

---

# ALAKZATOK

Távolság és távolságmérés síkon és gömbön

---

KÉSZÍTETTE: LÉNÁRT ISTVÁN ÉS MAKARA ÁGNES

## MODULLEÍRÁS

<b>A modul célja</b>	A síkbeli és gömbi távolságmérés. Egység választása síkon és gömbön. Mérőeszközök. Alkalmazás földrajzi távolságmérésre
<b>Időkeret</b>	3 óra
<b>Ajánlott korosztály</b>	5. évfolyam
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	<p><i>Tágabb környezetben:</i> földrajz, fizika, kémia, technika</p> <p><i>Szűkebb környezetben:</i> a síkbeli egyenes vonal és a gömbi főkör tulajdonságai, szorzás és osztás</p> <p><i>Ajánlott megelőző tevékenységek:</i> geometriai alapszerkesztések, két ponton átmenő egyenes és főkör szerkesztése</p> <p><i>Ajánlott követő tevékenységek:</i> szögmérés, sokszögek síkon és gömbön, mértékegységek</p>
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	<p><i>Tájékozódás:</i> Tájékozódás a térben, a síkon és a gömbfelületen, térérzékelési képesség, térszemlélet fejlesztése, mozgási memória fejlesztése, tájékozódás a földgömbön; koordináta-rendszerek előkészítése.</p> <p>Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: tárgyak, személyek, alakzatok, jelenségek, összességek összehasonlítása mennyiségi tulajdonságaik szerint (távolság fogalmának alapozása) mennyiségi következtetések. Távolságbecslés, távolságmérés síkon és gömbön.</p> <p>Számolás kompetencia: mértékegységek átszámítása</p> <p><i>Megismerés:</i> Tapasztalatszerzés; a tapasztalatok tudatosítása, közlése: a síkfelület és a gömbfelület tulajdonságairól</p> <p>Finommotoros mozgáskoordinációk</p> <p>Statikus helyzetek megfigyelése: távolság fogalmának alapozása síkon és gömbön, alapszerkesztések két- és háromdimenziós geometriákban.</p> <p>Az érzékelés pontosságának fejlesztése: geometriai tulajdonságok kiemelése, összehasonlítása, azonosítása, megkülönböztetése. Közös tulajdonságok felismerése.</p> <p>Rendszerezés és kombinatív gondolkodás: a mérés fogalma, a távolságmérés fogalma síkon és gömbön, fogalmak közötti összefüggések felismerése</p> <p>Induktív következtetés: a mennyiség, a mértékegység és a mérőszám kapcsolatának felismerése</p> <p>Ismerethordozók használata: A tanulás manipulatív eszközeinek célszerű használata</p> <p><i>Kommunikáció:</i> Szóbeli utasítások megértése. A frissen tanult elnevezések adekvát használata. A megnevezés jelentőségének megértése (síkbeli egyenes – gömbi egyenes – gömbi főkör). Szövegértés.</p>

## AJÁNLÁS:

A modul a mérés fogalmával, majd a távolság és távolságmérés síkbeli és gömbfelületi bevezetésével foglalkozik. A sík és gömb távolságfogalmát és mérési módszereit elsősorban azért hasonlítjuk össze, hogy egyrészt a mérés fogalmát, másrészt a síkbeli távolságmérést mélyebben és – meglepő módon – gyorsabban megértsék, elsajátítsák a gyerekek.

A mérésnél döntő fontosságú a mértékegység jelentőségének, megválasztásának és alkalmazásának kérdése. Ehhez kapcsolódik a modulnak az a része, amelyik a gömbi távolságmérés két módszerét állítja párhuzamba egymással. Az egyik módszer, amikor valamilyen hajlékony, a felülethez alkalmazkodó mérőszalaggal (papírcentiméter, szabócentiméter, fémről készült zseb-mérőszalag) a gömbfelületen centiméterben mérjük két gömbi pont távolságát. Ebben az esetben, természetesen, egy kisebb és egy nagyobb gömb két, egymással átellenes pontja (mint a földgömb északi és déli sarkpontja) közötti távolság nem egyforma – minél nagyobb a gömb, annál nagyobb ez a távolság. Ha viszont egy gömbön a gömb egy főkörének teljes körbejárásához tartozó távolságot választjuk egységnek, akkor a Földgolyó egyenlítőjének hossza éppen úgy 1 távolságegység lesz, mint egy borsószem kerülete. Ezzel az egységgel bármelyik gömb két átellenes pontjának távolsága  $1/2$  távolságegység lesz. Ez a szembeállítás segít megérteni az egység szerepét a mérésben.

A modulban kontinensformák segítségével vakföldgömböt készítenek a gyerekek, amelyen gömbi mérőeszközökkel távolságot mérnek. Ez a tevékenység alkalmas a síkbeli és gömbi becslés összehasonlítására, a földrajzi távolság, irány és terület mérésének előkészítésére.

Az alapvető munkaforma a kiscsoportos munka. A gyerekek mindegyik óra alatt kb. 4 fős csoportokban tevékenykednek. Lehetőség szerint alkossunk heterogén csoportokat! Frontális és egyéni munkát is alkalmazunk. A tevékenység egyik legfontosabb része a kiscsoporton belüli, egyenrangú partnerek, diáktársak között kialakuló vita. Hagyjuk a vitát kibontakozni! Akkor zárjuk le a csoportokon belüli, egy-egy témával kapcsolatos beszélgetéseket, vitákat, ha a gyerekek már kialakították saját álláspontjukat! Ebben az esetben is, ha csak lehet, hangsúlyozzuk, hogy az általunk közölt változat nem az egyetlen lehetséges út, hanem emberi megállapodás kérdése.

## TÁMOGATÓ RENDSZER:

Kálmán Attila (1989): Nem-euklideszi geometriák elemei, Bp., Tankönyvkiadó.

Lénárt István (1999): Nem-euklideszi kalandok a rajzgömbön. Bp., Múzsák Kiadó.

(Ezek a könyvek a gömbi, illetve a hiperbolikus geometria további fogalmait ismertetik általános és középiskolai szinten.)

Lukács Ernőné, Tarján Rezsőné (1978): Megmérjük a világot Budapest, Gondolat Kiadó.

Síkbeli és gömbi szerkesztőeszközök, nyomtatott és elektronikus képanyagok, kontinenskontúrok a vakföldgömb elkészítéséhez.

Megjegyzés az eszközökkel kapcsolatban:

A kísérletek során gyümölcsök is szerepelnek. Egyetértünk azzal a felfogással, hogy semmilyen élelmiszert nem szabad elpocsékolni, étkezésre alkalmatlanná tenni. A modulban leírt kísérletek azonban nem csökkentik a felhasznált gyümölcsök étkezésre való alkalmasságát, hiszen késsel

szeleteljük őket, vagy fogpiszkálókát szúrunk beléjük. A gyerekek minden veszély nélkül fogyaszthatják az otthonról hozott és az órán ilyen módon felhasznált gyümölcsöket.

Javaslat az értékeléshez:

Egyéni és csoportmunka alapján szokásos módon értékeljük szóban a tanórai munkát. Egy-egy csoportban végzett feladat befejezésekor a csoport egy tagját kiválaszthatjuk, hogy beszámoljon munkájukról – ezt értékelhetjük akár érdemjeggyel is.

Jutalmazzuk a gondolkodás bátorságát, önállóságát, még akkor is, ha (nem hanyagságból vagy felületességből fakadó, hanem az alkotó gondolkodás lényegéhez tartozó) tévedéshez vezetett!

Írásban vagy osztályzattal értékelhetjük a gyerekek otthoni kutatómunkáját, ennek bemutatását társai számára. Dicséretet érdemelnek azok a gyerekek, akik kihasználják az anyag sokféle lehetőségét a matematikának más tárgyakkal (Ember és társadalom, Ember a természetben, Földünk-környezetünk) történő összekapcsolására, önálló anyaggyűjtésre, rajzos vagy írásos alkotások, kiselőadások létrehozására, a humán- és reáltárgyak közötti látszólagos szakadék áthidalására.

Diagnosztizáló felméréssel képet kapunk arról, hogy az egyes gyerekek hol állnak a fogalomalkotás szintjén. Javaslat: ezekre ne adjunk érdemjegyet. Szerepe, hogy a tanárnak-diáknak a továbbhaladáshoz irányt szabjon, ez lehet a differenciálás alapja.

A fejezet végén felmérő dolgozatot írathatunk, ez értékelhető érdemjeggyel, de gyerekek számára fontos a szöveges vélemény leírása is.

# MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, Feladatok
<b>I. A folytonosság tapasztalati alapozása; a hosszúságmérés</b>			
1.	Darabos (nem folytonos) és folytonos mennyiségek megkülönböztetése	besorolás, szétválasztás, logikai gondolkodás fejlesztése	1. feladatlap, 3. tanári melléklet
2.	A méter története	szövegértés	Olvasmány 2. tanári melléklet
3.	Régebben milyen egységeket használtak hosszúságmérésre?	mérés, ábrázolás, együttműködés	1. feladatlap, A3 papírlapok, vonalzó, színes ceruzák
4.	Hosszúság-jellegű mennyiségek becslése, mérése a síkon alkalmi egységekkel; szabvány mértékegységek ismételése; a mérés pontossága	becslés, mennyiségi következtetés	1. feladatlap, színesrudak, vonalzó, mérőszalag
<b>II. Két pont távolsága síkon és gömbön</b>			
1.	A hosszúságmérés egységeinek ismételése; a mérés pontossága; mértékegység választása	logikus gondolkodás, kísérletezés és következtetés kapcsolata; összefüggés-felismerés	síkbeli és gömbi szerkesztő-eszközök; 2. feladatlap
2.	Két pont távolsága síkon, adott távolság meg- és kimérése	becslés, mérés, mennyiségi következtetés	2. feladatlap
3.	Két pont távolsága gömbön centiméterben mérve; távolságok meg- és kimérése a gömbön	becslés, mérés; geometriai fogalomépítés	2. feladatlap
4.	Két pont távolsága gömbön gömbi távolságegységben mérve	becslés, mérés, szemléletváltás	2. feladatlap

<b>III. Alkalmazás</b>			
1.	Távolságmérés gyakorlása a gömbön	térbeli, gömbi, földgömbi tájékozódás	3. feladatlap
2.	Távolságmérés gyakorlati problémák megoldásában	térbeli, gömbi, földgömbi tájékozódás	3. feladatlap
3.	Vaktérkép, vakföldgömb készítése	térbeli, gömbi, földgömbi tájékozódás	1. tanulói melléklet: kontinens-kontúrok, 3. feladatlap

# A FELDOLGOZÁS MENETE

## I. A folytonosság tapasztalati alapozása; a hosszúságmérés

### 1. Darabos (nem folytonos) és folytonos mennyiségek megkülönböztetése

Az órának ebben a bevezető részében a darabos és a folytonos mennyiségek közti lényegi különbség kiemelését tűzzük ki célul.

Szervezési feladat:

4 fős csoportok létrehozása; csoportonként 1 csomag **3. tanári melléklet** (kártyakészlet) előkészítése.

#### 3. tanári melléklet:



Megjegyzés: A kártyákkal való ismerkedést kezdhethetjük a saját szempont szerinti válogatással. Ennek során megfigyelhetjük, mely tulajdonságok emelődnek ki a gyerekek számára.

Ezt követően válogatassunk a megadott szempont szerint.

Megjegyzés: A tevékenység során differenciálhatunk oly módon, hogy a kreatívabb tanulók csoportjában a megkezdett válogatás folytatását igényeljük.

Segítsük a válogatás szempontjának felismerését úgy, hogy mindegyik elem elhelyezését megerősítjük, vagy megcáfoljuk, ezzel a logikai gondolkodást is fejlesztjük.

## 1. FELADATLAP

### 1. Válogatások

Darabos és folytonos mennyiségek:

Ha mozijegyet veszel, vagy megszámolod, hány gyerek van az osztályban, akkor egy természetes számot kell mondanod: „Három jegyet kérek.” „Húsz gyerek van az osztályban.” Nem mondhatod: „Három és fél mozijegyet kérek” vagy „Húsz és egynegyed gyerek van az osztályban. Ezek darabos mennyiségek.

Ha porcukrot veszel, vagy megméried a testsúlyodat, akkor nemcsak egész számot, hanem bármilyen pozitív számot mondhat: „Kérek negyed kiló porcukrot”. „Negyvenegy és fél kiló vagyok.” Akármilyen kis mennyiséget is mondhat, ha van olyan eszköz, amivel még azt a kis mennyiséget is meg lehet mérni. Ezek folytonos mennyiségek.

Sokszor nehéz eldönteni, hogy darabos vagy folytonos mennyiséggel van-e dolgunk. A paprikát árulják darabra is, és súlyra is, tehát hol darabos, hol folytonos mennyiségre gondolunk: „Kérek két darab paprikát.” „Kérek negyed kiló paprikát.”

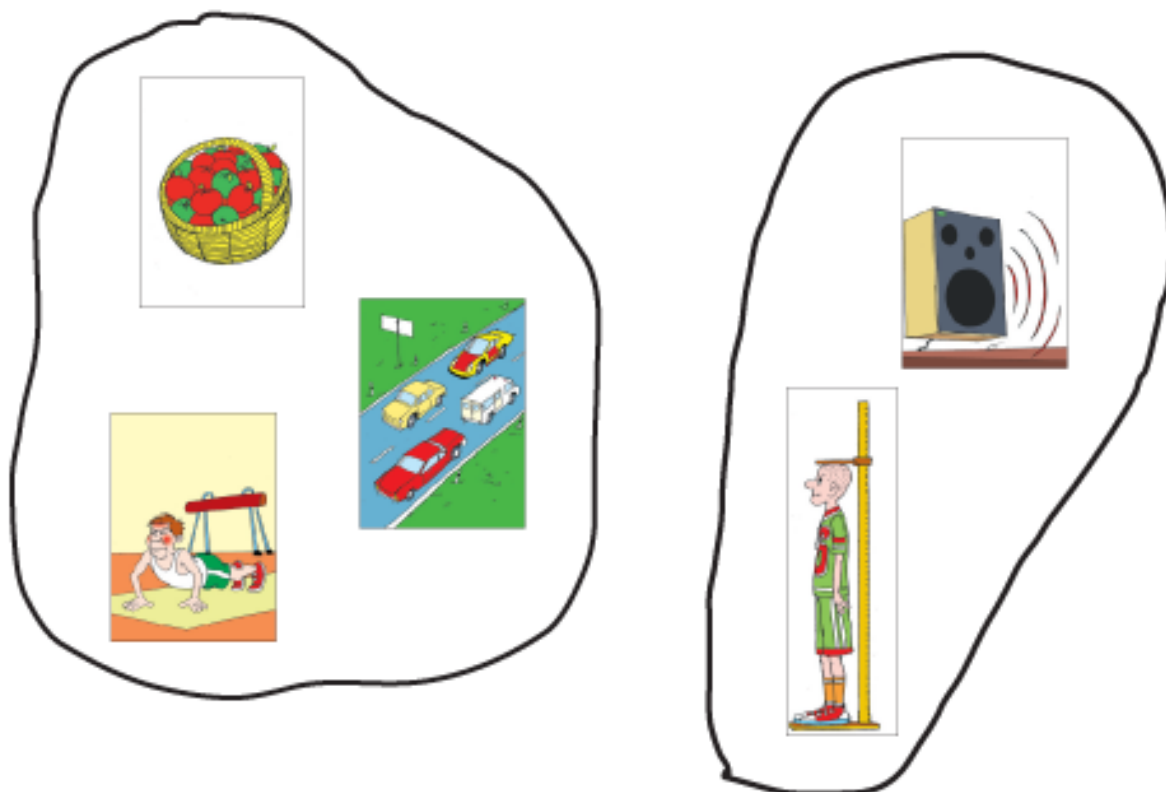
A tanár által adott kártyakészletben olyan mennyiségek képeit látod, amelyekről el lehet dönteni, hogy darabosak-e vagy folytonosak:

1) alma a kosárban, 2) autó a ház előtt, 3) betű a lapon, 4) fekvőtámasz, 5) gól, 6) hangerősség, 7) idő, 8) puszi, 9) sebesség, 10) SMS-üzenet a mobilon, 11) testmagasság, 12) utazás (hányszor utaztál már nyári táborba?), 13) víz.

Találd ki, melyik kártya mit ábrázol, és válogasd szét a kártyákat aszerint, hogy darabos vagy folytonos mennyiségeket ábrázolnak!

Darabos (alma, autó, leírt betű, SMS-üzenet a mobilon, fekvőtámasz, gól, utazás, puszi) és folytonos (víz, hangerő, sebesség, idő, testmagasság) mennyiségeket ábrázoló képek szétválogatása

2. Folytassátok a megkezdett válogatást! Adjatok címkét a halmazoknak!



3. Álljatok padsoronként magasság szerint növekvő sorba!

Hozzatok létre két-két sorból egy magasság szerint növekvő sort!

Az új sorokat felhasználva az összes gyereket rendezzék magasság szerint növekvő sorba!

Célunk: A folytonosság érzékeltetése

A probléma felvetése:

Mit jelent a folytonosság?

Szervezési feladatok:

A gyerekek két csoportra osztása (lehet padsoronként, csoportonként);

Csoporton belül magasság szerinti rendezése

A két rendezett sorból egy rendezett sor létrehozása

A megvalósítás:

– A gyerekek két csoportra oszlanak. Mindkét csoportban testmagasság szerint állnak sorba. Az egyik sor a tábla előtt, a másik a padsorok mögött áll.



- A két sor szembe fordul egymással. Eldöntik, hogy a szemközti csoport jól alakította-e ki a sorrendet.
- A két sor „összeolvad”: az egyik sor legmagasabb tagjáról megbecsülik, hogy a másik sorban hol lehet a helye. A becslés ellenőrzése: a sorba beállva látszik, hogy tényleg jó helyet választottak-e. Következik a második legmagasabb stb.

Ki fér át szép, egyenes testtartásban, rögzített magasságban elhelyezett lécz alatt, és ki nem? (Például a tanár a lécz egyik végét odatámasztja a tábla kijelölt pontjához, másik végét kézzel tartja.)

Képzletfejlesztés:

Be tudnánk állítani egy másik osztály tanulóit is a sorba?

- Mindig lehet olyan testmagasságú gyereket elképzelni, aki tetszőleges két, egymással szomszédos gyerek közé állítható be.

A tevékenységgel fejleszthető a becslés, a mérés:

- Összehasonlítás, (a kijelölt magasságot figyelve)
- Összemérés, (tényleges kipróbálással)
- Mérés. (A lécz magasságának mérése centiméter pontossággal)

Beszélgessünk a gyerekekkel arról (megemlítve a csoportosított mennyiségek közül néhányat), hogy mit jelent a MÉRÉS!

Jussunk el a beszélgetésben addig, hogy megfogalmazzuk: „A mérés összehasonlítást jelent valamivel, amit egységül választunk. A mérés eredménye a mennyiség, ami mérőszámból és mértékegységből áll. Pl. A terem szélessége 6 méter. A 6 méter a mennyiség, a 6 mérőszám, a méter a mértékegység.”

## 2. A méter története

A szövegértés fejlesztése a célunk. Mindenki elolvassa figyelmesen önállóan, legalább kétszer. Becsukják a könyvet. Tanár kioszt minden csoportnak egy feladatlapot (**2. tanári melléklet**). Az olvasmányra vonatkozó kérdésekre kell válaszolni, csoportban, emlékezetből, a megadott idő alatt. Ezt követően az olvasmányból kikeresik a válaszokat. Ellenőrzik, mennyire jól emlékeztek a szövegre.

### **2. tanári melléklet:**

KÉRDÉS	VÁLASZ EMLÉKEZETBŐL	VÁLASZ A SZÖVEG FELHASZNÁLÁSÁVAL
1. Mióta kötelező Magyarországon az SI mértékegység rendszer használata?	A: 1900 B: 1960 C: 2000	
2. Melyik görög szóból ered a méter?	A: metro B: metronom C: metron	
3. Hogyan mérték meg a Párizson áthaladó délkör hosszúságát?	A: Fa rudakat fektettek rajta végig. B: Madzagot feszítettek ki rajta. C: Csillagászati mérésekkel.	
4. Mikor döntötték el a párizsi nemzetgyűlésen az egységes hosszúságegység meghatározását?	A: 1791-ben B: 1891-ben C: 1991-ben	
5. Hányas számú ösméter jutott Magyarországnak?	A: 30. B: 41. C: 14.	
6. Melyik magyar tudós javaslatát fogadták el a méter új meghatározására?	A: Kruspér István B: Bay Zoltán C: Eötvös Loránd	

Következő órára készülhetnek matematikatörténeti kiselőadással. (Alkalmas könyv például: Lukács Ernőné, Tarján Rezsőné (1978): Megmérjük a világot, Budapest, Gondolat, illetve utánanézhettek az interneten.)

## Olvasmány a hosszúságmérés egységeiről

A műszaki szakemberek szerint: „Csak az van, amit mérni lehet”. A régi korokban országonként, tartományonként különböző, és többnyire önmagában sem egységes mértékeket használtak. Ezek közül sokat ma is használunk, némelyekkel regényekben találkozunk. A tudományos kutatások, a műszaki fejlesztések alapja, hogy a mérhető mennyiségeket minél pontosabban megadják. Ma sok olyan iparág van, amely a termékeihez (pl. számítógépek, autók) szükséges alkatrészeket a világ legkülönbözőbb pontján állíttatja elő. Ezeket az alkatrészeket csak akkor lehet összeszerelni, ha az előírások szerint  $\mu\text{m}$  (mikrométer: a méter milliomod része) pontossággal illeszkednek egymáshoz. A szakemberek összeállítottak egy egységes mértékrendszert, rövidítve SI (Système Internationale d'Unités), amelynek használata 1960-tól Magyarországon is kötelező. Az SI rendszerben a hosszúságmérés egysége a méter. (A "méter" a görög "metron" szóból ered.)

### A méter története

A hosszúság mérésének egy új alapegységének meghatározását, a francia Akadémia (L'Académie française) által javasolt mérés elvégzését a Párizsban 1791. március 26.-án összehívott nemzetgyűlés rendelte el.

**Az új alapegységet méternek nevezték el, és csillagászati mérésekkel a Föld Párizson áthaladó délkörének negyvenmilliomod részeként definiálták.**

(A legújabb mérések szerint az akkor megállapított méter 0,2 mm-rel rövidebb a délkör negyvenmilliomod részénél, tehát meglepően jó!)

Hamarosan elkészítették egy „métrudat”, amit **ősméternek** tekintettek. Nézd meg a rajzon az alakját!



1878-ban Párizsban létrejött a Nemzetközi Mértékügyi Bizottság, amelynek elnöke csaknem húsz évig Kruspér István műegyetemi professzor volt.

Elkészítettek 30 db számozott másolatot az ősmétről, amelyeket sorsolással osztottak szét a résztvevő országok között. Magyarországnak a 14. számú jutott.

A nemzeti ősmétert különleges bánásmódban részesítették. A Budapesti Nemzeti Bank pincéjében őrizték egy gyapottal kibélelt, lepecsételt ládában. A gyapotbélés egy réztokot, az pedig magát a métrudat tartalmazó, bársonybélésű tokot rejtette.

Készítettek két, a nemzeti ősméterhez hasonló "használati főmintát". Az Országos Mérésügyi Hivatalban ezekkel ellenőrizték a sárgaréz alapanyagú méterrudakat, amelyek alapján a mérőeszköz-gyártók dolgoztak.

1983-ban a Nemzetközi Súly- és Mértékügyi Hivatal Bay Zoltán magyar fizikus méterdefinióját fogadta el.

**Eszerint egy méter az a távolság, amit a fény légüres térben 1 másodpercnek a 299792458 –ad része alatt megtesz.**

### 3. Régebben milyen egységeket használtak hosszúságmérésre?

4. A történetírók szerint a hosszúság volt az első mennyiség, amit mértek az emberek. Ehhez a saját testrészeiket használták. Kösd össze, melyik mértékegység körülbelül milyen hosszú lehetett!

hüvelyk	42 cm
kisarasz	75 cm
nagyarasz	25 mm
láb	32 cm
könyök	16 cm
lépés	21 cm

Méréssel ellenőrizd, hogy milyen hosszú a kisaraszod, a nagyaraszod és egy lépésed!

Csoportonként készítsenek plakátot, amelyen rajzzal mutatják be a régi mértékegységeket!

5. Nézzétek meg, néhány régi mértékegység mennyit ér cm-ben!

Készítsetek csoportonként egy-egy plakátot, amelyen rajzzal bemutatjátok a régi mértékegységeket!

#### Hüvelyk

A római eredetű mértékegység egész Európában általánosan használt volt.

Magyarországon a 13. századtól alkalmazták.

Elnevezései más nyelveken:

latinul *digitus*; németül *Zoll* (ejtsd: *coll*); angolul *inch* (ejtsd: *incs*).

Sok fajtája van, a legelterjedtebb az angol hüvelyk (2,54 cm) és a bécsi hüvelyk (2,63 cm)

#### Ujj

Latinul *digitus*.

Magyar mértékként 1244-től ismert.

1 ujj = 4 árpaszem = kb. 1,7 – 1,9 cm

1 királyi ujj = 1,953 cm

#### Láb

Latinul *pes*.

Magyar mértékként 1266-tól ismert..

1 láb = 16 ujj ~ 18,9-33,6 cm; a gyakorlatban általában 31,6 cm.

#### Arasz

Régi hossz mértékegység.

Kisarasz: a hüvelykujj hegyétől a mutatóujj hegyéig

Nagyarasz: a hüvelykujj hegyétől a kisujj hegyéig

A ruhák anyagát rőfben mérik a rőfösök, egy rőf 78 cm hosszú.

## 4. Hosszúság-jellegű mennyiségek becslése, mérése a síkon alkalmi egységekkel; szabvány mértékegységek ismétlése; a mérés pontossága

Hosszúságjellegű mennyiségek becslése 1. feladatlap 6-9. feladata

Becsültessünk hosszúságot, szélességet, magasságot, mélységet, átmérőt, körméretet és ezeket összeméréssel, illetve alkalmi mértékegység választásával ellenőriztessük a gyerekekkel! A feladatok megoldása során szembesülhetnek azzal, hogy milyen képük alakult ki a mm, cm, dm nagyságáról, tudják-e a megadott adatokat egymáshoz is viszonyítani, képesek-e a többféle hossz közül reálisan megítélni, kiválasztani a feltételnek leginkább megfelelőbbet.

A feladatok elvégzése után adjuk ki a becslések ellenőrzését!  
Osszuk a gyerekeket 4 csoportba, és 1 csoport ellenőrizzen 1 feladatot!  
Végeztessük el a csoportokkal a munkák értékelését is!

Csoporton belüli megosztott munkavégzéssel ellenőrzik és értékelik a becsléseket.

Megjegyzés: Ha az előző tevékenységek nagyon elhúzódtak, akkor ezeket a feladatokat adhatjuk otthoni megoldásra, s a következő órát kezdjük a leírt csoportban végzett ellenőrzéssel.

**6.** Keress a környezetben olyan távolságokat, amelyek nem hosszabbak 3 lépésnél!

**7.** Zsinegből vagy cérnából vágj le akkora darabot, amelyik becslésed szerint éppen körüléri a legnagyobb kör mentén a rajzgömböt! Utána próbáld rá a gömbre, és becsüld meg, mennyit tévedtél! Hosszabb zsineg kellett volna, mint amennyit levágtál, vagy rövidebb? Számoljátok össze, hány gyereknek volt túl rövid a zsinege, hányak volt túl hosszú?

(Ne csalj! Elrontod a játékot, ha előbb próbálsz rá a zsineget a gömbre!) Próbáld ki ugyanezt a gömbi szögmérő kerületével! Mielőtt megmérnéd, becsüld meg, hogy szerinted hányad része a szögmérő kerülete a nagy gömbi kör kerületének!

**8.** Pótold a hiányzó mértékegységeket!

Egy alma körmérete 24 **cm**.

Egy kád mélysége 6 és fél **dm**.

Egy szoba magassága 265 **cm**.

Egy CD vastagsága 1 **mm**.

**9.** Keress olyan tárgyat, ami körülbelül olyan széles, mint a tanterem ajtaja és az egyik ablaka együttvéve!

## ÖSSZEGZÉS

A mérés azt jelenti, hogy a megméréndő mennyiséget összehasonlítjuk az egységül választott mennyiséggel. Tehát a mérés összehasonlítást jelent.

A mérés eredménye a mennyiség, ami mérőszámból és mértékegységből áll.

Pl. Azt mondjuk egy mérés végén: „A terem szélessége 6 méter.”

mennyiség: 6 méter

mérőszám: 6

mértékegység: méter

## II. Két pont távolsága síkon és gömbön

### 1. A hosszúságmérés egységeinek ismételése; a mérés pontossága; mértékegység választása

– Önálló és páros munka a 2. feladatlap 1-4. feladatának megoldása során.  
 – A hosszúság szabvány mértékegységei közül a gyerekek ismerik a métert, decimétert, centimétert és a millimétert és ezek egymáshoz való kapcsolatát.  
 A mérés előtt felidézünk ezeket a mértékegységeket.  
 Az 1. feladat illetve az 1. feladatlap 6-8. feladatainak megoldása jelezheti a tanár számára, van-e szükség ezek további gyakorlására.  
 Ellenőrzés írásvetítő fóliával és felolvasással.  
 A feladatok megoldása után beszéljük meg, mit jelent a mérésnél a közelítő érték, mit jelent a mm pontosság.

### 2. FELADATLAP

1. Mérd meg a tankönyved nagyobbik oldalát kisarasszal, piros rúddal, vonalzóval! Mérési eredményeidet írd be a megfelelő helyre!

..... kisarasz < a tankönyvem nagyobb oldalának hossza < .....kisarasz

..... piros rúd < a tankönyvem nagyobb oldalának hossza < .....piros rúd

..... cm < a tankönyvem nagyobb oldalának hossza < .....cm

..... mm < a tankönyvem nagyobb oldalának hossza < .....mm

2. Becsüld meg párod magasságát dm-pontossággal! Hány dm-nél magasabb, hány dm-nél alacsonyabb! Írd le matematikai jelekkel!

.....  
 Becsüld meg a magasságát cm-pontossággal!

.....  
 Ezt követően kérdezd meg tőle, mekkora a magassága!

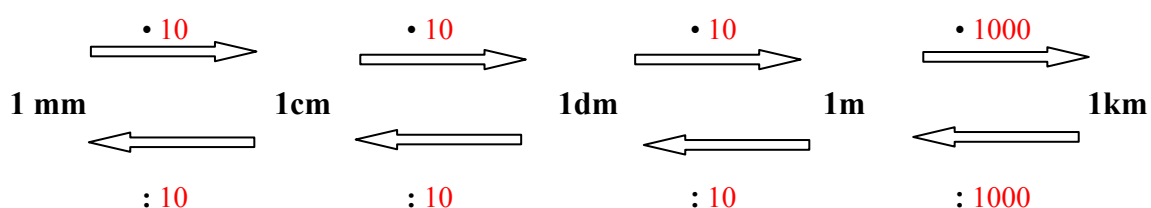
.....  
 Mennyit tévedtél? Ellenőrizhettek méréssel!

3. Párossal gyűjtsetek példát olyan távolságokra, amelyeket

mm-pontossággal  
 méterpontossággal  
 érdemes megadni!

cm-pontossággal  
 km-pontossággal

4. Írd a nyilakra a megfelelő műveleteket és számokat!



## 2. Két pont távolsága síkon, adott távolság meg- és kimérése

A gyerekek tevékenykednek, követve az utasításokat, és válaszolnak a felvetett kérdésekre.

A probléma megoldása során a gyerekekben erősödik a mértékegység egységesítésének szükségessége, tudatosodik a mennyiség, a választott egység és a mérőszám közötti összefüggés.

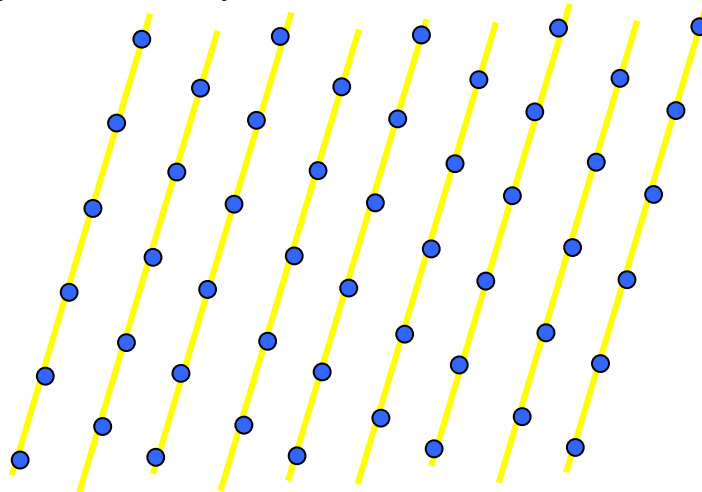
A tanár szervezi, irányítja a tevékenységet, felteszi a továbbvezető kérdéseket. A gyerekek között járva, vitapartnerként segíti a munkájukat a 2. feladatlap 5-8. feladatai alapján.

**5.** Becsléssel rajzolj a füzetedbe, azután a gömbre 3 cm, 25 mm, fél dm hosszúságú szakaszt! Hasonlítsátok össze a rajzaitokat, beszéljétek meg, kié lehet legközelebb a kért hosszúsághoz! Ellenőriztétek méréssel! Hogyan lehet megmérni a távolságot a füzetben? Hogyan lehet megmérni a gömbön?

**6.** Rajzolj a papír síkjára egy egyenes vonalat, és jelölj ki rajta két pontot! Hány részre osztja a két pont az egyenest? A részek közül melyiket lehet megmérni, melyiket nem? Miért? **3 részre osztja, csak a szakasz hosszát lehet megmérni, a két félegyenes nem véges.**

**7.** Mindegyik sárga vonalon a szomszédos kék pontok a valóságban egymástól 1 cm-re vannak. Jelöld a vonalakon a következő hosszúságokat! 1 cm, 2 cm, 20 mm, 2 és fél cm, 4 cm, 35 mm, 3 cm.

Mielőtt hozzákezdenél, gondold meg, hogy melyik távolságot melyik vonalon fogod megjelölni! Amit jelöltél, írd a vonalra! Van-e olyan távolság, amelyiket nem tudsz pontosan, csak közelítőleg bejelölni? Ha van ilyen, azt húzd alá!



**8.** Dolgozzatok csoportban! Mérjétek meg a tankönyvetek rövidebbik oldalát tetszőleges mértékegységgel (pl. a füzet egy négyzetének oldalhosszával, fogpiszkálóval, egymás mellé helyezett egyforma pénzérmékkal, hüvelykkel stb.)

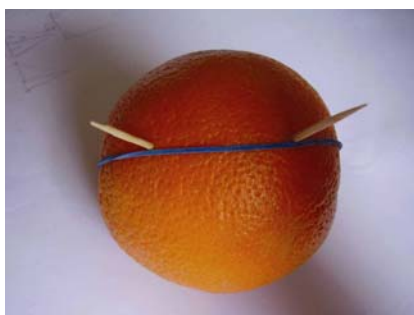
Ne áruljátok el, rejtsetek a mérést a többi csoport előtt! A füzetbe csak a mérőszámot írjátok le! Gyűjtsétek a táblára a mérőszámokat, és döntsétek el, melyik csoport milyen mértékegységet választott!

A gyerekek hosszúságok kimérését egyszerű, de a pedagógust sok mindenről informáló feladat megoldásával végzik.

### 3. Két pont távolsága gömbön centiméterben mérve; távolságok meg- és kimérése a gömbön

A tanár szervezi, irányítja az előző pontban leírtakhoz hasonló tevékenységet a gömbön, felteszi a továbbvezető kérdéseket. Fontos, hogy minden kérdés esetében hasonlíttassuk össze a választ a síkbeli esettel. 2. feladatlap 9.

**9. Rajzolj a gömbre egy főkört, és jelölj ki rajta két pontot! Hány részre osztja a két pont a főkört? A részek közül melyiket lehet lemérni, melyiket nem? Miért? **Két részre osztja, mindkettőt meg lehet mérni. (véges)****



A gyerekek tevékenykednek, követve az utasításokat, és válaszolnak a felvetett kérdésekre.

Utasítások, kérdések:

- Rajzolj két pontot a gömbre, húzz gömbi egyenest, azaz főkört a két ponton át!
- Hány egyenest tudtál húzni?

Ha a válasz egységesen egy, gondolkoztassuk el a gyerekeket, talán lesz, aki rájön, hogy a póluspontok felvétele esetén végtelen sok főkör húzható.

- Hány részre bontja a két pont a gömbi egyenest?

Közlés: ezeket gömbi szakasznak (főkörívnek) nevezzük

- Milyen hosszúak ezek a részek?
- Melyiket lehet megmérni? Mérjétek meg papírvonalzóval centiméterben!

Közlés: A két pont gömbi távolságán a rövidebbik gömbi szakasz (főkörív) hosszát értjük  
Kivételes eset: átellenes pontok (sarkpontok), mivel ebben az esetben a két gömbi szakasz (főkörív) hossza megegyezik

- Mérjétek meg az átellenes pontok távolságát is!
- Végezzétek el ezeket a tevékenységeket egy teniszlabdán is!

A gyerekek tapasztalatot szereznek a síkbeli és gömbi tevékenységek közti azonosságokról és különbözőségekről.

Megbeszéljük, tudatosítják, hogy két átellenes pont centiméterben mért távolsága különböző a gömbön és a teniszlabdán.

### 4. Két pont távolsága gömbön gömbi távolságegységben mérve

**10. Mi legyen a gömbön a távolság mértékegysége? Itt is sokféle mértékegységet használtak az emberek, ugyanúgy, mint a síkon.**

A gyerekek felvesznek a gömbön egy főkört, kijelölnek rajta egy pontot. A pontból kiindulva körberajzolják a főkört, amíg vissza nem érnek a ponthoz.

Új mértékegység bevezetése a gömbön

Feladat: A tanár mondja:

Válasszunk másik módszert a gömbi távolság mérésére! Legyen a főkör hossza, 1 karika az egység!

Ebben az esetben: mekkora két átellenes pont távolsága a gömbön?

Mekkora a teniszlabdán?

$\frac{1}{2}$  karika.

Mekkora a Föld déli és északi sarkpontjának távolsága?

Itt is  $\frac{1}{2}$  karika.

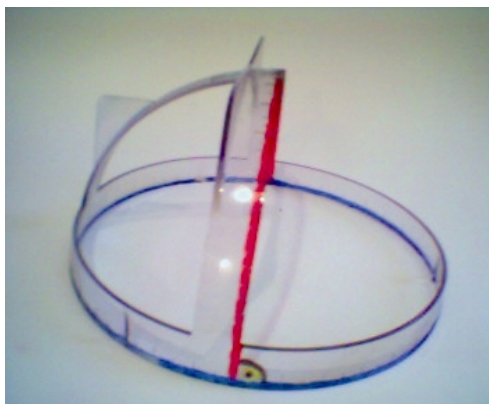
Egyenlítő tetszőleges pontjának a távolsága az Északi sarkponttól?

$\frac{1}{4}$  karika.

A tanár megbeszéli a gyerekekkel: A „karikában”, mint egységben történő mérés során a kapott eredmény független attól, hogy a gömbön vagy teniszlabdán, borsószelemen vagy a földgömbön mérünk.

A tanár javasolja: Kevesebbet kell törtekkel számolnunk, ha a karika helyett annak valamilyen kisebb részét választjuk távolságegységnek. Válasszunk a karika helyett másik egységet a gömbi távolság mérésére: a karika 360-ad részét! Ez lesz a gömbi lépés, a gömbi távolság egysége.

## ÖSSZEGZÉS



A gömbvonalzó alap-főkörén, amit az ábrán kék színnel jelöltünk, 360 skálabeosztást látsz. Nevezzük el a két szomszédos skálabeosztás közti gömbi távolságot 1 gömbi lépésnek! Ekkor egy teljes főkör hossza 360 gömbi lépés.

Legyen két gömbi pont távolsága

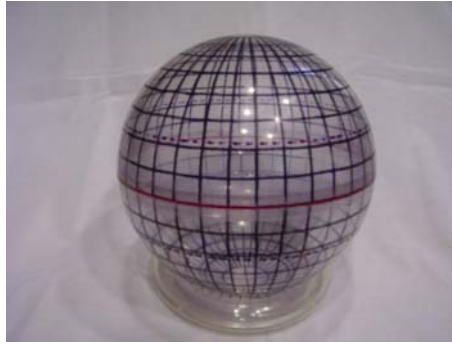
- az őket összekötő rövidebb főkör hossza,
- ha mindegyik főkör-darab egyforma hosszú, akkor bármelyiküknek a hossza.

**11.** Mekkora a földgömbön az Északi-sark és Déli-sark gömbi távolsága? **180 gömbi lépés, vagyis gömbi távolságegység.**

Mekkora az Északi-sark és az Egyenlítő valamelyik pontjának gömbi távolsága? **90 gömbi lépés, vagyis gömbi távolságegység.**

Körülbelül hol vannak azok a pontok, amelyek az Északi-sarktól 45 gömbi lépés távolságra esnek? Mutasd meg ezeket a földgömbön!





Ugyanúgy, mint a karika esetében, ebben az újabb egységben történő mérésnél is a kapott eredmény független attól, hogy a gömbön vagy teniszlabdán, borsószemen vagy a földgömbön mérjük a távolságot.

A tanár kéri: Vizsgáljuk meg a gömbvonalzót! Milyen skálabeosztásokat látunk rajta?  
A gyerekek megnézik a skála egyfokos, ötfokos és tízfokos, vagyis egylépéses, ötlépéses és tízlépéses beosztásait, osztásvonalait.

Nagyobb lépésekben (tízés) hány nagy lépés éri körül a gömböt?

**36 nagy lépés.**

### III. Alkalmazás

#### 1. Távolságmérés gyakorlása a gömbön

A 3. feladatlap 1-3. feladatainak megoldása során a gyerekek gyakorlatra tesznek szert a gömbi távolságegységgel való mérésre.

#### 3. FELADATLAP

1. Képzeld azt, hogy a képen látható mindhárom paradicsom tökéletes gömb!



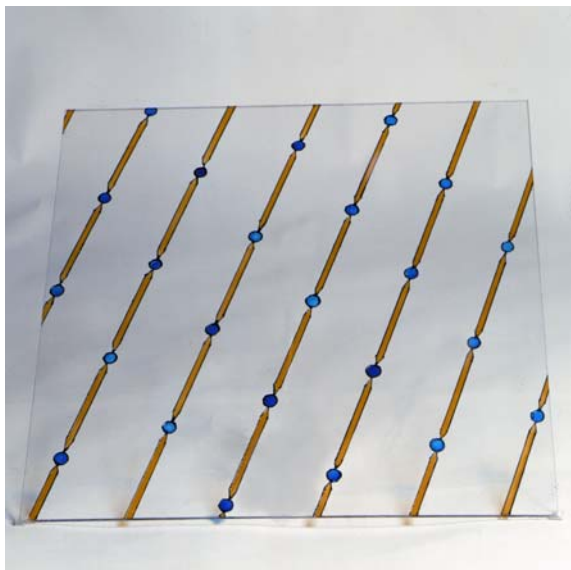
Mind a három gömb-paradicsomon bejelölünk két, egymással átellenes pontot. Ha gömbi lépésekben mérjük a gömbi távolságot, melyik paradicsomon a legnagyobb a két pont gömbi távolsága? **Mindegyiken 180 gömbi lépés.**

2.

a) Mekkora a legnagyobb távolság két különböző pont között a síkon? **Nincs legnagyobb távolság.**

b) Mekkora a legnagyobb távolság két különböző pont között a gömbön? **180 gömbi lépés.**

- c) Mekkora a legkisebb távolság két különböző pont között a síkon? **Nincs legkisebb távolság.**
- d) Mekkora a legkisebb távolság két különböző pont között a gömbön? **Nincs legkisebb távolság.**



3.

a) Jelölj ki két pontot egy főkörön! Mérd meg a távolságukat gömbi távolságegységekben, a gömbvonalzó beosztása mentén!

b) Jelölj ki a gömbön ilyen távolságra eső két pontot:

90 gömbi lépés; 60 gömbi lépés; 45 gömbi lépés; 30 gömbi lépés; 120 gömbi lépés; 180 gömbi lépés.

c) Ha egy főkör egyik pontjától elindulsz, és akkora óriás-ugrásokkal haladsz előre, hogy egy ugrás akkora, mint 90 gömbi lépés, akkor hány ugrással érsz vissza a kiindulópontba? **4**

d) Hány ugrással érsz vissza a kiindulópontba, ha egy óriás-ugrás

- |                  |          |
|------------------|----------|
| 60 gömbi lépés;  | <b>6</b> |
| 45 gömbi lépés;  | <b>8</b> |
| 120 gömbi lépés; | <b>3</b> |
| 180 gömbi lépés? | <b>2</b> |

## 2. Távolságmérés gyakorlati problémák megoldásában

Előző órán megkérhetjük a gyerekeket, hogy keressenek könyvtárban vagy interneten leírásokat Kolumbusz Kristóf útjáról, a Föld alakjával és méretével kapcsolatos elképzeléseiről (gömbölyű, nem lapos Föld; Kolumbusz kisebbnek vélte, mint amekkora valójában). A mai órán: vagy egyik gyerek, vagy a tanár kiselőadást tart a témáról, de fel is olvashatjuk az alábbi leírást. A gyerekek előtt legyen földrajzi világatlasz és földgömb.

4. Kövesd Kolumbusz Kristóf útjának történetét térképen és a gömbön! Honnan indult és hova érkezett?

(Spanyolország déli részéből indult és a Bahama-szigetek egyikére érkezett.)

- Földrajzi atlasz világtérképén;
- Gömbön!



Körülbelül hány évszázad/évezred telt el Kolumbusz felfedezése óta? Körülbelül hányszor annyi tengert, mint szárazföldet találunk a Földön? Mutasd meg egy almán vagy narancson ezt az arányt!

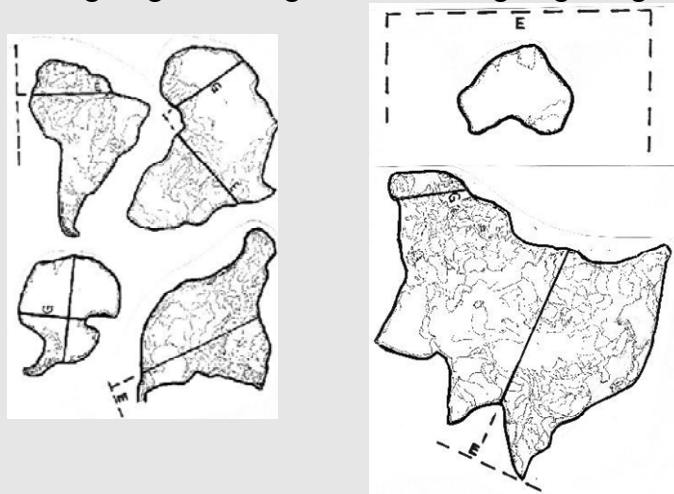
**Körülbelül öt évszázad/fél évezred. A tengerek egynegyedénél valamivel több a szárazföld. Egy négyfelé vágott alma egyik negyede közelítőleg szemlélteti az arányt.**

Kolumbusz Kristóf 1492 augusztusában (két évvel Hunyadi Mátyás király halála után) indult el három hajóval Spanyolországból. Célja az volt, hogy a gömbölyű Földön nem kelet felé, hanem nyugat felé hajózva érjen Japánba, Kínába és Indiába. Kisebbségnek gondolta a Földet, mint amekkora valójában, és azt hitte, hogy a Föld felszínének nagyobbik részét szárazföld borítja, tehát kevés hely marad a tenger számára. Ezért azt remélte, hogy nyugat felől hamar eléri majd Ázsia partjait. Ázsia helyett azonban, két hónapi hajózás után, ismeretlen szigetekhez ért, amelyek a mai Közép-Amerika Bahama-szigetcsoportjához tartoznak. Máiig sem tudjuk pontosan, hogy melyik szigeten kötött ki először. Legtöbbször a mai San Salvador szigetére, az ott lakó indiánok nyelvén Guanahaní szigetére szavaznak. Kolumbusz meg volt győződve arról, hogy Ázsiába érkezett. Következő évben, 1493 márciusában ért vissza Spanyolországba, ahol nagy ünnepléssel fogadták. Évekkel később egy másik utazó, Amerigo Vespucci volt az első, aki már nem Ázsiának, hanem „Új Világ”-nak tekintette az újonnan felfedezett földeket. Amerigo Vespucci után nevezték el az új világrészt Amerikának. Még ezek után is sokan keresték a nagy összefüggő déli kontinenst. Csak a tizenharmadik században, majdnem háromszáz évvel Kolumbusz felfedezése után, derült ki, hogy a Föld felszínének körülbelül háromnegyedét víz borítja, a szárazföldekre csak a maradék, körülbelül negyedrészt jut.

### 3. Vaktérkép, vakföldgömb készítése

– A tanár szemlélteti és segíti az Egyenlítőre merőleges (egyébként tetszőleges) Greenwich-délkör teljes főkörének a felrajzolását, amit a gyerekek G-vel jelölnek, itt is négy különböző helyen. Végül megmutatja, hogyan kell a most már egyértelműen meghatározott harmadik, mindkét eddigire merőleges főkört felrajzolni. Tanácsos az összeillesztésre merőleges két főkört más-más színnel jelölni! Ezután, ahol szükséges, segít a gyerekeknek a kontinensek körberajzolásában. (3. tanulói melléklet) A kontinensformákon láthatók a három merőleges vonalai, kivéve Ausztráliát, amelyen egyikük sem halad keresztül. Érdekes Afrikával vagy az Antarktisszal kezdeni, mert ezekben két-két merőleges is szerepel, és könnyű őket a rajzgömbön elhelyezni. Eurázsia nehezebb, mert nagy, de itt is két merőleges szerepel. Vegyük figyelembe, hogy Hátsó-India majdnem pontosan elér az Egyenlítőig. Észak- és Dél-Amerika is könnyen elkészíthető a rajtuk átvonuló egy-egy nyomvonal segítségével. Ausztráliánál pedig az segíthet, hogy a két, az Egyenlítőre merőleges vonal között nagyjából szimmetrikusan helyezkedik el.

– Kontinens-sablonok körülrajzolásával „vakföldgömb” készítése a világtasz és földgömb segítségével. (**1. tanulói melléklet**) A két földrajzi hely bejelölése a vakföldgömbön. A két gömbi pont közötti távolság megmérése a gömbvonalzó segítségével gömbi lépésekben.



A vakföldgömb elkészülte után bármelyik két, akár a gyerekek által felvetett földrajzi hely közelítő távolsága meghatározható gömbi lépésekben. Gyorsabban haladók számára a tanár megadhatja, hogy egy gömbi lépés körülbelül 110 kilométernek felel meg a Földön, és így a kilométerben kifejezett távolságot is kiszámolhatják.

A sablonok a hat fő kontinens partvonalának durva körülrajzolásával készültek. Ezek a sablonok fénymásolóval sokszorosíthatók. A gyerekek a kontinensformákat ollóval vágják ki a papírból. Az egyes csoportok más-más kontinenst kapnak feladatul (nem baj, ha ugyanaz a kontinens több példányban is elkészül), és így körülbelül tíz perc alatt mind a hat különböző forma elkészül. A tanár utasításai, tanácsai alapján az üres rajzgömbön elkészítik a földrajzi koordináta-rendszer három merőleges főkörét. „E” jelölje az Egyenlítőt a két félgömb összeillesztése mentén, négy helyen, körös-körül; „G” a Greenwich-en átmenő délkör teljes főkörét, ugyanígy; a harmadik merőleges pedig (amelyik körülbelül az USA-beli New Orleans-on és az indiai Kalkuttán halad keresztül) betűzetlen marad. A kivágott papírdarabokat rásimítják a gömbre, esetleg egy percre a gömbfóliát is a gömbre simított papírdarabokra borítják, hogy a papír felvegye a gömb alakját. Ezután a behozott földgömb és iskolai atlaszok segítségével az egyes csoportokban körberajzolják a kontinenseket. Ezek a rajzok nem lesznek pontosak, de erre nincs is szükség: csak a méretek közelítő aránya, a nagyjából elfogadható távolságbecslés elérése a fontos.

**5.** Keresd meg a földgömbön az Egyenlítőt! Keresd meg az Északi- sarkot és a Déli-sarkot! Keresd meg Afrikát, és húzd végig az ujjadat a partvonalán!

**6.** Rajzolj a gömbre egy piros főkört! Legyen ez az Egyenlítő! Próbáld meg most rárajzolni a gömbre Afrikát, körülbelül úgy, ahogyan a képen látod!



Jelöld meg Afrika legészakibb, legdélibb, legkeletibb és legnyugatibb pontját!

Körülbelül hány gömbi lépés távolságra van a legészakibb pont a legdélibb ponttól? Előbb becsüld meg, aztán mérd meg a gömbvonalzóval!

Körülbelül hány gömbi lépés távolságra van a legkeletibb pont a legnyugatibb ponttól? Előbb becsüld meg, aztán mérd meg a gömbvonalzóval!

**7.** A Föld, amelyen élünk, majdnem gömb alakú. A gömbnek képzelt Föld főkörének kerülete 360 gömbi lépés, kilométerben mérve körülbelül 40 000 kilométer. Egy gömbi lépés ezért 40 000 kilométernek a 360-ad része, ami körülbelül 110 kilométernek felel meg.

Számítsd ki, hogy Afrika legészakibb pontja körülbelül hány kilométerre esik a legdélibb ponttól!

Számítsd ki, hogy Afrika legkeletibb pontja körülbelül hány kilométerre esik a legnyugatibb ponttól!

**8.** Készíts vakföldgömböt úgy, hogy a kontinensformákat körülrajzolod! Nem baj, ha nem egészen pontos a rajzod! A kontinensformák sem pontosak, csak kontinens-vázlatok. A szigeteket pedig nem is ábrázoljuk ezen a vakföldgömbön.

Jelölj be öt földrajzi helyet: a helység, ahol az iskolád van; az Északi-sark; a Déli-sark; Fokváros Afrika déli csücskén (a gólyák Magyarországról odáig repülnek, ha jön az ősz); és még egy város, amit válassz meg magad, bárhol a világon!

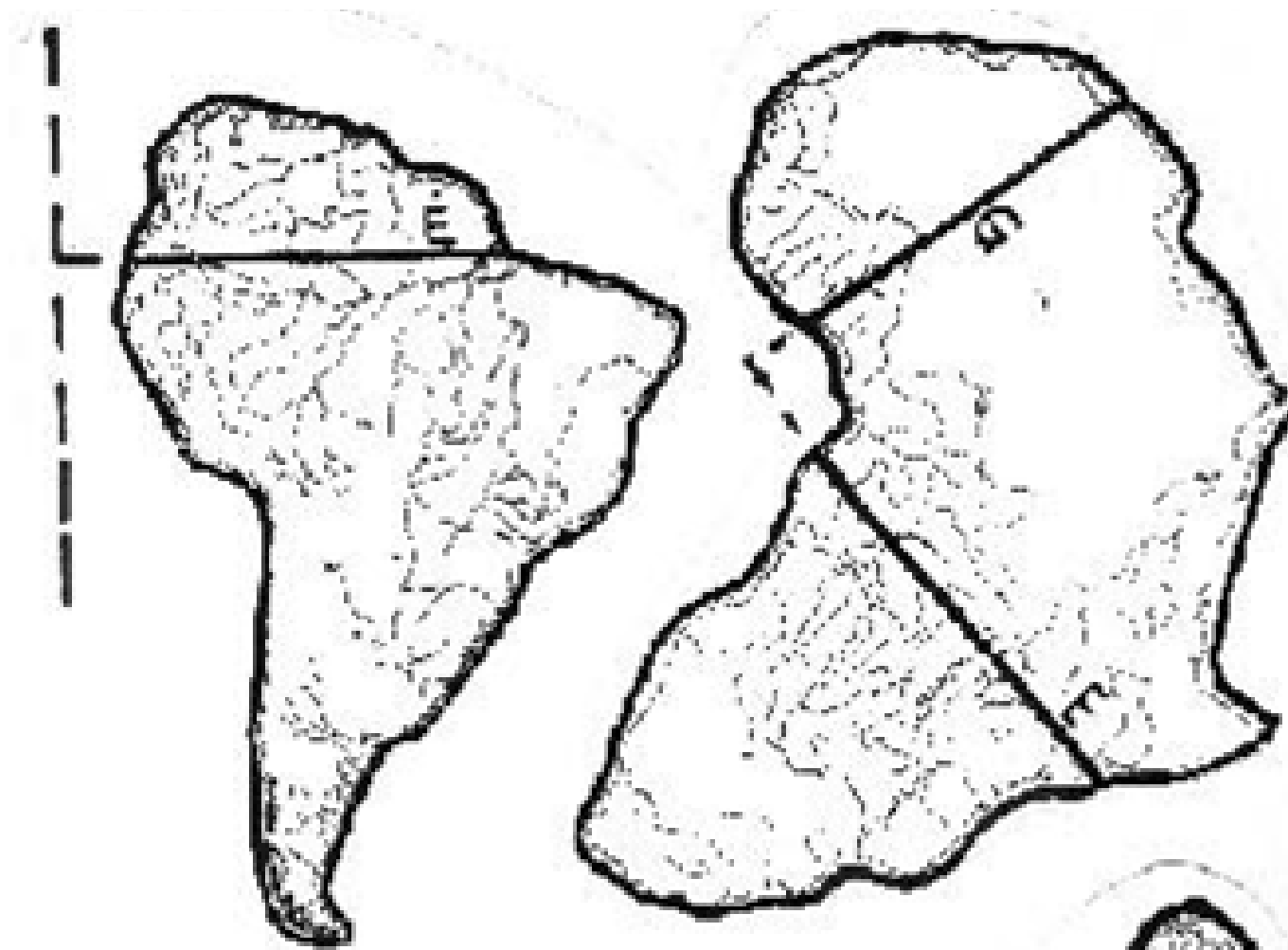
Becsüld meg akármelyik kettőnek a távolságát gömbi lépésben és kilométerben, azután mérd meg a távolságot gömbvonalzóval és számolj!

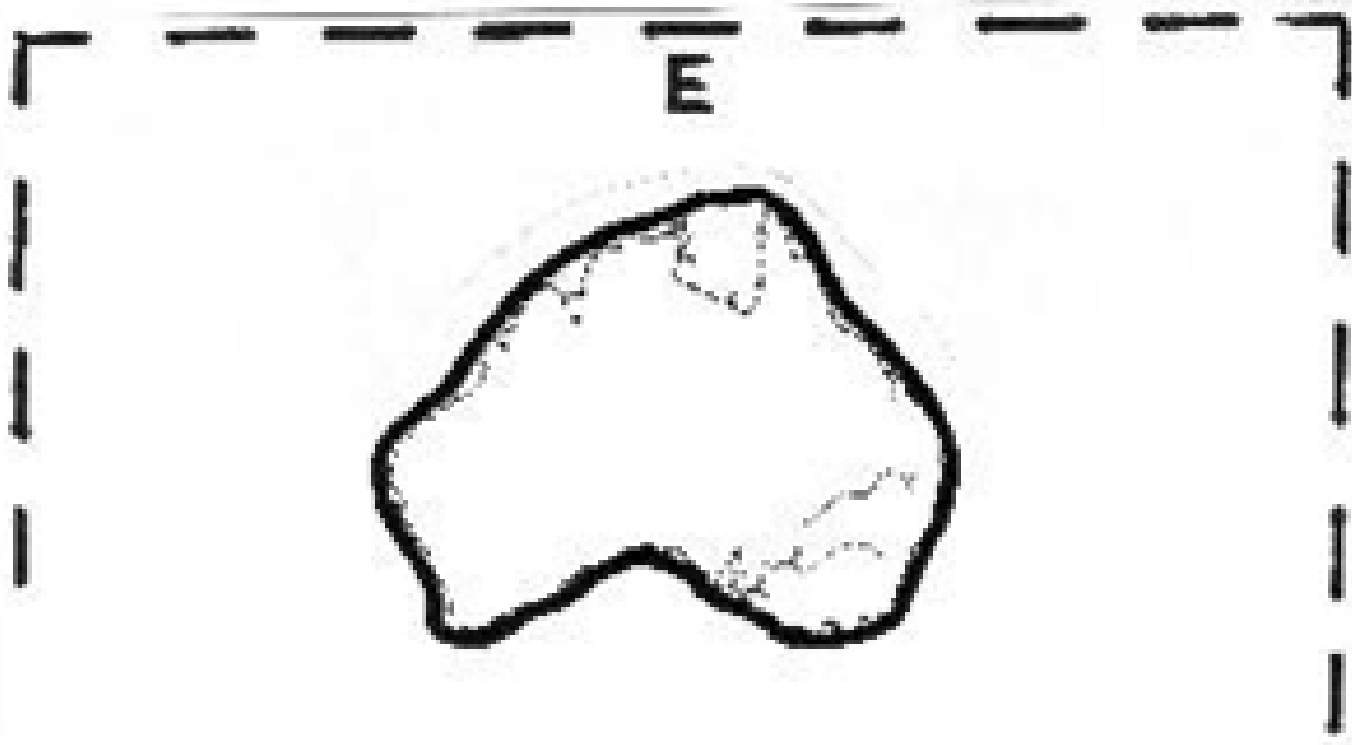


**0522 – 1. tanulói melléklet: Kontinenssablonok**

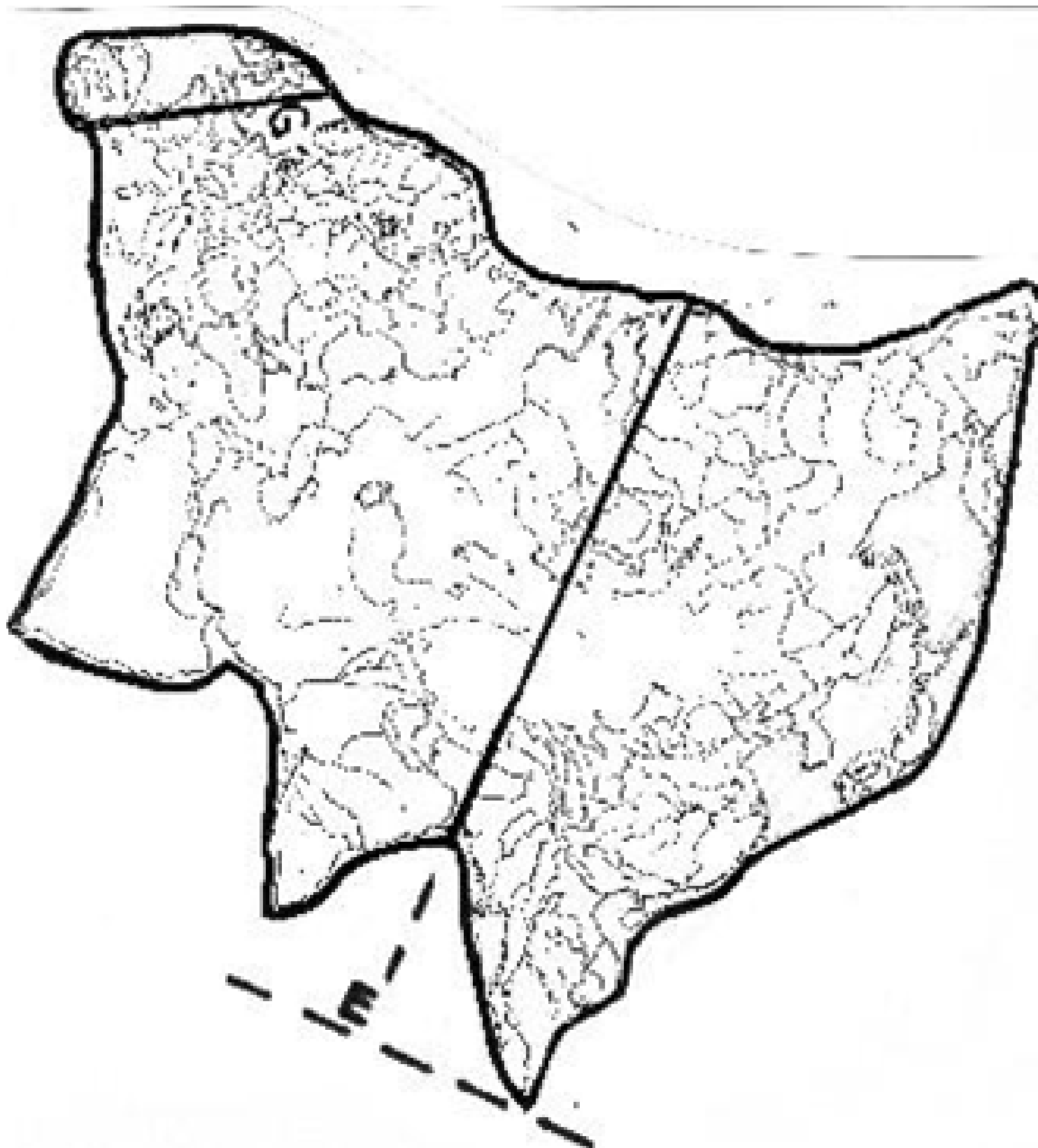
**Pontosan ebben a méretben, géppapírra nyomva, tanulónként 1 készlet. (A kontinens sablonok kivágandóak.)**

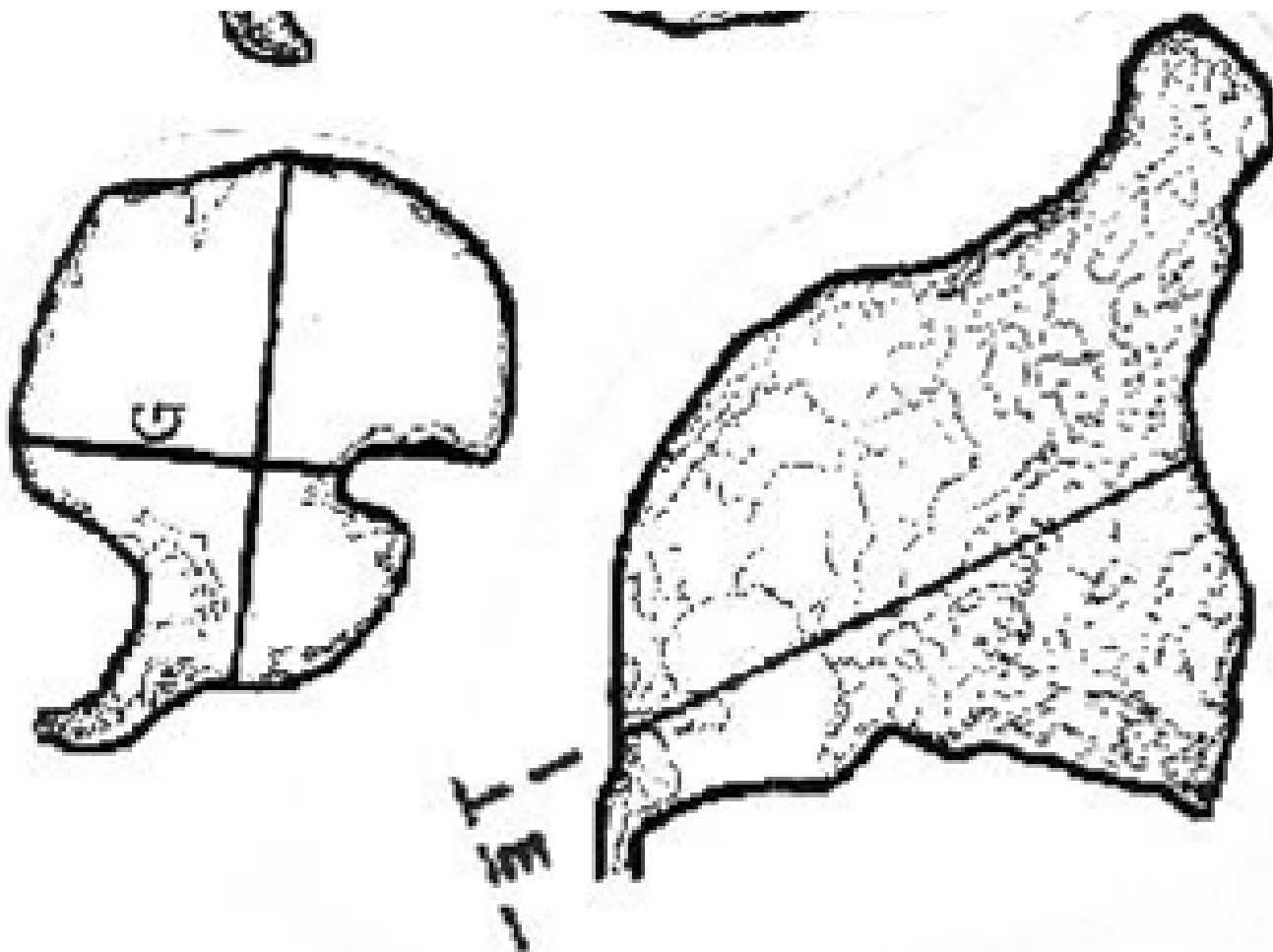
A kontinensformák akkor illeszkednek a rajzgömb méretéhez, ha Afrika közepén, északról dél felé, Tunézia és Fokváros között a távolság 13,2 cm.











**0522 – 2. tanári melléklet**

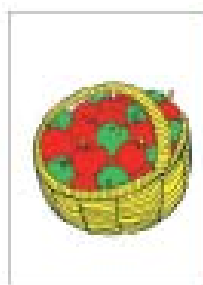
**Osztályonként 1 készlet ebben a méretben géppapírra nyomva.**

**A legyártott mellékletről az iskolában minden új órai felhasználáshoz 8 db (csoportonként 1 készlet) fénymásolat készítendő.**

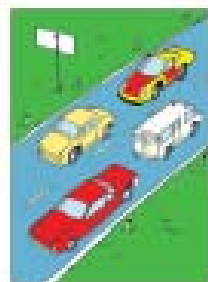
KÉRDÉS	VÁLASZ EMLÉKEZETBŐL	VÁLASZ A SZÖVEG FELHASZNÁLÁSÁVAL
1. Mióta kötelező Magyarországon az SI mértékegység rendszer használata?	A: 1900 B: 1960 C: 2000	
2. Melyik görög szóból ered a méter?	A: metro B: metronom C: metron	
3. Hogyan mérték meg a Párizson áthaladó délkör hosszúságát?	A: Fa rudakat fektettek rajta végig. B: Madzagot feszítettek ki rajta. C: Csillagászati mérésekkel.	
4. Mikor döntötték el a párizsi nemzetgyűlésen az egységes hosszúságegység meghatározását?	A: 1791-ben B: 1891-ben C: 1991-ben	
5. Hányas számú ösméter jutott Magyarországnak?	A: 30. B: 41. C: 14.	
6. Melyik magyar tudós javaslatát fogadták el a méter új meghatározására?	A: Kruspér István B: Bay Zoltán C: Eötvös Loránd	

**0522 – 3. tanári melléklet (13 db kártya)**

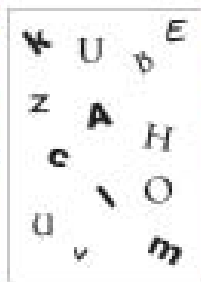
**Osztályonként 8 készlet (csoportonként 1 készlet) kartonlapra nyomva ebben a méretben. A kártyák kivágandóak szöveg nélkül.**



alma



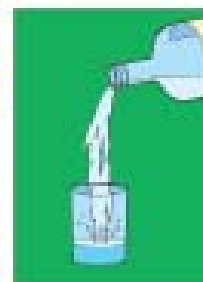
autó



betű



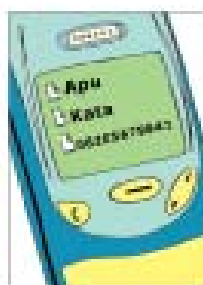
utazás



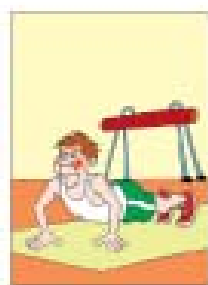
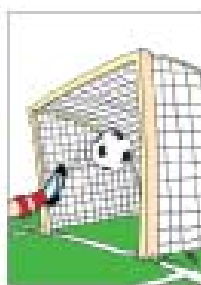
víz



sebesség



SMS-üzenet

fekvő-  
támasz

gól



puszi

hang-  
erősség

idő

test-  
magas-  
ság