van kijelölve, a többi része pedig fel van osztva annyi részre, ahány tagja van a csoportnak!

Mindegyik részbe beírja egy gyerek a monogramját.

Készítsük elő az 1. tanári mellékletet!

1. tanári melléklet – lásd e fájl végén és a modul eszközei közt is!

$3 + 5$	$\bar{3} + \bar{5}$
$3 - 5$	$\bar{3} - \bar{5}$
$3 + \bar{5}$	$\bar{3} + 5$
$3 - \bar{5}$	$\bar{3} - 5$
$\bar{5} + 3$	$\bar{5} - 3$

Problémamegfogalmazás:

A tanár húz egy kártyát, és a táblára helyezi. A csoport tagjai leírják a monogramjuk mellé, melyik eszközzel akarják szemléltetni a számfeladatot. A csoport megbeszéli, és lehetőleg a többségi vélemény alapján középre írják a döntést. Megoldják eszközzel a feladatot.

Tárlatlátogatás:

A csoportok megtekintik a többi csoport munkáját. Visszatérve a helyükre értékelik a látottakat.

Megbeszélés:

Minden csoportból valaki beszámol a csoport véleményéről.

– A számfeladathoz az eszközválasztás célja annak felismerése, hogy melyik modell alkalmas leginkább a művelet elvégzéséhez.

– A tárlatlátogatással az a cél, hogy a gyerekek megismerjenek más lehetséges megoldást is, kövessék és megértsék társaik gondolkodását.

– A megbeszélés során ütközhetnek a vélemények, esetleg megtörténhet a vélemények átértékelése.

II. Az összeadás, kivonás értelmezése egész számok körében, kapcsolatuk

1. Az összeadás értelmezései az egész számok körében

A 2. feladatlap 1-5. feladatát várhatóan sokan el tudják végezni eszköz nélkül is, de ha valakinek szüksége van rá, akkor használja még bármelyik modellt!

A 2. feladatlap 1-5. feladatának megoldása során a gyerekek az összeadás különféle értelmezéseivel találkoznak. Megfogalmazzunk egyenes és fordított szövegezéssel is feladatot, és hiányos összeadást tartalmazó feladatot is.

Az ellenőrzést feladatcserével végzik.

A konkrét feladatmegoldásokat követően állítások logikai értékének megállapításával készítjük a gyerekeket a rendszerezésre.

Ha a 2. feladatlap 6. feladatát túl sok hibával oldják meg a gyerekek, szükséges a további tapasztalatgyűjtés.

A feladatban az állítások igazságának megítélése általánosabb végiggondolást igényel. Sejtésük igazolását vagy cáfolását konkrét számok kipróbálásával végezhetik.

2. FELADATLAP

1. Mindegyik gyereknek volt készpénze és valamennyi adóssága is. Írd le számfeladattal, és számold ki, kinek mennyi pénze lesz a feladatban megfogalmazott esemény után!

- | | |
|---|---------------------|
| a) Annának 8 Ft-ja volt, kapott még 15 Ft-ot. | $8 + 15 = 23$ |
| b) Béla egyik zsebében talált 7 Ft-ot, a másikban 9 Ft-ról szóló adósságot. | $7 + ^{-}9 = ^{-}2$ |
| c) Cilinek 9 Ft-ja volt, mégis 27 Ft-ért vásárolt cukorkát. | $9 - 27 = ^{-}18$ |
| d) Daninak 12 Ft-ja volt, mikor Nagymamája elengedte 20 Ft-os adósságát. | $12 - ^{-}20 = 32$ |
| e) Edének 6 Ft-os adóssága volt, de kapott 20 Ft zsebpénzt. | $^{-}6 + 20 = 14$ |
| f) Ferinek 20 Ft-ja volt, ez 30 Ft-tal több mint amennyi az öccsének, Gábornak volt. Feri Gábornak adta az összes pénzét. | $20 - 30 = ^{-}10$ |

2. Számítsd ki, mennyi lesz vagy mennyi volt a hőmérséklet, ha

- | | |
|--|-------------------------------------|
| a) a reggeli $^{-}8^{\circ}\text{C}$ -ról délig 4 fokkal emelkedik; | $^{-}8 + 4 = ^{-}4$ |
| b) a déli $^{-}2^{\circ}\text{C}$ -ról estig 3 fokkal emelkedik; | $^{-}2 + 3 = 1$ |
| c) estétől reggelre 5 fokkal emelkedett, és reggelre 2°C lett! | $\square + 5 = 2$ $\square = ^{-}3$ |

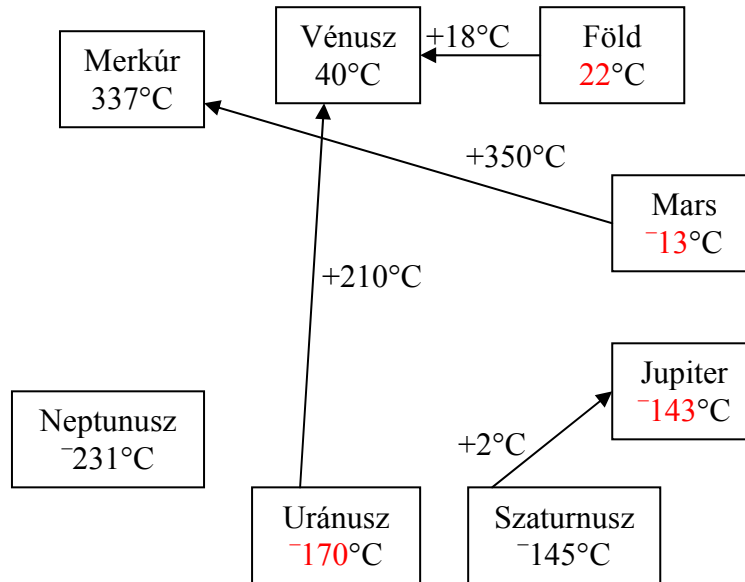
3. Athénben a Parthenón Kr.e. 450 körül épült. Rómában a Colosseum építése körülbelül 370 évvel későbbre tehető. Mikor épült a Colosseum? $^{-}450 + 370 = ^{-}80$

4. Püthagorasz korát a történetírók körülbelül i. e. 570-480-ig becsülik. Ha igaz ez a becslés, hány évet élt Püthagorasz?

$$570 - 480 = 90 \text{ vagy } -480 - -570 = 90$$

5. A bolygók átlaghőmérséklete nagyon különböző. Ha kitöltöd a hiányzó adatokat, mindegyiket megtudhatod.

Mit lehetne még megtudni ezekből az adatokból?



6. Döntsd el, melyek igazak az alábbi állítások közül!

- Két pozitív szám összege biztosan pozitív.
- Ha két szám összege pozitív, akkor a számok is pozitívak voltak.
- Ha két szám összege 0, akkor az egyik szám a másik ellentettje.
- Ha egy számot növelek, akkor annak abszolút értéke is nő.
- Két szám összege biztosan nagyobb bármelyik tagjánál.
- Ha két szám összege negatív, akkor valamelyik tagja biztosan negatív.

igaz
hamis
igaz
hamis
hamis
igaz

2. A kivonás értelmezései az egész számok körében

A kivonás különféle értelmezéseire találhatnak a gyerekek példákat a 2. feladatlap 7-9. feladatában. Itt is használhatnak eszközöket a problémák megoldásához. Figyeljük meg, melyik értelmezés okoz nehézséget a gyerekeknek, és segíti-e az eszközhasználat a feladat értelmezését és megoldását!

A hiányos kivonások, a fordított szövegezés lehet, hogy összeadásra vezet. A számegyenesen való lépegetés is elvezethet a probléma megoldásához. Most fontosabb a művelet helyes felismerése, mint a tényleges számítás. Ezekben a feladatokban a konkrét számokkal való műveletvégzések, a feladatok összehasonlítása elvezethet annak felismeréséhez, hogy negatív szám elvétele egyenlő a vele egyenlő abszolút értékű pozitív szám hozzáadásával.

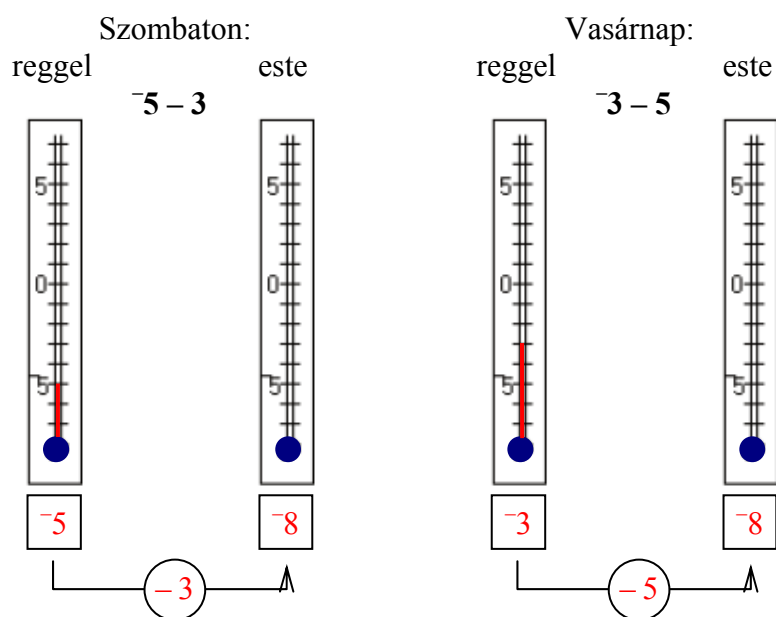
A 2. feladatlap 10-11. feladatában hasonló a cél, mint az összeadásnál. A rendszerezést igénylő probléma hibás megoldásai jelezhetik a további konkrét feladatmegoldások szükségességét.

A 2. feladatlap 10. feladatának állításai és a 11. feladatban a hiányos mondatok kiegészítése igaz állítássá, a tapasztalatok összegzését igényli. A kupaktanácsban történő megbeszélés megerősíti, vagy cáfolja a sejtést.

7. Megadjuk néhány tudós, filozófus, uralkodó születésének és halálának évszámát vagy életkorát. Számítsd ki a táblázat hiányzó adatait!

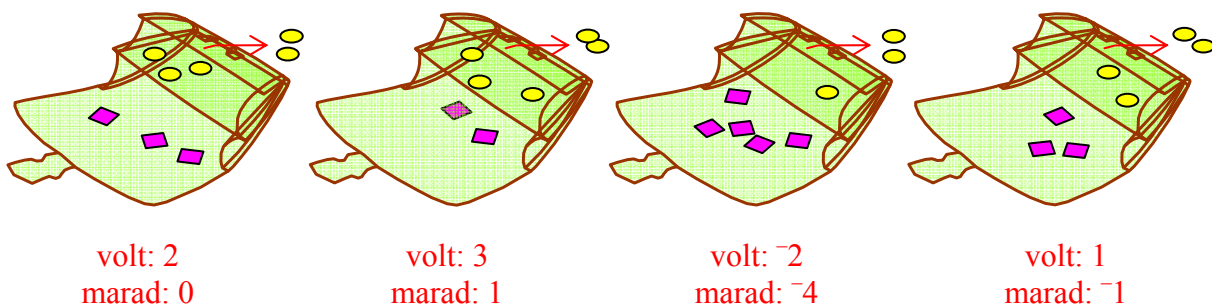
Neve	Születési éve	Halálának éve	Ahány évet élt
Arkhimédész	Kr. e. 287	Kr. e. 212	75
Octavianus	Kr. e. 63	Kr. e. 12	51
Eukleidész	Kr. e. 365	Kr. e. 300	65
Thalész	Kr. e. 624	Kr. e. 548	76
Bolyai János	1802	1860	58

8. Hasonlítsd össze a két hőmérséklet-változást!

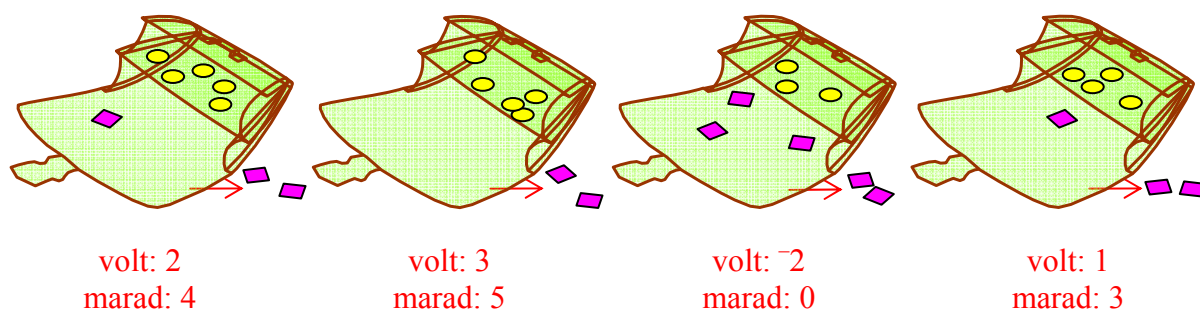


9. Állapítsd meg az alábbi pénztárcák tartalmának értékét!

a) Vegyél el mindegyikből 2 Ft-ot! Mennyi marad?



b) Vegyél el mindegyikből -2 Ft-ot! Mennyi marad?



10. Állapítsd meg, igaz-e!

- a) Két negatív szám különbsége is lehet pozitív. igaz
- b) Két pozitív szám különbsége nem biztos, hogy pozitív. igaz
- c) Ha kisebb számból veszünk el nagyobb számot, az eredmény biztosan negatív szám lesz. igaz
- d) Egy szám növelhető kivonással. igaz

11. Egészítsd ki, hogy igaz legyen!

- a) Ha egy számból elveszünk egy másikat, akkor az ugyanannyi lesz, mint ha hozzáadjuk a másik ellentettjét.
- b) Ha egy számból elveszünk egy negatív számot, akkor az eredmény nagyobb lesz.
- c) Ha egy számból elveszünk egy pozitív számot, akkor az eredmény kisebb lesz.

3. Az összeadás és a kivonás kapcsolata

Ehhez a részhez javasolt tevékenységekkel, feladatsorokkal három lényeges kapcsolatot szeretnénk érzékeltetni.

- A kivonás művelete az összeadás inverze.
 - Egy számhoz egy másik szám hozzáadása egyenlő az ellentettjének az elvételével.
 - Egy számból egy másik szám elvétele egyenlő az ellentettjének a hozzáadásával.
- Nem mechanikus bevésésre törekszünk, hanem a megértésre, ezért bármikor, amikor szükséges, visszautalunk a feladatokban is alkalmazott modellekre.

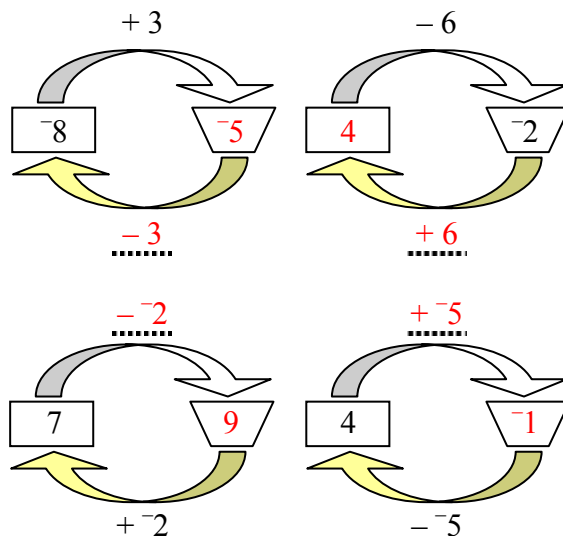
A műveletek közötti inverz kapcsolatot az egész számok körében kezdhethetjük azzal a tevékenységgel, hogy a gyerekek belemarkolnak a játékpénzükbe, kitesznek valamennyit maguk elé.

Utasításra hozzátesznek 3 Ft-ot, leolvassák, mi van előttük, aztán visszaveszik a 3 Ft-t, és erről is olvasnak. Hasonlóan tegyék ezt meg több számmal, köztük negatív számokkal is! A tevékenységgel szerzett tapasztalatot a 2. feladatlapon 12. feladatában szám párokkal rögzítjük.

A hiányzó számok, illetve műveletek meghatározásának nincs kötött sorrendje, mindenki olyan sorrendben oldja meg a feladatot, amelyen sorrendben számára könnyebb. A frontális ellenőrzés előtt a párban való megbeszélés előnye, hogy eltérő megoldás esetén ismét elgondolkodnak a gyerekek az elkészített munkájukon, érveket keresnek az elképzelésük igazolásához, vagy belátják saját tévedésüket

12.

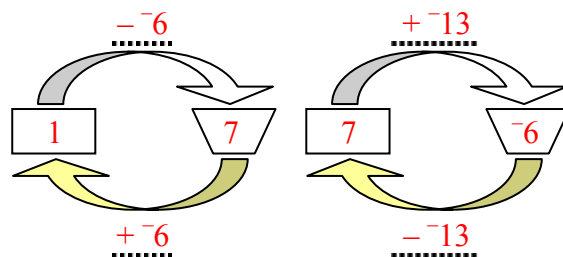
a) Töltsd ki, ami hiányzik!



b) Rajzold le nyilakkal!

$$\square - 6 = 7$$

$$7 + \square = -6$$



Az adósság-, vagyonkártyák a legalkalmasabbak a műveleti jel és az előjel kapcsolatának felismertetésére, amelyet szintén tevékenységekkel érdemes kezdeni.

A legalkalmasabb a páros tevékenység. Rakjon ki minden gyerek például 3 forintot úgy, hogy legyen benne készpénz és adósság is. Adjunk a párok tagjainak különböző feladatot! Például, a pár egyik tagja adjon a kirakott pénzhez -5 Ft-ot, a pár másik tagja vegyen el 5 Ft-ot.

Hasonlítsák össze, kinek mennyi pénze lett!

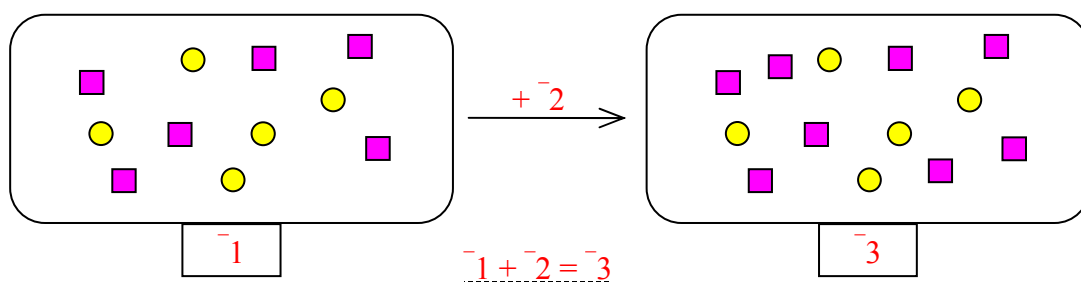
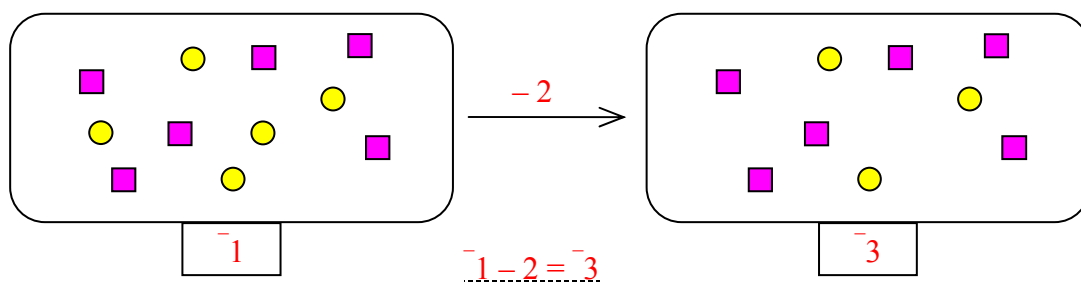
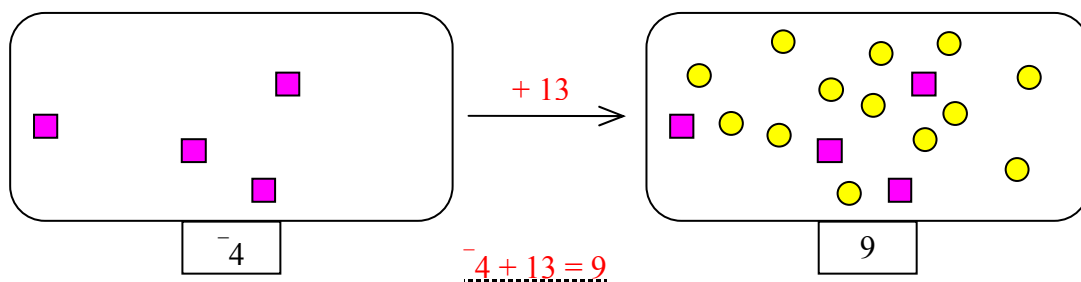
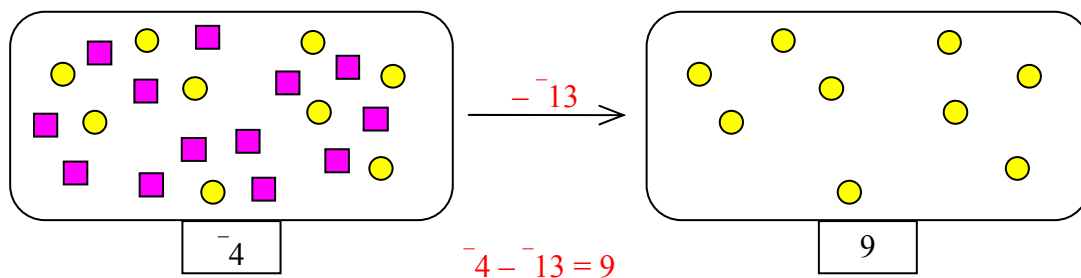
Végeztessünk több hasonló tevékenységet, amelyek során tapasztalják a gyerekek, hogy a negatív szám hozzáadása egyenlő az ellentettjének elvételével, illetve a negatív szám elvétele egyenlő az ellentettjének a hozzáadásával.

A 2. feladatlap 13. feladatában ugyanezek a kapcsolatok fogalmazódnak meg rajzos formában.

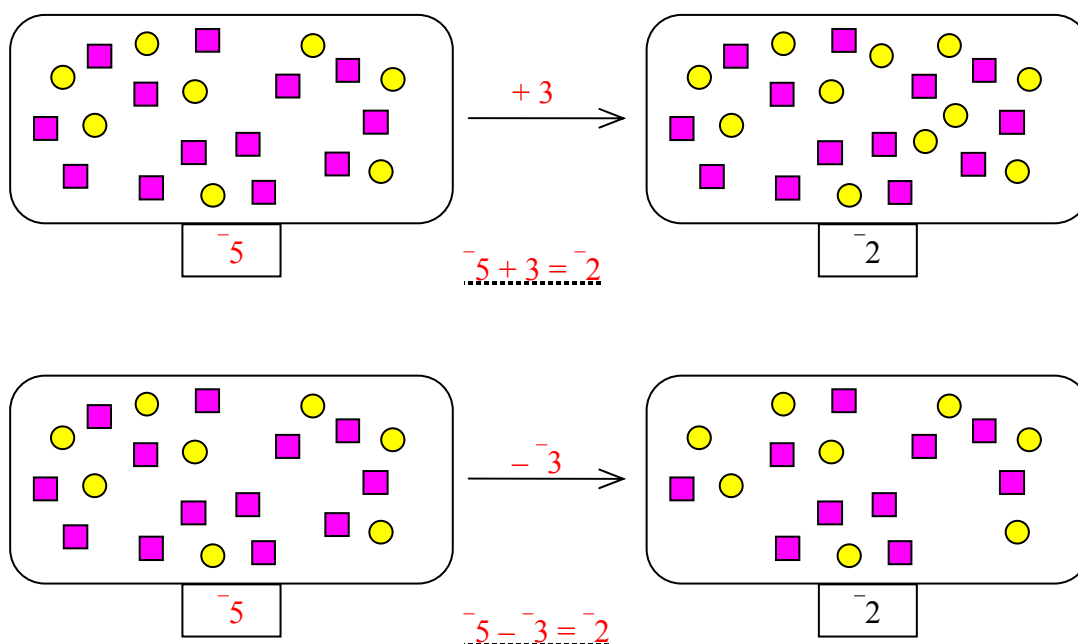
A képről való olvasást követően leírják a változást számfeladatok formájában is. A feladat második részében alkalmazhatják a tapasztalatokat a kétféle megoldás megadásával.

13.

a) Írd rá a nyilakra, mi változott! Írj róla műveletet is!



b) Tegyél valamit, hogy a pénztárca értéke megváltozzon! Írd le számfeladattal is!



A 2. feladatlap 14. feladatát szóforgó módszerrel is megoldhatják és megbeszélhetik a gyerekek.

A feladatban, ha az átfogalmazást a gyerekek végzik, jobban tudatosodik számukra a kapcsolat.

14. Fogalmazd meg másként is!

a) A szám 5-tel csökken, ha a számból 5-öt elveszünk.

A szám 5-tel csökken, ha a számhoz -5 -öt hozzáadunk.

b) A szám 12-vel csökken, ha a számhoz -12 -t hozzáadunk.

A szám 12-vel csökken, ha a számból 12-t elveszünk.

c) A szám 5-tel nő, ha a számhoz 5-öt hozzáadunk.

A szám 5-tel nő, ha a számból -5 -öt elveszünk.

d) A szám 12-vel nő, ha a számból -12 -t elveszünk.

A szám 12-vel nő, ha a számhoz 12-t hozzáadunk.

4. Zárójelhasználat összetett feladatokban

Játékos tevékenységgel szereztünk tapasztalatot a zárójel használatáról.

– Első játék: 4 fős csoportokban játsszanak a gyerekek! Dobjon minden játékos a dobókockával, és írják a dobott számokat a **2. tanári melléklet** valamelyik üres keretébe!

2. tanári melléklet – lásd e fájl végén és a modul eszközei közt is!

A)

$$(+ _ - _) + (- _ + _) = _ _$$

$$+ _ + (- _ + _) + + _ = _ _$$

$$(+ _ + _) + (- _ + _) = _ _$$

$$- _ + [- _ + (+ _ + _)] = _ _$$

B)

$$(+ _ - _) - (- _ + _) = _ _$$

$$+ _ - (- _ + _) + + _ = _ _$$

$$(+ _ + _) - (- _ + _) = _ _$$

$$- _ - [- _ + (- _ + _)] = _ _$$

Egy zsetont (korongot) szerez, aki a legnagyobb számot kapja.

Érdeemes megfigyelnünk, hogy a természetes számok körében a zárójelhasználatra vonatkozó szabályokat alkalmazzák-e a gyerekek az egész számok körében is.

Ha úgy látjuk, hogy kellő biztonsággal használják a gyerekek a zárójeleket, megtörténhet a rögzítés, elhagyható a következő két feladat.

Persze az is elképzelhető, hogy vissza kell nyúlni az eszközhasználatához. Ez esetben célszerű adósság-, vagyonkártyákkal kirakni a számokat.

A zárójelhasználat szükségességét vagy feleslegességét erősítheti meg ez a játék, amelyet addig érdemes játszani, amíg nem kézenfekvő mindegyik játékosnak a célszerű kitöltés.

Jó, ha a gyerekek valóban a kártyákra írják a számokat, mert ezek egymás mellé mozdíthatók, így könnyebb az összehasonlítás.

– Második játék: az előzőhöz hasonló játékot játszhatnak a gyerekek, azzal a különbséggel, hogy most a számok sorrendje kötött (a dobások sorrendjével egyezik), és nekik kell két ⁺ és két ⁻ előjelet kitenni a számok elé a **3. tanári melléklet** lapjait használva.

3. tanári melléklet – lásd e fájl végén és a modul eszközei közt is!

$$(_ + _) - (_ + _) = _ _$$

$$_ - (_ + _) - _ = _ _$$

$$(_ - _) + (_ - _) = _ _$$

$$_ - [- _ + (_ + _)] = _ _$$

A cél most lehet az, hogy minél kisebb számhoz jussanak!

További tapasztalatot szereznek a gyerekek a zárójelhasználatról, vagy már tudatosan alkalmazzák a korábbi megfigyeléseiket.

– A harmadik játékban valamelyik játékos a csoport kártyái közül kitölt egy kártyát négy dobott szám segítségével, ezt megmutatja a többieknek és kiosztja köztük a maradék kártyákat. A többi játékosnak úgy kell kitölteni a kapott kártyát a dobott számokkal, ellátva a megfelelő előjelekkel, hogy a művelet sor eredménye megegyezzen a feladványt adó játékoséval. Használjuk a **4. tanári melléklet** lapjait! (a **3. tanári melléklet**tel megegyező)

4. tanári melléklet – lásd e fájl végén és a modul eszközei közt is!

$$(_ + _) - (_ + _) = _ _$$

$$_ - (_ + _) - _ = _ _$$

$$(_ - _) + (_ - _) = _ _$$

$$_ - [- _ + (_ + _)] = _ _$$

Ebben a játékban fejeződik ki, hogy mennyire tudatosan használják a gyerekek az előjeleket, a műveleti jeleket és a zárójeleket.

Csoportban vitassák meg a gyerekek, hogy melyik művelet sorban változtatna zárójelhasználat a művelet eredményén!

Közös megbeszélés során számoljanak be a csoportok a döntésükről!

A csoportos megbeszélés során konkrét számok kipróbálása is segítheti a döntést a 2. feladatlap 15. feladatának megoldása során.

15. Hol változtatna zárójelhasználat a művelet eredményén? (Egy műveletsoron belül több megoldás is lehet!)

$$\text{a) } + \quad + \quad - \quad - \quad \left(- \quad + \quad + \quad - \right) = \quad$$

$$\text{b) } + \quad + \quad + \quad + \quad - \quad + \quad - \quad = \quad$$

A műveletsor eredményén a zárójelezés nem változtat.

$$\text{c) } + \quad - \quad \left(+ \quad - \quad - \quad - \right) + \quad - \quad = \quad$$

$$+ \quad - \quad \left(+ \quad - \quad - \quad + \quad - \quad - \right) = \quad$$

$$+ \quad - \quad + \quad - \quad \left(- \quad + \quad - \quad - \right) = \quad$$

III.-IV. Az egész számok körében értelmezett összeadás, kivonás alkalmazása

1. Az egész számok körében értelmezett összeadás és kivonás gyakorlása numerikus feladatokkal, sorozatokkal, nyitott mondatokkal, gépjátékokkal

Ebben a részben olyan feladatokat kínálunk a gyerekeknek, amelyek megoldásával gyakorolhatják az egész számok körében az összeadást és a kivonást. A feladatok változatossága biztosíthatja a műveletek gyakorlását anélkül, hogy azonos típusú feladatokban nem kívánt algoritmusokat rögzítenének a rövid távú memóriájukban.

A 3. feladatlap 1-6. feladatai lehetővé teszik a differenciálást is.

3. FELADATLAP

Az 1. feladatban differenciálhatunk mennyiségileg, eszközhasználatlaltal, és azáltal, hogy némelyik nyitott mondatához szöveget alkottatunk a gyorsabban haladókkal.

A kérdés megfogalmazását célszerű így kezdeni: Melyik az a szám, ...

A feladatokban észrevett kapcsolatok kihasználása könnyíti és gyorsítja a műveletvégzést.

1. Fogalmazz meg kérdést a nyitott mondatokhoz, aztán keresd a megoldást!

$$\text{a) } 12 - 14 = -2$$

$$\text{e) } -6 - -4 = -2$$

$$\text{i) } 10 - 12 = -2$$

$$\text{b) } 12 + -14 = -2$$

$$\text{f) } -6 + 4 = -2$$

$$\text{j) } -14 + 12 = -2$$

$$\text{c) } -12 - -14 = +2$$

$$\text{g) } -6 - -8 = +2$$

$$\text{k) } -10 - 12 = +2$$

$$\text{d) } -12 + 10 = -2$$

$$\text{h) } -6 + 8 = +2$$

$$\text{l) } 10 + -12 = -2$$

A 2. feladat abban differenciál, hogy kiszámolják-e a gyerekek a műveletek eredményét.

Az összehasonlítást végezhetik úgy, hogy nem számolják ki a két oldalt, csak összehasonlítják a műveletekben résztvevő számokat, és így gondolják végig a művelet eredményében bekövetkező változást.

2. Melyik a nagyobb? Mennyivel? Röviden indokold a választ!

- a) $+18 + -7 > +18 + -17$ 10-zel; kisebb számot adunk hozzá...
- b) $-18 + -7 > -18 + -17$ 10-zel; kisebb számot adunk hozzá...
- c) $+18 + -7 > +8 + -17$ 20-szal; mindkét tagot 10-zel csökkentettük
- d) $+18 - -7 < +18 - -17$ 10-zel; kisebb számot vonunk ki
- e) $-18 + -7 < -18 - -17$ 10-zel; kisebb számot vonunk ki
- f) $+18 - -7 = +8 - -17$ ugyanannyival változtattuk a kisebbítendő és kivonandót

A 3. feladatban a sorozatok tagjainak meghatározásával tudunk differenciálni. Megköthetjük a tagok számát, vagy adott idő alatt mindenki annyi tagját határozza meg a sorozatoknak, amennyi belefér az adott időbe.

Az első sorozat 28-asával csökken, 26. tagja -500 , a 27. tag már kisebb ennél.

A második sorozat minden második tagja csökken csak 28-asával, így, bár 100-tól indul, csak a páratlan helyeken álló sorozat 23. tagja lesz -500 -nál kisebb, ez az eredeti sorozat 45. tagja.

A harmadik sorozatban minden második tag negatív, a páros helyeken álló sorozat 10. tagja -500 , ez az eredeti sorozat 20. tagja, tehát a 22. tag már kisebb -500 -nál.

A gyerekek becsléseiket számológéppel ellenőrizhetik.

3. Folytasd a sorozatokat az általad felismert szabály szerint!

- a) 200, 172, 144, ...
- b) 100, 70, 72, ...
- c) 100, -50 , 150, -100 , ...

Mit sejtessz, melyik sorozatnak lesz előbb -500 -nál kisebb tagja?

Várható és lehetséges folytatás:

- a) 200, 172, 144, 116, 88, 60, 32, 4, -24 ...
- b) 100, 70, 72, 42, 44, 14, 16, -14 , -12 , ...
- c) 100, -50 , 150, -100 , 200, -150 , 250, -200 , ...

A bűvös négyzeteknél azzal differenciálhatunk, ha a lassabban haladóknak megadjuk az összeget, vagy újabb számokat adunk meg a mezőkben. A kreatívabb gyerekeket kérhetjük, hogy próbálják úgy változtatni a számokat, hogy mindegyik szám negatív legyen, vagy mindegyik pozitív legyen, esetleg adott két szám között legyenek a számok! Becsültessük előre az összeget!

A bűvös négyzetek kitöltésénél összeadnak, kivonnak, zárójeleket használhatnak a gyerekek anélkül, hogy ezekre direkt utasításokat kapnának.

4. A bűvös négyzetekben a sorok, az oszlopok és az átlók mentén található összegek egyenlők. Keresd meg, mi lehet az üres mezőkön!

-19	11	14	-28	-9	-79	-86	12
-3	-10	-13	5	-44	-30	-23	-17
-16	2	-1	-7	-16	-58	-51	-37
17	-25	-22	8	-93	5	-2	-72

piramis önmagában differenciál azáltal, hogy a gyerekek hány megoldást próbálnak ki. A többféle próbálkozással felismerhetnek szép kapcsolatokat, amelyek akár előkészíthetnek algebrai összefüggéseket is. Ezeknek a kimondatása viszont még túl korai lenne, elégedjünk meg sejtésekkel!

Adhatjuk a feladatot csoportmunkában is, arra kérve a csoportokat, hogy osszák meg a munkát, próbálják ki a számokat különféle elrendezésben. Ilyenkor csoportversenyt hirdethetünk.

A számok megváltoztatásával további megfigyelésekre nyílik lehetőség.

A piramis összeadással történő kitöltése közben rájöhetnek a gyerekek, hogy a középen álló elemek többször is hozzájárulnak a csúcshoz, így érdemes azokat nagyra választani.

Azt is felismerhetik, hogy többféle indulás vezet el a legjobb csúcshoz, hiszen ha a két negatív számot a szélére tesszük, és a két pozitív számot középre, az összeg 30 lesz. Így 4-féle megoldás is van.

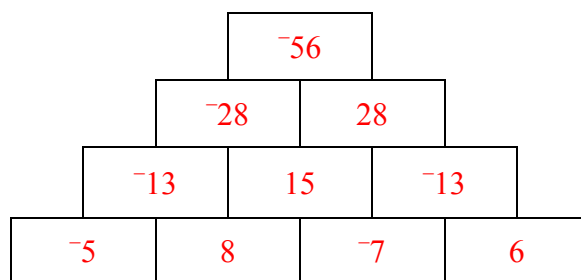
A különbségnél mást kell figyelembe venni. Minél kisebb számból fogunk a végén minél nagyobbat kivonni, annál kisebb lesz a csúcshoz. Ezért az első és a harmadik számnak kell kicsinek lenni, és a másodiknak és a negyediknek nagyoknak.

5. Helyezd el a -5, 6, -7, 8 számokat az alsó sorban valamilyen sorrendben! Építsd fel a piramist

a) összeadással! Törekedj arra, hogy a csúcshoz a lehető legnagyobb legyen!

30			
15		15	
1	14	1	
-5	6	8	-7

b) kivonással (a bal oldali számból vond ki a jobb oldalit)! Törekedj arra, hogy a csúcyszám a lehető legkisebb legyen!



A gépjátékok a gyakorlásnak ideális szinterei. Ha nem adjuk meg a szabályt, jól szolgálják az összefüggés-felismerő képességet. A gép szabályának megadásával differenciálhatunk, de inkább biztassuk a gyerekeket a párhuzamos számegyeneseken való ábrázolásra, vagy más eszköz használatára!

Az egyváltozós függvények (egy bemenetű gépek) szabályalkotását a számegyenes is segítheti.

6. Töltsd ki a táblázatot! Írd le nyitott mondattal, melyik szabályra gondoltál!

a) Lehetséges és várható szabály: $x - y = -7$

x	3	-7	-2	5	-9	-10	-11
y	10	0	5	12	-2	-3	-4

b) Lehetséges és várható szabály: $x + y = z$

x	3	-7	-2	5	-9	-9	-11
y	10	0	5	-7	2	-3	-9
z	13	-7	3	-2	-7	-12	-20

2. Valóság tartalmú szöveges feladatok megoldása, alkotása

A 3. feladatlap 7. feladatának táblázata megmutatja néhány magyar városban mért hőmérsékletet egy téli és egy nyári napon.

Sok kérdést megfogalmazhatnak a gyerekek ezekről az adatokról.

Ha kiegészítjük ezeket az adatokat az elmúlt év adataival vagy a helyi adatokkal, további összehasonlításra nyílik lehetőség.

A csoportban szervezett szóforgó során minden gyereknek lehetősége lesz öt érdeklő kérdést feltenni.

Azt is megtehetjük, hogy a kérdéseket papírra írják a gyerekek, és továbbadják a következő csoportnak, akik választ adnak a kérdésekre.

A táblázat mellett térképet használva megállapíthatják a gyerekek, hol volt ezeken a napokon az országban a leghidegebb és a legmelegebb.

A válaszadáshoz készített grafikon szemléletesen is mutatja az adatok közti különbségeket.

7. A táblázatból megtudhatod néhány megfigyelőállomáson mért hőmérsékleti értéket egy téli és egy nyári napon.

Mire kaphatsz választ a táblázatból? Kérdezz!

	Debrecen	Kecskemét	Szeged	Mosonmagyar- óvár	Szombathely	Keszthely	Pécs	Kékestető
nyár	34	33	34	33	30	31	32	25
tél	-17	-14	-14	-13	-15	-17	-14	-13

Például: – Hol volt a nyáron a legmelegebb?

– Hol volt a télen a leghidegebb?

– Mennyivel volt melegebb Debrecenben nyáron, mint télen?

Gyűjthetünk reklámújságokat, utazási ajánlatokat, és tervezhetünk adott összegből vásárlásokat, utazásokat.

A 3. feladatlap 8. feladatának számítása többféleképpen történhet.

A valóságtartalmú feladat többféle módon való megoldása hozzájárul az ésszerű problémamegoldáshoz.

8. Nyári nyaralásra gyűjt a család. Az egyik utazási iroda ajánlata szerint egy éjszakára 4 főre körülbelül 100 Euró egy apartman. Egy hetet szeretnénk a tengerparton tölteni. Az egyéb kiadásokra is körülbelül ennyit szánunk. Most van a számlánkon 250 000 Ft. A befizetésig még 6 hónap van vissza. Minden hónapban 248 000 Ft jön a számlára, de abból a havi kiadás körülbelül 180 000 Ft. Anya szerint addig hűtőszekrényt is kellene cserélnünk, már ki is nézett egyet, 68 000 Ft-ért. Ha addig más nem romlik el, van-e esély a nyaralásra?

Számolj közelítő értékekkel!

1 hét: 6 éjszakai szállás

Apartment ára $100 \text{ €} \cdot 6 = 600 \text{ €}$

Egyéb kiadások: 600 €

Összes kiadás: $1200 \text{ €} \approx 300\,000 \text{ Ft}$

Havi megtakarítás: $248\,000 - 180\,000 \text{ Ft}$

6 havi megtakarítás: $68\,000 \text{ Ft} \cdot 6 = 408\,000 \text{ Ft}$

Hűtőszekrény-vásárlás után marad: $408\,000 - 68\,000 \text{ Ft} = 340\,000 \text{ Ft}$

A nyaralásra összegyűlhet $250\,000 \text{ Ft} + 340\,000 \text{ Ft}$

Van esély a nyaralásra.

Egyszerű szöveghez nyitott mondat, nyitott mondatról szöveg alkotása, ez a kétirányú tevékenység kerül gyakorlásra a 3. feladatlap 9. feladatában.

A gyerekek által megalkotott szöveges feladatról nyitott mondat készítése egy másik csoport által igazolja vagy cáfolja a feladat jóságát.

9. Írd le nyitott mondatl, válaszolj a kérdésre, és fogalmaz meg róla szöveges feladatot!

a) Mennyit vegyünk el -2 -ből, hogy 5 -öt kapjunk? $-2 - \square = 5$ $\square = -7$

b) Melyik számból vegyünk el 5 -öt, hogy -2 maradjon? $\square - 5 = -2$ $\square = 3$

c) Mennyit kapunk, ha 5 -ből -2 -t elveszünk? $5 - -2 = \square$ $\square = 7$

0543 – 1. tanári melléklet (10 db műveletkártya)

Osztályonként 1 készlet négyszeres a méretben kartonlapra nyomva (táblai használathoz). Szétvágandó a fekete vonalak mentén.

$3 + 5$	$-3 + -5$
$3 - 5$	$-3 - -5$
$3 + -5$	$-3 + 5$
$3 - -5$	$-3 - 5$
$-5 + -3$	$-5 - -3$

0543 – 2. tanári melléklet (2 × 4 db kártya)

Osztályonként 1 készlet ebben a méretben géppapírra nyomva.

A legyártott mellékletről az iskolában minden új órai felhasználáshoz 8 db (csoportonként 1 készlet) fénymásolat készítenendő. A kártyák kivágandók.

A)

$$(+_ + _ -) + (-_ + _ +) = _$$

$$_ + (-_ + _ -) + _ + = _$$

$$(+_ + _ +) + (-_ + _ -) = _$$

$$_ + [-_ + (+_ + _ +)] = _$$

B)

$$(+_ + _ -) - (-_ + _ +) = _$$

$$_ - (-_ + _ -) + _ + = _$$

$$(+_ + _ +) - (-_ + _ -) = _$$

$$_ - [-_ + (-_ + _ +)] = _$$

0543 – 3. tanári melléklet (4 db kártya)

Lásd a 2. tanári melléklet instrukcióját!

$$(_ + _) - (_ + _) = _$$

$$_ - (_ + _) - _ = _$$

$$(_ - _) + (_ - _) = _$$

$$_ - [_ + (_ + _)] = _$$

0543 – 4. tanári melléklet (4 db kártya, a 3. tanári melléklettel megegyező)

Lásd a 2. tanári mellékletek instrukcióit!

$$(_ + _) - (_ + _) = _$$

$$_ - (_ + _) - _ = _$$

$$(_ - _) + (_ - _) = _$$

$$_ - [_ + (_ + _)] = _$$