0516. MODUL

TERMÉSZETES SZÁMOK

Közelítő számolás, mérés, kerekítés

KÉSZÍTETTE: TÓTH LÁSZLÓ – PUSZTAI JULIANNA

MODULLEÍRÁS

A modul célja	A közelítő számítások, mérések alkalmazásai gyakorlati vonatkozású feladatoknál, számításoknál a természetes számok témakörében.
Időkeret	7 óra
Ajánlott korosztály	5. évfolyam
Modulkapcsolódási pontok	*Tágabb környezetben:* nagyságrendek, statisztika elemei, fizikai mennyiségek. *Szűkebb környezetben:* alapműveletek, kerekítések, becslések, tájékozódás a számegyenesen, mennyiségek – ezen belül hosszúság, súly (tömeg), űrmérték, idő, számlálás. *Ajánlott megelőző tevékenységek:* természetes számok, műveletek, hossz, tömeg, űrtartalom, idő mérése, mértékegységei. *Ajánlott követő tevékenységek:* kerekítések, közelítő számítások racionális (később valós) számok körében, statisztika elemei, gyakoriság, átlagok, medián, módusz, szórás, terület és térfogat mérése, ezzel kapcsolatos közelítő számítások.
A képességfejlesztés fókuszai	*Számolás kompetencia:* különösen közelítő értékekkel. *Becslés, mérés, valószínűségi következtetés:* a modul elsősorban erre fókuszál. *Szövegértés kompetencia:* szövegértés, megfelelő eljárások keresése a problémamegoldások során.

AJÁNLÁS:

Frontális, egyéni és csoportmunka vegyesen (kooperatív módszerek is).

TÁMOGATÓ RENDSZER:

Nagy számokat tartalmazó szövegek (újságcikkek, ismeretterjesztő anyagok, internetes cikkek stb).

ÉRTÉKELÉS:

Az egyéni és csoportos munka megfigyelése alapján, szóbeli értékelés.

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, Feladatok
I. Közelítő és pontos érték fogalma, megkülönböztetésük			
1.	Pontos és közelítő érték a mindennapi életben	Fejlődő matematikai szemlélet, a mindennapi élet matematikai vonatkozásainak és a matematika gyakorlati alkalmazhatóságának felismertetése. Olvasási kompetencia. A mindennapi életből s a matematikából vett egyszerű állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése.	1. feladatlap 1.
2.	Következtetés a közelítő értékből a lehetséges pontos értékre		1. feladatlap 2., 3. 2. tanulói melléklet
II. Kerekítés szabálya, kerekített érték meghatározása; további következtetések kerekített értékből a lehetséges pontos értékre			
1.	A kerekítés szabályainak megbeszélése	A számolási rutin biztonságosabbá tétele.	2. feladatlap 1.
2.	Mikor hány jegyre kerekítsünk? Gyakorlati példák		2. feladatlap 2.; 2. tanulói melléklet
3.	Kerekített értékek a számegyenesen	Számhalmazok, ponthalmazok részhalmazainak vizsgálatakor, képzésekor a “legalább”, “legfeljebb”, “kisebb vagy egyenlő”, “nagyobb vagy egyenlő” kifejezések helyes használata.	2. feladatlap 3., 4. feladat.
4.	A kerekítésről tanultak alkalmazása, gyakorlása		2. feladatlap 5. feladat.
5.	Kerekített értékből következtetés lehetséges értékekre (legalább, legfeljebb típusú kérdések alapján)		2. feladatlap 6., 7., 8. feladat; 2. tanulói melléklet

III. Közelítő számítások alapműveletek körében			
1.	Összeadások, szorzások kerekített számokkal	A megfigyelő- és összehasonlító képesség, a rugalmas, ötletgazdag, problémamegoldó gondolkodás fejlesztése. A számolási rutin alakítása.	3. feladatlap 1–4.
2.	Következtetés a kerekített értékek összegéből, szorzatából a tagokra, tényezőkre		3. feladatlap 5.

IV. Hosszúság és űrtartalom mérése választott és szabvány egységekkel			
1.	Hosszúságok mérése választott mértékegységekkel	A mennyiség, mértékegység, mérőszám fogalma. A tanult mennyiségek becslése, mérése. Megfelelő mértékegységek használata. Megfelelő jártasság az eszközök használatában, kézügyesség fejlesztése.	
2.	Űrtartalom mérése választott mértékegységekkel		Rizs, teás-, evő-, merőkanál, hengerek.
3.	A mérések kapcsán a mérés lényegének, a mennyiség fogalmának tisztázása		
4.	Szabvány mértékegységrendszer szükségessége (a legfontosabb SI-mértékegységek)	Mennyiségek megadása más mértékegységekkel is.	
5.	A mérés eredménye, mint közelítő érték	A megértett és megtanult fogalmak és eljárások eszközként való használata.	Méterrúd, mérőszalag, vonalzó. 4. feladatlap 1., 2., 3.

V. Tömeg és idő mérése választott és szabványos mértékegységekkel			
1.	Idő mérése választott mértékegységekkel	A megfigyelő – és összehasonlítóképesség.	
2.	Idő mérése szabvány mértékegységekkel		5. feladatlap 1. feladat
3.	Tömegmérés	Mérőeszközök használatának gyakorlata. Becslés, mérés	5. feladatlap 2., 3.
VI. Felmérő dolgozat írása			
1.			Felmérő feladatlap A, B

VII. Számlálás, becslés nagy számok körében; arányos következtetések			
1.	Dolgok megszámlálásának néhány alkalmazási területe	A matematika gyakorlati alkalmazhatóságának felismertetése. Adatok lejegyzése, értelmezése, szabályszerűségek észrevétele. A modellalkotás elemeinek alkalmazása.	1., 2. tanulói melléklet 6. feladatlap 1–4. feladat, rizs, mák, poharak, mérleg, egy zacskó drazsé
2.	A számlálás eredményének becslése különböző eszközökkel, arányos következtetésekkel		

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. Közelítő és pontos érték fogalma, megkülönböztetésük

1. Pontos és közelítő érték a mindennapi életben

Az óra elején beszélgetést kezdeményezünk arról, hogy a mindennapi és a tudományos életben szereplő számok, mennyiségek egyik része pontos, míg másik része közelítő érték.. A feladatokban szereplő adatokat abból a szempontból vizsgálják meg a tanulók, hogy pontos vagy közelítő értékeket tartalmaznak-e. Indokolják is meg, hogy az egyes adatokat miért sorolták egyik, illetve másik kategóriába.
Ha közelítő érték, akkor milyen nagyságrendű a kerekített érték. Meg kell keresniük, hogy melyek azok az adatok, amelyek semmiképpen sem helyettesíthetők közelítő értékkel:
– A mindennapi életről szóló hírek, tudományos vagy egyéb műsorok elképzelhetetlenek számok, mennyiségek nélkül. Mit gondoltok, ezek az adatok mindig pontos mennyiségeket közölnek? Lehetnek pontosak vagy csak közelítő értékek. (Lehetnek szándékosan „ferdített" értékek valamilyen hátsó szándékkal, de ezekkel most ne foglalkozzunk.)
– Tudnátok-e olyan adatot említeni, ami biztosan pontos és olyat, ami ellenkezőleg, biztosan nem egy pontos érték? Pontos adat lehet pl. egy CD-n szereplő dalok száma, egyes eszközök fizikai paraméterei, például távcső nagyítása, autó sebességfokozatainak száma, csapatsportban egy csapatban szereplő játékosok száma stb. Biztosan nem pontos érték például hogy hányan voltak egy együttes koncertjén, mennyi a legnagyobb sebessége egy autónak, hány csillag figyelhető meg az éjszakai égbolton stb.
– Ez utóbbi esetben valakinek a hibájából csúszhattak be pontatlan adatok? Nem, hanem abból adódnak, hogy nem értelmezhető, vagy nincs is egy adott mennyiségre vonatkoztatható pontos érték. Erről érdemes egy kicsit beszélgetni a gyerekekkel.
A megbeszélés után önállóan olvassák el a hírcsokrot 1. feladatlap 1., majd válasszák ki a pontos, illetve a közelítő számadatokat.

1. FELADATLAP

1. Olvassátok el a következő hírcsokrot! Húzzátok alá a benne szereplő számadatokat egyenes vagy hullámos vonallal aszerint, hogy pontos vagy közelítő értékekre vonatkoznak!

a) Az országgyűlési választásokon a 386 képviselői hely elosztásáról 6 millió ember szavazhatott. Összesen 12 párt állított jelöltet, és a független jelöltek száma is meghaladta a 100-at.

b) Mindössze 120 ezer kilométer távolságban süvített el a Föld mellett 2005. június 14-én egy kisbolygó. Ha becsapódott volna a Földbe, nem okozott volna olyan méretű katasztrófát, mint a 65 millió évvel ezelőtti társa. Az akkori kozmikus találkozás okozhatta a dinoszauruszok uralmának a végét. A Földközelbe került égitest átmérője alig több mint 340 méter, de ezzel a méretével is körülbelül akkora kárt tehetett volna, mint 1908-ban, a Szibériában becsapódott Tunguzka meteorit, amely 20 km sugarú körben letarolta az erdőt.

c) Általában nem könnyű bekerülni az egyetemekre. A legkedveltebb szakokon gyakran legalább 135 pont kell a bejutáshoz.

d) A Harry Potter sorozat 6. kötetét már az első nap 10 millióan vásárolták meg világszerte.

e) 78 000 néző előtt az első félidei 0 : 3-ról fordított a Bajnokok Ligája döntőjében a Liverpool.

f) Az Ötös Lottó 41. heti nyerőszámai a következők: 2, 5, 17, 36, 73. A 41. héten egy telitalálatos szelvény akadt, a tulajdonosa így 1 milliárd 713 millió forinttal lett gazdagabb.
A LOTTO számokat vagy egy labdarúgó mérkőzésen esett gólok számát nem kerekíthetjük. (Bár készülnek statisztikák a LOTTO számok eloszlásáról és ez esetben szokták az adatokat osztályokba sorolni.) Nem lehet kerekíteni, hogy hányadik Harry Potter kötetről van szó, de bizonyos hírekben már kerekíthető a képviselői helyek, illetve az induló pártok száma.

2. Következtetés a közelítő értékből a lehetséges pontos értékre

Néhány lehetséges érték kiválasztása a közelítő értékként adott adatok alapján. Mely adatokat szokás pontosan és melyeket közelítő értékkel megadni? 1. feladatlap 2., 3. feladatának megoldása

2. Az előző feladatban olvasható hírek alapján döntsétek el, hogy az alábbi adatok közül melyik fedheti a valóságot!

a) A képviselői helyek száma 400.
b) 107 pártoktól független jelölt indult.
c) 6 687 869 embernek volt szavazati joga
d) A kisbolygó a Föld–Hold távolság felével haladt el a Föld mellett. (A Hold átlagos távolsága a Földtől 384 000 km.)
e) A kisbolygó mérete körülbelül tizede a Holdénak. (A Hold átmérője mintegy 3400 km.)
f) 50 millió éve egy égitest becsapódása pusztíthatta ki a dinoszauruszok nagy részét.
g) Az egyetemnek erre a szakára be lehetett jutni: 134 ponttal, 135 ponttal, 136 ponttal.
h) Az új Harry Potter kötetet 9 876 543 példányban adták el az első napon világszerte.
i) A nézők pontos száma 78 888 volt, a félidőben 4 gólos volt az angol csapat hátránya.
j) Majdnem félmillió Ft-tal kapott kevesebb pénzt a legutóbbi nyertes az újságban megjelent nyereménynél.

a) A képviselői helyek száma pontos érték, tehát nem lehetett 400.
b) A független jelöltek száma meghaladta a 100-at, de nincs utalás arra, hogy 10- esre, vagy 100-asra kerekített értékről van szó, így lehetett 107 a független jelöltek száma.
c) A 6 687 869 semmilyen helyiértékre kerekítve sem ad 6 milliót ⇒az adat nem lehetséges.
d) A Föld–Hold távolság fele 192 000 km, a kisbolygó viszont kevesebb, mint harmad Föld–Hold távolságra közelítette meg a Földet.
e) A mérőszám valóban tized, de a mértékegységet figyelembe véve (km-m) ez az arány 10 ezred rész.
f) Az adat milliós pontosságú, így az 50 millió év nem lehetséges.
g) 134 ponttal nem lehetett bejutni, a többivel igen.
h) Az adott szám millióra kerekítve is 10 milliót ad, bár lehet, hogy az adat 10 millióra kerekített érték.
i) A nézőszám többnyire ezresekre kerekített érték, így 78 888 néző esetén 79 000 lett volna a közölt adat. Mivel a gólok száma pontos érték ezért nem lehetett 4 gólos a hátrány.
j) Lehetséges, mert a hírben szereplő szám milliósra kerekített érték, így a még 1 milliárd 712 millió 500 ezer esetén is megjelenhetett a közölt szám.

A **2. tanulói melléklet** használható a következő feladathoz (**2. tanulói melléklet** – lásd e fájl végén és a tanulói munkafüzet végén is!)

3. Döntsétek el, hogy a következő mennyiségek közül melyiket érdemes (lehet) pontos és melyiket közelítő értékkel megadni!

a) Távolság: lakóhelyem és az iskola távolsága – a maratoni futás távja.

b) Tömeg: egy birkózóé a mérkőzése előtt – egy labdarúgóé a mérkőzés után.

c) Idő: egy nyári napon a napsütéses idő hossza (13 óra) – június 21-én napkeltétől napnyugtáig terjedő idő (15 óra 48 perc).

A sarkkörön túl a nyári hónapokban a nap egyáltalán nem megy le, tehát 24 órán keresztül a horizont felett tartózkodik. Az egy képre sűrített felvételsorozat Norvégia legészakibb részén (Nordkapp) készült az éjfélt megelőző és azt követő órákban. Tudod-e, milyen hosszú a nappal ilyenkor a Déli-Sarkvidéken?

a) A lakóhely és az iskola távolsága közelítő érték lehet, hiszen még az sem tisztázott, melyik két pont távolságát vegyük alapul, és azok légvonalban mérhető távolságát mérjük (esetleg térkép alapján). A maratoni futás távja 42 km 195 m, amit természetesen nagy pontossággal jelölnek ki a versenyeken. Arra, hogy a mérés sem eredményez pontos értéket, csak később térünk ki, de nem vetjük el, ha valamelyik tanuló itt veti fel.

b) A birkózóét pontosan (dekagrammra) kell megmérni, illetve megadni, hiszen ennek alapján kerül eldöntésre indulhat-e a súlycsoportjában. Volt rá eset, hogy kizártak sportolót, mert pár dekagrammal túllépte kategóriája felső határát. Természetesen a labdarúgó súlya csak érdekesség lehet, esetleg arról szól, hogy mennyit fogyott a mérkőzés során.

c) A napsütötte időt még egy napra sem szokták óránál kisebb értékben megadni, hiszen a napos és árnyékos időszak nem válik élesen külön, valamint a napkeltét követő és napnyugtát megelőző időszakot sem vehetjük igazán napsütéses időnek. Június 21-én, a nyári napforduló idején is meghatározható a két jelenség közti idő pontos értéke. Természetesen ez is csak elvileg pontos, hiszen például a domborzati viszonyok is befolyásolják.

Amennyiben az idő engedi, foglalkozhatunk a II. óra 1. témájával (kerekítés szabályai): mivel annak az órának nagyon feszes az időbeosztása, lehetne kicsit előre dolgozni.

II. Kerekítés szabálya, kerekített érték meghatározása; további következtetések kerekített értékből a lehetséges pontos értékre

Az órának ez a része döntően a 2. feladatlapra épül. Röviden tisztázzuk a kerekítés alapszabályait, eseteit, rátérünk konkrét példákra, szabályszerűségeket fedezünk fel a kerekített értékekben. Konkrét, mindennapos példákból vett mennyiségek kerekítéseivel megvizsgáljuk milyen helyiértékekre lehet, indokolt a kerekítés. Elvégezzük a számegyenesen feltüntetett adatok kerekítését, illetve társítjuk hozzájuk az azonos kerekített értékeket adó számokat. Gyakorlás után a kerekített értékekből következtetünk a lehetséges konkrét értékekre.

1. A kerekítés szabályainak megbeszélése

– Hány szomszédja van minden természetes számnak?
– Hány tízes szomszédja van a természetes számoknak? Minden számról egyértelműen megállapítható melyik tízes szomszédhoz van közelebb?
– Hogyan kerekítünk egész számokat tízesekre?
– Hogyan kerekítünk százasokra, ezresekre stb.?
– Milyen helyiérték alapján kerekítünk tízesre, százasra, ezresre?

Az egyes helyiértéken lévő szám alaki értéke alapján: 0-4-ig marad, 5-9-ig 1-gyel nő a tízes helyiértéken szereplő számjegy. Így a legközelebbi tízes szomszédra „ugrik” a kerekítendő szám.
Százasra kerekítésnél a tízes, ezresre kerekítésnél a százas helyiértéken szereplő szám alapján történik a kerekítés. Mindegyik esetben a közelebbi kerek szomszédra kerekítünk, figyelembe véve az 5-ös esetét, amikor felfelé kerekítünk.
2. feladatlap 1. feladat: táblázat kitöltése.

2. FELADATLAP

1. Kerekítsétek a következő számokat tízesekre, százasokra, ezresekre!

A szám	tízesekre	százasokra	ezresekre
		kerekített értékre	
3	0	0	0
9	10	0	0
45	50	0	0
77	80	100	0
333	330	300	0
500	500	500	1000
2345	2350	2300	2000
6750	6750	6800	7000
299792	299790	299800	300000

Keressetek szabályszerűségeket a táblázat kitöltésénél!
a) Mikor jelenik meg először 0 a táblázat valamelyik sorában?
b) Mely számokat írhattátok változatlanul többször is egymás mellett és miért?
c) Igaz-e, hogy az eredeti szám kerekített értékei a tőle balra lévő szám kerekített értékével is megegyeznek?
d) Írjatok példát olyan számra, ahol a százasokra kerekített érték ezresekre kerekítve nem ugyanannyi, mint az eredeti szám ezresekre kerekített értéke!

a) A 0 annál a helyiértéknél jelenik meg elsőként, melynek a felénél kisebb a kerekítendő szám. Természetesen a szabály kimondása sok példa után történhet meg, és csak arra szolgál, hogy megfogalmazzuk a matematika nyelvén a tapasztalatunkat.
b) A kerek számok, méghozzá annyiszor ahány nullára végződnek.
c) Nem feltétlenül, például a 2345 sorában a 2350 után 2300 szerepel, hiszen az eredeti szám kisebb volt 2350-nél, és csak kerekítéssel növekedett meg. A feladatban viszont az eredeti számot kellett kerekíteni. Keressenek a tanulók hasonló számokat!
d) Megpróbálhatják általánosítani is a feladatot.

2. Mikor hány jegyre kerekítsünk? Gyakorlati példák

2. feladatlap 2. feladatához a **2. tanulói melléklet** használható.

2. Kerekítsétek a következő adatokat! Vitassátok meg, mely helyiértékre vonatkozzon a kerekítés és miért!

a) A májusi telefonszámla 9482 Ft volt.

b) A Miskolc–Tokaj–Tiszafüred–Miskolc kerékpár körtúra hossza 222 km.
Melyik két város között lehetett a túra legrövidebb, illetve leghosszabb része?
Körülbelül hány km hosszúak lehettek az egyes szakaszok?
Ha délelőtt 10-kor indultak a versenyzők és délután 15 órakor értek vissza, akkor körülbelül mikor lehettek Tokajban, illetve Tiszafüreden?

c) A fény 299 792 km-t tesz meg másodpercenként.

d) Magyarország városainak száma 252.

További kérdések:

e) Legalább mennyivel kellett volna kevesebbnek lennie a telefonszámlának, hogy százasokra kerekítve 9400 Ft legyen?

f) Legalább mennyivel kellett volna kevesebbnek lennie a telefonszámlának, hogy ezresekre kerekítve 8000 Ft legyen?

g) Legfeljebb mennyivel lehetett több a számlánk, ha ezresekre kerekítve 10 000 Ft volt?

a) Ha be kell fizetnünk csekken, akkor nem kerekíthetünk, egyébként százasokra érdemes egy ilyen összeget. Ha csak a nagyságrend számít, akkor ezresekre kerekítünk. A kerekítések: 9482 – 9480 – 9500 – 9000

b) A tízesekre kerekített érték még a versenyzőknek is megfelelő, az előzésekkel kisebb kormányzási manőverekkel egyébként is adódhat összességében ekkora eltérés. A százasokra kerekített érték arról tájékoztathat, hogy körülbelül mikor érhet véget a verseny (természetesen a versenyzők sebességének ismeretében) illetve, hogy milyen felkészültségű versenyzők indulhatnak. A verseny legrövidebb szakasza a Miskolc–Tokaj közti rész (53 km) a leghosszabba következő, Tokaj– Tiszafüred közötti (98 km). Természetesen a pontos értékek nem olvashatók le, de becslést adhatnak a tanulók. Hasonlóképpen csak becsléssel válaszolhatnak az utolsó kérdésre is. Egyenletes sebességgel haladva negyed 12-kor Tokajt, fél 2-kor Tiszafüredet érik el a versenyzők. a kerekítések: 222 – 220 – 200.

c) Ez az adat a táblázatban is megjelent. Bár a 300 000-es érték azt sejteti, hogy százezresekre kerekített értékről van szó, valójában már ezresekre kerekítve is ezt az értéket kapjuk. a kerekítések: 299 792 – 299 790 – 299 800 – 300 000 – 300 000 – 300 000.

d) Ez az adat (2003-as) pontos érték, de kerekíthetjük tízesekre, százasokra is. Látható, hogy előbbi minimális, utóbbi jelentős eltérést eredményez az eredeti értékhez képest.

e) 9450 Ft-nál kevesebb kellett legyen, így legalább 33 Ft-tal kellett volna kevesebbnek lennie.

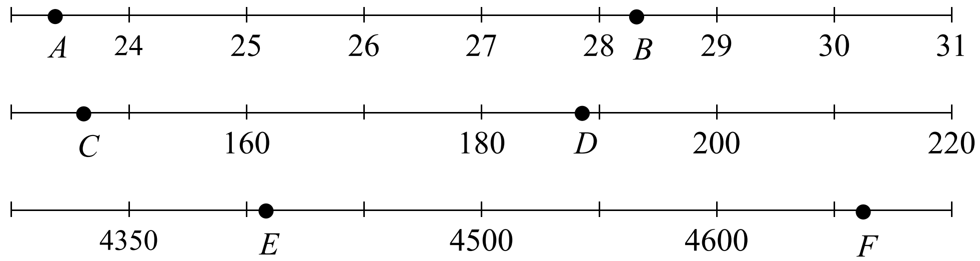
f) 8500 Ft-nál kisebb számla esetén lenne ezresekre kerekítve 8000 Ft a számla, ehhez 983 Ft-tal alacsonyabb számla kellene.

g) 10499 Ft-ig ezresekre kerekítve 10 000 Ft a számla, tehát legfeljebb 1017 Ft-tal lehetne nagyobb a számlánk.

3. Kerekített értékek a számegyenesen

Kerekített értékek ábrázolása számegyenesen, következtetés a számegyenes intervallumaiból a kerekített számra. Mi a kerekített értéke a számegyenes egy adott pontjának? Azonos tulajdonságú pontok keresése a számegyenesen.
2. feladatlap 3., 4. feladat.

3. A számegyeneseken egy-egy szám helyét ponttal jelöltük. Adjátok meg a számok kerekített értékét!



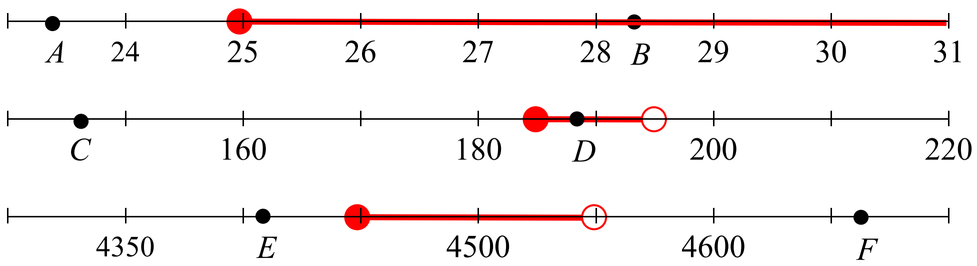
Kerekítsétek *A*-t és *B*-t tízesekre, *C*-t és *D*-t százasokra, *E*-t és *F*-et ezresekre! Satírozzátok be az első számegyenesnek azt a részét, melynek kerekített értékei megegyeznek *B* kerekített értékével, a második számegyenesnek azt a részét melynek 10-esre kerekített értéke egyenlő *D* 10-esre kerekített értékével! A 3. számegyenesnek azt a részét színezzétek, melynek százasokra kerekített értéke 4500!

a) Soroljátok fel azokat a számokat, melyek tízesre kerekített értéke ugyanannyi, mint *A*, illetve *B* tízesre kerekített értéke!

b) Adjátok meg azokat a számokat, amelyek százasokra kerekített értéke ugyanannyi, mint *C*, illetve *D* százasokra kerekített értéke!

c) Melyik a legkisebb és a legnagyobb azon számok közül, amelyek ezresekre kerekített értéke megegyezik *F* ezresekre kerekített értékével? Hány ilyen szám van?

$A \approx 20$, $B \approx 30$
$C \approx 100$, $D \approx 200$
$E \approx 4000$, $F \approx 5000$



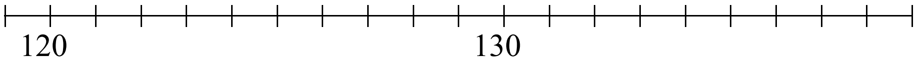
a) *A* tízesre kerekített értéke 20, a többi ilyen szám a 15, 16, ... 23, 24. *B* tízesekre kerekített értéke 30, ilyen számok a 25, 26, ..., 33, 34.

b) *C* százasokra kerekítve 100, mert 150-nél kisebb. Ilyen számok az 50, 51, ..., 148, 149. *D* százasokra kerekítve 200, a többi ilyen szám a 150, 151, 152, ..., 248, 249.

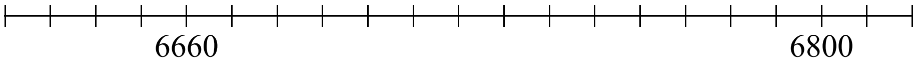
c) *F* ezresekre kerekített értéke 5000. A legkisebb ilyen szám az 4500, a legnagyobb a 5499. Összesen 1000 ilyen szám van.

4. Jelöld be a számegyenesen azokat a számokat, melyek

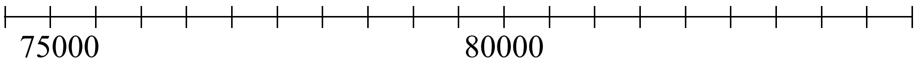
a) tízesre kerekített értéke 130,

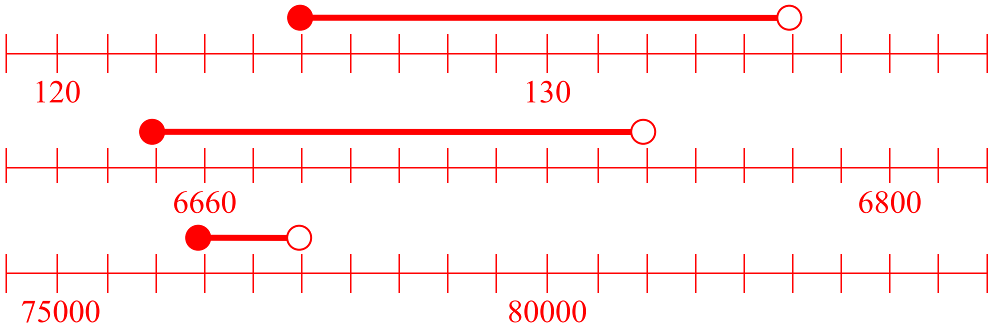


b) százasokra kerekített értéke 6700,



c) ezresekre kerekített értéke 77 000!





4. A kerekítésről tanultak alkalmazása, gyakorlása

2. feladatlap 5. feladatának értékelésénél döntsük el, hogy megengedjük-e a feladat jellegéből adódóan a csak tippeléssel kapott helyes megoldást, vagy indoklást is kérünk. Előbbi esetben (miért ne játszhatna a véletlen szerencse is szerepet az órán) utólag mindenképpen indokoljunk és kérdezzünk is rá, hogy milyen megfontolásból választották ezt az eredményt.

5. Töltsétek ki az alábbi TOTO-t a kerekítésről tanultak alapján!

a) Egy autó 100 km-es úton egészekre kerekítve 7 liter benzint fogyasztott. Mennyit fogyaszthatott 200 km úton?

1 – Pontosan 14 litert
X – 13 és fél és 14 és fél liter között
2 – 13 és 15 liter között

b) Péter pulzusa alvás közben tízesekre kerekítve 70 volt. Mennyit dobbanhatott a szíve 5 perc alatt?

1 – Pontosan 350-et
X – 325 és 375 között
2 – 300 és 400 között

c) Hány olyan kétjegyű szám van, amelynek tízesre kerekített értéke egyenlő a számjegyek felcserélésével kapott szám tízesre kerekített értékével?

1 – nincs ilyen szám
X – 1 ilyen szám van
2 – több ilyen szám is van

d) Egy téglalap oldalai cm-ekben olyan egész számok, melyek közül a rövidebbnek 40, a hosszabbnak 50 cm a tízesre kerekített értéke. Melyik állítás igaz?
1 – a területe kisebb lehet, mint 1500 m².
X – a kerülete százasokra kerekítve 200 cm
2 – A hosszabb oldal több, mint 20 cm-rel nagyobb a rövidebb oldalnál.

e) Egy háromjegyű szám tízesekre kerekítve 2-vel kisebb, százasokra kerekítve tízzel nagyobb lesz, mint eredetileg volt.
1 – 1 ilyen szám van
X – több ilyen szám van
2 – ilyen szám nincs

f) A vas olvadáspontja százasokra kerekítve 1500 fok.
1 – Lehet, hogy 1445 fokon megolvad.
X – Biztos, hogy 1500 fokon megolvad.
2 – Biztos, hogy 1550 fokon megolvad.

a) Mivel egészekre kerekített érték a 7 liter ezért a fogyasztás 6 és fél és 7 és fél között lehetett. A előbbi fogyasztásból 13, az utóbbiból 15 liternél kisebb érték adódik, tehát **2**.
b) Mivel tízesekre kerekítve 70 a pulzusa ezért 65 és 74 közötti percenkénti szívverésből indulhatunk ki. Ezúttal sem szükségszerű a pontos ($5 \cdot 70 = 350$) érték, hanem $5 \cdot 65 = 325$ és $5 \cdot 74 = 370$ közötti érték lehetséges, tehát **X**.
c) A 45 és az 54 ilyen számok, tehát két ilyen szám van. **2** (Gondot jelenthet, hogy valaki megtalálja a 45-öt, de az 54-et nem tekinti másik megoldásnak. Az értékelésnél ezt is elfogadhatjuk. **X**)
d) Legyen a a rövidebb, b a hosszabb oldal. $35 \le a \le 44$ és $45 \le a \le 54$. Így minimális területet a $35 \cdot 45 = 1575$ adja. A minimális kerület $(35 + 45) \cdot 2 = 160$, a maximális pedig $(44 + 54) \cdot 2 = 196$, azaz százasokra kerekítve mindkettő 200. A maximális b is csak 19 cm-rel hosszabb, mint a minimális a, tehát a különbség nem lehet 20 cm (-nél nagyobb). **X**.
e) Ilyen szám nem lehet, mert az első feltétel szerint 2-re kell végződnie, a második szerint meg 0-ra. Lehet, hogy többen tippelnek arra, hogy ilyen szám nincs, de helytelen indoklás esetén nem kell elfogadnunk a választ. **2**.
f) A százasokra történt kerekítés miatt a vas olvadáspontja 1450 és 1550 közé esik. Így 1445 fokon nem olvadhat meg, de 1500 fokon sem biztos, hogy megolvad. 1550 fokon azonban már meg kell olvadnia.(A tényleges OP 1520 °C) **2**.

5. Kerekített értékből következtetés lehetséges értékekre

2. feladatlap 6., 7. és 8. feladat.

6. A Mariana-árok, a Föld felszínének legmélyebb része, a Csendes-óceánban található. Legalább és legfeljebb milyen mélyen lehet, ha
a) százasokra kerekítve 11 000 m,
b) ezresekre kerekítve 11 000 m mély?
Tisztázandó, hogy a mélytengeri árkok az óceánok legmélyebb hasadékai, így a tengerszint alatt vannak. A mélység lehetséges értékei:
a) $10\,950 \le x < 11\,050$
b) $10\,500 \le x < 11\,500$
A pontos érték: 11 033 méter

A **2. tanulói melléklet** használható a következő feladathoz.

7. Legalább és legfeljebb

a) hány méter magas lehet a lakihegyi rádióadó, ha tízesekre kerekített magassága 310 m? $305 \le m < 315$, pontosan 314 m

b) hány méter hosszú Magyarország leghosszabb hídja, az Árpád-híd, ha hossza százasokra kerekítve 900 méter? $850 \le l < 950$, pontosan 928 m (a fel és lehajtó részek nélkül)

c) hány km² a Balaton felszíne – azaz víztükrének területe, ha tízesekre kerekített értéke 590 km²? Mennyi a területe százasokra kerekítve? $585 \le A < 595$, százasokra kerekítve 600, pontosan 592 km²

d) hány km lehet a Balaton partvonalának hossza, ha tízesekre kerekítve 200 km hosszú? $195 \le l < 205$, pontosan 195 km

e) A Balaton hossza 78 km, szélessége 15 km. Mekkora lenne annak a téglalapnak a kerülete, melybe a Balaton pontosan elférne? Mivel magyarázod, hogy a partvonal hossza ennél nagyobb, pedig a Balaton területe kisebb, mint a bennfoglaló téglalapé?

78 km

15 km

A bennfoglaló téglalap kerülete $(78 + 15) \cdot 2 = 186$ km. A Balaton partvonalának hossza azért több, mert tagolt, elég csak a Tihanyi-félszigetre tekinteni. Ha pontosabban követnénk a partvonalat, akkor még nagyobb hosszúságot kapnánk, sőt elvileg tetszőleges nagy értékig. Különösen jól látszik ez egy jobban tördelt partszakaszon, például Norvégia nyugati, szigetekkel, fjordokkal tűzdelt partvidékénél. A témát érdemes felvetni, mert megalapozza a geometriában egyre inkább teret nyerő fraktálgeometriai szemléletet.

A **2. tanulói melléklet** használható a következő feladathoz.

8. Az amatőr ökölvívás súlycsoportjainak táblázata alapján döntsd el, hogy legalább és legfeljebb hány kg lehet a teljes csapat tömege, ha minden súlycsoportban egy versenyző indul. A súlycsoport melletti szám jelenti, hogy legfeljebb hány kg lehet az adott súlycsoportbeli versenyző.

Ökölvívás súlycsoportok:
Papírsúly (45-48 kg-ig)
Légsúly (51 kg-ig)
Harmatsúly (54 kg-ig)
Pehelysúly (57 kg-ig)
Könnyűsúly (60 kg-ig)
Kisváltósúly (63 és fél kg-ig)
Váltósúly (67 kg-ig)
Nagyváltósúly (71 kg-ig)
Középsúly (75 kg-ig)
Félnehézsúly (81 kg-ig)
Nehézsúly (81-91 kg-ig)

Hogyan lehetne könnyen megállapítani a két lehetséges csapat összsúlyának különbségét?

	minimum	maximum
Papírsúly	45	48
Légsúly	48	51
Harmatsúly	51	54
Pehelysúly	54	57
Könnyűsúly	57	60
Kisváltósúly	60	63 és fél
Váltósúly	63 és fél	67
Nagyváltósúly	67	71
Középsúly	71	75
Félnehézsúly	75	81
Nehézsúly	81	91
Összesen:	627,5 + 45 = 672,5 kg	627,5 + 91 = 718,5 kg

A táblázatból látszik, hogy milyen lehetséges tömegű versenyzők alkotnák a legkönnyebb, illetve a legnehezebb csapatot. A kerettel kiemeltek összege egyenlő, tehát a különbséget a legkönnyebb és legnehezebb versenyzők súlyának különbsége, 46 kg adja.

III. Közelítő számítások alapműveletek körében

1. Összeadások, szorzások kerekített számokkal

Előkészítő feladat a kerekített számokkal történő számoláshoz. 3. feladatlap 1. feladat. Minden számot 1 értékes jegyre kell kerekíteni, azaz kétjegyűeket tízesekre, háromjegyűeket százasokra, négyjegyűeket ezresekre. Például: 32≈30, 345≈300 3543≈4000.

3. FELADATLAP

1. Kerekítsd a kétjegyű számokat tízesekre, a háromjegyűeket százasokra, a négyjegyűeket ezresekre!

37; 534; 1775; 149; 7491; 677; 3044; 508; 1508; 300; 6543

$37 \approx 40$, $534 \approx 500$, $1775 \approx 2000$, $149 \approx 100$, $7491 \approx 7000$, $677 \approx 700$,
$3044 \approx 3000$, $508 \approx 500$, $1508 \approx 2000$, $300 = 300$, $6543 \approx 7000$

A 3. feladatlap 2. a) feladatában először tízesekre, majd százasokra kerekített, egy értékes jegyet tartalmazó számokkal számoljanak a tanulók az alábbiak szerint:
$42 + 77 \approx 40 + 80 = 120$
$53 + 48 + 13 \approx 50 + 50 + 10 = 110$
$371 + 208 \approx 400 + 200 = 600$
$725 + 568 + 777 \approx 700 + 600 + 800 = 2100$
Az ezt követő feladatokban már különböző nagyságrendű számokkal dolgozzanak, de továbbra is csak egy-egy értékes jegyűvel:
$236 + 88 \approx 200 + 90 = 290$
$792 + 64 + 438 + 88 \approx 800 + 60 + 400 + 90 = 1350$
A feladatlapban szereplő feladatok inkább a gyengébbeknek szólnak, akik fejben nem tudnak egyszerre kerekíteni és összegezni.

A 3. feladatlap 2. b) feladatában az előzőek szerint, de szorzással dolgozzunk!
például:
$23 \cdot 47 \approx 20 \cdot 50 = 1000$
$638 \cdot 484 \approx 600 \cdot 500 = 300\,000$
$829 \cdot 47 \approx 800 \cdot 50 = 40\,000$

2. a) Add össze a következő számok előzőek szerinti kerekített értékeit fejben!

$34 + 71 + 28 + 84 \approx 30 + 70 + 30 + 80 = 210$

$82 + 15 + 33 + 74 \approx 80 + 20 + 30 + 70 = 200$

$178 + 321 + 701 + 680 \approx 200 + 300 + 700 + 700 = 190$

$549 + 32 \approx 500 + 30 = 530$

$78 + 780 \approx 80 + 800 = 880$

b) Az előzőek szerinti kerekítés után a kerekített értékek összeszorzásával becsüld meg az eredményt!

$43 \cdot 77 \approx$	$38 \cdot 84 \approx$	$26 \cdot 53 \approx$
$378 \cdot 725 \approx$	$107 \cdot 484 \approx$	$978 \cdot 823 \approx$
$487 \cdot 84 \approx$	$967 \cdot 133 \approx$	$355 \cdot 763 \approx$

Melyik eredmény térhet el leginkább a pontos szorzattól? Miért?

$43 \cdot 77 \approx 40 \cdot 80 = 3200$; $38 \cdot 84 \approx 40 \cdot 80 = 3200$; $26 \cdot 53 \approx 30 \cdot 50 = 1500$

$378 \cdot 725 \approx 400 \cdot 700 = 280\,000$; $107 \cdot 484 \approx 100 \cdot 500 = 50\,000$;
$978 \cdot 823 \approx 1000 \cdot 800 = 800\,000$

$487 \cdot 84 \approx 500 \cdot 80 = 40\,000$; $967 \cdot 133 \approx 1000 \cdot 100 \approx 100\,000$;
$355 \cdot 763 \approx 400 \cdot 800 = 320\,000$

A legnagyobb eltérés az utolsó szorzásnál lehet, mert itt mindkét tényezőt jelentősen felfelé kellett kerekíteni.

A következő műveletekben úgy módosítjuk kerek számokra a tagokat, illetve tényezőket, hogy minél kevesebbet „csaljunk”. Erre akkor kényszerülünk, ha a számoknál ugyanolyan irányú kerekítéseket kellene végeznünk, így a művelet eredménye, különösen szorzatnál jelentősen eltérne a ténylegestől.
Például $15 \cdot 25 \cdot 35 = 13\,125$, de kerekítésekkel $20 \cdot 30 \cdot 40 = 24\,000$, azaz közel dupláját kapnánk. A $10 \cdot 30 \cdot 40 = 12\,000$ sokkal jobb közelítést ad. Itt még elég nehéz az arányokra hivatkozva megindokolni, hogy miért a 15-öt kerekítettük lefelé, hiszen összeadás esetén teljesen mindegy, hogy a három tag közül melyiket „visszük le”, és melyiket kerekítjük helyesen.
A 3. feladatlap 3., 4. feladatának megoldása.

3. Melyik közelítés ad pontosabb eredményt a következő összeadásnál, illetve szorzásnál? A pontos eredmény kiszámításával ellenőrizd a véleményed!

$76 + 37$	$80 + 40$,	vagy	$70 + 40$			
$329 + 742$	$300 + 700$,	vagy	$300 + 800$			
$15 \cdot 25$	$20 \cdot 30$,	vagy	$10 \cdot 30$,	vagy	$20 \cdot 20$	

$76 + 37 = 113$; $80 + 40 = 120$ és $70 + 40 = 110$, tehát utóbbi van közelebb.
$329 + 742 = 1071$; $300 + 700 = 1000$ és $300 + 800 = 1100$, ismét utóbbi a jobb.
$15 \cdot 25 = 375$; $20 \cdot 30 = 600$ és $10 \cdot 30 = 300$, vagy $20 \cdot 20 = 400$, mindkettő jobb, mint a helyes közelítés.

4. Az előző feladat megoldási módszereire gondolva próbáld közelíteni a tagokat, illetve a tényezőket úgy, hogy minél pontosabb eredményt kapj!
$47 + 78 + 89 + 27 \approx$
$341 + 648 + 440 + 733 \approx$
$23 \cdot 34 \approx$
$45 \cdot 55 \cdot 63 \approx$
$47 + 78 + 89 + 27 \approx 40 + 80 + 90 + 20 = 230$
$341 + 648 + 440 + 733 \approx 300 + 700 + 400 + 800 = 2200$
$23 \cdot 34 \approx 20 \cdot 40 = 800$
$45 \cdot 55 \cdot 63 \approx 50 \cdot 50 \cdot 60 = 150\,000$

2. Következtetés a kerekített értékek összegéből, szorzatából a tagokra, tényezőkre

A mindennapi életben mi magunk is gyakran kerekítünk.
Vásárláskor többnyire nem a pontos kifizetendő összeget visszük magunkkal, hiszen többnyire nem is tudjuk mennyi pénzt hagyunk a pénztárnál. A gyors becslés és fejszámolás után le, vagy felfelé kerekítés után döntjük el, hogy mennyi pénzzel induljunk?
– Ismeritek-e a legfontosabb termékek árait? Mennyi pénz legyen nálatok, ha például 5 zsömlét, 20 dkg felvágottat, 3 doboz gyümölcsjoghurtot és 2 túrórudit kell vennetek?
– Barátodat születésnapján mozival leped meg, de a pattogatott kukoricáról, a villamosjegyekről is neked kell gondoskodnod.
– Apukád megtankolja az autót, megveszi a családtagoknak az utazási bérleteket.

Vásárlás előtt a várható kiadásokat értelemszerűen a nagyságrendjüknek megfelelő helyiértékre, de mindig felfelé kerekítjük indulás előtt. Ezt tesszük a termékek egységárával is, majd a mennyiségekkel történő szorzások után azok összegzésével is. Például:
$20 \cdot 5 + 200 \cdot 2 + 60 \cdot 3 + 50 \cdot 2 = 780$ Ft tehát 800, vagy 1000 Ft-tal indulunk, de az előbbinek is elégnek kell lennie.
A 3. feladatlap 5. feladatának megoldása.

5.a) Két egész szám tízesre kerekített értékét adtuk meg. Mennyi lehet legalább és legfeljebb a két szám összege, illetve szorzata?
$A \approx 30$; $B \approx 70$

……... $< A + B <$ …..…. ; ……...$< A \cdot B <$……...

b) Két egész szám százasokra kerekített értékét adtuk meg. Mennyi lehet legalább és legfeljebb a két szám összege, illetve szorzata?

$C \approx 800$; $D \approx 100$

……… $< C + D <$……... ; …... $< C \cdot D <$ ……...

a) $25 + 65 = 90 \le A + B < 35 + 75 = 110$; $25 \cdot 65 = 1625 < A \cdot B < 35 \cdot 75 = 2625$
b) $750 \le C < 850$ és $50 \le D < 150$ miatt $800 \le C + D < 1000$; $37500 \le C \cdot D < 127500$
Érdemes kitérni az utolsó intervallum nagyságára.

IV. Hosszúság és űrtartalom mérése választott és szabvány egységekkel

Néhány választott mértékegységgel történő méréssel tisztázzuk a mérés lényegét, a mérőszám, mértékegység, mennyiség fogalmát és az egységes mértékegységrendszer szükségességét!

1. Hosszúságok mérése választott mértékegységekkel

– Mérjük meg a terem hosszát!
Felszólítjuk a legmagasabb tanulót (nevezzük Péternek), hogy átlagos lépésekkel menjen el a terem hosszanti fala mentén. Eközben számláljuk a lépéseket. A terem hossza Péter szerint: N_1 lépés.

Ezután a legalacsonyabb tanulóval (Pál) is elvégeztetjük a mérést. A „csalás” elkerülése érdekében esetleg a második tanulót kiküldjük az első mérésnél, hogy annak eredménye ne késztesse nagyobb lépések megtételére. A terem hossza Pál szerint: N_2 lépés.

– Hány lépés a terem hossza?
A két eltérő mérőszámot rögzítjük a füzetben, de most még nem beszéljük meg.

2. Űrtartalom mérése választott mértékegységekkel

3 egyforma hengert töltünk meg rizzsel, amit kávés-, evő- illetve merőkanállal szórunk bele, és számláljuk mindegyik esetben, hogy hány kanállal töltöttük meg a hengert. Az egyszerűség kedvéért lehet púpozott kanállal töltögetni.
Esetleg csoportokban dolgozhatnak, és az egyes csoportok ugyanakkora hengerekkel és egyenlő nagyságú kávés-, evő- illetve merőkanállal dolgoznak. Több eredményt összevetve kiválaszthatjuk a statisztikailag reprezentáns adatot, például a móduszt (a leggyakrabban előforduló adatot), a mediánt, esetleg átlagolunk (ami nem biztos, hogy egész lesz). Mindezeknek csak akkor van értelme, ha egyidejűleg sokan dolgoznak azonos feltételekkel, vagy ha többször egymás után is elvégeztetjük a méréseket.
Lejegyezzük a mérések eredményét: vagyis, hogy a henger űrtartalma X_1 kávéskanál, X_2 evőkanál, X_3 merőkanál. Természetesen most is 3 eltérő eredményt találunk.

3. A mérések kapcsán a mérés lényegének, a mennyiség fogalmának tisztázása

Rátérünk a tapasztaltak megbeszélésére:
– Mivel válaszoltunk a „hány lépés”, „hány kanál” kérdésekre?
Egy-egy számmal. N_1, N_2, illetve X_1, X_2, X_3 .
– Ehhez a számhoz azonban minden esetben hozzátartozott valami, mi volt az? A „lépés”, illetve a „kanál”.
– Mi volt a szerepe a lépésnek, illetve a kanálnak a mérés során?
Itt beszélgetést kezdeményezünk a tanulókkal, amelynek lényege, hogy a „mivel mértünk”-féle választól eljussunk az összehasonlítás felismeréséig, és ahhoz, hogy az összehasonlítás eszköze a mértékegység.
– Mi volt a szerepe a mértékegységnek? Ezzel hasonlítottuk össze a mérendő dolgot.
– Mi a mérés lényege? A mérés tehát összehasonlítás.

– Mi a mérés eredménye? Eredménye egy mennyiség, amely a mérőszámból és a mértékegységből áll.

TUDNIVALÓ:

A mérés összehasonlítás.
Eredménye egy mennyiség, amely a mérőszámból és a mértékegységből áll.

Attól függően, hogy mennyire látják tisztán ezeket az alapokat, több-kevesebb időt szánunk erre a témára. Nagyon fontos azonban, hogy a mérést, mint összehasonlítást tudatosítsuk. Azt is látniuk kell, hogy a mérés eredményének megadásához nem elég csak mértékegységet, vagy csak mérőszámot megadni, tehát a továbbiakban – még kézenfekvő esetekben is – követeljük meg, hogy mennyiségek esetén a mérőszám és a mértékegység együtt szerepeljen.
– Miből adódott az eltérés az egyes méréseknél? Különböző nagyságú lépésekkel illetve kanalakkal mértünk.
A továbbiakban azt tisztázzuk, hogy a mérés (szinte) soha nem ad pontos eredményt, de nincs is szükségünk rá, csak megfelelően pontos közelítésre.
Mérjük meg még egyszer a terem hosszát Pál lépéseivel! (Beköthetjük a szemét, hogy ne igazodjon korábbi méréséhez.)
– Ugyanazt az eredményt kaptuk? Miért nem? Nem mértünk pontosan, nem jól használtuk a „mérőeszközt” (Pál) illetve a „mértékegységet” (lépéshossz).
– Miért nem igazán alkalmas a lépéshossz illetve a kanál a hosszúság illetve az űrtartalom mérésére? Nem lehet vele kellő pontossággal mérni (mit értünk kellő pontosságon?), és az eredmény csak azoknak mond valamit, akik ismerik Pétert vagy Pált.

4. Szabvány mértékegységrendszer szükségessége

Az előzőekből adódik egy egységes mértékegységrendszer szükségessége. A tanulók persze ismerik ennek egy részét, az eddigiek a mérés lényegén túl ennek fontosságát támasztották alá.
– Hogyan érhetnénk el, hogy egy mérésnél például a terem hosszának meghatározásakor mindig ugyanazt a mennyiséget kapjuk? Egyforma, jól meghatározott mértékegységet és megfelelő mérőeszközt kell használnunk.
– Milyen mértékegységgel szoktuk a távolságot mérni? mm < cm < dm < m < km
– Milyen mértékegységgel mérhetjük edények űrtartalmát? ml < cl < dl < l < hl
A csillagászatban használatos a csillagászati egység (Föld–Nap távolság, azaz 150 millió km, jele CsE vagy AU) vagy a fényév (kb. 9 és fél billió km, jele fé vagy ly).
– Más mennyiségekkel is fogunk még találkozni. Ismertek-e ilyeneket? Ha tudtok ilyeneket, akkor a nevük mellett a megfelelő mértékegységet is mondjátok! Biztosan megemlítik a tömeget (kg), területet (m^2), esetleg a térfogatot (m^3), a hőmérsékletet (°C), a meteorológiai jelentésekből ismerős (lég)nyomást (Pascal), vagy az elektromos áram kapcsán hallották a feszültség (volt), áramerősség, teljesítmény fogalmát (vagy inkább a mértékegységeit, az ampert, wattot hallották). Természetesen ezek tartalmát nem kell itt tisztáznunk, de jelezzük, hogy nagy részével a következő években a fizika tantárgy során ismerkednek meg.
Régebben nem alkalmazták az egységes mértékrendszert, ami megnehezítette a mennyiségek összevetését. Ma is vannak országok, ahol a mi rendszerünktől eltérő mértékegységeket használnak. Keressetek az Interneten ilyeneket! Nézzetek utána, hányféle „mérföld”-et használtak és használnak ma is távolságok mérésére, vagy hányféle fokot a hőmérséklet megadásakor! Hogy lehet, hogy az Egyesült Államokban a legforróbb napokon 100 fok körüli

a hőmérséklet, vagy a megengedett legnagyobb sebességet jelző táblákon „csak” 50-es vagy 60-as szám szerepel?
Az Egyesült Államokban használatos mérföld (kb. 1,6 km) mellett használatos volt a tengeri és a magyar mérföld is. A Fahrenheit-skálán szereplő 100 °F mintegy 38 °C–nak felel meg. (Pontosan (100 – 32) · 5 : 9

EMLÉKEZTETŐ:

hosszúság mértékegységei:	1 mm	$\underset{10}{<}$	1 cm	$\underset{10}{<}$	1 dm	$\underset{10}{<}$	1 m	$\underset{1000}{<}$	1 km
űrtartalom mértékegységei:	1 ml	$\underset{10}{<}$	1 cl	$\underset{10}{<}$	1 dl	$\underset{10}{<}$	1 l	$\underset{100}{<}$	1 hl

5. A mérés eredménye, mint közelítő érték

A továbbiakban azt figyeltetjük meg, hogy még a nemzetközileg elfogadott mértékegységrendszer is kevés ahhoz, hogy méréseink abszolút pontosak legyenek. Azaz a mérések eredménye mindig közelítő érték.
Mérjük meg ismét a terem hosszát, ezúttal szabvány (nemzetközileg elfogadott, SI-) mértékegységek felhasználásával.
A mérés kivitelezéséhez először méterrudat használunk. Ezzel azt is szemléltethetjük, hogy viszonylag nagy mértékegység nagyobb pontatlanságot eredményez (mivel még tört számot nem használunk mérőszámként).
– Hányszor fér el a méterrúd a terem hosszanti fala mentén? n-szer igen, n + 1-szer már nem, azaz n < hossz < n + 1
– Meg tudtuk-e pontosan adni a fal hosszát? nem
Ebben az esetben jogos a kérdés:
– Hogyan kaphatunk pontosabb eredményt? Használjunk kisebb mértékegységet, mérjünk cm-rel. (Természetesen csak a „maradékot” kell lemérniük és átváltás után hozzáadni az egész méterekhez.)
– Vajon az így mért érték pontos-e?
Érdemes vitát indítani, hogy eljussunk annak megállapítására, egyrészt a célnak általában megfelel a cm-es pontosság: szegélyléc felrakása, bútor elhelyezhetősége, padsorok lehetséges számának megállapítása (ehhez cm pontosság sem kell) stb esetében. Másrészt ez sem teljesen pontos, az utolsó cm valószínűleg láthatóan „nem fér be”.
– Mérjétek meg a lehető legnagyobb pontossággal a padotok szélességét! Milyen mértékegységet használtok? Természetesen milliméteres pontossággal mérnek, remélhetőleg az egyforma padok ellenére sem egyforma értéket kapva.
– Mi lehetett az eltérés oka? A vonalzók nem egyformák – vélhetik –, de ezt könnyen megcáfolhatjuk a vonalzók egymáshoz illesztésével. Akkor a padok nem egyformák. Ezt már nehezebb cáfolni, de megfelelő eszköz lehet egy (nem rugalmas) spárga, esetleg a padok egymás mellé (egymásra) helyezése. A végkövetkeztetés: nem lehet tökéletes pontossággal megmérni.
Ha mindannyian ugyanazt az értéket kapják, akkor is feltehetjük a kérdést: vajon pontosan ennyi-e a pad szélessége? A válasz, hogy legfeljebb csak mm-es pontossággal.
Mérjük meg az előbbi henger űrtartalmát dl-es, cl-es mérőedény segítségével. Most is csoportokban dolgozhatnak, ugyanazokkal a hengerekkel. Tegyünk műanyag tálcára egy nagyobb edénybe (a fizikaszertárból kölcsönkért kádba) vizet, ebből meregethetnek a tanulók a mércékkel a hengerbe.

– Hányszor fér az 1dl a hengerbe? Meg tudtuk-e pontosan adni a henger űrtartalmát?
– Hogyan kaphatunk pontosabb eredményt? Használjunk kisebb mértékegységet, mérjünk cl-rel. (Természetesen csak a „maradékot” kell lemérniük és átváltás után hozzáadni az egész deciliterekhez.)
– Vajon az így mért érték pontos-e? Az egyforma hengerek ellenére, ugyanazt a mértékegységet (cl-t) használva sem biztos, hogy egyforma értéket kapnak.
– Mi lehetett az eltérés oka? A víz kicsuroghatott, esetleg nem volt teljesen tele a mérce. Most is megállapíthatjuk, hogy a viszonylag nagy mértékegység nagyobb pontatlanságot eredményez.
A lényeg, hogy **egy mérés sem ad teljesen pontos eredményt.**

A 4. feladatlap 1., 2. feladata – ha az órába már nem fér bele – legyen házi feladat!

4. FELADATLAP

1. Gyakorold a mértékváltást!

a)	2 és fél	m	=	25	dm	=	250	cm	=	2500	mm
b)	5	m	=	50	dm	=	500	cm	=	5000	mm
c)	6	m	=	60	dm	=	600	cm	=	6000	mm
d)	42	km	=	42 000	m	=	420 000	dm			
e)	3 és fél	l	=	35	dl	=	350	cl	=	3500	ml
f)	2	l	=	20	dl	=	200	cl	=	2000	ml
g)	6 és fél	l	=	65	dl	=	650	cl	=	6500	ml
h)	15	hl	=	1500	l	=	15 000	dl			

2. a) Hány dm lehet a szoba oldala, ha m pontossággal mérve 4 m? 35 dm – 44 dm
b) Egy tolltartó 2 dm. Pontosabban mérve hány cm lehet a hosszúsága? 15 cm – 24 cm
c) Az egyenes vonalzó 30 cm. Hány mm lehet? 25 mm – 34 cm
d) Egy vödörben körülbelül 4 l víz van. Hány dl lehet ez? 35 dl – 44 dl
e) Lehet-e pontosan 5 dl ital a félliteres üdítős üvegben? Hány ml lehet benne, ha az előírás szerint legfeljebb fél cl eltérés lehet a megadott űrtartalomtól? 495 ml – 504 ml

3. Becsüljétek meg három azonos magasságú edény (henger, gömb és kúp) űrtartalmát! (A gömb vagy üreges, vagy két félgömbre osztható legyen) Melyiké a legnagyobb? Hányszorosa lehet a legkisebbnek? Töltsétek meg folyadékkal (esetleg rizzsel, homokkal), majd annak segítségével határozzátok meg az űrtartalmukat!

A csoportok beszámolnak mérési eredményeikről. Természetesen nem a később tanulandó 3 : 2 : 1 arányt kell megtanulniuk, hiszen itt nem is térfogat, hanem űrtartalom mérése történik és nem számítás. Az persze szerencsés, ha megkapják a valóságos arányt és meg is erősíthetjük, hogy a tapasztalatuk egybevág a valósággal. Hasznos kitérő lehet, hogy miközben azt

pontosan tudjuk, hogy például a henger űrtartalma 3-szorosa a kúpénak, közben egyik test tényleges űrtartalmát sem adhatjuk meg pontosan.
A méréseknél feltölthetik az edényeket vízzel, aminek mennyiségét mérőhengerrel olvassák le, vagy megtölthetik valamilyen szemcsés anyaggal.

V. Tömeg és idő mérése választott és szabványos mértékegységekkel

1. Idő mérése választott mértékegységekkel

A probléma elmélyítéséhez elvégezhetjük egy időtartam megmérését is különböző eszközökkel.
Az időmérő eszköz egy inga lehet, ilyen eszközt találhatunk a fizikaszertárban. Az inga tehát egy madzagra felfüggesztett súly, ami kellő amplitúdóval kilengethető, és viszonylag nagy tehetetlenségével elég sokáig lengésben marad. A mérendő időtartam lényege, hogy többször lehessen lemérni, lehet egy (diákoknak kedvenc) zeneszám rövid részlete, vagy akár egy (karácsonyt idéző) csillagszóró is, de akkor többről kell gondoskodnunk. A mérés lényege, hogy az adott időtartam alatt megszámolják a lengések számát. Természetesen a cél most is a mérés fogalmának mélyítése, a pontossággal kapcsolatos probléma erősítése egy új mennyiség kapcsán.
– Behoztam egy ingát. Mit lehet vele megmérni? A lengésszámmal egy időtartamot.
– Megmérjük mennyi idő alatt ég végig egy csillagszóró (vagy egy rövid zenei részlet hosszát). Számoljátok magatokban a lengések számát!
– Igaz-e, hogy ez a mérés is összehasonlítás volt? Igen, mert az időtartamot az inga kilengésének idejével hasonlítottuk össze, és a méréssel azt állapítottuk meg, hogy hányszorosa a mérendő dolog a mértékegységnek.

– Ismételjük meg a mérést egy másik csillagszóróval (vagy ugyanolyan hosszúságú zenerészlettel) A második mérésnél egy másik (hosszabb, vagy rövidebb ingát használunk)
– Miért kaptunk eltérő eredményeket? Mondhatják, hogy a csillagszórókban volt különbség (lehet), de a lényeg itt is az, hogy a mérőeszköz csak elvileg alkalmas, nagyobb pontossággal nem tudunk mérni vele és az eredményül kapott mennyiség mértékegysége (a kilengések száma) eléggé egyedi.

2. Idő mérése szabvány mértékegységekkel

– Hogyan lehet szabályozni a mértékegységet, azaz az inga kilengésének idejét? Gondoljunk az ingaórára, melyen egy súlyt mozgatunk fel-le, változtatva a lengésidőt, vagy behozhatunk egy „fordított” ingát, egy metronómot és azzal is végezhetjük a mérést. Mi helyettesíti az inga szerepét a mai órákban? A kvarckristály rezgése (másodpercenként 32 000), ami sokkal pontosabb mérést tesz lehetővé, csak legyen aki (ami) megszámolja.
– Állítsuk a metronómot a 60-as beosztáshoz, hallgassuk az 1 másodperces ütéseket! Kérjük meg a gyerekeket, hogy ők is kopogják halkan egy ujjukkal a padon a másodperceket a metronómmal együtt (érezzék ezt az időtartamot a kezük mozgásában is)! Kis idő elteltével állítsuk le a metronómot, és csak az osztály koppantásait hallgassuk! Amikor újra bekapcsoljuk a metronómot, rádöbbenhetünk, hogy az érzékeink sokszor megcsalnak. (Általában felgyorsulnak a koppantásaink.)
– Sorold fel az idő nemzetközileg elfogadott mértékegységeit! Milyen feltűnő különbséget vehettek észre az idő mértékegységeinél? Másodperc, perc, óra, nap, év. A váltószámok nem kerek számok (a 10 hatványai elnevezést még nem kell alkalmaznunk).

A hónap–nap közötti váltószám külön megbeszélést igényel: lehet 30, 31, 28, 29 nap:
30 napos hónap az április, június, szeptember, november; 29 napos a február a szökőévekben (a 4-gyel osztható évszámoknál – kivéve a 400-zal osztható évszámokat, ugyanis az ilyen évek nem szökőévek).
– 1 perc csendes pihenőt hirdetünk a gyerekeknek: mindenki szemét behunyva hajtsa le a fejét a padra, pihenjen 1 percig. Amikor úgy érzi, hogy letelt az 1 perc, akkor emelje fel a fejét csendesen, hogy ne zavarja a még pihenőket! (A szemlehunyás, fejlehajtás azért szükséges, hogy mindenki a saját időérzékére hagyatkozzon.) A játék után megbeszélhetjük, hogy ki milyen hosszúnak érezte az egy percet.

Ha van elég idő, akkor szánhatunk öt percet az 5. feladatlap 1. feladatára, úgy, hogy megmondjuk, hogy 5 percnyi idejük van, ez alatt mondhatják el egymásnak gondolataikat. Ne nézzék az órát, bízzák tanárukra az idő számontartását. Úgy kell terveznünk, hogy az ezután következő tömegmérésre legalább fél óra maradjon. Feladhatjuk az 5. feladatlap 1. feladatot házi feladatnak is, a megbeszélést a következő órára hagyva.

5. FELADATLAP

1. Csoporttársaiddal beszéljétek meg:
– Mit lehet elvégezni 1 óra alatt?
– Milyen állapot, történés, eseménysor tarthat egy hétig?
– Mi minden történhet 1 év alatt?

3. Tömegmérés

Az órának ebben a részében azt szeretnénk, ha tanulóink tapasztalatot szereznének különböző testek tömegének becslésében, mérésében, különböző mérlegek használatában. Végezzük el a 5. feladatlap 2. feladat szerinti mérési gyakorlatot!

Hat csoportot alakítsunk, 1-1 csoportban 4-5 tanuló legyen!
Hat mérési helyszínt jelöljünk ki az osztályban úgy, hogy legyen elegendő hely minden csoporttag számára! Két-két helyszínen ugyanolyan feladatot kell megoldaniuk, tehát minden gyerek három különböző méréssorozatban vesz részt. Forgószínpad technikával három csoport az egyik három helyszínen, három csoport a másik három helyszínen végzi a méréseket.

Minden helyszínen 4 mérésre van lehetőség. Először mindenki becsülje meg a mérendő test tömegét, saját becslését írja a feladatlap táblázatának megfelelő mezőjébe!
Minden mérést más-más tanuló végezzen, a többiek figyeljék társuk tevékenységét, majd a mérés eredményét mindnyájan írják be!
A csoport tagjai egymás után ábécé- vagy más, előre meghatározott sorrendben mérjenek, hogy mindenki körülbelül azonos mennyiségű mérésnél kerülhessen sorra. Osztálylétszámtól függően minden tanulónak két-három mérésre, 12 mérés tapasztalatára lesz lehetősége.
A tanár feladata, hogy még óra előtt előkészítse a 6 helyszínt és 4 tálcát (2-2 egyformát), amelyeken rajta vannak a mérendő tárgyak és a megfelelő mérőeszközök.

A háromféle helyszín a következő:

Az 1. helyszínen egy szobamérleg várja a tanulókat, amelyre egy-egy gyerek rááll, másik 2-3 pedig leolvassa az illető tömegét. Mérjék meg két iskolatáskájuk tömegét is! Ezek a mérlegek többnyire kg-pontossággal mérnek.

A 2. helyszínen egy tálcára készítsünk elő egy-egy átlátszó zacskóba körülbelül 30 dkg lisztet, cukrot, sót, kenyeret. Természetesen más anyagokat is mérethetünk (a táblázatban nem írtunk mérendő anyagot), de a só mindig meglepetést hoz számukra, és a kenyérrel sem árt ilyen szempontból megismerkedni. Ezen a helyszínen valamilyen háztartási (konyhai) mérlegre van szükség, amelyen dkg-pontosságú mérést kérünk.

A 3. helyszínen a tálcán apró tárgyak legyenek (radír, ceruza, ecset, egy szem cukorka, egy falat kenyér, kulcs, kabala állatka…, sajnos 4-nél több mérésre nincs idő). Ezek legalkalmasabb mérőeszköze a fizikaszertárban található tanulókísérletekhez használt karos mérleg. Tegyünk mellé a tálcára olyan súlysorozatot, amelyben grammok is vannak! (Ezekre nagyon kell vigyázni, mert könnyen elvesznek!) Itt tehát gramm-pontossággal mérjenek!

A mérés befejeztével érdemes még egyszer megfigyelni és megbeszélni a különböző testek becsült és mért tömegértékeit.

A 3. feladat megoldására feltétlenül sort kell keríteni akár órán, akár házi feladatnak feladva. (Ez utóbbi – nem szerencsés – esetben a következő óra elején kell ellenőrizni!)

2. Mekkora a tömege? Becsülj és mérj!
Először becsüld meg, hogy a mérendő tárgyaknak (személyeknek) mekkora lehet a tömege! Becslésedet, majd az elvégzett mérés eredményét is írd a táblázatba!

1. méréssorozat: válasszátok ki két társatokat, akiknek testtömegére kíváncsiak vagytok és két iskolatáskátokat, amelynek tömegét mérni szeretnétek! A mérési eredményeket kg pontossággal olvassátok le!

A vizsgált tömegű tanuló neve illetve A vizsgált tömegű táska tulajdonosa	becsült tömege (kg)	mért tömege (kg)

2. méréssorozat: Becsüld, majd mérd meg a zacskóban lévő élelmiszerek tömegét dkg pontossággal!

A mérendő anyag neve	becsült tömege (dkg)	mért tömege (dkg)

3. méréssorozat: Becsüld, majd mérd meg a tálcán található tárgyak tömegét g pontossággal!

A mérendő tárgy neve	becsült tömege (g)	mért tömege (g)

EMLÉKEZTETŐ:

az idő mértékegységei: $1\text{ másodperc} \underset{60}{<} 1\text{ perc} \underset{60}{<} 1\text{ óra} \underset{24}{<} 1\text{ nap} \underset{365}{<} 1\text{ év}$

a tömeg mértékegységei: $1\text{ g} \underbrace{\underset{10}{<} 1\text{ dkg} \underset{100}{<}}_{1000} 1\text{ kg} \underbrace{\underset{100}{<} 1\text{ q} \underset{10}{<}}_{1000} 1\text{ t}$

3. Gyakoroljuk a mértékváltást!

a)	4	kg	=	400	dkg	=	4000	g
b)	2 és fél	kg	=	250	dkg	=	2500	g
c)	28	kg	=	2800	dkg	=	28 000	g
d)	12	kg	=	1200	dkg	=	12 000	g
e)	3	t	=	3000	kg	=	300 000	dkg
f)	150 000	dkg	=	1500	kg	=	1 és fél	t
g)	1	óra	=	60	perc	=	3600	másodperc
h)	3	óra	=	180	perc			
i)	48	óra	=	2	nap			
j)	5	nap	=	120	óra			
k)	1	hét	=	168	óra			
l)	10	év	=	120	hónap			

VI. Felmérő dolgozat írása

FELMÉRŐ Név: ______________________

5. évfolyam, Közelítő számolás, mérés, kerekítés

A CSOPORT

1. Végezd el a kijelölt műveleteket! A számolás előtt végezz becslést!

a) 4325 + 282 + 695 =

Becslés:

Számítás:

b) 18932 – 3091 =

Becslés:

Számítás:

c) 527 · 89

Becslés:

Számítás:

d) 340 : 19 =

Becslés:

Számítás:

2. Válaszolj a kérdésekre!

– Pisti táskája 6 kg. Hány dkg lehet ez? ....

– Marika otthonról körülbelül 20 perc alatt ér az iskolába. Legalább és legfeljebb mennyi ideig van úton? ....

3. Kerekíts célszerűen!

Ha Tatabányán ma 71 154 ember él, mennyi a város népessége? ....

Magyarország területe 93 030 km^2, mennyi ez kerekítve? ....

4. Írd be a hiányzó számokat!

a)	3 kg	=	....	dkg	=	....	g		
b)	200 g	=	....	dkg					
c)	25 m	=	....	dm	=	....	cm		
d)	12 000 mm	=	....	cm	=	....	dm	=	.... m
e)	5 l	=	....	dl	=	....	cl		
f)	2000 ml	=	....	cl	=	....	dl	=	 l
g)	4 óra	=	....	perc					

FELMÉRŐ Név:______________________

5. évfolyam, Közelítő számolás, mérés, kerekítés

B CSOPORT

1. Végezd el a kijelölt műveleteket! A számolás előtt végezz becslést!

a) 3445 + 759 + 191 =

Becslés:

Számítás:

b) 17823 – 4082 =

Becslés:

Számítás:

c) 726 · 49

Becslés:

Számítás:

d) 420 : 29 =

Becslés:

Számítás:

2. Válaszolj a kérdésekre!

– Jancsi táskája 5 kg. Hány dkg lehet ez? ....

– Erzsike otthonról körülbelül 30 perc alatt ér az iskolába. Legalább és legfeljebb mennyi ideig van úton? ....

3. Kerekíts célszerűen!

Egerben 2007-ben 56394 lakost számláltak. Mennyi a város népessége? ....

A ferihegyi repülőtér egyik kifutópályája 3706 m. Kerekítve milyen hosszú ez a pálya?

....

4. Írd be a hiányzó számokat!

a)	4 kg	=	dkg	=	g			
b)	300 g	=	dkg					
c)	12 m	=	dm	=	cm			
d)	23 000 mm	=	cm	=	dm	=	....	m
e)	2 l	=	dl	=	cl			
f)	5000 ml	=	cl	=	dl	=	....	l
g)	3 óra	=	perc					

FELMÉRŐ (MEGOLDÁS) Név:____________________

5. évfolyam, Közelítő számolás, mérés, kerekítés

A CSOPORT

1. Végezd el a kijelölt műveleteket! A számolás előtt végezz becslést!

a) 4325 + 282 + 695 =

Becslés: 4300 + 300 + 700 ≈ 5300

Számítás: 5302

b) 18932 – 3091 =

Becslés: 19000 – 3000 ≈ 16000

Számítás: 15841

c) 527 · 89

Becslés: 500 · 90 ≈ 45000

Számítás: 46903

d) 340 : 19 =

Becslés: 300 : 20 ≈ 17

Számítás: a hányados: 17, maradék: 17

Minden műveletnél a jó becslés 1p, jó számítás 2p, összesen: **12 pont**

2. Válaszolj a kérdésekre!

– Pisti táskája 6 kg. Hány dkg lehet ez? 550 – 649 között bármennyi dkg lehet.

– Marika otthonról körülbelül 20 perc alatt ér az iskolába. Legalább és legfeljebb mennyi ideig van úton? 15 – 24 perc között bármelyik időtartam lehet.

4 pont

3. Kerekíts célszerűen!

Ha Tatabányán ma 71 154 ember él, mennyi a város népessége? 71 000

Magyarország területe 93 030 km^2, mennyi ez kerekítve? 93 000 km^2 (93 000 km^2)

4. Írd be a hiányzó számokat!

a)	3 kg	=	300	dkg	=	3000	g					
b)	200 g	=	20	dkg								
c)	25 m	=	250	dm	=	2500	cm					
d)	12 000 mm	=	1200	cm	=	120	dm	=	12	m		
e)	5 l	=	50	dl	=	500	cl					
f)	2000 ml	=	200	cl	=	20	dl	=	2	l		
g)	4 óra	=	240	perc								

14 pont

FELMÉRŐ (MEGOLDÁS) Név:______________________

5. évfolyam, Közelítőszámolás, mérés, kerekítés

B CSOPORT

1. Végezd el a kijelölt műveleteket! A számolás előtt végezz becslést!

a) 3445 + 759 + 191 =

Becslés: 3400 + 800 + 200 ≈ 4400

Számítás: 4395

b) 17823 – 4082 =

Becslés: 18000 – 4000 ≈ 14000

Számítás: 13741

c) 726 · 49

Becslés: 700 · 50 ≈ 35000

Számítás: 35574

d) 420 : 29 =

Becslés: 400 : 30 ≈ 14

Számítás: a hányados: 14, maradék: 14

Minden műveletnél a jó becslés 1p, jó számítás 2p, összesen: **12 pont**

2. Válaszolj a kérdésekre!

– Jancsi táskája 5 kg. Hány dkg lehet ez? 450 – 549 között bármennyi dkg lehet.

– Erzsike otthonról körülbelül 30 perc alatt ér az iskolába. Legalább és legfeljebb mennyi ideig van úton? 25 – 34 perc között bármelyik időtartam lehet.

4 pont

3. Kerekíts célszerűen!

Egerben 2007 novemberében 56394 lakost számláltak. Mennyi a város népessége? 56 000

A ferihegyi repülőtér egyik kifutópályája 3706 m. Kerekítve milyen hosszú ez a pálya?

3700m, (4 km is elfogadható)

2 pont

4. Írd be a hiányzó számokat!

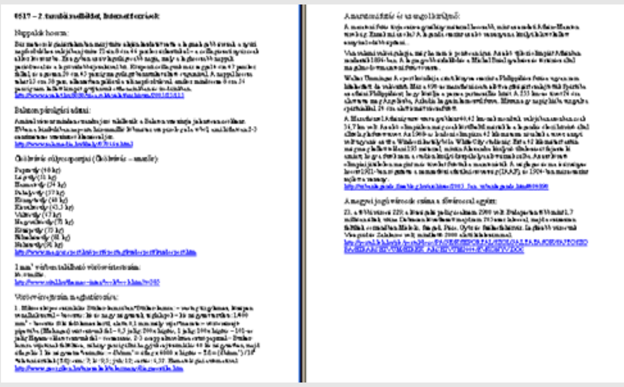
a)	4 kg	=	400	dkg	=	4000	g			
b)	300 g	=	30	dkg						
c)	12 m	=	120	dm	=	1200	cm			
d)	23 000 mm	=	2300	cm	=	230	dm	=	23	m
e)	2 l	=	20	dl	=	200	cl			
f)	5000 ml	=	500	cl	=	50	dl	=	5	l
g)	3 óra	=	180	perc						

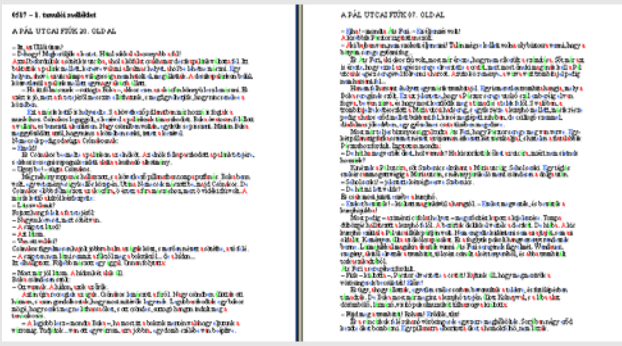
14 pont

VII. Számlálás, becslés nagy számok körében; arányos következtetések

1. Dolgok megszámlálásának néhány alkalmazási területe

Hány autó haladhat át egy forgalmas útszakaszon egy nap, egy hét, vagy egy év alatt?
Hány a betű van a Pál utcai fiúk című regényben? (**1. tanulói melléklet** – lásd e fájl végén és a tanulói munkafüzet végén is!)
Hány színes drazsé lehet egy nagy zacskóban összesen?
Mennyi a vörösvértestestek száma a vérünkben? (**2. tanulói melléklet**)
1., 2. tanulói melléklet – lásd e fájl végén és a tanulói munkafüzet végén is!





Ilyen és ehhez hasonló kérdésekre keressük a választ a továbbiakban. A gyerekek elmondják a véleményüket a felvetett kérdésekre.

A kérdésekre számlálással kaphatjuk meg a pontos választ, a legtöbb esetben azonban a pontos számra nincsen szükség, így a pontos számlálástól is eltekinthetünk. Ha csak közelítő számra van szükségünk, akkor többféle módon is elkerülhetjük a teljes minta számbavételét.
Hogyan történhet ez az egyes esetekben?
A következő kérdéssor segíthet megérteni a problémát.
Forgalomszámlálás:
Mi teszi szükségessé a forgalmi adatok megszámlálását?
Szükséges-e az autók számának pontos ismerete?
Hogyan becsülhetnéd meg az egész évi autóforgalmat?
Elég-e az év egy adott napján számolni?
Elég-e egy napnak adott óráján számolni?
Hogyan következtethetünk a számlálás eredményéből a kérdés megoldására?
Betűk száma:

Melyik magánhangzó fordul elő leggyakrabban nyelvünkben? Ismét feltehetjük a kérdést, meg kell-e számlálni az összes magyar szó esetén a magánhangzók előfordulását? Néhány példán vizsgálódunk. A Pál utcai fiúk című regény két oldalát használjuk fel mintául. (**1. tanulói melléklet**) Számoljuk meg, hány darab található a kérdéses magánhangzókból az egyes oldalakon! A számlálást a 20. oldallal kezdjük!

2. A számlálás eredményének becslése különböző eszközökkel, arányos következtetésekkel

A tanulók csoportokban dolgoznak:
Az I. csoport a forgalomszámlálás adataival dolgozik a 6. feladatlap 1. feladatának kitöltésével és a kérdések megválaszolásával.

A II. csoport a kinyomtatott oldal átnézésével a 6. feladatlap 4. feladatát oldja meg.
A regényből kinyomtatott részleteket nézzék át. Segítségként az egyes magánhangzók eltérő színnel lettek nyomtatva. Megoszthatják a munkát több részre osztva az egy oldalt, esetleg az eltérő eredmények újraszámlálása helyett átlagolhatnak is, aminek jogosságát is megindokolhatják.

A III. csoport a 6. feladatlap 3. feladatot oldja meg. Adjunk nekik rizst, mákot, tálcát, poharakat, mérleget, ami szükséges elgondolásuk végrehajtásához! Segítsük őket a munka megszervezésében!

A IV. csoport a 6. feladatlap 2. feladatával foglalkozik. Feladatuk elvégzése után kaphatnak egy zacskó drazsét, amit megoszthatnak osztálytársaikkal.

A feladatok elvégzése után minden csoport beszámol az osztálynak arról, hogy mi volt a feladatuk és hogyan oldották meg (hogyan gondolkoztak, milyen nehézségeket kellett leküzdeniük, milyen eredményeket kaptak…).

6. FELADATLAP

1. Egy községen átvezető úton gépjárműszámlálást tartottak. Az eredményeket táblázatba foglalták.

a) Töltsd ki a táblázat üres mezőit!

	Január 15.	Március 30.	Július 20.	November 1.
2-3 óra között	14	27	41	19
7-8 óra között	413	543	650	368
13-14 óra között	399	488	745	339
20-21 óra között	209	354	512	218
Összesen:	1035	1412	1948	1264
Százasokra kerekítve	1000	1400	1900	1300
Napi forgalom	6000–6200	8400–8500	10500–11700	7600–7800

b) Hogyan tudnál következtetni az egész napos forgalomra?
c) Hogyan tudnál következtetni az egész éves forgalomra?
d) Az év melyik időszakában lehet itt a legnagyobb a forgalom?

e) Igaz-e, hogy mindig a reggeli csúcsforgalom idején a legnagyobb a forgalom?
f) Mi okozhatja az egyetlen eltérést?
g) Becsüld meg az átlagos napi forgalmat
– télen,
– tavaszi, őszi időszakban,
– nyáron!
Becsüld meg az éves forgalmat!

b) Többféle lehetőség van, a legrosszabb közelítést valamelyik minimális, vagy maximális érték 24-gyel történő beszorzása adja. Szerencsésebb átlagot számolni, de nagyban egyszerűsíti a számolást, ha eleve az összeg hatszorosát vesszük, hiszen négy óra adatát rögzítettük.

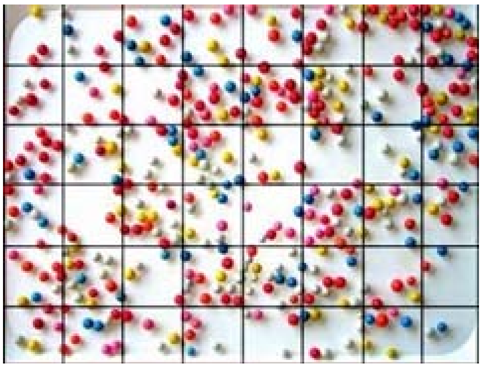
c) Az éves forgalomra ismét az adatok összességét érdemes felhasználni. Természetesen itt is érdemes közelítő számítással egyszerűsíteni a számítást:
$(6200 + 8500 + 11700 + 7800) \cdot (360 : 4) = 34\,200 \cdot 90 = 3\,078\,000$, azaz körülbelül 3 millió jármű, vagy ezresekre kerekítve: $(6 + 8 + 11 + 8) \cdot 90 = 33 \cdot 90 = 2\,970$ ezer ≈ 3 millió

d) A nyári időszak a legforgalmasabb.

e) Nem igaz, mert nyáron a déli órák forgalmasabbak.

f) Lehet, hogy nyaralóövezet, ami a nyári forgalmat terheli és áthelyezi a maximumot a napközbeni időszakra.

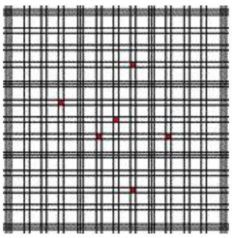
2. Panni kiszórta a karácsonyra kapott drazsét egy tálcára, hogy megszámolja. Segítsünk neki!
Hogyan segíthet a számlálásban a képre rajzolt négyzetháló?
Hány négyzetre osztottuk az eredeti képet?
Keresd meg, melyik cellában van a legtöbb, illetve a legkevesebb drazsé.
Mennyi lehet a számuk egy átlagos cellában?
Hogyan becsülheted meg a cukorkák számát?



A négyzethálóval az összegre következtethetünk néhány cellában lévő darabszám alapján.
$6 \cdot 8 = 48$ cellára osztottuk a képet. Legkevesebb: 2 darab (jobb alsó) Legtöbb: 16 darab (jobb felső) Átlagos: 9 darab, ennek alapján a becsült szám $9 \cdot 48 \approx 430$ körül lehet.

A **2. tanulói melléklet** használható a következő feladathoz.

3. Hogyan tudnád egy kiló rizsben lévő rizsszemek, vagy hasonló tömegű mákban szereplő mákszemek számát közelítőleg megadni? Találjatok ki „gazdaságos” módszereket a számlálás egyszerűsítésére!

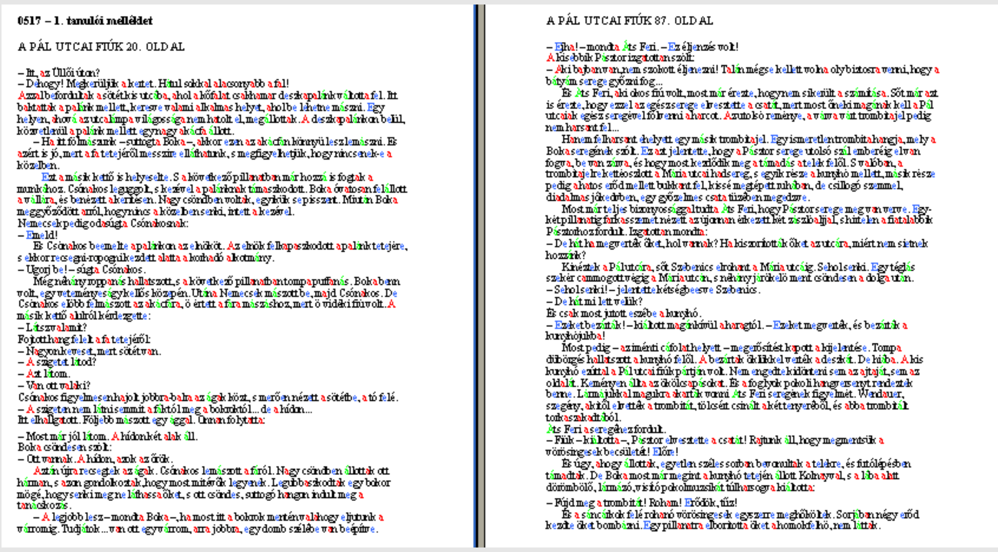


A vérünkben lévő vörös vértestek számának becslését hasonló módon végzik. Egy csepp vér elegendő a vizsgálathoz. Annak a rácsnak az oldalai mindössze 5 század mm és a számlálást mikroszkóp alatt végzik. Így is elegendő pontossággal tudnak következtetni a teljes számra. Egy felnőttnek összesen mintegy 5 (és fél) liter vére van, és mintegy 5 milliárd vörös vértest van minden ml vérben. Próbáld leírni és kimondani ennek alapján egy emberben lévő vörös vértestek átlagos számát.

Az átlagos sejtszám: $5 \cdot 5\,000\,000\,000 \cdot 1000 = 25\,000\,000\,000\,000$, azaz 25 billió.

Többféle megoldás is kínálkozik. Ötvözhetik is ezeket. Például a rizst kétkarú mérleggel két egyenlő részre osztják, majd az egyik felet tovább felezik és a felezéseket addig folytatják, míg számolható nagyságrendű szemhez jutnak. Ezekkel elvégezhetik a négyzethálós befedés módszerét (előre megrajzolt négyzethálóval) és az így kapott érték megfelelő számú duplázásával juthatnak az eredményhez. Ha a rizsszámot ismerik, akkor egy ismert számú rizs-mák tömegaránnyal is megkaphatják a mákszemek számát. Természetesen oszthatnak kisebb mérőeszközökre – pohár, gyűszű – is és csoportokban dolgozva összevethetik az eredményeket.

A következő feladathoz használható az **1. tanulói melléklet**.


0517 – 1. tanulói melléklet

A PÁL UTCAI FIÚK 20. OLDAL

A PÁL UTCAI FIÚK 87. OLDAL

4. Vedd kézbe Molnár Ferenc: A Pál utcai fiúk című könyvét!
A 20. és 87. oldalak közül melyik oldalon található több betű?
Miért érdemes több oldalt is megvizsgálni?
Az *a* és az *e* betű közül melyik fordul elő többször a 20. oldalon?
Ennek alapján állíthatjuk-e, hogy a könyvben is gyakrabban fordul elő ez a betű?
Végezzük el a számlálást a 87. oldallal is! Ugyanazt a következtetést vonhatjuk le?

Ha tudjuk, hogy a könyv összesen 112 oldalas, hozzávetőleg mennyi lehet az *a* illetve az *e* betűk száma?
Mit gondoltok, ha az *a* mellé az *á* betűket is odaszámítjuk, változik-e a sorrend?
Mi indokolhatja, hogy a betűk száma kevesebb, mint a becslésünk szerint várhattuk?
A 87. oldalon (az adatokat utólag megadhatjuk).
Mert nem biztos, hogy helyesen tükrözi a betűk gyakoriságát.
A 20. oldalon több az *a*, mint az *e* betű.
Nem, és ez a későbbiekben igazolódik is.
Itt már megváltozik a sorrend, és több lesz az *e*, mint az *a*.

	20. oldal	87. oldal	A két oldal együtt
Összes betű	1975	2402	4377
a betűk száma	197	187	384
e betűk száma	175	261	436
á betűk száma	69	90	159

Az *a* betűk számára: $384 : 2 \cdot 112 = 21\ 504$. Az *e* betűk számára: $436 : 2 \cdot 112 = 24\,416$.
Az *á* betűk számara: $159 : 2 \cdot 112 = 8\,904$ adódik. Az *a* és *á* betűk száma együtt felülmúlja az ***e*** betűk számát.

A valódi adatok, amelyeket természetesen közölhetünk a tanulókkal, a következők:
Összesen: *a* betű: 20 576; *á* betű: 6 797; *e* betű: 21 551.
Sok töredék oldal volt a fejezetek végén, de ez a betűk arányát nem befolyásolta.
Az átlagos betűszám értékét megkaphatjuk, ha tudjuk, hogy a 112 oldalon összesen 228 019 betű van, azaz átlagnak:
228 019 : 112 ≈ 2 036 betű/oldal adódik.

0517 – 1. tanulói melléklet

A PÁL UTCAI FIÚK 20. OLDAL

– Itt, az Üllői úton?
– Dehogy! Megkerüljük a kertet. Hátul sokkal alacsonyabb a fal!
Azzal befordultak a sötét kis utcába, ahol a kőfalat csakhamar deszkapalánk váltotta fel. Itt baktattak a palánk mellett, keresve valami alkalmas helyet, ahol be lehetne mászni. Egy helyen, ahová az utcalámpa világossága nem hatolt el, megállottak. A deszkapalánkon belül, közvetlenül a palánk mellett egy nagy akácfa állott.

– Ha itt fölmászunk – suttogta Boka –, akkor ezen az akácfán könnyű lesz lemászni. És azért is jó, mert a fa tetejéről messzire elláthatunk, s megfigyelhetjük, hogy nincsenek-e a közelben.

Ezt a másik kettő is helyeselte. S a következő pillanatban már hozzá is fogtak a munkához. Csónakos leguggolt, s kezével a palánknak támaszkodott. Boka óvatosan felállott a vállára, és benézett a kerítésen. Nagy csöndben voltak, egyikük se pisszent. Miután Boka meggyőződött arról, hogy nincs a közelben senki, intett a kezével.
Nemecsek pedig odasúgta Csónakosnak:
– Emeld!

És Csónakos beemelte a palánkon az elnököt. Az elnök felkapaszkodott a palánk tetejére, s ekkor recsegni-ropogni kezdett alatta a korhadó alkotmány.
– Ugorj be! – súgta Csónakos.

Még néhány roppanás hallatszott, s a következő pillanatban tompa puffanás. Boka benn volt, egy veteményeságy kellős közepén. Utána Nemecsek mászott be, majd Csónakos. De Csónakos előbb felmászott az akácfára, ő értett a fára mászáshoz, mert ő vidéki fiú volt. A másik kettő alulról kérdezgette:
– Látsz valamit?
Fojtott hang felelt a fa tetejéről:
– Nagyon keveset, mert sötét van.
– A szigetet látod?
– Azt látom.
– Van ott valaki?
Csónakos figyelmesen hajolt jobbra-balra az ágak közt, s merően nézett a sötétbe, a tó felé.
– A szigeten nem látni semmit a fáktól meg a bokroktól... de a hídon...
Itt elhallgatott. Följebb mászott egy ággal. Onnan folytatta:
– Most már jól látom. A hídon két alak áll.
Boka csöndesen szólt:
– Ott vannak. A hídon, azok az őrök.

Aztán újra recsegtek az ágak. Csónakos lemászott a fáról. Nagy csöndben állottak ott hárman, s azon gondolkoztak, hogy most mitévők legyenek. Legubbaszkodtak egy bokor mögé, hogy senki meg ne láthassa őket, s ott csöndes, suttogó hangon indult meg a tanácskozás.

– A legjobb lesz – mondta Boka –, ha most itt a bokrok mentén valahogy eljutunk a várromig. Tudjátok... van ott egy várrom, arra jobbra, egy domb szélébe van beépítve.

A PÁL UTCAI FIÚK 87. OLDAL

– Ejha! – mondta Áts Feri. – Ez éljenzés volt!
A kisebbik Pásztor izgatottan szólt:
– Aki bajban van, nem szokott éljenezni! Talán mégse kellett volna oly biztosra venni, hogy a bátyám serege győzni fog...

És Áts Feri, aki okos fiú volt, most már érezte, hogy nem sikerült a számítása. Sőt már azt is érezte, hogy ezzel az egész serege elvesztette a csatát, mert most őneki magának kell a Pál utcaiak egész seregével fölvenni a harcot. Az utolsó reménye, a várva várt trombitajel pedig nem harsant fel...

Hanem felharsant ehelyett egy másik trombitajel. Egy ismeretlen trombita hangja, mely a Boka seregének szólt. Ez azt jelentette, hogy a Pásztor serege utolsó szál emberéig el van fogva, be van zárva, és hogy most kezdődik meg a támadás a telek felől. S valóban, a trombitajelre kettéoszlott a Mária utcai hadsereg, s egyik része a kunyhó mellett, másik része pedig a hatos erőd mellett bukkant fel, kissé megtépett ruhában, de csillogó szemmel, diadalmas jókedvben, egy győzelmes csata tüzében megedzve.

Most már teljes bizonyossággal tudta Áts Feri, hogy Pásztor serege meg van verve. Egy-két pillanatig farkasszemet nézett az újonnan érkezett két zászlóaljjal, s hirtelen a fiatalabbik Pásztorhoz fordult. Izgatottan mondta:
– De hát ha megverték őket, hol vannak? Ha kiszorították őket az utcára, miért nem sietnek hozzánk?

Kinéztek a Pál utcára, sőt Szebenics elrohant a Mária utcáig. Sehol senki. Egy téglás szekér cammogott végig a Mária utcán, s néhány járókelő ment csöndesen a dolga után.
– Sehol senki! – jelentette kétségbeesve Szebenics.
– De hát mi lett velük?
És csak most jutott eszébe a kunyhó.
– Ezeket bezárták! – kiáltott magánkívül a haragtól. – Ezeket megverték, és bezárták a kunyhójukba!

Most pedig – az iménti cáfolat helyett – megerősítést kapott a kijelentése. Tompa dübörgés hallatszott a kunyhó felől. A bezártak öklükkel verték a deszkát. De hiába. A kis kunyhó ezúttal a Pál utcai fiúk pártján volt. Nem engedte kidönteni sem az ajtaját, sem az oldalát. Keményen állta az ökölcsapásokat. És a foglyok pokoli hangversenyt rendeztek benne. Lármájukkal magukra akarták vonni Áts Feri seregének figyelmét. Wendauer, szegény, akitől elvették a trombitát, tölcsért csinált a két tenyeréből, és abba trombitált torkaszakadtából.
Áts Feri a seregéhez fordult.
– Fiúk – kiáltotta –, Pásztor elvesztette a csatát! Rajtunk áll, hogy megmentsük a vörösingesek becsületét! Előre!

És úgy, ahogy állottak, egyetlen széles sorban bevonultak a telekre, és futólépésben támadtak. De Boka most már megint a kunyhó tetején állott Kolnayval, s a lába alatt dörömbölő, lármázó, visító pokolmuzsikát túlharsogva kiáltotta:
– Fújd meg a trombitát! Roham! Erődök, tűz!

És a sáncárkok felé rohanó vörösingesek egyszerre meghőköltek. Sorjában négy erőd kezdte őket bombázni. Egy pillanatra elborította őket a homokfelhő, nem láttak.

0517 – 2. tanulói melléklet, Internet források

Nappalok hossza:

Bár meteorológiai értelemben már június elején kezdetét vette a legmelegebb évszak, a nyári napfordulóhoz valójában június 21-én 8 óra 46 perckor érkezünk el – a csillagászati nyár csak ekkor köszönt be. Ez egyben az év legvilágosabb napja, mely a leghosszabb nappali periódussal és a legrövidebb éjszakával bír. Központi csillagunk már reggel 4 óra 47 perckor felkel, és egészen 20 óra 45 percig megvilágít bennünket éltető sugaraival. A nappal hossza tehát 15 óra 58 perc, ellentétben például a téli napfordulóval, amikor mindössze 8 óra 56 percig nem kellett lámpát gyújtanunk otthonainkban és irodáinkban.
http://www.evelet.hu:8080/ujsagok/evelet/archivum/2005/25/115

Balaton párolgási adatai:

Amivel viszont minden strandra járó találkozik: a Balaton vízszintje jelentősen csökkent. Ebben a kánikulában naponta hárommillió köbméter víz párolog el a tóból, ami láthatóan 2-3 centiméteres vízszintcsökkenéssel jár.
http://www.zalamedia.hu/khely/0706/sz.html

Ökölvívás súlycsoportjai (Ökölvívás – amatőr):

Papírsúly (48 kg)
Légsúly (51 kg)
Harmatsúly (54 kg)
Pehelysúly (57 kg)
Könnyűsúly (60 kg)
Kisváltósúly (63,5 kg)
Váltósúly (67 kg)
Nagyváltósúly (71 kg)
Középsúly (75 kg)
Félnehézsúly (81 kg)
Nehézsúly (91 kg)
http://www.magyar.sport.hu/sport/sportag/kuzdosport/kuzdosport.htm

1 mm^3 vérben található vörösvértestszám:

kb. ötmillió.
http://www.vital.hu/themes–inter/book/book.htm?t=385

Vörösvérsejtszám meghatározása:

1. Mikroszkópos számlálás Bürker-kamrában*Bürker-kamra: – vastag tárgylemez, középen vonalhálózattal – beosztás: kis és nagy négyzetek, téglalapok – kis négyzet területe: 1/400 mm^2 - beosztás fölé fedőlemez kerül, alatta 0,1 mm mély vájat*menete:– vörösvérsejt-pipettába (Melanger) vért szívunk fel – 0,5 jelig: 200x hígítás, 1 jelig: 100x hígítás – 101-es jelig Hayem-oldatot szívunk fel – összerázás, 2-3 csepp eltávolítása szűrőpapírral – Bürker-kamra vájatának feltöltése, néhány percig állni hagyjuk sejtszámlálás 40 kis négyzetben, majd átlagolás 1 kis négyzetre*számítás: – db/mm^3 = átlag x 4000 x higítás – T/l = (db/mm^3) / 10^6 *életani értékek (T/l): szm: 7; ló: 9,5; juh: 12; sertés: 6,52. Hematológiai automatával
http://www.georgikon.hu/tanszekek/takarmany/diagnosztika.htm

A maratoni futás és az angol királynő:

A maratoni futás távja száz-egynéhány méterrel hosszabb, mint az eredeti Athén–Maraton távolság. Ennek mi az oka? A legenda szerint az első versenyen a királyi lelátót kellett ennyivel odébb építeni...

Van valami valóságalapja, még ha nem is pontosan igaz. Az első újkori olimpiát Athénban rendezték 1896-ban. A legnagyobb érdeklődés a Michel Bréal nyelvész és történész által megálmodott maratoni futást övezte.

Walter Umminger A sport krónikája című könyve szerint a Philippidész futása ugyan nem hitelesített, de valószínű. Már a 490-es marathóni csata előtt segítségért szalajtották Spártába az athéni Philippidészt, hogy közölje a perzsa partraszállás hírét. A 255 km-es távot 24 óra alatt tette meg Argoliszba, Arkadia hegyein keresztül futva. Miután egy napig hiába tárgyalt a spártaiakkal, 24 óra alatt ismét visszafutott.

A Marathóntól Athénig tartó utat egyébként 40,42 km-nek mondták, valójában azonban csak 36,7 km volt. Az első olimpiákon még csak körülbelül mérték le a legendás ókori hírvivő által állítólag lefutott távot. Az 1908-as londoni olimpiára 42 kilométerre növelték a távot, ennyi volt ugyanis az út a Windsori kastélyból a White-City stadionig. Ezt a 42 kilométert aztán még meg kellett toldani 195 méterrel, miután Alexandra királynő tiltakozását fejezte ki amiatt, hogy a futók nem a stadion királyi díszpáholya előtt érnek célba. Az ezt követő olimpiai játékokon megint más távokat futottak a maratonisták. A végleges és ma is érvényes hosszt 1921-ben rögzítette a nemzetközi atlétikai szövetség (IAAF), és 1924-ben már eszerint zajlott a verseny.
http://urbanlegends.freeblog.hu/archives/2005_Jan_urbanlegends.htm#404890

A megyei jogú városok száma a fővárossal együtt:

23, a többi városé 229, a községeké pedig csaknem 2900 volt. Budapesten több mint 1,7 millióan éltek, utána Debrecen következett majdnem 205 ezer lakossal, majd a százezren felüliek, sorrendben Miskolc, Szeged, Pécs, Győr és Székesfehérvár. Legkisebb városunk Visegrád és Zalakaros volt, mindkettő 2000 alatti lélekszámmal.
http://portal.ksh.hu/pls/portal/docs/PAGE/KSHPORTAL/SZOLGALTATASOK/SAJTOSZOBA/HIRARCHIVUM/HIREK_ARCHIVUM2004/EVKONYV.DOC