0523. MODUL

ALAKZATOK

Szögtartomány és szögmérés síkon és gömbön

KÉSZÍTETTE: LÉNÁRT ISTVÁN – MAKARA ÁGNES

MODULLEÍRÁS

A modul célja	A szögtartomány és szögmérés, a nevezetes szögek vizsgálata véges gömbön, végtelen síkon. Forgásszög fogalma. Konvex szög fogalma. Párhuzamos és merőleges egyenesek rajzolása. Szakasz mérése, másolása. Síkbeli és gömbi szög mérése, síkbeli és gömbi szögmérő használata.
Időkeret	8 óra
Ajánlott korosztály	5. évfolyam
Modulkapcsolódási pontok	*Tágabb környezetben:* földrajz, fizika, kémia, technika *Szűkebb környezetben:* a sík egyenese és a gömb főköre, távolságmérés síkon és gömbön. Műveletek a természetes számok körében *Ajánlott megelőző tevékenységek:* Egyenes vonalzó és gömbvonalzó használata rajzolásra és mérésre. Szorzás és osztás *Ajánlott követő tevékenységek:* háromszögek, négyszögek síkon és gömbön
A képességfejlesztés fókuszai	*Tájékozódás:* Síkbeli és gömbi tájékozódás, a szög fogalma, alapszerkesztések két- és háromdimenziós geometriákban. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: szögmérés, a szögmérés egységei síkon és gömbön. Mérés-becslés: A skálabeosztások, mértékek helyes becslése és leolvasása. Becslés a geometriai ábra alapján. Számolás kompetencia: a 360 fokos szögtartományon belül biztonságos tájékozódás a négy alapművelet segítségével *Megismerés:* Tapasztalatszerzés; a tapasztalatok tudatosítása, közlése: a síkfelület és a gömbfelület tulajdonságairól. Finommotoros mozgáskoordinációk Statikus helyzetek megfigyelése: a szög fogalmának alapozása síkon és gömbön, alapszerkesztések két- és háromdimenziós geometriákban. Rendszerezés és kombinatív gondolkozás: fogalmak közötti összefüggések: szögtartomány és szögmérés, véges és végtelen alakzatok közötti különbség felismerése a véges kép alapján, a szögmérés fogalma síkon és gömbön. Induktív-deduktív gondolkodás: sejtések felállítása, megvitatása és igazolása Ismerethordozók használata: a tanulás manipulatív eszközeinek célszerű használata, szögmérő *Kommunikáció* Szóbeli utasítások megértése, szövegértés: a frissen tanult elnevezések adekvát használata, a megnevezés szerepe a geometriai fogalmak világos megértésében és megkülönböztetésében

AJÁNLÁS:

A modul a szögtartomány, a szög és a szögmérés fogalmait vizsgálja az összehasonlító geometria módszerével, síkon és gömbön. Ez a témakör igen alkalmas arra, hogy az összehasonlító módszer előnyeit kihasználjuk.
A síkbeli szögfogalom és szögmérés legnagyobb problémái közé tartozik, hogy a síkbeli szögtartomány végtelen, szemléltethetetlen. A síkbeli szögmérésnél végtelen szögtartományokat hasonlítunk össze egymással, ami alapvetően különbözik a síkbeli távolság- vagy területmérésnél szereplő véges alakzatok mérésétől.
A véges gömbfelületen a szögtartomány is véges, sőt mindennapos környezetünkben gyakran előforduló alakzat: gömbkétszög, amelyet jól szemléltethetünk a narancsgerezddel vagy dinnyehéjjal. Az alakzat további vizsgálata segít megérteni a síkon nehezen érthető fogalmakat is. Példa erre a szög és szögtartomány közötti különbségtétel. A síkon indokolatlannak tűnik a szög és szögtartomány megkülönböztetése, a gömbön viszont egyetlen szögtartományhoz két mérhető szög tartozik. A síkon igen nehéz (néha még a felsőoktatásban is!) megérteni a végtelen kiterjedésű szögtartomány-egységet; a véges gömbkétszögek között könnyen érthető és jól szemléltethető az egységnyi szögtartomány. A véges gömb szögfogalmának bevezetése után már jóval könnyebb a síkbeli szög és szögtartomány fogalmainak megértése.

Az alapvető munkaforma a kiscsoportos munka. A gyerekek mindegyik óra alatt kb. 4 fős csoportokra oszlanak. Lehetőség szerint alkossunk heterogén csoportokat! Frontális és egyéni munkát is alkalmazunk. A tevékenység egyik legfontosabb része a kiscsoporton belüli, egyenrangú partnerek, diáktársak között kialakuló vita. Hagyjuk a vitát kibontakozni! Akkor zárjuk le a csoportokon belüli, egy-egy témával kapcsolatos beszélgetéseket, vitákat, ha a gyerekek már kialakították saját álláspontjukat.

TÁMOGATÓ RENDSZER:

Kálmán Attila (1989): Nem-euklideszi geometriák elemei. Budapest, Tankönyvkiadó.
Lénárt István (1999): Nem-euklideszi kalandok a rajzgömbön. Budapest, Múzsák Kiadó.
(Ezek a könyvek a gömbi, illetve a hiperbolikus geometria további fogalmait ismertetik általános és középiskolai szinten.)
Síkbeli és gömbi szerkesztőeszközök, használati tárgyak, gyümölcsök, nyomtatott és elektronikus képanyagok.

Megjegyzés az eszközökkel kapcsolatban:
A kísérletek során gyümölcsök is szerepelnek. Egyetértünk azzal a felfogással, hogy semmilyen élelmiszert nem szabad elpocsékolni, étkezésre alkalmatlanná tenni. A modulban leírt kísérletek azonban nem csökkentik a felhasznált gyümölcsök étkezésre való alkalmasságát, hiszen késsel szeleteljük őket, vagy fogpiszkálókat szúrunk beléjük. A gyerekek minden veszély nélkül fogyaszthatják az otthonról hozott és az órán ilyen módon felhasznált gyümölcsöket.

ÉRTÉKELÉS

Egyéni és csoportmunka alapján szokásos módon értékeljünk szóban a tanórai munkát. Egy-egy csoportban végzett feladat befejezésekor a csoport egy tagját kiválaszthatjuk, hogy beszámoljon munkájukról – ezt értékelhetjük akár érdemjeggyel is.

Jutalmazzuk a gondolkozás bátorságát, önállóságát, még akkor is, ha (nem hanyagságból vagy felületességből fakadó, hanem az alkotó gondolkozás lényegéhez tartozó) tévedéshez vezetett!
Írásban vagy osztályzattal értékelhetjük a gyerekek otthoni kutatómunkáját, ennek bemutatását társai számára. Dicséretet érdemelnek azok a gyerekek, akik kihasználják az anyag sokféle lehetőségét a matematikának más tárgyakkal (Ember és társadalom, Ember a természetben, Földünk-környezetünk) történő összekapcsolására, önálló anyaggyűjtésre, rajzos vagy írásos alkotások, kiselőadások létrehozására, a humán- és reáltárgyak közötti látszólagos szakadék áthidalására.
Diagnosztizáló felméréssel képet kapunk arról, hogy az egyes gyerekek hol állnak a fogalomalkotás szintjén. Javaslat: ezekre ne adjunk érdemjegyet. Szerepe, hogy a tanárnak-diáknak a továbbhaladáshoz irányt szabjon, ez lehet a differenciálás alapja.
A fejezet végén felmérő dolgozatot írathatunk, ez értékelhető érdemjeggyel, de gyerekek számára fontos a szöveges vélemény leírása is.

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, Feladatok
I. Szögtartomány síkon és gömbön			
1.	A szög, mint félegyenesek által bezárt tartomány síkon és gömbön	tapasztalatokon alapuló következtetés megfigyelés, alkotás, összehasonlítás	1. feladatlap, síkbeli és gömbi szerkesztőeszközök
2.	Különbségek megállapítása a tapasztalatok alapján; elnevezések	Rendszerezés, induktív következtetés besorolás	1. feladatlap, demonstráció: írásvetítő, fóliák
3.	Konvex, nem konvex (konkáv) szög fogalmának alakítása	fogalomalakítás	1. feladatlap, rajzok, ábrák, 0521. modul 1. tanulói melléklete

II. Szögtartományok a gömbön és a síkon			
1.	A gömbkétszög, mint gömbi szögtartomány; a gömbkétszög megalkotásának szükséges és elégséges feltétele	tapasztalatokon alapuló következtetés, rendszerezés	Gömbi szerkesztőeszközök 2. feladatlap
2.	Szögtartomány a síkon	induktív következtetés besorolás	papírból kivágott szögtartományok, 2. feladatlap
3.	Gyakorlati problémák a szögek nagyságához kapcsolva	problémamegoldó gondolkodás	2. feladatlap (Magyarország térképe, átlátszó papír)
4.	Gömbi és síkbeli szögtartomány összehasonlítása	összehasonlítás, rendszerezés	táblázat, 2. feladatlap

III. Forgásszög a síkon és a gömbön			
1.	Forgásszög a síkon	Fogalomépítés	Papíróra forgatható mutatókkal; 3. feladatlap
2.	Forgásszög a gömbön	Fogalomépítés, szemléletváltás	gömbi szerkesztőeszközök; 3. feladatlap

IV. Speciális szögtartományok a gömbön			
1.	Merőleges főkörök a gömbön; a gömbi szögmérő használata	geometriai fogalomépítés, szerkesztés, szemléletváltás	alma, gömbi szerkesztőeszközök, 4. feladatlap
2.	További nevezetes szögtartományok és szögek a gömbön	mennyiségi következtetés	gömbi szerkesztőeszközök, 4. feladatlap
3.	Szögmérés a gömbön; a gömbi szögmérő használata	becslés, mérés	gömbi szerkesztőeszközök, 4. feladatlap

V. Speciális szögtartományok a síkon; párhuzamos sávok			
1.	Egyenesek kölcsönös helyzete a síkon	sejtés és annak igazolása tevékenységgel	fóliára rajzolt egyenesek, 5. feladatlap
2.	Metsző egyenesek hajlásszögének mérése	becslés, mérés, mennyiségi következtetés	Szögmérő, síkfóliák, 5. feladatlap
3.	Párhuzamos egyenesek	tapasztalatszerzés, rendszerezés	fóliára rajzolt egyenesek, gömbi szerkesztőeszközök

VI. Párhuzamos egyenesek rajzolása a síkon; merőleges egyenesek rajzolása a síkon és a gömbön			
1.	Merőleges főkörök rajzolása a gömbön	Rajzeszközök használata	Gömbi szerkesztőeszközök, 6. feladatlap
2.	Merőleges és párhuzamos egyenesek rajzolása a síkon	Rajzeszközök használata	Síkbeli szerkesztőeszközök, 6. feladatlap

VII.-VIII. Diagnosztizálás (2 óra)			
1.	A fejezetben tanultak mélyítése, alkalmazás feladatmegoldásban	Rajzeszközök használata, ismeretek felidézése, alkalmazása, rendszerezése, hiányosságok feltárása	Síkbeli és gömbi szerkesztőeszközök 1., 2. felmérő

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. Szögtartomány síkon és gömbön

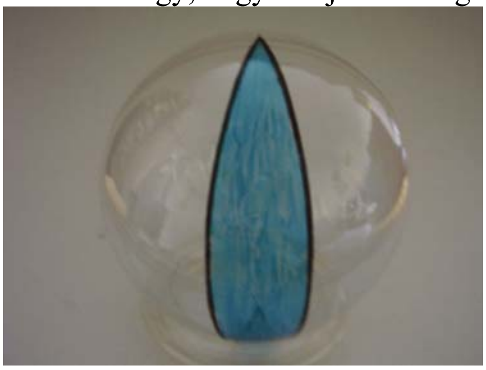
1. A szög, mint félegyenesek által bezárt tartomány síkon és gömbön

Ennek az órának a célja, hogy a szögtartomány és a szög fogalmát alakítsuk. A kétféle felületen való vizsgálódás, a különbségek segítik a fogalomalakítást. A gömbi szögtartomány véges, egy szögtartományhoz két egybevágó szög tartozik. Ez a gyerekek számára könnyebben érthető, mint a sík végtelen tartományai. Itt vezetjük be a konvex szög fogalmát, a szöggel kapcsolatos elnevezéseket (szárak, csúcs) és a szokásos görög betűs jelöléseket.

Javasoljuk, hogy a síkon önállóan rajzoljanak a gyerekek, az ellenőrzést végezzék párban. A gömbön vizsgálódjanak csoportban vagy párban.

1. FELADATLAP

1. Rajzolj a gömbre egy pontot, és két olyan főkör-darabot, amely a pontból indul! Hosszabbítsd meg a két főkör-darabot addig, amíg újra találkoznak! Milyen hosszú lesz ekkor a két főkör-darab? Hány részre osztottad így az egész gömb felületét? Próbáld ki ugyanezt egy narancson úgy, hogy a héjából kivágsz egy darabot!



2. Rajzolj a síkra egy pontot, és két olyan félegyenest, amely a pontból indul! Hosszabbítsd meg a két félegyenest addig, amíg csak tudod! Hol találkozik ismét a két félegyenes? Hány részre osztottad a két félegyenessel a síkot? Színezd különböző színekkel a részeket!

2. Különbségek megállapítása a tapasztalatok alapján; elnevezések

3. Rajzolj a síkra egy pontot! Most ebből a pontból indíts két olyan félegyenest, amelyek egy egyenesre illeszkednek! Hosszabbítsd meg a két félegyenest addig, amíg csak tudod! Hol találkozik ismét a két félegyenes? Hány részre osztottad a két félegyenessel a síkot? Színezd különböző színekkel a részeket!

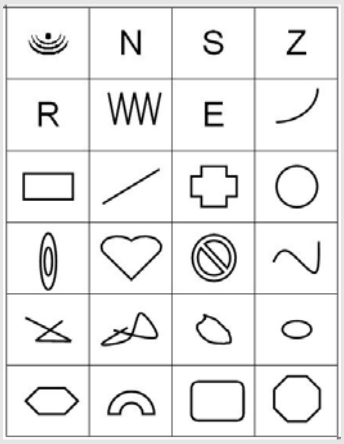
4. Rajzolj a gömbre egy pontot, és két olyan főkör-darabot, amely a pontból indul, és ugyanarra a főkörre illeszkednek! Hosszabbítsd meg a két főkör-darabot addig, amíg újra találkoznak! Hány részre osztottad így az egész gömb felületét?

Beszéljük meg a tapasztalatokat, fogalmaztassuk meg a különbségeket!
Rajzolás közben a gyerekek megtapasztalják, hogy két gömbi félegyenes, amelyek
– egy gömbi egyenesen vannak, egy gömbi főkört alkotnak;
– nincsenek egy gömbi egyenesen, a kezdőponttal átellenes pontban metszik egymást. (Ez a lényegi különbség síkon és gömbön.)
Közöljük a gyerekekkel az elnevezéseket, a jelöléseket. Az összegzésnél hasznos, ha írásvetítőre egymás mellé teszünk szöget ábrázoló sík- és gömbfóliát

3. Konvex, nem konvex (konkáv) szög fogalmának alakítása

Síkbeli vonalak kártyakészlet síkidomait (**0521. modul 1. tanulói melléklet**) válogassanak kétfelé a gyerekek konvexitás szerint.

0521. modul 1. tanulói melléklet



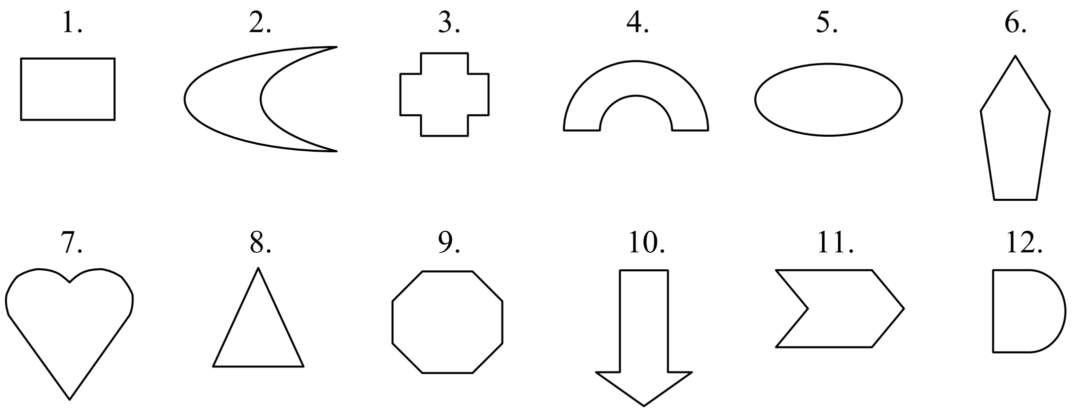
Megoldás:

–	–	–	–
–	–	–	–
konvex	–	konkáv	konvex
konkáv	konkáv	konkáv	–
–	–	konkáv	konvex
konvex	konkáv	konvex	konvex

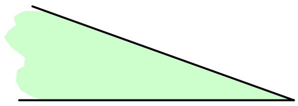
(Felidézhetjük az alsó tagozatos szóhasználatot: „lehet benne bújócskázni” – ez a fogalmat a vizuális képzelettel és a mozgási memóriával is összekapcsolja.) A válogatás után beszéljük meg a gyerekekkel, hogy amit vizsgáltunk azt a geometria úgy fogalmazza meg, hogy konvex az a síkidom, amelynek bármelyik két pontját összekötő szakasz teljes egészében a síkidom belsejében van.

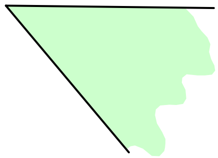
5. Csoportosítsd a síkidomokat kétfelé! Az egyik halmazba kerüljenek azok, amelyeknek akármelyik két pontját összeköthetjük a síkidom belsejében haladó szakasszal (ezeket konvex síkidomoknak nevezzük)! 1; 5; 6; 8; 9; 12. A másik halmazba a többi síkidomot helyezd (ezeknek a neve: konkáv síkidom)! 2; 3; 4; 7; 10; 11

Válogasd ki a síkidomok közül azokat, amelyeket csak egyenes darabok (szakaszok) határolnak! 1; 3; 6; 8; 9; 10; 11


1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11.
12.

6. Melyik szöget tennéd a konvex síkidomok közé? Mindkettőt.





ÖSSZEGZÉS

A gömbön:
Az egy pontból induló két főkör-darab a két szögszár. A két szögszár két szögcsúcsban találkozik. A szögszárak a gömb felületét két szögtartományra osztják. Meg kell jelölnünk, hogy a két tartomány közül melyikre gondolunk. Ha csak szögtartományról beszélünk, akkor mindig a kisebbik szögtartományra gondolunk.

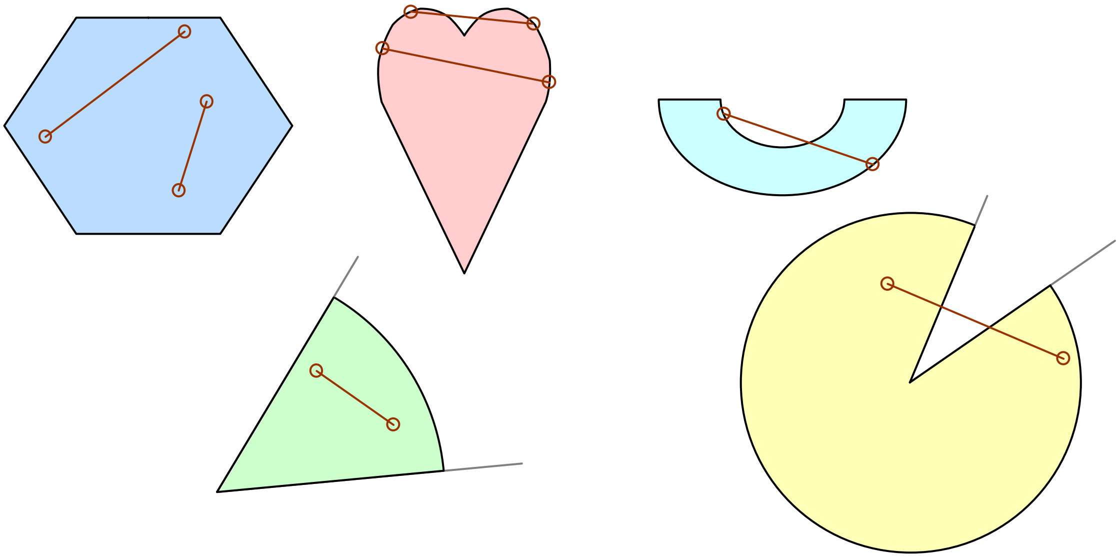
A síkon:
Az egy pontból induló két félegyenes a két szögszár. A két szögszár egy szögcsúcsban találkozik. A szögszárak a sík felületét két szögtartományra osztják. Meg kell jelölnünk, hogy a két tartomány közül melyikre gondolunk. Ha csak szögtartományról beszélünk, akkor mindig a kisebbik szögtartományra gondolunk.

A szögeket úgy jelöljük meg, hogy a körzőnket a szög csúcsába szúrjuk, és a szög két szára közé ívet rajzolunk:

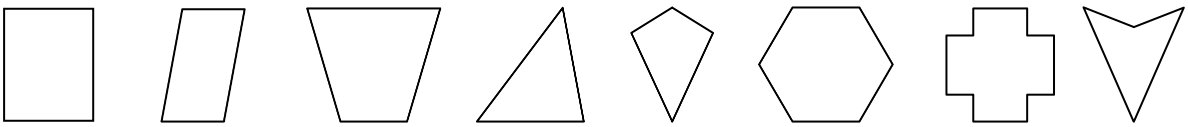
A szögeket a görög ábécé kisbetűivel szokás elnevezni: α (alfa), β (béta), γ (gamma). A betűket beleírjuk a szögtartományba.

Azokat a síkidomokat, amelyeknek akármelyik két pontját összekötő szakasz a síkidom belsejében van, konvexnek nevezzük. Az olyan síkidomokat, melyeknél valamelyik összekötő szakasz kilép a síkidomból, konkávnak nevezzük.

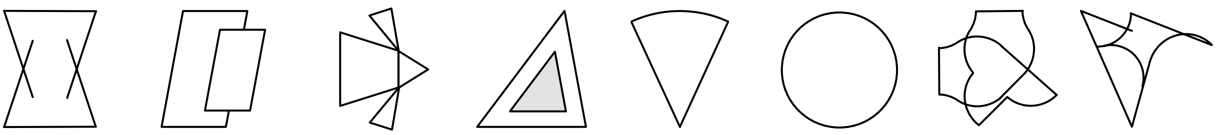
(Megjegyzés a tanárnak: Gömbön a kérdés azért nehezebb, mert mindig meg kell mondanunk, hogy melyik a gömbi idom belseje – hiszen itt mind a két szóba jöhető tartomány véges!)



Azokat a síkidomokat, amelyeket egymáshoz kapcsolódó szakaszok határolnak, sokszögeknek nevezzük.
Ezek sokszögek:



Ezek nem sokszögek:



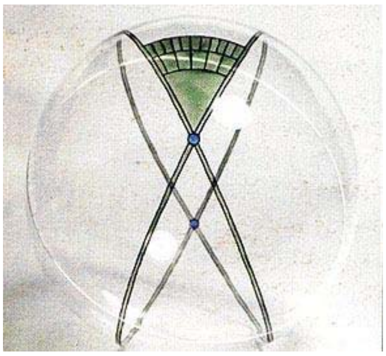
II. Szögtartományok a gömbön és a síkon

1. A gömbkétszög, mint gömbi szögtartomány; a gömbkétszög megalkotásának szükséges és elégséges feltétele

2. FELADATLAP

Az órán sokféle tevékenységgel alakítjuk a szögtartomány fogalmát. Alapvetően páros munkában dolgozzanak a tanulók, a tapasztalatok megbeszélését először kiscsoportban végezzék.

1. Rajzoljatok a gömbre közös pontból kiinduló két fél főkört! (Ezek a ponttal szemközti pontban is metszik egymást.)



Hány részre bontja a két fél főkörív (meridián) a gömbfelületet? Nevezzük mindkét részt gömbi szögtartománynak! A két gömbi szögtartomány közül válasszuk ki a kisebbiket, ezt színezzétek ki!

Megjegyzés: Legyen a kiszínezendő felület „vékony” (kb. 10 fokos), mert különben túl sokat kell maszatolni!

Ezzel fogunk most foglalkozni.
Szóforgóval gyűjtsetek erről minél több információt, írjátok ezeket egy lapra!

(Ha a gyerekek tanácstalanok, fogalmazzunk meg közösen javaslatokat: csúcsok száma, oldalak száma, szögszárak hossza gömbi távolság-egységben)
– Adjunk a gyerekek kezébe narancs héjából kimetszett héjdarabokat. Legyen köztük gömbkétszög és egyéb gömbsokszög is. Kérjük, hogy válasszák ki azokat a darabokat, amelyek olyanok, mint amilyet az előző tevékenységben színeztek a gömbön!
– Adjunk 2-2 párnak egyforma gömbkétszögeket gömbfóliából, helyezzük ezeket a gömbre, és részben közléssel, részben beszélgetéssel vezessünk be fogalmakat, elnevezéseket!
A színezés során tapasztalják az alakzat tulajdonságait: végesség, 2 oldal, 2 csúcs, esetleg szimmetrikusság.
A válogatás során összehasonlítást végeznek, és tevékenységgel jelzik, hogy felismerték az alakzat legfontosabb tulajdonságait.
A gyerekek páros munkában segítik egymást, nem baj, ha néha nem értenek egyet, és kicsit vitatkoznak.
A tevékenység során megfigyelt tulajdonságok szavakkal történő megfogalmazása során kiemelődik és tudatosodik az alakzat néhány fontos tulajdonsága.

2. Tanárotoktól páronként kaptok gömbfóliából kivágott gömbi szögtartományokat. Külön papírlapokra gyűjtsétek mindegyik szögtartománynak a tulajdonságait! Hasonlítsátok össze, írjátok le az azonosságokat és a különbözőségeket!

3. A mérést követően a csoportban gyűjtsétek össze az alakzatokat! Keverjétek össze a róluk gyűjtött információkat! Sorban húzzatok ez utóbbiakból egyet. Aki húzott, olvassa fel, és válassza ki, melyik gömbfólia-darabról szólhatott az információ!

Engedjük vitatkozni a gyerekeket, a vitában döbbenjenek rá, hogy az eddig gyűjtött információk nem különböztetik meg ezeket az alakzatokat, hiszen mindegyiknek 2 csúcsa, 2 oldala van, és a szárak hossza180 gömbi távolságegység.
Kérjünk javaslatot, hogyan lehetne ezeket a kétcsúcsú alakzatokat megkülönböztetni, igényeljék ők a szögek mérését!
Ez a tevékenység hozzájárul a gömbkétszög fogalmának általános képalkotásához, kiemelődnek a fogalmat jellemző tulajdonságok, de ez még nem jelenti azt, hogy a gömbkétszög fogalmáról valódi képet szereztek a gyerekek.
Fontos: A fogalom még nem definiálható!
Amennyiben elég érettnek érezzük az eddig használt fogalmakat, egy újabb tevékenység megszervezésével eljuthatunk a gömbkétszög fogalmának meghatározásáig. (A gyerekek tudni fogják a fogalmat használni akkor is, ha azt nem definiáljuk. Ezen a szinten ez elég is lehet)
Szervezzünk csoportban végzett vitát és tevékenységet!
Tanári közlés: A gömbön azt az alakzatot, amelyet két gömbi félkör határol, gömbkétszögnek nevezzük.

4. Válasszatok az alábbi tulajdonságok közül minél kevesebbet, ami elegendő ahhoz, hogy ezt ismerve gömbkétszögre gondoljunk!

2 csúcsa van;	nem elég
2 oldala van;	nem elég
2 szöge van;	nem elég
mindegyik oldala 180 gömbi távolságegység;	elég
2 gömbi félkör határolja;	elég
2 csúcsa, a gömbön átellenes pont.	Ha nincs több csúcs, elég.

A tanulók tapasztalhatják a gömbön, hogy 2 tetszőleges pont felvétele a gömbön nem határoz meg gömbkétszöget, ha a pontok nem átellenes pontok.
Az utolsó állításban van némi pontatlanság, hiszen nem derül ki belőle, hogy nincs az alakzatnak több csúcsa. Így juthatunk el például egy gömbi háromszöghöz.
Megbeszélhetjük a gyerekekkel, hogy a két azonos tartalmú tulajdonság közül azt használjuk a gömbkétszög ’előhívására’, amelyik úgy fogalmaz, hogy: **2 gömbi félkör határolja.**
Miután megbeszéltük, hogy melyik alkalmas a gömbkétszög meghatározására, megerősíthetjük a fogalmat definiáló tulajdonságot.

2. A szögtartomány a síkon

Térjünk vissza a síkra!

5. Papírból nyírjatok ki különböző nagyságú szögtartományokat – páronként 2-2 darabot! Figyeljétek meg a síkbeli szögtartományoknál azokat a tulajdonságokat, amelyeket a gömbi kétszög esetében!
Hány csúcsa van a szögtartománynak? Egy.
Hány oldala, vagyis szögszára van a szögtartománynak? Kettő.

Milyen hosszúak a szögszárak? A szögszárak végtelen hosszúak.
Hány szöge van a síkbeli szögtartománynak? Egy.

Néhány perces munka után tegyük a táblára az összes szögtartományt, és figyeltessük meg, van-e olyan kérdés, amelyre más választ adhattak a különböző szögek esetén.
Az ellenőrzés során tudatosodik, hogy ezek a tulajdonságok a szögek nagyságától függetlenül minden szögtartományra érvényesek, ezek alapján nem lehet megkülönböztetni két szögtartományt.

3. Gyakorlati problémák a szögek nagyságához kapcsolva

6. Miben különböznek a síkbeli szögtartományok? A két félegyenes egymáshoz viszonyított helyzetében; a szög nagyságában. Hajtogass papírból derékszögmérőt, és ezzel hasonlítsd össze a szögek nagyságát!
Így csoportosítsd a szögeket:
– derékszögnél kisebb
– derékszög,
– 1 derékszögnél nagyobb, de két derékszögnél kisebb
– két derékszöggel egyenlő, két derékszögnél nagyobb
– 4 derékszöggel egyenlő!

Tanári közlés: a szögek elnevezése:
Hegyesszög (Derékszögnél kisebb)
Derékszög
Tompaszög (Derékszögnél nagyobb, de 2 derékszögnél kisebb)
Egyenesszög (2 derékszög)
Homorúszög (2 derékszögnél nagyobb)
Teljes szög (4 derékszög)

A 7. feladattal akkor foglalkozzunk, ha van elegendő időnk rá. Hasznos feladat, mert a geometriát a földrajzi ismeretekkel kapcsolja össze.

7. Vizsgálódjatok Magyarország térképén!
Tegyetek a térképre egy átlátszó papírt, és húzzatok Budapesttől dél felé, közel a Duna vonalán egy félegyenest! Húzzatok egy másik félegyenest ugyancsak Budapesttől indulva, a Balaton keleti széle felé! Hajtogassatok ekkora szöget! Mit gondolsz, ha átfordítod ezt a szöget az utóbb húzott egyenes másik oldalára, belefér-e a szögtartományba a Balaton?

4. Gömbi és síkbeli szögtartomány összehasonlítása

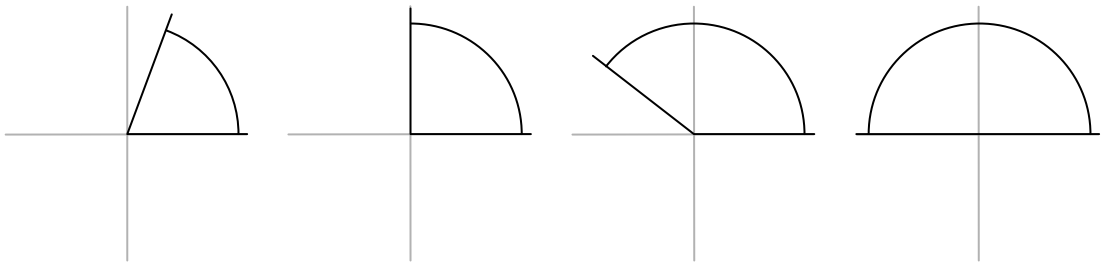
Összegezzük az eddig megszerzett tapasztalatokat.
Töltsük ki közösen a 8. feladat táblázatát.
Ha az osztályt lassabban haladónak ítéljük, ez a feladat elmaradhat, esetleg differenciált módon csak a legjobbakkal végezzük el.

8. Töltsd ki a táblázatot!

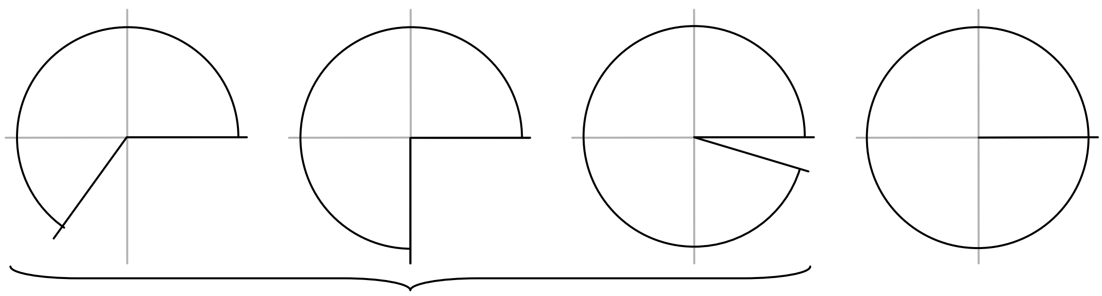
Két félegyenes/ félfőkör által határolt szögtartomány	Síkon	Gömbön
Csúcsainak száma	1	2
Határoló vonalainak hossza	Végtelen	180 gömbi lépés
A szögtartomány szögeinek száma	1	2

ÖSSZEGZÉS

A gömbkétszög olyan gömbi alakzat, amelyet két félfőkör határol.
A szögeket nagyságuk szerint a következőképpen csoportosítjuk síkon és gömbön:
Hegyesszög (derékszögnél kisebb)
Derékszög
Tompaszög (derékszögnél nagyobb, de 2 derékszögnél kisebb)
Egyenesszög (2 derékszöggel egyenlő)
Homorú szög (2 derékszögnél nagyobb)
Teljes szög (4 derékszöggel egyenlő)



hegyesszög derékszög tompaszög egyenesszög



homorúszög teljes szög

III. Forgásszög a síkon és a gömbön

1. Forgásszög a síkon

Az óra célja, hogy a szög fogalmát tovább mélyítsük a forgásszög tevékenységgel való felelevenítésével, saját testi mozgással, majd síkbeli bábu mozgatásával. A szög nagyságát a teljes körbeforduláshoz, a teljes szöghöz hasonlítják, s becsülik meg a nagyságát. Itt fontossá válik az irány is.
– Forgásszögek saját testi mozgással (1. feladat)
A tanulók felállva, jobb karjukat maguk elé nyújtva végezzenek fordulatokat.
Kétféle tevékenységet végeztessünk:
– Adott az elfordulás mértéke, feladat a fordulat létrehozása

Teljes fordulat, negyed fordulat, 3 negyed fordulat, a negyed fordulatnál kisebb fordulat
– Adott elfordulás mértékének megnevezése
Mutasson a kezed a tábla felé, fordulj annyit, hogy az ajtó felé mutass! Mennyit fordultál? Hányféleképpen tudod teljesíteni a feladatot?…

– Forgásszögek bábu mozgatásával (2. feladat)
Ismét kétféle tevékenységet szervezünk síkon
– Adott az elfordulás mértéke, feladat a fordulat létrehozása
2. feladat a), b) része
– Adott elfordulás mértékének megnevezése
2. feladat c) része
Ellenőrzés: a párok összehasonlítják a munkájukat

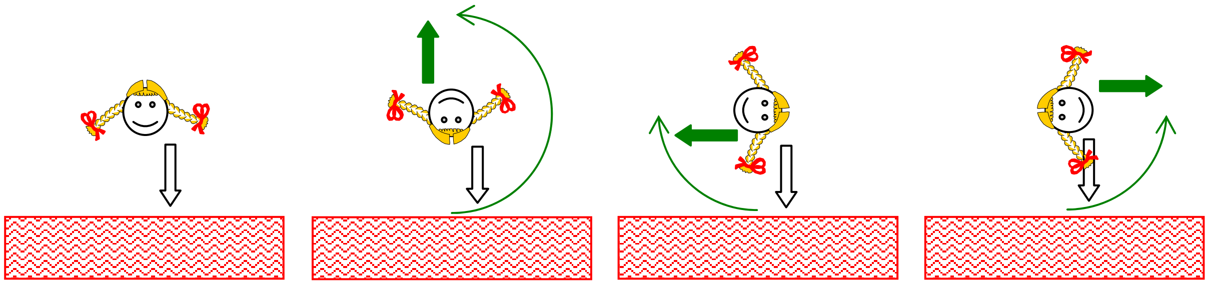
A saját testi mozgás során szerzett tapasztalatok rögzítése síkon.

Az 1–2. feladat megoldását önálló munkában, ellenőrzését párban javasoljuk.

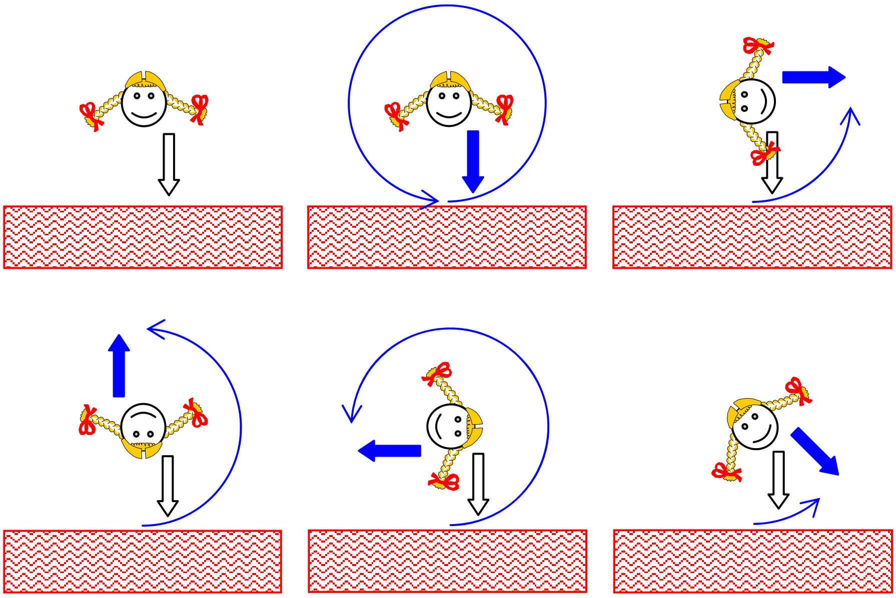
3. FELADATLAP

1. Állj szembe a táblával, és jobb kezedet nyújtsd előre, a tábla felé!
a) Csinálj „hátraarcot”, „jobbra át”-ot, „balra át”-ot!
b) Most végezz teljes fordulatot, negyed fordulatot, fél fordulatot, három negyed fordulatot, negyed fordulatnál kisebb fordulatot!
c) Mutasson a jobb kezed a tábla felé! Fordulj annyit, hogy a jobb kezed az ajtó felé mutasson! Mennyit fordultál? Hányféleképpen tudod teljesíteni a feladatot?

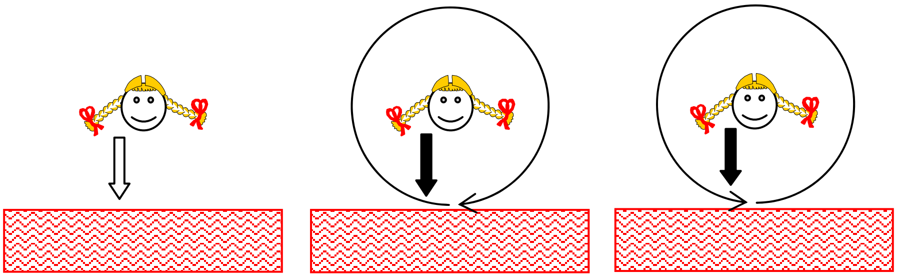
2. Az alábbi rajzot úgy készítettük, mintha a játszótér felett lettünk volna. Eszter bal kezét előrenyújtva áll házukkal szemközt.
a) Rajzold be, merre mutat, ha „hátraarcot”, „jobbra át”-ot, „balra át”-ot csinál! Használj zöld ceruzát!



b) Merre mutat, ha bal felé teljes fordulatot, negyed fordulatot, fél fordulatot, háromnegyed fordulatot, negyed fordulatnál kisebb fordulatot végez? Ezt kékkel rajzold!



c) Mutasson a jobb keze a ház felé! Forduljon annyit, hogy a jobb keze a ház felé mutasson! Mennyit fordult? Hányféleképpen tudja teljesíteni a feladatot?



2. Forgásszög a gömbön

Jelöljük meg a gömbi szögmérőt a képhez hasonló módon. (A középső piros kör csak díszítés, nem feltétlenül szükséges.) Fontos, hogy a vonalakat ne alkoholos filccel rajzoljuk, hogy le lehessen majd törölni!
A 3. feladatlap 3. feladatával a forgásszög fogalmát a gömbön is megalapozzuk.

(Érdemes egy pici, összehajtott, tehát mindkét oldalán ragadós cellux-darabot tenni a kijelölt pontra, mert ezen a cellux-darabon a szögmérőt könnyen, de leesés nélkül forgathatják a gyerekek.)

3. Párban dolgozzatok! Jelöljetek ki egy pontot a gömbön, és illesszétek rá a kis „sapkát” úgy, hogy annak középpontja a ponton legyen! A gömbön jelöljétek meg piros ponttal a piros vonal végét, zölddel a zöld vonal végét, feketével a fekete vonal végét és kékkel a kék vonal végét!

a) Forgassátok körbe a piros vonalat úgy, hogy visszaérjen a piros ponthoz! Merrefelé mutat most a fekete vonal? Ugyanarra, mint előtte, a fekete pontra. Számít-e, hogy jobbra vagy balra forgattuk a süveget? Nem.

Tanári közlés: Amit most csináltunk, teljes fordultnak nevezzük.

b) Most csináljatok félfordulatot a süveggel! Hová kerül a piros vonal vége? A fekete ponthoz. A többi pont vége melyik ponthoz kerül? A kék vonal a zöld ponthoz, a zöld vonal a kék ponthoz, a fekete vonal a piros ponthoz. Tehát minden vonal a vele szembelévő ponthoz került. Számít-e, hogy jobbra vagy balra forgattuk a süveget? Nem.

c) Tegyetek negyed fordulatot a süveggel! Először jobbra, mint az óramutató. Hová kerül a piros vonal vége? A zöld pontra. És a többi vonalé? A zöld vonal a fekete pontra, a fekete vonal a kék pontra, a kék vonal a piros pontra. Ha balra indultok negyed fordulat után ugyanahhoz a pontokhoz kerülnek-e a vonalak? Nem.

d) Forgassátok tovább még egy negyeddel! Hová értünk? Voltunk-e már itt? Melyik fordulatnál? Igen, a félfordulatnál (*b)* feladat).

– Kerestessünk további példákat, ahol fontos nemcsak a nagyság, de az irány megadása is. Például a földgömbön: a repülő Budapestről az északi irányhoz képest milyen szöggel repül egy másik városba? A gömbi szög nagyságán kívül az elfordulás irányát is meg kell adnunk.

Kerestessünk példákat gömbi szögtartományokra valóságos tárgyak között. Becsültessük meg a szögek nagyságát és ellenőriztessük szögmérővel!
Például:
Földgömb hosszúsági körei, narancs, mandarin, grapefruit, citrom, fokhagyma gerezdjei; görögdinnye-szelet; kosárlabda csíkjai; sapka varrása; kupolák belső rajza...

4. Keressetek további példákat gömbi szögtartományokra valóságos tárgyak körében!

IV. Speciális szögtartományok a gömbön

1. Merőleges főkörök a gömbön; a gömbi szögmérő használata

4. FELADATLAP

Ezen az órán a tanári magyarázatnak és demonstrációnak van elsődleges szerepe. De a gyerekek saját tevékenységgel követik a magyarázatokat.
– A tanár szétvág egy gömbölyű almát négy egyforma darabra, két merőleges metszősík mentén. Mekkorák az almadarabok héjai egymáshoz képest? Egyforma nagyok.

1. Helyezzetek el két félgömbfóliát a gömbön úgy, hogy azok négy egyforma gömbi tartományt határozzanak meg!

A tanár elnevezéseket ad meg: merőleges főkörök, derékszögű tartományok.
– A gyerekek két félgömbfóliát mozgatnak a gömbfelületen. Megpróbálják olyan helyzetbe hozni a fóliákat, hogy a peremek négy egyforma gömbi tartományt határozzanak meg. Megrajzolják a fóliák pereme mentén a derékszögű szögtartományt.
Majd leveszik a fóliákat, és a gömbvonalzó segítségével megrajzolják a két főkört, amelyek a négy derékszögű tartományt határolják.

2. A gömbvonalzó segítségével rajzolj merőleges főköröket! Keress különféle módszereket a rajzolásra!

Többféle módszer is lehetséges. Jó alkalom ez arra is, hogy a „hamis” (nem főköröket rajzoló) vonalzó éleket a helyes, skálázott éléktől megkülönböztessék a gyerekek.

– Tanári közlés: A gömbi szöget gömbi fokokban mérjük. A derékszög 90 fok. Mennyi a skálabeosztás a gömbi szögmérő négy skálája mentén?

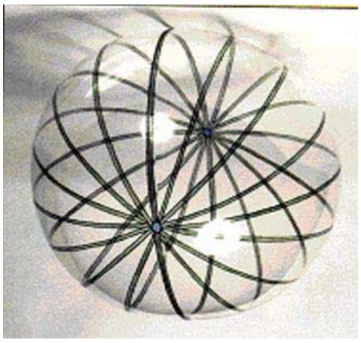
3. Vedd kézbe a gömbi szögmérőt! Figyeld meg: négyféle skálabeosztás van rajta! Mennyi a skálabeosztás a gömbi szögmérő négy skálája mentén? Előbb becsüld meg, aztán számlálj! A skálák 90, 10, 5 és 1 fokosak.

4. Hány szög van összesen a négy gömbi tartományban? Nyolc szög. Hogyan lehetne ezeket megmérni? A gömbi szögmérő legbelső skálája segítségével. Mekkorák ezek a szögek? 90° Végezz mérést!

2. További nevezetes szögtartományok és szögek a gömbön

5. Állítsátok elő a gömbön
- **a)** a derékszög felét;
- **b)** a derékszög harmadát;
- **c)** 60 fokos szögtartományt;
- **d)** gömbi egyenesszöget;
- **e)** jelöljetek egyenlő szögeket!

A gondolkodásban segíthet a kép:



A gyerekek a gömbi szögmérő segítségével megfelezik a négy merőleges szögtartományt, így 45 fokos tartományok keletkeznek.
A szögmérővel megszerkesztik a tizenkét darab, 30 fokos tartományt.
Minden második határvonal törlésével előállítják a 60 fokos szögtartományt.
Két fólia egymáson való mozgatásával, végül egymásra helyezésével előállítják az egyenesszöget.
A fóliák mozgatásával előállítják a 0 és 360 fokos szögeket.

3. Szögmérés a gömbön; a gömbi szögmérő használata

A gömbi szögmérő alakja, beosztása talán a síkszögmérőnél is alkalmasabb, szemléletesebb a forgásszög értelmezésére.
Tanári magyarázattal indul ez a rész is. Frontálisan beszélje meg a tanár az osztállyal az Összegzésben foglaltakat!

6. Rajzolj három gömbi főkört két átellenes ponton keresztül, úgy, hogy hat körülbelül egyforma szögtartományra bontsd a gömbfelületet! Mérd meg a gömbi szögmérővel a szögtartományok szögeit!

Összesen hány helyen mérhetjük meg itt a szögeket? Minden szöget két helyen.

Mekkora szöget kaptál volna, ha sikerül egyenlő részekre osztanod a gömböt? 60°-osakat.
Mekkora lett az eltérés a te gömbödön?

7. Rajzolj 15, 30, 45, 60, 120 és 180 fokos gömbi szögtartományokat!

8. A piros, a kék és a sárga szögtartományokat úgy rendeztük el, hogy a közös részük egy sötét (majdnem fekete) háromszöget adjon. Tanárotok bemutat egy hasonló elrendezést. Először becsüljétek meg, hány fokos a piros, a kék és a sárga szögtartomány, azután mérjetek!

ÖSSZEGZÉS

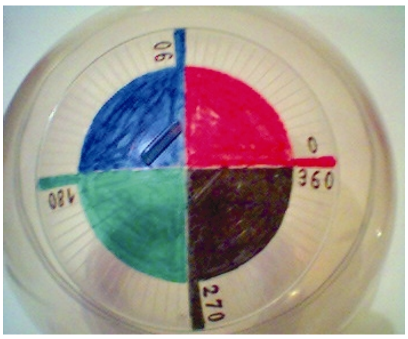
Két gömbi főkört merőlegesnek nevezünk, ha a gömb felületét négy egyforma részre osztják fel.

A merőleges főkörök egymással derékszöget zárnak be. A gömbi szöget fokokban mérjük. A derékszög nagysága 90 ° (90 fok).

Szögmérésnél először kiválasztunk egy gömbi szögtartományt, amit elnevezünk 1 gömbi szögegységnek vagy 1 gömbi foknak. (Röviden 1°.) Olyan szögtartományt választunk szögegységnek, amiből 360 darab éppen lefedi az egész gömböt. Ez a szögtartomány olyan keskeny, hogy nehéz megrajzolni:

Szögmérésnél azt mérjük, hogy a szögegység hányszor fér rá az adott szögtartományra.

A gömbi szög mértékét, a gömbi szöget gömbi szögmérővel mérhetjük. A szögmérő középpontját odaillesztjük a két szögcsúcs közül akármelyikhez, és megmérjük a gömbi szöget. Mind a két szögcsúcsnál ugyanazt a szögmértéket kapjuk.



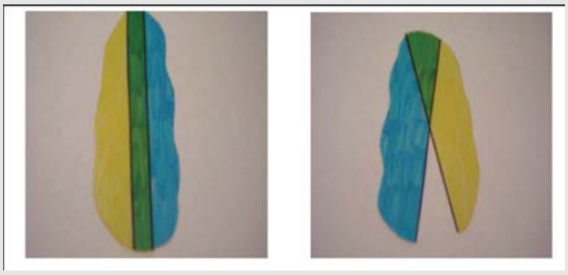
V. Speciális szögtartományok a síkon; párhuzamos sávok

A merőlegesség fogalma, a szögmérés a véges gömbön jól előkészítette a végtelen síkon sokkal nehezebben megfogható fogalmakat. A tanár a metsző egyenesek esetében a gömbön megtapasztalt úton vezeti végig a gyerekeket. Így ezen az órán ismét a gyerekek tevékenységére és az így szerzett tapasztalataira támaszkodhatunk. Az óra végén a síkbeli egyenesek párhuzamosságát a szögméréssel is összekapcsolva, megerősíthetjük ismét, hogy a gömbi főkörök mindig metszik egymást.

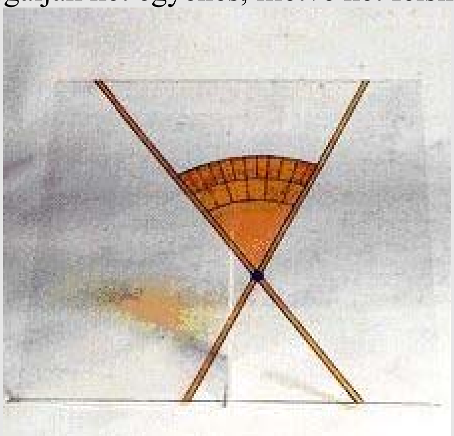
1. Egyenesek kölcsönös helyzete a síkon

5. FELADATLAP

1. Két színes fóliadarabból állítsatok elő párhuzamos és metsző egyeneseket!
Mozgassátok az egyeneseket különböző helyzetbe, jegyezzétek le, milyen helyzetbe kerültek, hány részre osztották a síkot, hány szögtartomány keletkezett, és milyenek ezek a szögek!
Ha úgy gondoljátok, hogy vannak köztük egyenlők, azt papírhajtogatással ellenőrizzétek!
Figyeljétek meg azt is, hogy mi lesz az a tartomány ahol a két félsík átfedi egymást?



A gyerekek SZABÁLYTALAN alakúra körbevágott színes síkfóliára vastag egyenes vonalat rajzolnak, majd szétvágják a fóliát a vonal közepén. Az ilyen módon nyert két darab két félsíkot jelképez.
A két fólia mozgatásával vizsgálják két egyenes, illetve két félsík kölcsönös helyzetét a síkon.



Metsző egyeneseknél: négy síktartomány. A négy darab közül a szemben fekvők mindig egyformák. Derékszög: négy egyforma síktartomány.

Tanári közlés: azokat az egyeneseket, amelyek 4 egybevágó szögtartományra bontják a síkot, egymásra merőleges egyeneseknek nevezzük.
Miután a véges gömbfelületen világossá vált a merőleges felosztás lényege, a végtelen sík véges darabja már nem zavarhatja a fogalom megértését.
Figyeljétek meg azt is, hogy mi lesz az a tartomány, ahol a két félsík átfedi egymást?
Metsző egyeneseknél egy (konvex) szögtartományt kapunk, párhuzamos egyeneseknél pedig egy végtelenbe nyúló sávot. Ezt síksávnak nevezzük.
Itt bátran kapcsoljunk vissza a gömbre, s állítsanak elő szögtartományokat színes gömbfóliák egymásra csúsztatásával:

Mi lehet a közös rész, ha két félgömböt egymásra csúsztatunk?
A közös rész egy gömbi szögtartomány.

2. Keressetek a tanteremben olyan egyenes vonalakat, amelyek merőlegesek egymásra! Csoportban gyűjtsenek minél több, egymásra merőleges helyzetű vonalat, lehetőleg ne csak vízszintes és függőleges helyzetűt!

2. Párhuzamos egyenesek

Térjünk vissza a síkbeli egyenesek mozgatásához, vessük fel a problémát, keletkezik- e minden esetben két egyenesnek hajlásszöge?

A próbálkozások eredményeként felismerik a gyerekek, hogy párhuzamos egyenesek esetén három síktartomány jön létre, és akármilyen messze mennénk, nem találnánk csúcspontot, azaz nem jön létre szögtartomány.

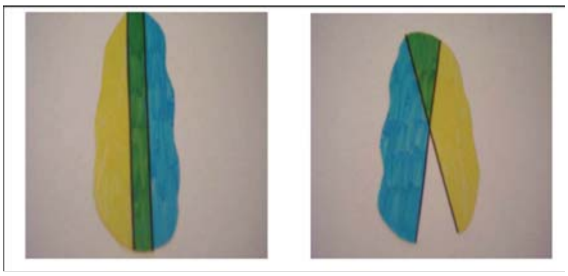
Ilyenkor a két félsík közös része egy síksáv.
Meg lehet mérni a párhuzamosok közötti sávot, mégpedig távolságmérő vonalzóval, a két egyenes közötti lehető legrövidebb vonaldarab mentén.

Mit lehet mondani a párhuzamos egyenesekről olyan társunknak, akik nem látják azokat?
Sehol sem találkoznak, mindenhol egyforma messze vannak egymástól…

Fedeztessük fel, hogy a gömbön a párhuzamosság nem fordulhat elő.

ÖSSZEGZÉS

Két félsík közös része egy szögtartomány, ha a két határoló egyenes metszi egymást, vagy pedig síksáv, ha a két határoló egyenes párhuzamos.



Két félgömb közös része mindig egy gömbkétszög, vagyis egy gömbi szögtartomány.

3. Metsző egyenesek hajlásszögének mérése

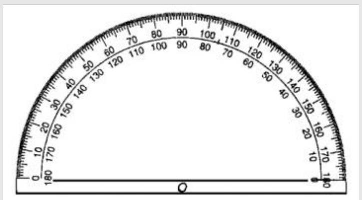
3. Rajzolj a füzetedbe egy egyenest, helyezd rá az egyik fólián található egyenest úgy, hogy merőlegesek legyenek egymásra! Forgasd el az egyenest úgy, hogy a két egyenes által bezárt kisebbik szög körülbelül fél derékszög legyen! Munkádat ellenőrizd papírból hajtogatott derékszögmérővel!

4. Mekkora szöget zár be két merőleges egyenes? Hány fokkal mérhető az egyenesszög?

5. Rajzolj a füzetedbe egy pontból kiinduló félegyeneseket, amelyek által bezárt szög körülbelül: 45°, 30°, 120°, 60°, 1°
Hogyan tudnád ellenőrizni a becslésedet?

Próbálkozások, becslések, viták.
Ötletek megbeszélése.

A szögmérő bemutatása, használatának megismerése.

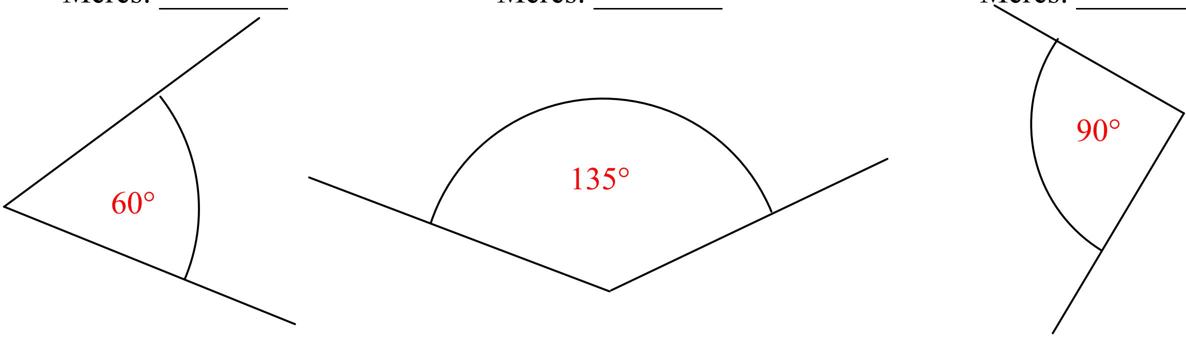


– Gyakoroltassuk a szögmérő használatát:
Mérj szöget, alkoss adott nagyságú szöget!(6-7. feladat)

6. Becsüld meg, azután szögmérővel mérd meg a szöget!

Becslés: ________ Becslés: ________ Becslés: ________

Mérés: _________ Mérés: _________ Mérés: _________



7. Rajzolj a szögmérővel 20, 40, 60, 80, 100, 120 és 180 fokos szögtartományokat!

– Becsültessünk, méressünk szöget valóságos helyzetekben is, képeken is! Erre alkalmas lehet például:
Óra mutatóinak hajlásszöge; iránytű elfordulása; autóban a kormány elfordulása; árnyékok szöge az árnyékot vető bottal különböző időpontokban; tornász karjai; focilabda iránya a kapuhoz vagy az oldalvonalhoz képest („éles szögben berúgta a labdát”); kör alakú sajtból kivágott szelet, pizza-, tortaszeletek…
Sok-sok gyakorlat kell a különböző helyzetű szögek méréséről.

– Készíttethetünk szögmérőt is a gyerekekkel:
a gyerekek szögmérőt készíthetnek a nagyobb kefires vagy tejfölös pohár átlátszó műanyag fedőlapjából (a középpontot könnyen kijelölhetik a gömbi szögmérő segítségével): a fedőlap szélén kidudorodások jelzik a 45 fokos lépéseket; a perem miatt ez a szögmérő gömbön is, síkon is használható!

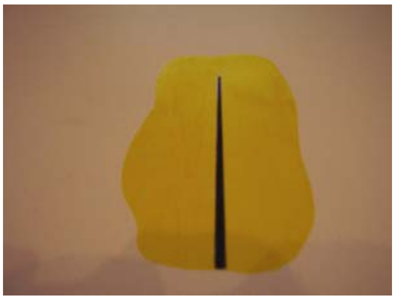
A fáradságos munkával létrehozott szögmérő kedvelt munkaeszközzé válhat.

A síkbeli szögmérő megismerése.

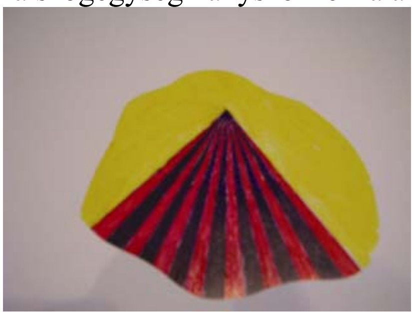
ÖSSZEGZÉS

Azokat az egyeneseket, amelyek 4 egybevágó szögtartományra bontják a síkot, egymásra merőleges egyeneseknek nevezzük.

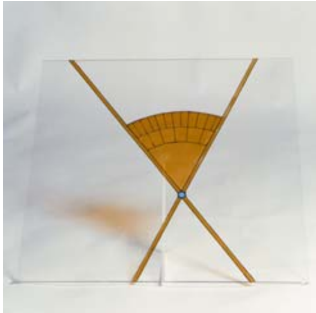
Szögmérésnél először kiválasztunk egy síkbeli szögtartományt, amit elnevezünk 1 síkbeli szögegységnek, vagy 1 foknak (1°).
Olyan szögtartományt választunk szögegységnek, amiből 360 darab éppen lefedi az egész síkot. Ez a szögtartomány olyan keskeny, hogy nehéz megrajzolni.
(A babiloniak a teljes szöget (teljes körülfordulás) 360 egyenlő részre osztották. Akkor még 1 évet 360 naposnak hittek, és erre vezették vissza.) Egy ilyen részt 1 foknak nevezték, és 1°-nak jelölték.)

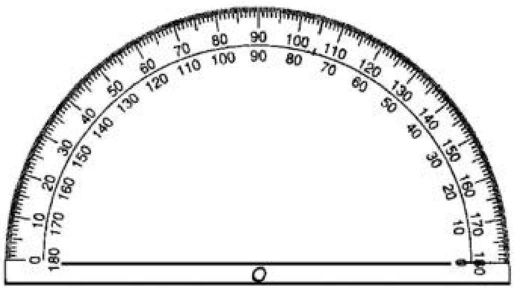


Szögmérésnél azt mérjük, hogy a szögegység hányszor fér rá az adott szögtartományra.



Síkbeli szöget síkbeli szögmérővel mérhetünk.





VI. Párhuzamos egyenesek rajzolása a síkon; merőleges egyenesek rajzolása a síkon és a gömbön

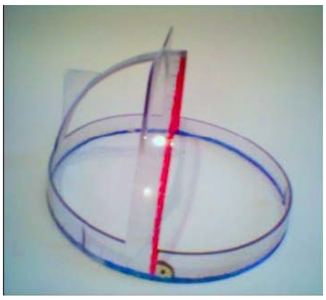
1. Merőleges főkörök rajzolása a gömbön

6. FELADATLAP

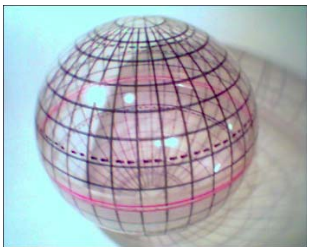
1. A gömbvonalzó segítségével szerkesszünk egymásra merőleges gömbi egyeneseket, vagyis főköröket! (Segíthet, ha megfigyeled a képen a gömbvonalzóról készült fotókat. A kékkel és a pirossal színezett élek merőlegesek egymásra.)

Többféle mód is kínálkozik. A baloldali ábrán a kékkel jelölt főkör-darab, (a támasztó bütyök vonalában), merőleges a nyereg pirossal megjelölt skálázott élére; a jobboldali ábrán a nyereg pirossal jelölt éle merőleges az alap-főkör kékkel jelölt, skálázott élére.
Arra ügyeljünk, hogy csakis a skálázott élek mentén rajzolhatunk gömbi főköröket! A skálázatlan élek, bármennyire csábítóak is, hamis élek: nem főköröket, csak kisköröket rajzolnak.

Minden gömbi egyeneshez tartozik két sarkpont – akárcsak a Földön az egyenlítőhöz az Északi és Déli sark.
Ha egy ilyen sarkponton át tetszőleges egyenest húzol, akkor az merőleges lesz az eredeti egyenesre – akárcsak a Földön az Északi és Déli sarkokon áthaladó hosszúsági körök merőlegesek az egyenlítőre



2. A következő képen azt is láthatod, hogyan lehet a vonalzó segítségével megtalálni egy egyeneshez a sarkpontját.
A gömbvonalzó alapfőkörének, mint egyenlítőnek, egyik sarkpontja a nyergen levő fél napocska középpontja:



A sarkpont nem más, mint az alapfőkör egyik gömbfelületi, gömbi középpontja.

2. Merőleges és párhuzamos egyenesek rajzolása a síkon

3. Hajtogass tépett szélű papírlapból merőleges egyeneseket!

4. Rajzolj egy egyenest és rá egy merőleges egyenest a derékszögű vonalzó két rövidebb oldalát használva!

5. Rajzolj egy egyenest és rajta kívül egy pontot a síkon. Rajzolj a ponton keresztül az egyenesre merőleges egyenest!

6. Rajzolj egy egyenest, és vegyél fel rajta egy pontot! Rajzolj ebben a pontban az egyenesre merőleges egyenest!

7. Állíts elő párhuzamos egyenes párt papírlap hajtogatásával!

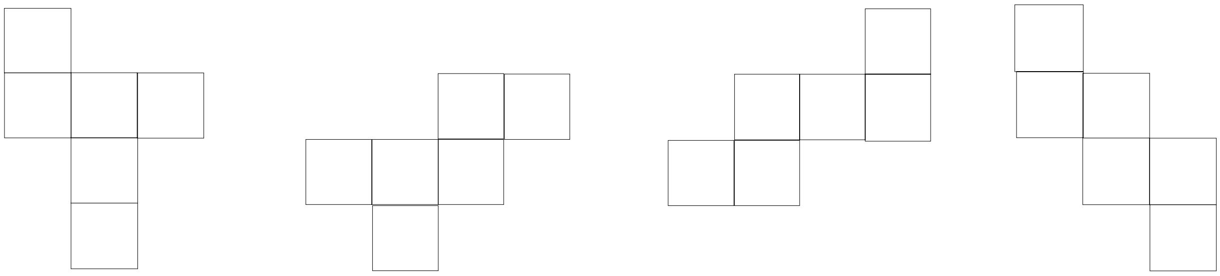
8. Rajzolj egy egyenest és derékszögű síkvonalzó segítségével két másik egyenest, amelyek merőlegesek erre!
A vonalzó egyik éle mentén egyenest húzunk, utána a merőleges él mentén merőleges egyenest rajzolunk, végül a vonalzót tovább csúsztatjuk az első egyenes mentén, és megrajzoljuk a másik merőleges egyenest.
Hogyan állnak az egyenesre merőleges egyenesek egymáshoz képest?
Párhuzamosak egymással.

9. Rajzoljunk a gömbre egy egyenest és gömbi vonalzó segítségével két másik egyenest, amelyek merőlegesek erre!
Hogyan állnak az egyenesre merőleges egyenesek egymáshoz képest? Párhuzamosak-e egymással? Nem.
Próbáljuk ki azt a csúsztatásos módszert adott főkörre merőleges, két főkör rajzolására, amit a síkbeli egyenesekkel már kipróbáltunk!

A gyerekek várható válaszai érdekesek, ellentmondóak lehetnek. Van, aki tagadja ezeknek a főköröknek a párhuzamosságát, hiszen a két főkör a közös merőleges sarkpontjaiban metszi egymást, mint két hosszúsági kör az Északi- és Déli-sarkokban. Van viszont, aki úgy érvel, hogy ugyanarra a gömbi egyenesre merőleges két gömbi egyenest ésszerű lenne párhuzamosnak nevezni. Ezt a második érvelést azért nem érdemes elfogadni, mert így AKÁRMELYIK két főkört párhuzamosnak nevezhetnénk – hiszen akármelyik két főkörnek van közös merőleges főköre: a sarkpontjaikon áthaladó hosszúsági kör.

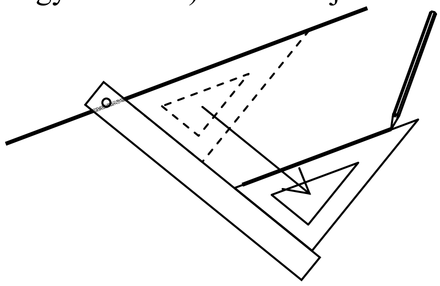
A következő, 10. feladat a diagnosztizáló felmérőt készíti elő

10. Négyzetrácsos papírból vágd ki az alábbi kockahálókat!

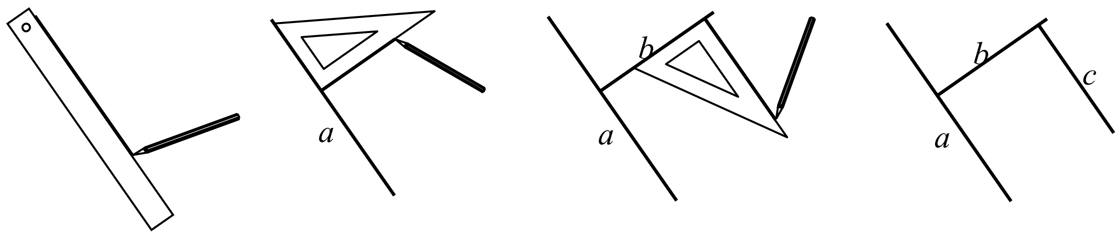


ÖSSZEGZÉS

– Párhuzamos egyenesek rajzolása eltolással
Egyenes vonalzó mentén (mint egy kis sínen) elcsúsztatjuk a háromszögvonalzót:



– Párhuzamos rajzolása merőleges egyenes segítségével:
Rajzolunk egy *a* egyenest; *a* egyenesre állítunk egy merőleges *b* egyenest; az *b* egyenesre állítunk egy *c* egyenest. Az *a* és a *c* egyenesek párhuzamosak egymással.



VII. Diagnosztizálás (2 óra)

1. A fejezetben tanultak mélyítése, alkalmazás feladatmegoldásban

Ennek a két órának a célja, hogy a gyerekekkel mélyítsük, ismételjük, használtassuk azokat a fogalmakat, amelyek a témakör feldolgozása során előkerültek. A diagnosztizálás most azt fedi, hogy a tanár figyelje meg a gyerekek munkáját – legyen az egyéni, páros vagy csoportos – s ez alapján értékelje (nem feltétlen osztályzattal), hogy az egyes tanulók hol állnak a fogalomalkotás szintjén.
Fontos: ez nem dolgozat.
Az alábbi feladatlapokat a tanítási órán kellene a gyerekek kezébe adni. Hasonló módon dolgozzanak, mint a témakör egészében. A tanítási óra végén a feladatlapok összeszedhetők és értékelhetők.

Jó, ha arra kérjük a gyerekeket, hogy értékeljék az Alakzatok témakör feldolgozása során saját, illetve párjuk, csoportjuk munkáját.
A tanár mindezekből iránymutatást kaphat, hogy csoportjában kik szorulnak felzárkóztatásra, s kik kapjanak nehezebb, esetleg kitekintő anyagokat, mennyire képesek az önértékelésre, mások teljesítményének megítélésére.

Előkészítő munka:
A gyerekek hozzanak 2-2 gyufásdobozt a diagnosztizáló órára.

Vágjanak ki kocka testhálókat négyzetrácsos papírból.

Az órán:
Legyen egyenes és háromszög vonalzójuk, színes ceruzájuk, néhány kis méretű papírlap.

Csoportonként egy-egy rajzgömb-készlet, filctollakkal, demonstrációs téglatestek (kockák is).

Szervezési feladat:
A gyerekek a témakörben megszokott csoportjaikban üljenek. Jelöljük ki a párokat, akik együtt dolgoznak.

Megjegyzés: Amennyiben a tanár úgy érzi, hogy csoportja lassabban haladt, a két diagnosztizáló óra egyikét az igényeknek megfelelően használja fel.

1. FELMÉRŐ Név:____________________

5. évfolyam, Geometriai alapfogalmak

1. Párban dolgozzatok! Keressetek az osztályteremben párhuzamos, merőleges és kitérő egyeneseket!

2. Önállóan dolgozz! Rajzolj egy egyenest, és két különböző pontjában állíts merőlegest rá!

3. Önállóan dolgozz! Kis papírlapon hajtogass merőleges, egy másikon párhuzamos egyenes párt!
Az elkészült munkát párod ellenőrizze!

4. Gyufásdoboz lapjait színezd úgy háromféle színnel, hogy mindegyik csúcsában három különböző színű lapja találkozzék! Milyen helyzetűek az egyforma színű lapok?
Dolgozz önállóan, az ellenőrzést párban végezzétek!

5. Dolgozz önállóan, az ellenőrzést párban végezzétek! Rajzolj egy egyenest! Az egyenesre nem illeszkedő pontban rajzolj az egyenessel párhuzamost!

6. Rajzold be a gyufásdoboz egyik lapjának átlóját! Keress az átlóval párhuzamos, arra merőleges vonalat a doboz felületén! Keress az átlóhoz kitérő helyzetű egyenes vonalat, amely a doboz felületén van! Ellenőrizzétek egymás munkáját!

7. Párban dolgozzatok! Mérjétek meg egymás karját centiméter pontossággal! Mérjétek meg egymás karját mm pontossággal is! A mérés előtt végezzetek becslést!

A karom hossza:	becslés:__________	mérés:___________
	becslés:__________	mérés:___________
Párom karjának hossza:	becslés:__________	mérés:___________
	becslés:__________	mérés:___________

8. Rajzoljatok a gömbön! Egymás után: az első ember jelöljön meg két pontot, és kösse össze ezeket a gömbi vonalzóval fekete színnel! A második: Rajzoljon erre a főkörre egy merőlegest piros színnel! A harmadik: Keresse meg a fekete főkör sarkpontját! A negyedik: Rajzoljon a piros főkörre merőleges főkört!

A mai munkám értékelése

Saját magam szerint	Párom szerint	Csoportom szerint

1. FELMÉRŐ (MEGOLDÁS)

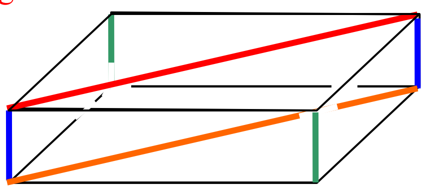
Név:______________________

5. évfolyam, Geometriai alapfogalmak

4. Gyufásdoboz lapjait színezd úgy háromféle színnel, hogy mindegyik csúcsában három különböző színű lapja találkozzék! Milyen helyzetűek az egyforma színű lapok?
Párhuzamosak.
Dolgozz önállóan, az ellenőrzést párban végezzétek!

6. Rajzold be a gyufásdoboz egyik lapjának átlóját! Keress az átlóval párhuzamos, arra merőleges vonalat a doboz felületén! Keress az átlóhoz kitérő helyzetű egyenes vonalat, amely a doboz felületén van! Ellenőrizzétek egymás munkáját!

Megoldás:



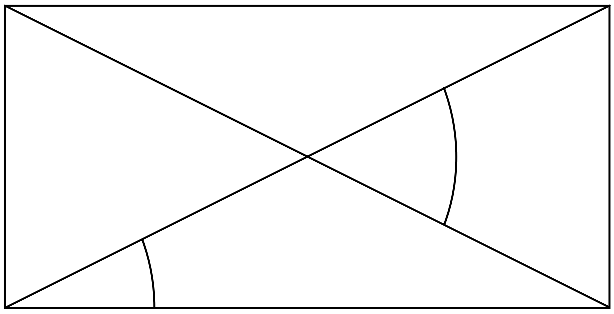
Kiválasztott átló: piros.
Párhuzamos vonal: narancs.
Merőleges vonalak: kék.
Kitérő vonalak: zöld.

2. FELMÉRŐ

Név:________________________

5. évfolyam, Geometriai alapfogalmak

1. Mérd meg a megjelölt szögeket! Mekkora a rajzon lévő többi szög? Próbáld ezt mérés nélkül megmondani! Dolgozz önállóan, ellenőrizzetek párban!

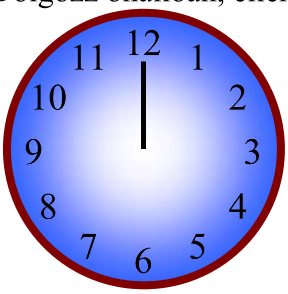


2.

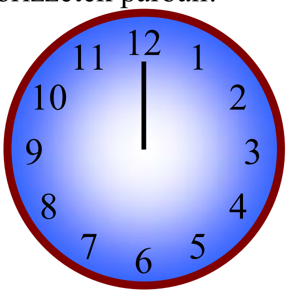
a) Rajzolj egy szöget a síkon! Mérd meg a keletkezett két szögtartományt! Mennyi a két szög összege? Dolgozz önállóan, ellenőrizzetek párban!

b) Rajzoljatok a gömbre egy gömbi szögvonalat! Mérjétek meg a keletkezett két szögtartományt! Mennyi a két szög összege?

3. Jelölj a számlapokon sorra 180, 60, 30, 90 fokos szöget! Használd a szögmérőt! Dolgozz önállóan, ellenőrizzetek párban!



180°



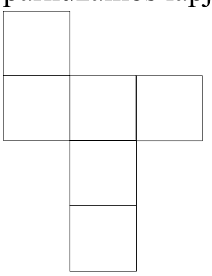
60°

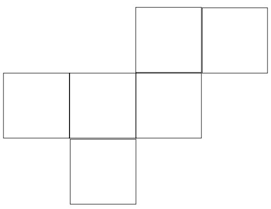
30°

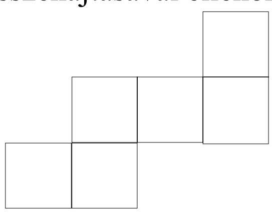
90°

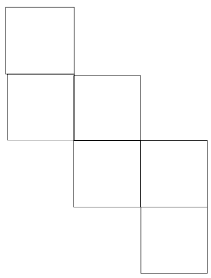
4. Képzeljétek el, hogy a gömb most a földgömb. Jelöljetek rajta egy pontot, és képzeljétek, hogy ott ered egy forrás! Húzzatok egy vonalat, amelyen folyna a forrás vize, ha nem akadályozná azt semmi! Képzeljétek magatokat csatornaépítőnek, akik 30 fokos irányban elterelik a víz folyását! Húzzátok meg a csatorna vonalát!

5. A kockahálókon jelöld meg ugyanazzal a színnel azokat a négyzeteket, amelyek a kocka párhuzamos lapjai lesznek! A kivágott kockaháló összehajtásával ellenőrizz!









A mai munkám értékelése

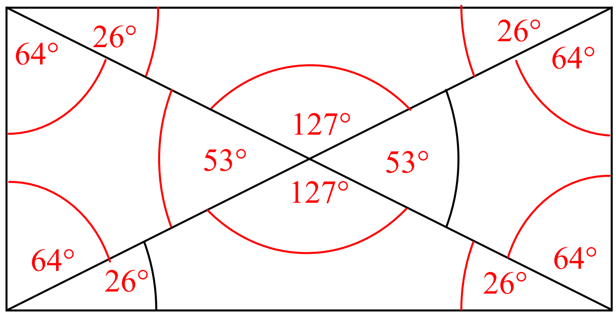
Saját magam szerint	Párom szerint	Csoportom szerint

2. FELMÉRŐ (MEGOLDÁS)

Név:________________________

5. évfolyam, Geometriai alapfogalmak

1. Mérd meg a megjelölt szögeket! Mekkora a rajzon lévő többi szög? Próbáld ezt mérés nélkül megmondani! Dolgozz önállóan, ellenőrizzetek párban! (A megoldás közelítő értékeket tartalmaz.)

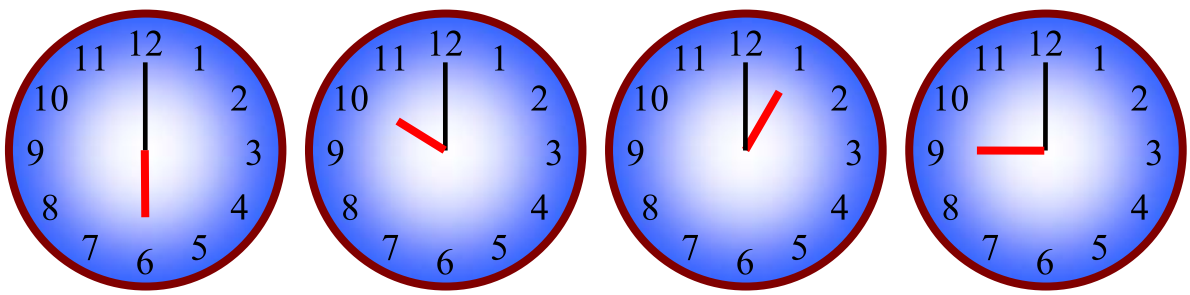


2.

a) Rajzolj egy szöget a síkon! Mérd meg a keletkezett két szögtartományt! Mennyi a két szög összege? 360° Dolgozz önállóan, ellenőrizzetek párban!

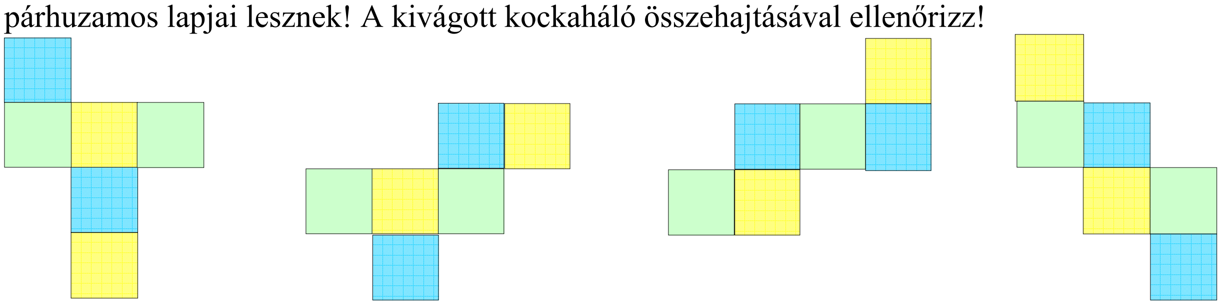
b) Rajzoljatok a gömbre egy gömbi szögvonalat! Mérjétek meg a keletkezett két szögtartományt! Mennyi a két szög összege? 360°

3. Jelölj a számlapokon sorra 180, 60, 30, 90 fokos szöget! Használd a szögmérőt! Dolgozz önállóan, ellenőrizzetek párban!



180° 60° 30° 90°

5. A kockahálókon jelöld meg ugyanazzal a színnel azokat a négyzeteket, amelyek a kocka párhuzamos lapjai lesznek! A kivágott kockaháló összehajtásával ellenőrizz!



A mai munkám értékelése

Saját magam szerint	Párom szerint	Csoportom szerint

FELADATGYŰJTEMÉNY

1. Rajzolj a síkon két olyan pontot, amelyek távolsága egymástól 60 mm!

2. Rajzolj a gömbre két olyan pontot, amelyek távolsága egymástól 60 gömbi lépés!

3. Rajzolj egy egyenest, és mérj ki rajta 5 cm-es szakaszt!

4. Rajzolj egy főkört a gömbre, és mérj ki rajta 30 gömbi lépés hosszúságú főkörívet!

5. Derékszögű vonalzóval rajzolj négyzetet, amelynek oldalhosszúsága 4 cm!

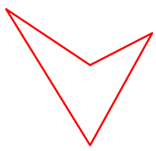
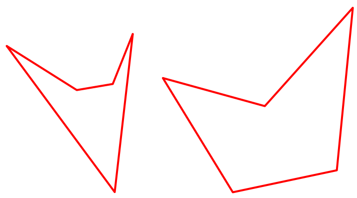
6. Rajzolj konvex háromszöget, négyszöget, ötszöget!

7. Rajzolj olyan négyszögeket, amelyeknek van két párhuzamos oldala!

8. Rajzolj olyan négyszögeket, amelyeknek van két egymásra merőleges szomszédos oldala!

9. Rajzolj olyan négyszögeket, amelyeknek van két egyenlő hosszúságú oldala!

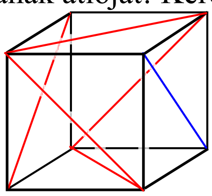
10. Rajzolj konkáv (nem konvex) háromszöget, négyszöget, ötszöget!
Konkáv háromszög nem létezik.

Négyszög pl.:  Ötszög pl.: 

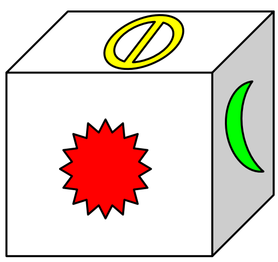
11. Vegyél a kezedbe egy kockát! Jelöld meg egy élét! Számláld meg, hány ezzel az éllel párhuzamos és hány, ehhez az élhez képest kitérő éle van a kockának!
Párhuzamos: 3; kitérő: 4; (metsző: 4)

12. Jelöld meg a kocka egyik lapjának átlóját! Keress olyan lapátlót, amely kitérő helyzetű!

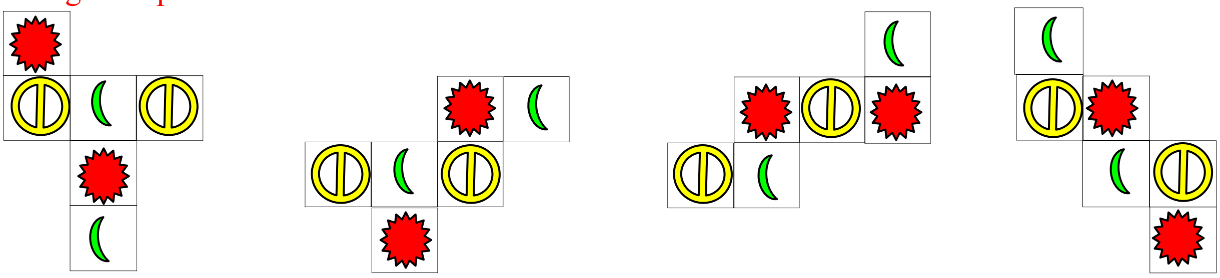
Megoldás:



13. A kocka nem látszó lapjain olyan jelzés van, mint a vele szemközti lapon. Készíts két különböző kockahálót, és rajzold rá a lapokon található jelzéseket!



Megoldás pl.:



14. Szívószálakból cérnával összefűzve vagy hurkapálcikákból gyurmagolyók felhasználásával készíthetsz kockát. A rajzon ilyen kockát látsz. Csúcsait betűkkel jelöltük meg. A csúcsokat minden lehetséges módon összekötjük. Az a feladatod, hogy az így kapott szakaszok között keresd meg:

– az egyenlő hosszúságúakat

Oldalélek egymással; lapátlók egymással; testátlók egymással.

– a párhuzamosokat

Egy lapra ⊥ élek; szemközti lapok ugyanahhoz a testátlóhoz csatlakozó lapátlói

– az egymásra merőlegeseket

1 csúcsból induló élek; metsző lapátlók; ‖ lapátlók és őket összekötő élek.

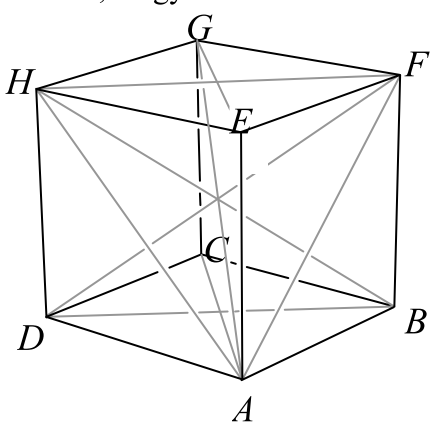
– a kitérő szakaszokat

Él és nem csatlakozó nem ‖ élek; él és nem csatlakozó (lap- és test) átlók; testátló és nem csatlakozó lapátlók; lapátló és nem csatlakozó, nem ‖, nem ⊥ lapátlók

– azokat, amelyekre síkot fektethetünk!

‖ élek (2-2); ⊥ élek (2-2); 3 ⊥ él végpontjait összekötő lapátlók.

Válaszaidat indokold megmutatással, magyarázattal!

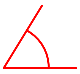
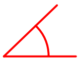
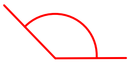
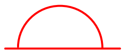
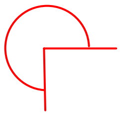


15. „Rácsozz be” egy sima, tépett szélű papírlapot! Vonalzó segítségével négyzetrácsot készíts!

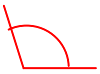
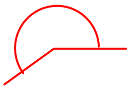
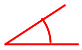
Ha ügyes vagy, készíts téglalap-rácsot is!

16. Szögek mérőszámát úgy adtuk meg, hogy a szögmérés egysége a derékszög. Rajzold meg a szögeket! Számold át fokokba a mérőszámukat, majd ellenőrizd számolásodat szögmérővel!

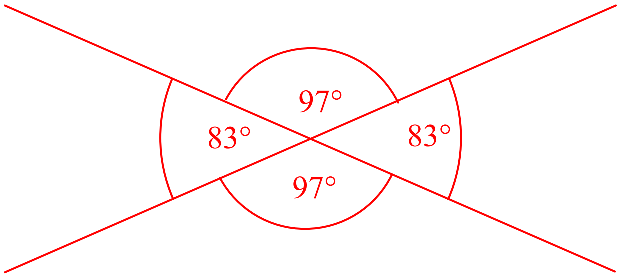
2 harmad	fél	másfél	2	3	1 hatod
60°	45°	135°	180°	270°	15°

17. A szögmérés egysége a derékszög. Rajzolj olyan szögeket, amelyekre igaz

$1 < \alpha <$ másfél	$2 < \beta < 3$	$0 < \gamma <$ fél
$90° < \alpha < 135°$	$180° < \beta < 270°$	$0 < \gamma < 45°$
Pl.: 	Pl.: 	Pl.: 

18. Két metsző egyenes négy tartományra osztja a síkot. A keletkezett négy szög közül az egyik 83°. Mekkora a másik három szög?



19. A gömbfelületet két főkör négy tartományra osztja. A keletkezett 8 szög közül az egyik 83°. Mekkorák a többiek? 4 db 83°-os szög, és 4 db 97°-os szög keletkezik.

20. Mérd meg két különböző háromszög alakú vonalzó szögeit!
90°; 45°; 45°; 90°; 30°; 60°

21. Rajzolj két párhuzamos egyenest! Rajzolj harmadik egyenest, amely elmetszi a párhuzamosokat! Hány szög keletkezett így? 8 db. Mekkorák ezek a szögek? 4-4 db egyforma nagyságú.

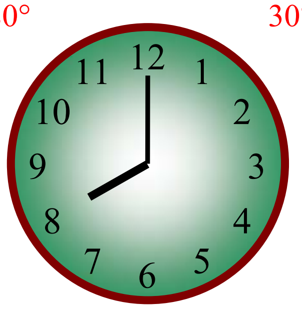
22. Hány fokos szöget zárnak be az óramutatók?

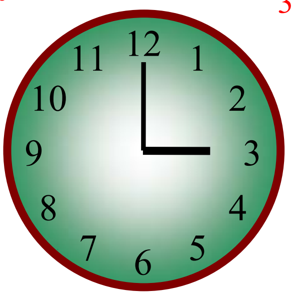

180°

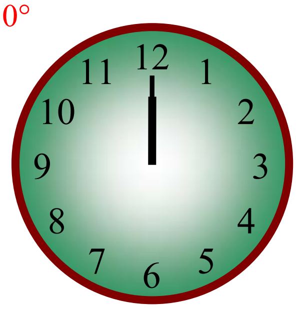

30°


30°


90°


120°

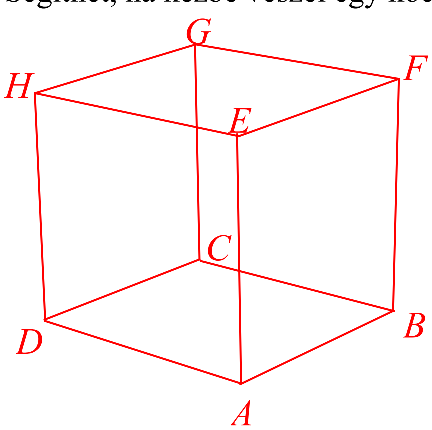

90°


0°

23. Hány fokot fordult el az óra nagymutatója 15 perc alatt, 20 perc alatt, 30 perc alatt, 50 perc alatt?
90°; 120°; 180°;300°;

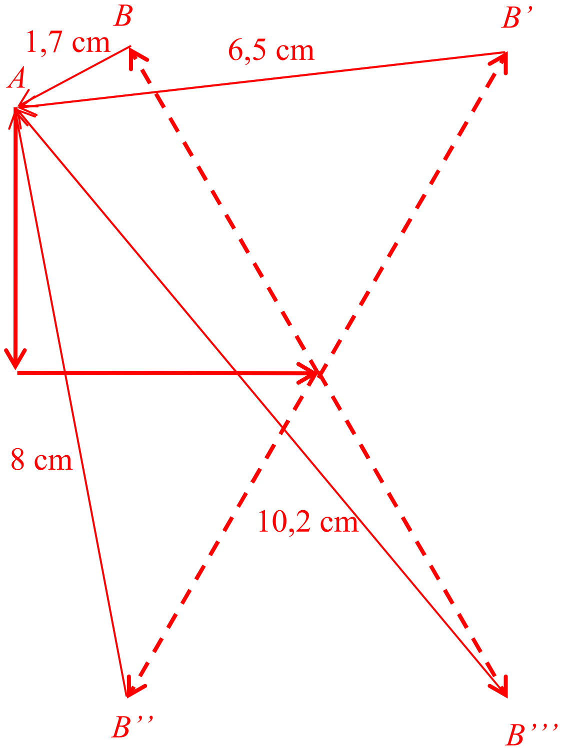
24. Katicabogár sétálni indul. Útja egyenes. Először megtesz 3 cm-t, megpihen egy kicsit. Megy tovább, 50 mm után talál egy pajzstetves rózsát, megebédel. Jóllakottan folytatja útját, szép lassan bandukolva még 4 cm 3 mm-t tesz meg, aztán visszafordul. Mennyi utat kell megtennie, hogy visszaérjen kiindulási helyéhez? Rajzold le Katicabogár útját!
30 mm + 50 mm + 43 mm = 123 mm

25. Katicabogár egy kocka *A* csúcsából indul, és az éleken sétálgat. Milyen úton mehet (mindig csak az éleken), hogy visszaérkezzen az *A* csúcsba, és egy élen ne menjen kétszer? Segíthet, ha kézbe veszel egy kockát, és a csúcsait betűkkel megjelölöd.



A; B; C; D; A
A; D; C; B; A
A; E; H; G; F; B; A
A; E; F; G; H; D; A
A leghosszabb utak:
A; E; H; G; F; B; C; D; A
A; E; F; G; H; D; C; B; A

26. Katica a síkon sétál. Rajzold le az útját vonalzóval, szögmérővel! Az indulási pontját jelöld *A*-val! Tehát elindul, és megy egyenesen 35 mm-t, akkor balra fordul. Így halad 4 cm-t, ott úgy változtatja irányát, hogy az új útja 60 fokot zár be az előbbivel, és ezen az úton egyenesen 5 cm-t sétál. Megáll, szuszog. (Hová érkezhetett? Jelöld *B*-vel!) Nagyon elfáradt, s a legrövidebb úton szeretne visszaérkezni az *A* pontba. Sehol semmi akadály, akármerre mehet. Mérd meg mekkora az a távolság, amit a visszaúton meg kell tennie!

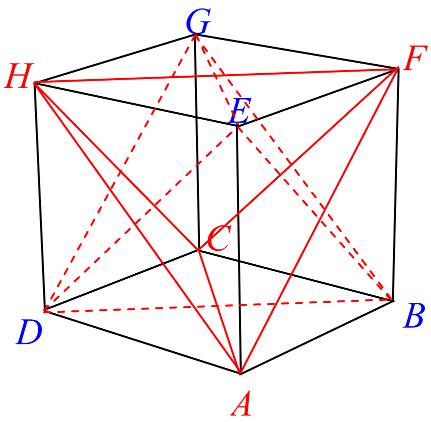


27. Katica a gömbön sétál. Rajzold le az útját vonalzóval, szögmérővel! Az indulási pontját jelöld *A*-val! Mindig főkörök mentén halad. Tehát elindul, és megy 30 gömbi lépést, akkor derékszögben befordul balra, és ezen a főkörön halad 50 gömbi lépést. Megáll, gondolkodik, majd elfordul úgy, hogy a két út 60 fokos szöget zár be. Ezen az úton megy még 40 gömbi lépést. (Hol lehet most? Jelöld *B*-vel.) Mivel elfáradt, a lehető legrövidebb úton szeretne *A*-ba visszajutni. Rajzold le és mérd meg a visszafelé útját!

28. Két félsíknak mi lehet a közös része? Előbb gondold ki, azután vizsgáld meg fóliák segítségével! Egy szögtartomány, ha a két határoló egyenes metszi egymást, vagy pedig síksáv, ha a két határoló egyenes párhuzamos.

29. Két félgömb-fóliának mi lehet a közös része? Előbb gondold ki, azután vizsgáld meg fóliák segítségével! Egy gömbkétszög, vagyis egy gömbi szögtartomány.

30. Katicabogár egy kocka felületén úgy sétál, hogy csak a lapok átlóin halad. Az *A* csúcsból indul, és ugyanazon az átlón csak egyszer megy végig. Hányféleképpen tervezheti meg az útját, ha sétája végén ismét az *A* csúcsban szeretne lenni? Találd meg a legrövidebb és a leghosszabb séta-utat!



A katica csak a piros folyamatos vonallal húzott átlókon sétálhat, a szaggatott piros vonallal jelölt átlókra nem juthat el. Így a *B; D; E; G* csúcsokat nem érintheti.

A legrövidebb utak:

A; F; H; A	*A; H; F; A*
A; C; F; A	*A; F; C; A*
A; C; H; A	*A; H; C; A*

A leghosszabb utak:

A; F; H; C; A	*A; F; C; H; A*
A; H; C; F; A	*A; H; F; C; A*
A; C; H; F; A	*A; C; F; H; A*