
ALAKZATOK

A geometria tárgya; pont és egyenes síkon és gömbön

KÉSZÍTETTE: LÉNÁRT ISTVÁN – MAKARA ÁGNES

MODULLEÍRÁS

| | |
|--------------------------------------|---|
| A modul célja | A geometriának, mint az emberi érdeklődés, információszerzés, alkotó tevékenység egyik területének bemutatása. Testek, felületek, vonalak. Síkfelület és gömbfelület, mint két lehetséges geometriai világ helyszínei. Pont és egyenes a síkon, pont és gömbi egyenes, vagyis főkör a gömbön. Két sík kölcsönös helyzete. Két egyenes kölcsönös helyzete a térben, a síkon; két főkör kölcsönös helyzete a gömbön |
| Időkeret | 4 óra |
| Ajánlott korosztály | 5. évfolyam |
| Modulkapcsolódási pontok | <p><i>Tágabb környezetben:</i> földrajz, rajz, fizika, kémia, technika</p> <p><i>Székebb környezetben:</i> a sík és a tér geometriai alaptulajdonságairól tanult ismeretek, az egyenes vonal, töröttvonal, sokszög fogalma, egész és rész viszonya, törtfogalom.</p> <p><i>Ajánlott megelőző tevékenységek:</i> Testek, felületek, vonalak válogatása felismert tulajdonságaik alapján. Papírhajtogatással, vágással, rajzolással létrehozott síkbeli alkotások. Egyenes vonalzó használata. Szabadkezes rajzolás a gömbön.</p> <p><i>Ajánlott követő tevékenységek:</i> Távolságmérés, szögmérés, sokszögek síkon és gömbön</p> |
| A képességfejlesztés fókuszai | <p><i>Tájékozódás:</i> Tájékozódás a térben, a síkon és a gömbfelületen, térérzékelési képesség, térszemlélet fejlesztése, mozgási memória fejlesztése.</p> <p><i>Megismerés:</i> Tapasztalatszerzés; a tapasztalatok tudatosítása, közlése: a síkfelület és a gömbfelület tulajdonságairól</p> <p>Finommotoros mozgáskoordinációk</p> <p>Statikus helyzetek megfigyelése: két sík, pont és egyenes, egyenesek kölcsönös helyzete síkon és gömbön, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések két- és háromdimenziós geometriákban.</p> <p>Az érzékelés pontosságának fejlesztése: geometriai tulajdonságok kiemelése, összehasonlítása, azonosítása, megkülönböztetése. Közös tulajdonságok felismerése.</p> <p>Gondolkodás: Összehasonlítás, azonosítás, megkülönböztetés, különbözőségek, azonosságok tudatosítása, megállapítása. Rendszerezés. Fogalmak közötti összefüggések felismerése</p> <p>Ismerethordozók használata: A tanulás manipulatív eszközeinek célszerű használata</p> <p><i>Kommunikáció:</i> Szóbeli utasítások megértése. A frissen tanult elnevezések adekvát használata. A megnevezés jelentőségének megértése (síkbeli egyenes – gömbi egyenes – gömbi főkör).</p> |

AJÁNLÁS

Ez a modul a geometria tárgyával, alapfogalmaival, síkok kölcsönös helyzetével, a síkbeli egyenes és a gömbi egyenes, vagy más nevén gömbi főkör tulajdonságaival, kölcsönös helyzetükkel foglalkozik. A geometriát úgy helyezzük el az emberi ismeretek között, mint a hétköznapi élethez sok szállal kapcsolódó, művészetekkel és más humán tudományokkal rokon ismeretkör. Pszichológiai vizsgálatok tanúsága szerint, ha a gyerekeket felkérjük arra, hogy rajzoljanak le egy matematikust munka közben, a rajzok túlnyomó többsége öreg, szemüveges, füzetet vagy számítógépe előtt ülő férfit ábrázol. Ezt a sztereotípiát igyekszünk megtörni az élet minél több területéről vett példákkal. Nagyon fontos annak hangsúlyozása, hogy a geometria emberek által alkotott, lezáratlan, javítható és javítandó tudomány.

Részben ennek a célkitűzésnek szolgálatában áll az összehasonlító geometria módszere, ami itt a sík és gömb geometriájának összehasonlítását jelenti. Ha nemcsak egyféle geometria létezhet, ha magunk dönthetünk az alapfogalmak megválasztásáról és a továbbhaladás irányáról, akkor ez a tudomány rólunk, a mi cselekvésünkről szól. Nem kész ismereteket akar ránk erőszakolni, hanem önálló gondolkozásra és döntésre serkent. Az összehasonlítás az euklideszi síkgeometria alapfogalmainak valódi végiggondolására és megértésére ad lehetőséget.

Tekintsük például az egyenes vonal fogalmát. Ha a gyerek már felismeri a síkon az egyenes vonalat, akkor kétféle kérdés merülhet fel benne:

- 1) „Miért kell ennek a vonalnak a tulajdonságait vizsgálgatni, ha csak rá kell nézni, és tudom, hogy egyenes-e vagy sem?”
- 2) „Miért ilyen fontos ez a vonal, mit esznek rajta a matematikusok a sík annyiféle vonala közül?”

Mind a két kérdésre választ kaphat, ha a sík egyenesével mellett kipróbálja a gömb egyenesét is. A sík egyeneséhez vezető fizikai-matematikai kísérletek (feszés zsinag, lefutó vízcepp, stb.) a gömbön másféle vonalhoz vezetnek. A kétféle geometriában már van értelme a tapasztalatok elemzésének, a tulajdonságok vizsgálatának. Az ellenpélda arra ösztönzi a gyereket, hogy a félig megértés, a pusztán külsődleges felismerés fekete dobozából kiemelje a fogalmat, és elemezze tulajdonságait.

Az összehasonlító módszer talán legfontosabb előnye, hogy a gyerek – akármilyen szintig jut is el az egyenes fogalmának megértésében - a síkbeli egyenest és a gömbi főkört nem tanári parancsszó alapján fogadja el, hanem úgy érzi, hogy saját tapasztalatai alapján maga választotta ki ezeket a figyelemre méltó alakzatokat.

Az órákon frontális, egyéni és csoportmunkát vegyesen (kooperatív módszerek is) alkalmazunk. Az alapvető forma a kiscsoportos munka. A gyerekek minden órán kb. 4 fős csoportokban tanulnak. Lehetőség szerint alkossunk heterogén csoportokat. A tevékenység egyik legfontosabb része a kiscsoporton belüli, egyenrangú partnerek, diáktársak között kialakuló vita. Hagyjuk a vitát kibontakozni! Akkor zárjuk le a csoportokon belüli, egy-egy témával kapcsolatos beszélgetéseket, vitákat, ha a gyerekek már kialakították saját álláspontjukat. Ebben az esetben is, ha csak lehet, hangsúlyozzuk, hogy az általunk közölt változat nem az egyetlen lehetséges út, hanem emberi megállapodás kérdése.

TÁMOGATÓ RENDSZER

Kálmán Attila (1989): Nem-euklideszi geometriák elemei, Bp., Tankönyvkiadó.

Lénárt István (1999): Nem-euklideszi kalandok a rajzgömbön. Bp., Múzsák Kiadó.

(Ezek a könyvek a gömbi, illetve a hiperbolikus geometria további fogalmait ismertetik általános és középiskolai szinten.)

Síkbeli és gömbi szerkesztőeszközök, használati tárgyak, gyümölcsök, nyomtatott és elektronikus képanyagok.

Megjegyzés az eszközökkel kapcsolatban:

A kísérletek során gyümölcsök is szerepelnek. Egyetértünk azzal a felfogással, hogy semmilyen élelmiszert nem szabad elpocsékolni, étkezésre alkalmatlanná tenni. A modulban leírt kísérletek azonban nem csökkentik a felhasznált gyümölcsök étkezésre való alkalmasságát, hiszen késsel szeleteljük őket, vagy fogpiszkálót szúrunk beléjük. A gyerekek minden veszély nélkül fogyaszthatják az otthonról hozott és az órán ilyen módon felhasznált gyümölcsöket.

ÉRTÉKELÉS

Egyéni és csoportmunka alapján szóbeli értékelés.

Figyeljünk arra és értékeljük azt, ha a gyerek megpróbál elszakadni egyetlen, kizárólagosnak vélt geometriai rendszertől! Különösen dicsérendő, ha ilyen átlépésre már önként, tanári sugalmazás nélkül is vállalkozik, esetleg megpróbálja tisztázni a kétféle geometria egymáshoz való viszonyát. Jutalmazzuk a gondolkodás bátorságát, önállóságát, még akkor is, ha (nem hanyagságból vagy felületességből fakadó, hanem az alkotó gondolkodás lényegéhez tartozó) tévedéshez vezetett!

MODULVÁZLAT

| | Lépések, tevékenységek | Kiemelt készségek, képessegek | Eszközök, Feladatok |
|--|--|--|--|
| I. Testek, felületek, vonalak | | | |
| 1. | Párkérő játék | analizálás, összehasonlítás, megkülönböztetés | tanulók által gyűjtött tárgyak |
| 2. | Tárgy-párok kialakítása geometriai és nem-geometriai tulajdonságok alapján | rendszerezés, tudomány és valóság kapcsolata | tanulók által gyűjtött tárgyak, 1. Feladatlap 1. |
| 3. | Vonalak térben és síkban | kísérletezés és következtetés kapcsolata képzelet- fejlesztés | síklapokkal és görbe felületekkel határolt testek, füzetlap, íróeszközök, 1. Feladatlap 2. |
| 4. | Síkbeli vonalak válogatása | közös tulajdonságok felismerése, megnevezése, rendszerezés | 1. tanulói melléklet (Síkbeli vonalak kártyakészlet), 1. Feladatlap 3. |
| 5. | Testek, felületek, vonalak tulajdonságainak összegyűjtése szóforgóval | közös tulajdonságok felismerése, megnevezése, rendszerezés | papírlapok, filctollak, 1. Feladatlap 4. |
| II. A geometria tárgya, alapfogalmai (A geometria tárgya, helye az emberi ismeretek között) | | | |
| 1. | Bevezető beszélgetés a tanár és az osztály között | kommunikációs képesség rendszerezés, tudomány és valóság kapcsolata | |
| 2. | Testek, felületek, vonalak tulajdonságainak mélyítése játékos formában | emlékezet, logikai gondolkodás, kommunikációs képessegek | „Küldd tovább!” játék (2. tanári melléklet) |
| 3. | A geometria tárgya, alapfogalmai | kísérletezés és következtetés kapcsolata képzelet- fejlesztés | síkbeli és gömbi szerkesztőeszközök, 2. Feladatlap 1-7. |

| III. Egyenes vonal a síkon – főkör a gömbön | | | |
|--|---|--|--|
| 1. | Két pont között a legrövidebb út a síkon – és a gömbön | geometriai fogalomépítés, kísérlet, szerkesztés, szemléletváltás | síkbeli és gömbi szerkesztőeszközök, 3. Feladatlap 1-8. |
| 2. | Pont az egyenest két részre bontja, a főkört egy darabban hagyja | geometriai fogalomépítés, képzeletfejlesztés | síkbeli és gömbi szerkesztőeszközök, 3. Feladatlap 9-11. |
| 3. | Két pont egy egyenesen, főkörön (félegyenes, fél főkör, szakasz, főkörív) | geometriai fogalomépítés, rajzolás, szemléletváltás, megfigyelő és összehasonlító képesség | síkbeli és gömbi szerkesztőeszközök, 3. Feladatlap 12. |
| 4. | Két pontra illeszkedő egyenes a síkon, főkör a gömbön | geometriai fogalomépítés, rajzolás, szemléletváltás, megfigyelő és összehasonlító képesség | síkbeli és gömbi szerkesztőeszközök, 3. Feladatlap 13. |

| IV. Térelemek kölcsönös helyzete | | | |
|---|--|---|--|
| 1. | Főkör a gömböt, egyenes a síkot két egyforma részre bontja szét, felsík, félgömb | megfigyelő és összehasonlító képesség, képzeletfejlesztés | síkbeli és gömbi szerkesztőeszközök, 4. Feladatlap 1-4. |
| 2. | Két sík kölcsönös helyzete | geometriai fogalomépítés, képzeletfejlesztés | síkbeli és gömbi szerkesztőeszközök, 4. Feladatlap 5. |
| 3. | Két egyenes kölcsönös helyzete – két főkör kölcsönös helyzete | Rendszerezés, kombinativitás | síkbeli és gömbi szerkesztőeszközök, 4. Feladatlap 6-13. |

A FELDOLGOZÁS MENETE

A modul geometriai fogalmakat alapozó jellege miatt az órai tevékenységek mindegyikének elvégzése ajánlott a továbbhaladáshoz.

Mire építünk?

Ebben a modulban azokat a **tapasztalatokat** használjuk fel, amiket az alsó tagozatban végzett sok-sok tevékenység során szereztek a gyerekek. A „pont, vonal, egyenes, sík, felület, test, lap, él, csúc, párhuzamos, merőleges, metsző, távolság, hosszúság, szög, derékszög” szavakat már használják, de a tárgyi tevékenységekhez kapcsolódva ezek számukra „anyagi” jellegűek. Feladatunk, hogy a felső tagozatban valódi geometriai fogalmakká váljanak. Az absztrahálás azonban hosszú, s egyénenként különböző folyamat, ezért türelemmel, s a tárgyi tapasztalatokhoz vissza-visszanyúlva végezhetjük.

I. Testek, felületek, vonalak

1. Párkérő játék

Szervezési feladatok: Az előző órán kérjük meg a gyerekeket, hogy mindenki hozzon 5-10 db tárgyat (mondhatunk ötleteket: dobozok, gombok, használati tárgyak, szerszámok...). Az órán a gyerekeket 4 fős csoportokba ültetjük. Két gyerek alkot egy csapatot.

Csoportonként egy kupacba rakják a hozott tárgyakat. Nagyjából két egyenlő részre osztják, és a csapatok közé felállított „paraván” (füzet, könyv) mögé helyezik.

A játék menete: A csapatok felváltva kiválasztanak a saját tárgyaik közül egyet, s egy tulajdonság megnevezésével párt kérnek tárgyukhoz. Figyelni kell, hogy egy-egy tulajdonság ne hangozzék el többször. A csapatok gyűjtik a kialakult párokat, az a nyertes, akinek több van.

2. Tárgy-párok kialakítása geometriai és nem-geometriai tulajdonságok alapján

A feldolgozást úgy ajánljuk, hogy a feladatokat a tanár szóban fogalmazza meg, de az óra könnyebb követése, illetve a hiányzó gyerekek miatt ezek az 1. feladatlapon megtalálhatók. A csoportok az asztalukon lévő tárgyakat ismét egy kupacba rakják. (1. feladatlapon 1. feladat)

Feladatuk most a tárgyak szétválogatása lesz:

- A tárgyak válogatása valamely **választott geometriai tulajdonság** szerint (alak, méret, felület, lyukasság, szimmetriatengely, felszín, térfogat stb.)
- A csoportok megnevezik geometriai tulajdonságot, amely szerint csoportosítottak.
- A táblán összegyűjtjük a megnevezett geometriai tulajdonságokat. (Esetleg a gyerekek által mondottakat a tanár kiegészíti.)

–A tárgyak **nem geometriai tulajdonságainak megnevezése**: íz, súly, ár, anyagfajta, hőmérséklet stb.

– A csoportok kiválasztanak egy-egy tárgyat. Sorban elmondják ennek geometriai és nem geometriai tulajdonságait. Ha valamelyik csoportnál van olyan tárgy, ami az elmondott tulajdonság valamelyikével egyező, akkor felemeli. Választását indokolja.

1. FELADATLAP

1. Válogasd szét a képen látható tárgyakat geometriai és nem geometriai tulajdonságok szerint!



3. Vonalak térben és síkban

Szervezési feladat: A csoportok asztalára egy-egy gömböt, papírlapot, téglatest alakú dobozkat, görbe felülettel határolt tárgyat (flakon, pohár...) és filctollakat teszünk. Feladatuk: a tárgyak felületére, illetve a papírlapra rajzoljanak vonalakat. (1. feladatlap 2. feladat).

Néhány perces munka után a csoportok mutassák be rajzaikat. Beszéljük meg, mi a különbség egy flakonra vagy a gömbre rajzolt vonalak és a papírlapra rajzolt között. „Súlytalanul” kimondhatjuk a térgörbe és síkgörbe elnevezéseket.

2. Rajzolj vonalakat gyufásdobozra, pingponglabdára, flakonra!

4. Síkbeli vonalak válogatása

Szervezési feladat: A gyerekek otthon vágják szét a munkafüzetükben található 1. tanulói melléklet (Síkbeli vonalak) kártyáit!

1. **tanulói melléklet** – lásd e fájl és a tanulói munkafüzet végén, valamint a modul eszközei közt is!

| | | | |
|---|---|---|---|
| | N | S | Z |
| R | W | E | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

A tanulók párban dolgoznak (1. feladatlap 3. feladat).

Feladatuk: a kártyákon lévő vonalak szétválogatása minél többféle általuk megnevezett tulajdonság alapján: egyenes - görbe vonal, egy darabból állnak vagy több darabból (összefüggő - nem összefüggő: ezeket az elnevezéseket nem kell kimondanunk), záródik - nem záródik, átmetszi saját magát - nem metszi át saját magát, van határoló pontja - nincs határoló pontja, véges - végtelen...

(A gyerekek által mondottakat a tanár esetleg kiegészíti.)

3. Válogasd szét minél többféle szempont alapján a Síkbeli vonalak kártyakészlet (1. tanulói melléklet) lapjait!

5. Testek, felületek, vonalak tulajdonságainak összegyűjtése szóforgóval

Az órát rendszerezéssel zárhatjuk.

A csoportok egy lapra összegyűjtik az órán tapasztaltakra támaszkodva a testek, felületek, vonalak tulajdonságait. (1. feladatlap 4. feladat) A módszer a szóforgó lehet; a csoport tagjai sorban mondanak egy-egy tulajdonságot, s ezt lejegyzik papírjukra.

Szervezhetjük úgy a munkát, hogy – a csoportok számától függően – pl. két-két csoport ugyanazt a munkát végzi (pl. mindkét csoportban a testek tulajdonságait kell összeírni).

Néhány perces csoportmunka után a tanár irányításával összegzik, mi került a papírokra. (Az 1. feladatlap végén található az összegzés.)

4. Gyűjtsd össze tapasztalataid alapján a testek, felületek, vonalak geometriai tulajdonságait!

ÖSSZEGZÉS:

Mindennapi életünkben tárgyak vesznek körül bennünket. Ha a tárgyakra az alakját és a méretét figyeljük, akkor geometriai szempontból vizsgáljuk azokat.

Ha egy tárgyat geometriai tulajdonságai szerint vizsgálunk, akkor a tárgyat geometriai testnek szokás nevezni.

A testeket felületek határolják. A felületek lehetnek görbék vagy síklapok. A síklapú testeket lapok határolják. A lapok élekben, az élek csúcsokban találkoznak.

A felületekre rajzolhatunk vonalakat. A vonalak egyenesek vagy görbék lehetnek.

II. A geometria tárgya, alapfogalmai (A geometria tárgya, helye az emberi ismeretek között)

1. Bevezető beszélgetés a tanár és az osztály között

Problémafelvetés:

Ki foglalkozik

- alakzatokkal
- színekkel
- illatokkal
- ízekkel
- hangokkal
- mozdulatokkal
- gondolatokkal, érzésekkel?

Tanári közlés: Alakzatokkal, formákkal foglalkozik a matematika egyik ága: a geometria is.

A gyerekek válaszokat keresnek. (A lényeg: a válaszok ne vagy ne csak a „magas tudományokból”, hanem a gyerekek mindennapi életéből, tapasztalataiból, közvetlen környezetéből származzanak. Minél kevésbé „matekórához illő”, annál jobb!)

Várható válaszok:

- alakzatokkal (aki házat épít, ruhát varr vagy szobrot farag),
- színekkel (aki képet vagy falat fest, rúzszt vagy hajfestéket választ magának),
- illatokkal (aki virágot ültet, parfümöt készít, vagy rendőr-kutyát tanít nyomkeresésre),
- ízekkel, (aki finom ételeket főz a családnak, és az is, aki megeszi),
- hangokkal (a rockzenész, a zongorista, a rádióbemondó, a mobiltelefonáló),
- mozdulatokkal (a labdarúgó, a tornász, a táncos)
- gondolatokkal, érzésekkel pedig mindnyájan, hogy megértsük, megszeressük egymást.

2. Testek, felületek, vonalak tulajdonságainak mélyítése játékos formában

A testek, felületek, vonalak tulajdonságairól alkotott képünket mélyítjük a „Küldd tovább!” játékkal. A 2. tanári mellékletet használjuk a játékhoz, amelyet most frontálisan játszunk.

2. tanári melléklet – lásd e fájl végén és a modul eszközei közt is!

- Jelöljük ki egy csoportot, akik rábólintanak a helyes válaszra.
- A melléklet kis „borítékjait” helyezzük egy nagy formájú borítékba.
- Ezt találomra adjuk egy gyerek kezébe, aki kivehet egy „borítékot”, elolvassa a feladatot és válaszol. (Ha a válaszadás nehézséget okoz neki, akkor a csoportja kisegítheti.)
- A nagy borítékot továbbadja valakinek, aki szintén húz egy feladatot...
- Addig folyik a küldözgetés, amíg ki nem ürül a nagy boríték.

| | |
|--|---|
| <p>DÖNTS: Test? Felület? Vonal?</p>  <ul style="list-style-type: none"> – A tankönyved egy lapja (ha nem vesszük figyelembe a lap vastagságát). – Egy alma. – A jégkrém a csokiréteg. – A golyóstolladban a rugó. – A vonalzód éle. |  <p>Mondj három olyan testet, amelynek csak síklapjai vannak!</p> |
|  <p>Mondj három geometriai tulajdonságot az</p> <p>M betűről!</p> |  <p>Sorolj fel olyan testeket, amelyeknek csak görbe lapjai vannak!</p> |
|  <p>Csoportosítsd a következő írásjeleket valamilyen szempont alapján!</p> <p>., ; ? ! , , ” ()</p> |  <p>Csoportosítsd a betűket vonalaik alapján!</p> <p>A B C D E F G H I J K L M N O P R S Z T X Y V W</p> |

Javaslat: A gyerekeknek adhatjuk házi feladatként, hogy készítsenek ők is ilyen „leveleket”.

3. A geometria tárgya, alapfogalmai

Az órának ezt a részét úgy szervezzük, hogy a tevékenységeket a gyerekek csoport-munkában végezzék, a tapasztaltak megbeszélése pedig frontálisan tanári vezetéssel.

Tanári közlés: A geometria a tárgyak kiterjedésével, alakjával, méreteivel, elmozdulásaival, elfordulásaival foglalkozik.

Szervezési feladatok: 4-5 fős csoportok

Minden gyerek előtt füzetlap, zsírkréta, filctoll, hegyes ceruza.

Minden csoport kap egy-egy rajzgömböt és egy kézi nagyítót.

Az órát a 2. feladatlap alapján építhetjük fel. A feladatokat a tanár lehetőleg szóban adja. A tapasztalatokat a gyerekek először csoportban vitassák meg, s utána osztályszinten.

2. FELADATLAP

1. Rajzoljatok pontot a lapra zsírkrétával, filctollal, hegyes ceruzával, és nézzétek meg nagyítóval! Mit gondoltok a megrajzolt pontokról?

Hagyjuk a gyerekeket beszélgetni a nagyítóval megvizsgált pontokról. Valószínűleg azt mondják, hogy ezek nem „igazi pontok”, mert nem kör alakúak. Ha maguktól nem jut eszükbe, emlékeztessük őket arra, amikor a táblán X -szel jelöltük a pontot. Kérdezzük meg, hogy akkor végül is mit csinálunk, amikor azt mondjuk, hogy „rajzoltam egy pontot”?

Előfordulhat, hogy maguktól kitalálják, hogy a pontnak a **helyét** jelöltük meg.

Ekkor fogalmazza meg a tanár.

Az igazi pont, amit a matematikában pontnak nevezünk, csak a mi képzeletünkben létezik: még soha, senki sem látta. Semmije sincs, csak a helye. Nincs kiterjedése, csak azt tudjuk róla, hol van.

2. Rajzoljatok pontot a gömbre!

Megbeszéljük, hogy a gömbön is jelölhetjük a pontot egy kis „plecsnival”, de a geometriában a pontot ezentúl kis x -szel jelöljük meg, a x szárainak metszésében képzeljük a pont helyét. Mondjuk el, hogy a pontokat nagy betűkkel szokás jelölni.

3. Rajzoljatok fél pontot!

Várhatóan lesznek, akik megpróbálnak rajzolni ilyet, s lesznek, akik vitatkoznak.

4. Rajzoljatok különböző vonalakat a lapra és a gömbre!

Gyűjtsetek példákat vonalakra! Mondjatok a valóságban fellelhető dolgokat, amelyekről azt mondhatjuk, hogy „vonala alakú”.

A gyerekek vonalakat rajzolnak a füzetükbe, amelyeket valamilyen szempontból különbözőeknek gondolnak (hosszabb vagy rövidebb, egyenes vagy görbe, sima vagy szögletes). Ugyanezt ismétlik a gömbön is. (Különösen érdekes, hogy itt rajzolnak-e olyan vonalat, amit egyenesnek neveznek? Ha igen: mivel indokolják?) Példákat mondanak: **hajszás, cérnaszál, zsinag, elektromos huzal, pókháló, távolról nézve a repülőgép nyoma az égen...**

A tanár mondja: Ha ezt a vonalat képzeletben addig vékonyítod, míg csak az alakja marad belőle, akkor tudod, hogy mit jelent az igazi vonal a matematikus számára. Az igazi vonalnak nincs vastagsága, de nemcsak helye van, mint a pontnak, hanem alakja és hosszúsága is.

5. Rajzoljatok egy görbe és egy egyenes vonalat a síkra! Rajzolj egy görbe és egy egyenes vonalat a gömbre! Találsz-e olyan vonalat a sárgadinnye héján, amit gömbi egyenes vonalnak gondolsz?



Megjegyzés a sárgadinnyékhez: a sárgadinnye héja vonalakban gazdag. Legtöbb vonal görbe, de néhány rövidebb vonalat gömbi egyenes darabként is értelmezhetnek a gyerekek. Kérdés, hogy ezt mivel indokolják? Legtöbben azzal, hogy a képen egyenesnek látszik, a jobboldali dinnye különösen érdekes, mert itt valóban egyenesnek tűnnek a vonalak – de világos, hogy a véges gömbön nem lehetnek végtelen egyenesek.

6. Mondjatok példát síkfelületre! Mondjatok görbe felületre! Próbáljátok megfogalmazni, mi a geometriában a sík!

A gyerekek példákat mondanak: víz felszíne, akkor is, ha a víz egy pohárban van (síkszerű), akkor is, ha olyan nagy, mint az Atlanti-óceán (gömbszerű), – a dobókocka lapja; – a húsvéti tojásnak az a része, amit befestünk, – kezünk bőrének az a része, amit megmosunk...

7. Mondjatok példákat olyan tárgyakra, amelyeknek a geometriai alakja olyan, mint a gömb, a téglatest, a kocka, a tórusz!

Fontos beszélgetés: tisztázzák, hogy a gömb felszíne nem az egész gömböt jelenti! Jól érzékeltethető a különbség felület és test között.

Gömb: sokféle gyümölcs, labda, szappanbuborék, a Föld, a rajzgömb...

Kocka: dobókocka, kockacukor...

Téglatest: téglák, tankönyv, Sport-csoki...

Tórusz: úszógumi, autógumi, függönykarika, a gömb támasztéka...

ÖSSZEGZÉS:

A geometria a tárgyak kiterjedésével, alakjával, méreteivel foglalkozik.

Az igazi pont, amit a matematikában pontnak nevezünk, csak a mi képzeletünkben létezik: még soha, senki sem látta. Semmije sincs, csak a helye. Nincs kiterjedése, csak azt tudjuk róla, hol van.

A geometriában a pontot ezentúl kis \times -szel jelöljük meg, az \times szárainak metszésében képzeljük a pont helyét. A pontokat rajzon nagy betűkkel szokás elnevezni.

Az igazi vonalnak nincs vastagsága, de nemcsak helye van, mint a pontnak, hanem alakja és hosszúsága is. Geometriai vonal csak a képzeletünkben létezik.

A síkot úgy képzeljük, mintha egy kis edényben lévő víz felületét minden irányban bármilyen nagyságban kiterjesztenénk, és mindenhol változatlan maradna. Azt mondjuk, hogy az igazi síknak nincs vastagsága, és minden irányban végtelen. Ez is csak a képzeletünkben létezik.

III. Egyenes vonal a síkon – főkör a gömbön

1. Két pont között a legrövidebb út a síkon – és a gömbön

Szervezési feladat: Néhány (az osztály létszámának megfelelően) különböző képeslapot vágjunk 4 részre. Minden gyerek húz egy darabkát, s azok kerülnek egy csoportba, akiknek a darabkáival egy képet ki lehet rakni.

A rajzgömb-készletet úgy osszuk ki, hogy 3-4 gyereknek jusson egy doboz. Füzetet, vonalzó, ceruzát is fognak használni.

A gyerekek tulajdonképpen ezen a foglalkozáson ismerkednek meg a rajzgömb-készlettel. Síkon és gömbön párhuzamosan dolgoznak. A két felületen tapasztaltakat összehasonlítva azonosságokat és különbségeket fedeznek fel, mintegy „versenyeztetik” a síkot és a gömböt.

Arra biztassuk a gyerekeket, hogy egymás munkáját segítsék, tapasztalataikat osszák meg egymással.

A feladatokat szóban közölje a tanár, s rövid kérdésekkel irányítsa a gyerekek munkáját.

Egymás közötti beszélgetésre, csoporton belüli vitára buzdítja a gyerekeket.

Az órát a 3. feladatlap alapján fűzzük fel!

3. FELADATLAP

1.

a) Rajzoljatok két pontot a füzetbe, zsinég segítségével keressétek meg a legrövidebb utat a két pont között!

b) Hosszabbítsátok meg ezt a vonalat mind a két irányban, amíg csak lehetséges! Milyen vonalat kaptatok?

c) Lehetne-e ezt a vonalat tovább folytatni mind a két irányban? Milyen vonal lesz ez?

A gyerekek összekötnek két pontot a síkon olyan vonallal, amely a legrövidebb utat mutatja a két pont között:

Zsineget feszítenek ki a két pont között, és egymást segítve meghúzzák a vonalat a feszes zsineg mentén.

Síkvonalzóval ellenőrzik, hogy jól rajzoltak-e.

Megállapítják, hogy az egyenes vonalnak nincs vége, mindkét irányban akármeddig folytatható.

2. Most játsszuk el ugyanazt a gömbön, amit eddig a síkon eljátszottunk!

A gyerekek összekötnek két pontot a gömbön olyan vonallal, amely a legrövidebb utat mutatja a két pont között.

Zsineget feszítenek ki a két pont között, és egymást segítve meghúzzák a vonalat a feszes zsineg mentén.

A félgömbfólia peremével ellenőrzik, hogy jól rajzoltak-e? Azért érdemes a félgömbfólia peremével, és nem a gömbvonalzóval kezdeni, mert itt csak egyetlen él szerepel, nem úgy, mint a gömbvonalzónál.

3. Rajzoljatok vonalzóval egyenest a síkra! Fordítsátok meg a vonalzót, és így is rajzoljátok meg ugyanezt az egyenest!

Próbáljátok ugyanezt a gömbön a gömbfólia segítségével!

4. Vegyétek elő a gömbvonalzót! Látjátok, ezen is van skálabeosztás, ez mutatja a legrövidebb utat a gömbön.

Rajzoljatok két pontot a gömbre, és kössétek össze azokat a vonalzó mentén!

Milyen vonalat kaptatok?

Lehetne-e ezt a vonalat tovább folytatni mind a két irányban?

Milyen vonal lesz ez?

(Nem baj, ha egy percre a fejükre teszik a gömbi vonalzót!) A gyerekek várhatóan vitatkozni fognak azon, hogy a vonalzó mentén rajzolt vonal görbe vagy „egyenes”. Többnyire elhangzik olyan vélemény, hogy „görbe egyenest” rajzoltunk. Megállapításaikból kitűnik, hogy „érezik” azt, amit később együtt kimondunk, hogy a gömbi főkör játssza a gömbfelületen azt a szerepet, amit a síkon az egyenes. A munka folytatása: tapasztalatszerzés a síkbeli egyenes és a gömbi egyenes rajzolásának azonosságáról.

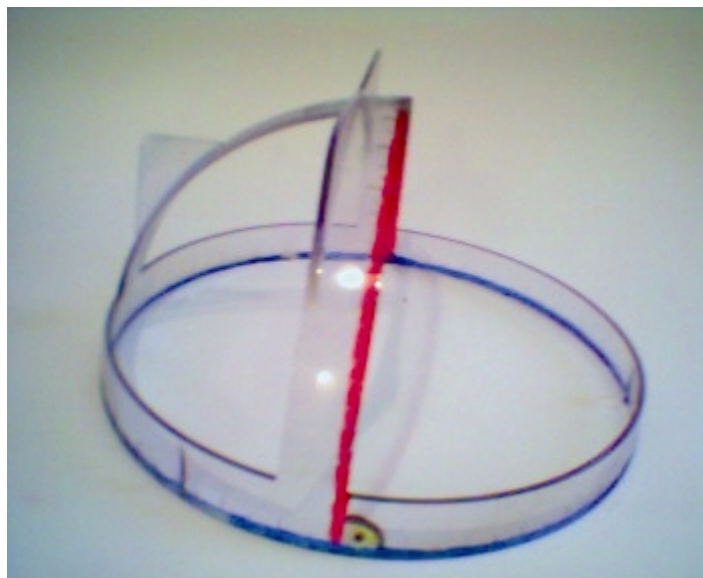
A gömbvonalzónak mindegyik éle ugyanilyen vonalat rajzol? Azok is, amelyek mentén nincs skálabeosztás?

Egyenest rajzolnak a síkon a síkvonalzóval. Megfordítják a vonalzót „fejjel lefelé”, és így próbálják megrajzolni ugyanazt az egyenes vonalat. (Sikerül.)

Gömbi egyenest rajzolnak a félgömbfólia éle mentén. Megfordítják a fóliát „fejjel lefelé”, és így próbálják megrajzolni ugyanazt a gömbi egyenes vonalat. (Sikerül.) A megrajzolt gömbi vonalhoz hozzáillesztik a gömbvonalzó skálázott főkörét, és körberajzolják a főkört.

Próbálkozással hamar kiderítik, hogy melyek a gömbvonalzó „jó” élei.

Tanári összefoglalással zárjuk a tapasztalatszerzést:

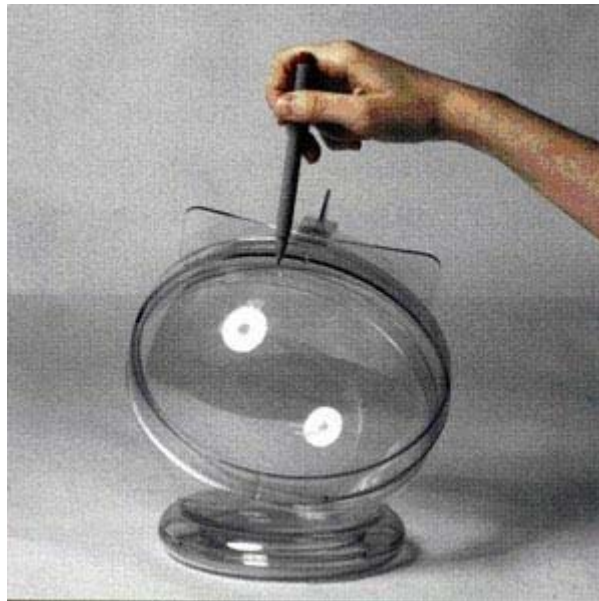


ÖSSZEGZÉS:

Síkfelületen két különböző pont között az egyenes szakasz mutatja meg a legrövidebb utat. Az egyenes szakasz mindkét irányban akármeddig meghosszabbítható, végtelen hosszú. Ezt a végtelen hosszú vonalat nevezzük egyenes vonalnak.

A gömbfelületen két különböző gömbi pont között a gömbi főkörív, vagy más néven gömbi szakasz mutatja meg a legrövidebb utat. Ha a gömbi főkörívet mindkét irányban meghosszabbítjuk, akkor ez a vonal körbeéri a gömböt, és gömbi körré változik. Ez a gömbi kör abban különbözik a gömb többi körétől, hogy ez a lehető legnagyobb kör, amit a gömbre rajzolhatunk. Ezt a legnagyobb gömbi kört gömbi főkörnek, vagy gömbi egyenesnek nevezzük.

5. Gyakoroljátok a gömbvonalzó használatát! Rajzoljatok gömbi köröket a vonalzó segítségével! Felváltva dolgozzatok, egymást segítve!



A gyerekek gömbi főköröket rajzolnak a gömbre, eközben tapasztalatokat szereznek a gömbről és a gömbi főkörrel és gyakorlatot az eszköz használatában. Ha az osztály gyorsan haladt az eddigi tapasztalatszerzéssel, akkor érdemes elvégeztetni a következő megfigyeléseket. Ezekkel a sík egyenesének és a gömb főkörének azonos „szereposztását” megerősíthetjük, mélyíthetjük a fogalmakat.

6. Figyeljétek meg egy vízcsepp útvonalát, ha ferde síklapon halad, és ha a gömbön halad!

A gyerekek vitatkoznak: egyenes-e vagy kör?
 Vízcseppet cseppentenek ferde síklapra. Követik a nyomot: egyenes vonaldarab. Vízcseppet cseppentenek az almára vagy a rajzgömbre. Követik a nyomot: gömbi egyenes darab.

7. Képzeld azt, hogy az almák tökéletesen gömb alakúak! Melyik vágásvonal halad gömbi egyenesen, vagyis főkörön?



8. Jelölj ki egy pontot a síkon! Hány egyenes húzható a síkon ezen a ponton át?
Jelölj ki egy pontot a gömbön! Hány főkör húzható a gömbön ezen a ponton át?

A gyerekek rajzolnak, s megegyeznek, hogy **a síkon a megadott két pontra egyetlen egyenes illeszkedik. A gömbön is általában ezt tapasztalják.** Ám számítani lehet arra, hogy lesznek, akik két szemközti (átellenes pontot) vesznek fel, ezeken végtelen sok gömbi főkör megy át. Ha nem kerül ez elő, akkor javasolja a tanár a gyerekeknek az ilyen pontok felvételét (átnézve a gömbön könnyen kijelölhetnek átellenes pontokat.).

2. Pont az egyenest két részre bontja, a főkört egy darabban hagyja

Javasoljuk, hogy az órának ezt a részét frontális módon szervezzük. A feladatokat a szóban tegye fel a tanár, a gyerekek párban rajzoljanak.

Problémafelvetés:

Mit gondoltok, hány darabból áll egy teljes egyenes vonal?

Várható válasz: csak egy darabból.

Mit gondoltok, hány darabból áll egy teljes gömbi főkör?

Várható válasz: csak egy darabból.

9. Rajzoljatok egy egyenes vonalat a síkra, és jelöljétek ki rajta egy pontot! Mit gondoltok, hány részre, hány egyenes darabra bontja szét ez a pont az egyenest?

Várható sejtés: 2 darabra.

10. Rajzoljatok egy főkört a gömbre, és jelöljétek ki rajta egy pontot! Mit gondoltok, hány részre, hány főkör darabra bontja szét ez a pont a főkört?

Várható sejtés: 2 darabra

Figyeljük meg, hogy a gömbön mikor bizonytalanodnak el, és eljutnak-e saját sejtésük cáfolatáig!

Csak a sejtések megfogalmazása után szerezzenek tapasztalatokat!

11. Színezzétek ki a különböző egyenes darabokat más-más színnel! Színezzétek ki a különböző főkör darabokat más-más színnel!

Javasoljuk, hogy a párok két különböző színű ceruzát két kezükbe fogva, a ponttól kiindulva két irányban kezdjenek el színezni!

Ezután fogalmazzuk meg a tapasztalatokat:

A pont az elképzelt, végtelen hosszú egyenest két darabra bontja.
A pont nem bontotta szét a főkört két darabra.

Majd nevezzük meg a **félegyenes**:
Ezeknek az egyenes daraboknak félegyenes a nevük.

(Megjegyzés: a gömbi főkörnek, rajta egy ponttal, meglepő módon, **egyszög** a neve, mert zárt „sok”szög. Ez a fogalom, bár logikus, annyira szokatlan lehet a gyerekeknek, hogy még várunk a bevezetésével.)

3. Két pont egy egyenesen, főkörön (félegyenes, félfőkör, szakasz, főkörív)

12.

a) Rajzolj a papír síkjára egy egyenest, és jelölj ki rajta két pontot! Hány részre osztja a két pont az egyenest? Színezd a különböző részeket más-más színnel! Melyik rész véges? Melyik rész végtelen?

Egy véges szakaszt és két végtelen félegyenes kapunk.

b) Rajzolj a gömbre egy főkört, és jelölj ki rajta két pontot! Hány részre osztja a két pont a főkört? Színezd a különböző részeket más-más színnel! Melyik rész véges? Melyik rész végtelen?

Két véges főkörívet kapunk.

4. Két pontra illeszkedő egyenes a síkon, főkör a gömbön

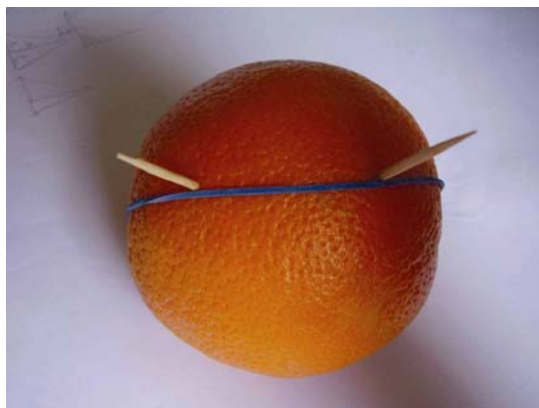
13.

a) Vegyél fel két pontot a síkon! Hány egyenest tudsz rajzolni ezeken a pontokon át? **Egyet**

b) Vegyél fel két pontot a gömbön! Hány főkört tudsz rajzolni ezeken a pontokon át?

Vagy egyet, vagy végtelen sokat – utóbbit akkor, ha a pontok átellenesek.

Nagyon jó szemléltető eszköz az almába, vagy narancsba szúrt két fogpiszkáló és a kifeszített befőttes gumi. Ezekkel az eszközökkel még otthon is kísérletezhetnek a gyerekek.



ÖSSZEGZÉS:

A síkban egy megadott pontján át végtelen sok egyenes húzható. Ez a gömbön is így van: egy adott gömbi ponton át végtelen sok gömbi főkör megy át.

A síkban két megadott pontján át egyetlen egyenes húzható.

A gömbön más a helyzet. Általában igaz, hogy két pontot egyetlen gömbi főkör köt össze.

Ha a két pont átellenes (egymással szemközt helyezkednek el a gömbfelületen), akkor végtelen sok gömbi főkör illeszkedik rájuk.

A pont az elképzelt, végtelen hosszú egyenest két darabra bontja. Ezeknek az egyenes daraboknak **félegyenes** a nevük.

A pont a főkört nem bontja két darabra.

Az egyenest két pontja három részre bontja: Két végtelen félegyenesre és egy szakaszra. A két pont közötti véges egyenes darab neve: **szakasz**.

A főkört két pontja két véges főkörívre bontja.

IV. Térelemek kölcsönös helyzete

1. Főkör a gömböt, egyenes a síkot két egyforma részre bontja szét, félsík, félgömb

Az óra feladata, hogy a gyerekek szemléltetés és megbeszélés segítségével el tudják képzelni a sík, a félsík végtelenségét, képet kapjanak két sík kölcsönös helyzetéről, két egyenes kölcsönös helyzetéről. Ezek mintájára tapasztalatot szerezzenek a gömbön: a főkör és a félgömb kapcsolatáról, a főkörök kölcsönös helyzetéről.

Az órát frontális munkaformában vezessük. Az előkerülő fogalmak nehezek, hagyjunk időt megbeszélésükre, s a későbbiekben türelemmel vegyük elő újra és újra.

4. FELADATLAP

1. Rajzoljatok egy egyenes vonalat a füzet lapjára és egy gömbi főkört a gömbre! Figyeljétek meg, hogyan osztja szét az egyenes a síkot és a kör a gömböt! Fogalmazzatok meg azonosságot és különbözőséget!

A gyerekek egyenes vonalat rajzolnak a füzet lapjára és gömbi főkört a gömbre. Megfigyelik és megvitatják csoportban az azonosságot és a különbözőséget.

Amiben egyeznek: Mindkét esetben két tartomány keletkezik.

Amiben különböznek: A síkon két végtelenbe nyúló, a gömbön két véges tartomány keletkezik.

2. És ha feljebb rajzoljuk az egyenest, most már úgy, hogy a két tartomány a füzetlapon nem látszik egyformának?

És ha csak egy pici csücsök marad az egyenes darab egyik oldalán, és a füzetlap legnagyobb része a másik oldalra kerül?

És ha máshová rajzoljuk a főkört?

A szemléltetés lényege, hogy a gyerekek megértsék: a „sík” fogalma nem az előttük fekvő véges füzetlapot, hanem a minden irányban végtelennek, határtalannak képzelni a síkot jelenti.

A gyerekek megmutatással 'indokolják', hogy akárhová is rajzoljuk a főkört, az eredmény mindig két, egyforma félgömbfelület lesz. Megerősíti a fogalmat, ha a mozgó főkört nemcsak a vonalzó skálázott élével, hanem a gömbfelületen mozgatott félgömbfólia szélével is érzékeltetik.

Amiben különböznek:

A két félsíknak nincs vége (végtelen). A két félgömb véges.

Mélyíti a félgömb és a félsík fogalmát, ha a tanár a következő kérdésekkel is provokálja a gyerekeket.

– Késsel két, nagyjából egyforma részre vágjon szét a tanár egy gömbölyű almát. Felmutatja a metszésvonalakat, és kérdezi: **Főkörök ezek?**

– Majd egy almát úgy vág szét, hogy a két darab szembetűnően különbözzön. Felmutatja a metszésvonalakat, és kérdezi: **Főkörök ezek?**

A tanár felmutatja a gömbre illesztett gömbvonalzót. Mutatja a skálázott élt. Megfogalmazza a feladatot:

3. Rajzoljatok vonalat a skálázott él és a skálázatlan él mentén!

Hasonlítsátok össze a két vonalat és a keletkezett részeket!

Fogalmazzátok meg a különbséget!

Ha a skálázott él mentén vágnánk szét a gömböt, egyforma darabokat kapunk?

És ha bármely skálázatlan él mentén vágnánk ketté a gömböt, egyforma darabokat kapnánk-e?

A skálázatlan él esetében meglepően sok a helytelen „igen” válasz, a helyes „nem” helyett. Miért? Mert a látvány és a mozdulat megtéveszti a gyerekeket. (Bár sok gyereket segít az alma szétvágásánál szerzett tapasztalat.)

Végül a helyes válasz: NEM!

Hogyan lehetne igazolni, hogy ezek a részek nem ugyanakkorák?

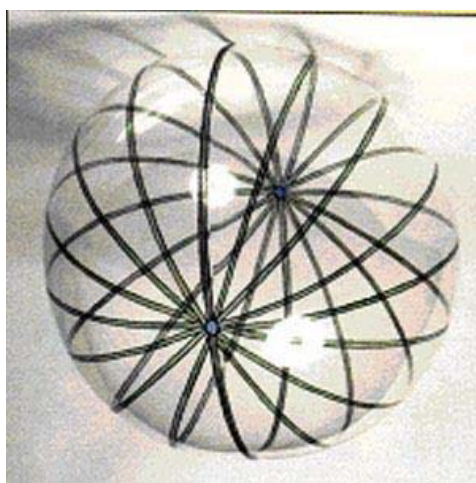
Vonalat rajzolnak a gömbvonalzó skálázott és valamelyik skála nélküli éle mentén. A tapasztalat: **A skálázatlan él mentén rajzolt vonal nem egyenlő részekre osztja a**

gömbfelületet, az egyik gömbdarab kisebb lesz, mint a másik. Ez a vonal nem lehet főkör.

Megfordítják a vonalzót „fejfelé”, és így próbálják megrajzolni ugyanazt a vonalat. (Nem sikerül.)

A lényeg: a véges gömbön már megértették a gondolatot, hogy a főkör két, egyforma részre bontja a véges felületet. Ezután könnyebben megértik ugyanezt a gondolatot a végtelennek képzelt síkon is.

A kísérletezés és a tanári magyarázat lényege, hogy a gyerekek a síkbeli egyenes és a gömbi főkör fogalmát ne rájuk erőltetett tanári parancsszónak érezzék, hanem saját tapasztalataik alapján, két különböző felületen maguk által kiválasztott, figyelemre méltó alakzatoknak.



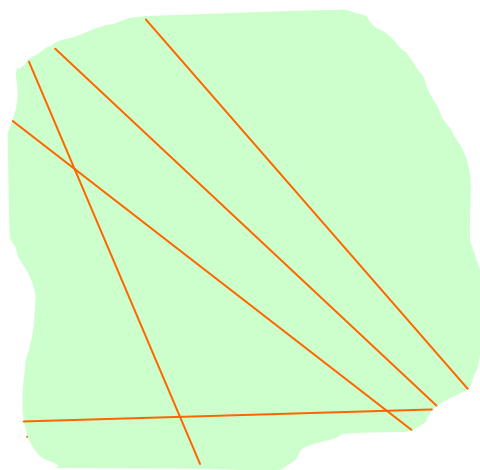
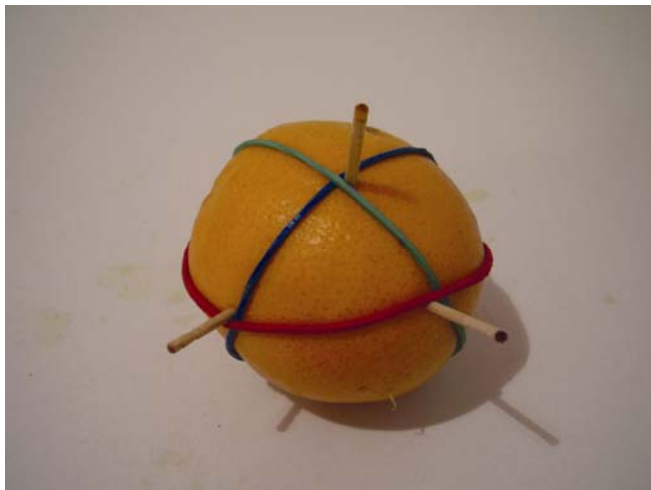
4.

a) Képzeld a narancsot tökéletes gömbnek, és rajta piros, kék és zöld befőttes gumit tökéletes főköröknek! Melyik befőttes gumi osztja szét két egyforma félgömbre a narancs felületét? **Mind a három befőttes gumi két, egyforma félgömbre bontja szét a gömbfelületet.**

b) Képzeld a papír síkján rajzolt narancssárga vonalakat végtelen egyeneseknek! Melyik egyenes osztja szét két egyforma félsíkra a végtelen síkot?

A gyerekek számára meglepetés, hogy bármelyik narancssárga vonal, végtelen egyenessé meghosszabbítva, két egyforma félsíkra bontja szét a végtelen síkot.

Megjegyzés: azért érdemes a gömbbel kezdeni, mert a véges gömbön egyszerűbb megérteni a jelenséget, mint a végtelen síkon.



2. Két sík kölcsönös helyzete

Szervezési feladat: Minden csoport előtt legyen egy színesrúd-készlet néhány eleme, néhány egyéb poliéder: kocka, gúla, csonka gúla, „ferdén levágott” hasáb, „ferdén levágott” csonka gúla. A tanár részére nagyméretű hasáb.

Az órának ez a része alsó tagozatos tapasztalatokat és megnevezéseket elevenít fel. Ezekre építve tanári kérdésekkel, magyarázatokkal a test lapjainak végtelen sík „méretűre” megnövesztésével képzeltesse el a végtelen síkok kölcsönös helyzetét. Jó, ha a tanár nagyméretű hasábbal demonstrálja a beszélgetést.

5. Vedd a kezvedbe a színesrúd-készlet egy darabját!

a) Mutass rajta két olyan lapot, amelyek nem metszik egymást! Milyen helyzetűnek mondtuk a test nem metsző lapjait? **szemközti lapok**

b) Mutass két olyan lapot, amelyek metszik egymást! Húzd végig az ujjadat a két lap közös részén! Hogyan neveztük azt az egyenes darabot, amelyben két szomszédos lap találkozik? **él**

c) Keress három olyan lapot, amelyek „találkoznak”! Mi a három lap közös része? Hogyan neveztük ezt? **csúcs**

A gyerekek megmutatják a szemközti lapokat, s lehet, hogy „szemben lévő, szemközti helyzetű”-nek nevezik. A tanár csak akkor mondja ki, hogy ezek párhuzamosak, ha a tanári demonstrációt kiegészítő megbeszéléssel eljutottunk a lap „síkká növesztéséig”. A párhuzamos lap fogalmának megértését ellenőrizhetjük azzal, ha a gyerekeknek olyan testeket mutatunk, amelyeknek szemközti lapjai nem párhuzamosak (de persze nem is metszik egymást!).

Előkerül az alsó tagozatból hozott emlék az élekről és csúcsokról. A következő feladat segít a pontos megfogalmazásban.

3. Két egyenes kölcsönös helyzete – két főkör kölcsönös helyzete

6. Vedd a kezébe ismét a színes rudat! Húzd végig az ujjadat a párhuzamos éleken! Keress metsző éleket! Keress olyanokat, amelyek nem metszők, de nem is párhuzamosak!

A gyerekek várhatóan könnyedén megmutatják a rúdon a párhuzamos és metsző éleket.

Valószínű, hogy a kitérő éleket nehezebben találják meg.

Beszélgéssel, demonstrációval mutassuk meg, hogy két párhuzamos, illetve két metsző egyenesre rá lehet helyezni (illeszkedik) síkot, míg a kitérő egyenesekre nem.

7. Két ceruzával (amit képzeletünkben most végtelen hosszú egyenesnek gondolhatunk) mutass párhuzamos, metsző, kitérő egyeneseket!

8. Hasáb felületére rajzoljatok párhuzamos, metsző, kitérő egyeneseket! Dolgozzatok párban!

9. Gyűjts a környezetekben párhuzamos vonalakat!

10. Figyeljétek meg két főkör illetve két egyenes lehetséges helyzetét!

Használjatok két félgömbfóliát és a síkfóliákra rajzolt egyenes vonalakat! Dolgozzatok párban!

A gyerekek SZABÁLYTALAN alakúra vágott síkfóliára vastag egyenest rajzolnak szélétől széléig.

Ezután szétvágják a fóliát az egyenes vonal közepén (idő hiányában előkészíthetjük a gyerekeknek ezt az eszközt!), és a fóliák mozgatásával vizsgálják az egyenesek kölcsönös helyzetét.

A gyerekek két félgömbfóliát mozgatnak a gömbfelületen.

Megállapítják, hogy csak metsző vagy egybeeső főkörök lehetségesek.

Az egybeeső helyzetet kipróbálják úgy is, hogy a két félgömbfóliával két oldalról lefedik az egész gömböt, és úgy is, hogy a két félgömbfóliát egymásra teszik, amikor a fél rajzgömb fedetlen marad, a másik fele duplán fedett. (Nem kell egészen rányomni az egyik fóliát a másikra, mert éppen a kemény gömb méretéhez igazodnak, a kettős fedésnél erősebben kellene összenyomni a fóliákat.)

11.

a) Rajzoljatok különböző helyzetben két főkört a gömbre!

Tudjátok meg, hogyan állhat két főkör a gömbön egymáshoz képest!

Hogyan osztják szét a főkörök a gömb felületét?

Hány színnel színezhethetnek ki a részeket?

Gömbvonalzóval megrajzolják a két gömbi főkört.

Tapasztalják, hogy

– csak egymást metsző körök rajzolhatók

– 2 átellenes pontban metszi egymást a két főkör. (A gyerekek átkukucskálnak a gömbön, egymással szemben.)

– 4 tartományra bontja a két főkör a gömbfelületet

– 4 színnel színezhetik a tartományokat.

b) Rajzoljatok különböző helyzetben két egyenes vonalat a síkra!

Gondoljátok meg, hogyan állhat két egyenes egymáshoz képest!

Hogyan osztják szét az egyenesek a síkot?

Hány színnel színezhethetünk ki a részeket?

Mozgatják a fóliára rajzolt két egyenes vonalat.

Tapasztalják, hogy

– párhuzamos vagy metsző egyenes pár lehetséges.

– 0 vagy 1 közös pontjuk van

– a párhuzamosnál két végtelen félsíkot és egy végtelen párhuzamos sávot kapunk; a metszőnél négy végtelen szögtartományt (ezt az elnevezést itt még ne használjuk!)

– 3 vagy 4 színnel színezhethők a tartományok.

c) Lehet-e két gömbi főkör párhuzamos? Rajzoljatok két párhuzamos főkört!

Nem, mert akkor sohasem találkozhatnának.

12.

a) Rajzolj két metsző egyenest a síkra, és jelöld a metszéspontjukat! Hány egyenes húzható ezen a ponton át a síkon? **végtelen sok**

b) Rajzolj két főkört a gömbre, és jelöld a metszéspontjaikat! Hány főkör húzható ezeken a pontokon át a gömbön? **végtelen sok**

13.

Keresd meg a földgömbön az Egyenlítőt és a Ráktérítőt! Azt mondja valaki: „Nem igaz, hogy nincsenek párhuzamos főkörök a gömbön, hiszen az Egyenlítő párhuzamos a Ráktérítővel.” Igaza van-e?

Nem, mert igaz ugyan, hogy az Egyenlítő meg a Ráktérítő sohasem metszik egymást, és mindenütt egyenlő messze vannak egymástól, de az nem igaz, hogy mindkettő főkörök. Csak az Egyenlítő főkör, mert a gömbfelületet két egyforma félgömbre osztja szét, a Ráktérítőnél az északi gömbi tartomány kisebb, mint a déli.

ÖSSZEGRZÉS:

A síkot egy egyenese két végtelen tartományra: két félsíkra osztja. A gömböt egy főkörre két félgömbre osztja. A két félgömb véges.


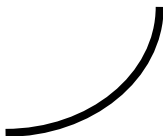

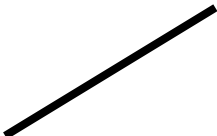
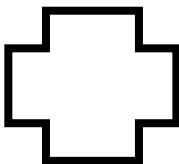
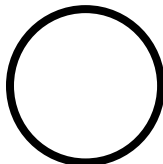

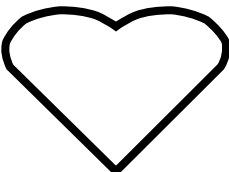

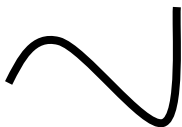







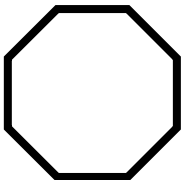
A térben két egyenes lehet metsző, párhuzamos vagy kitérő.

A sík két egyenese párhuzamos helyzetű, vagy metszik egymást.

A gömbön csak egymást metsző főkörök rajzolhatók. Két főkör 2 átellenes pontban metszi egymást.

0521 – 1. tanulói melléklet, Síkbeli vonalak (24 db kártya)

Osztályonként 32 készlet (tanulónként 1 készlet) ebben a méretben kartonpapírra nyomva. Szét kell vágni a fekete vonalak mentén.

| | | | |
|---|---|--|---|
|  | N | S | Z |
| R | WWW | E |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

0521 – 2. tanári melléklet, KÜLDD TOVÁBB! játék kártyái (6 db)

Ebben a méretben osztályonként 1 készlet kartonlapra nyomva. A kártyák a fekete vonalak mentén szétvágandóak.

| | |
|--|---|
| <p>DÖNTS: Test? Felület? Vonal?</p>  <ul style="list-style-type: none"> – A tankönyved egy lapja (ha nem vesszük figyelembe a lap vastagságát). – Egy alma. – A jégkrémen a csokiréteg. – A golyóstolladban a rugó. – A vonalzód éle. |  <p>Mondj három olyan testet, amelyeknek csak síklapjai vannak!</p> |
|  <p>Mondj három geometriai tulajdonságot az</p> <p style="text-align: center;">M betűről!</p> |  <p>Sorolj fel olyan testeket, amelyeknek csak görbe lapjai vannak!</p> |
|  <p>Csoportosítsd a következő írásjeleket valamilyen szempont alapján!</p> <p>• , ; ? ! „ ” ()</p> |  <p>Csoportosítsd a betűket vonalaik alapján!</p> <p>A B C D E F G H I J K L M N O P R S Z T X Y V W</p> |