

---

# TERMÉSZETES SZÁMOK

Természetes számok összeadása, kivonása, szorzása, osztása

---

KÉSZÍTETTE: LACZKA GYULÁNÉ

## MODULLEÍRÁS

<b>A modul célja</b>	A szorzás, osztás fogalmának mélyítése. A szorzat és hányados változásai. Műveletek összehasonlítása egy vagy több szereplő változtatása esetén. Műveletek sorrendje csak szorzást és osztást tartalmazó műveletsorokban
<b>Időkeret</b>	4 óra
<b>Ajánlott korosztály</b>	5. évfolyam
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	<i>Tágabb környezetben:</i> természetismeret, informatika, technika <i>Szűkebb környezetben:</i> összeadásról és kivonásról tanult ismeretek, műveleti tulajdonságok, fejszámolás, szöveges feladatok <i>Ajánlott megelőző tevékenységek:</i> összeadás, kivonás műveleti tulajdonságai. A szorzás, osztás művelete <i>Ajánlott követő tevékenységek:</i> műveletek sorrendje a négy alpművelet körében
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	<i>Számolás kompetencia:</i> szorzás, osztás műveleti tulajdonságainak elmélyítése. Fejszámolás <i>Mérés, becslés:</i> kisebb mennyiségek ismeretében következtetés nagyobb mennyiségre, a kisebb mennyiség többszörösére <i>Kombináció, rendszerezés kompetencia:</i> tényezők csoportosítása, rendszerezése. A szorzat és hányados változatlansága <i>Indukció, dedukció:</i> A szorzat illetve a hányados változatlansága <i>Szövegértés kompetencia:</i> A tanult elnevezések adekvát használata. Szöveggel felírt összefüggések megfogalmazása az algebra nyelvén és fordítva

### AJÁNLÁS:

Frontális, egyéni és csoportmunka vegyesen (kooperatív módszerek is)

### TÁMOGATÓ RENDSZER:

Szám- és műveletkártyák, feladatlapok

### ÉRTÉKELÉS:

Az egyéni és csoportos munka megfigyelése alapján, szóbeli értékelés

# MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képeségek	Eszközök, Feladatok
<b>I. Összeg és különbség változásai</b>			
1.	Összeg és különbség változtatása a tagok változtatásával	problémaérzékenység, problémamegoldó képesség fejlesztése	1. feladatlap, méterrúd
2.	Összeg és különbség változásainak megfigyelése számfeladatokon	számolási készség, rendszerezés, induktív következtetés	1. feladatlap,
3.	Műveletek sorrendje – zárójelek szerepe	számolási készség, kombinatorikus gondolkodás, szabályfelismerés	1. feladatlap,
4.	Műveletek sorrendje – felcserélhetőség	Számolási készség, kombinatorikus gondolkodás, szabályfelismerés	1. feladatlap, 1. tanári melléklet

<b>II. A szorzat és a hányados változásai</b>			
1.	A szorzat változtatása a tényezők változtatásával	számolási készség, problémaérzékenység, problémamegoldó képesség fejlesztése	2. feladatlap
2.	A hányados változásai	számolási készség, rugalmas gondolkodás	2. feladatlap
3.	Műveletek sorrendje – zárójelek szerepe	számolási készség, kombinatorikus gondolkodás, szabályfelismerés	2. feladatlap
4.	Műveletek sorrendje – felcserélhetőség	Számolási készség, kombinatorikus gondolkodás, szabályfelismerés	2. feladatlap, 2. tanári melléklet
5.	A műveleti tulajdonságok ismeretének ellenőrzése	problémaérzékenység, figyelem, számolási készség	feladatgyűjtemény

<b>III. Összeg vagy különbség szorzása, osztása</b>			
1.	Szöveges feladatok	fejszámolás, problémamegoldás	3. feladatlap
2.	Összetett számolási feladatok	számolási készség fejlesztése, kombinatorikus gondolkodás	3. feladatlap

<b>IV. Diagnosztikus mérés, gyakorlás</b>			
1.	Összeg és különbség változásai – ismétlés	számolási készség	4. feladatlap
2.	A szorzat és hányados változásainak ismétlése	számolási készség	4. feladatlap
3.	Összeg és különbség szorzásának és osztásának ismétlése	számolási készség	4. feladatlap

# A FELDOLGOZÁS MENETE

## I. Összeg és különbség változásai

### 1. Összeg és különbség változtatása a tagok változtatásával

A négyes csoportok 2-2 párban dolgoznak az 1. feladatlap 1-3. feladatokon. A megoldásokat frontálisan megbeszéljük.

Ebben a tevékenységben nem okozhat nehézséget a számolás. Az a cél, hogy megértsék, ha egy összeg bármelyik tagját növelem/csökkentem egy számmal, akkor az összeg ugyanannyival nő/csökken.

### 1. FELADATLAP

1. Egy kosárban összesen 100 piros és fehér gomb van.

- a) Hozzáteszek 13 pirosat. Hány gomb van a kosárban összesen? **113**
- b) Hogyan változik a gombok száma, ha további 4 fehér gombot a kosárba teszünk? **117**
- c) Hogyan változik a gombok száma, ha még 5 piros gombot a kosárba teszünk? **122**
- d) Hogyan változik a gombok száma az eredetihez képest, ha 5 fehér gombot kiveszünk a kosárból? **95**
- e) Hogyan változik a gombok száma, ha további 3 piros gombot kiveszünk a kosárból? **92**
- Bármelyik színű gombbal csökkentem a gombok számát, a gombok számának összege ugyanannyival csökken.**

2. A következő nyitott mondatokban a  $p$  a piros gombok számát,  $f$  a fehér gombok számát jelöli. A feladat elején  $p + f = 100$ . Párosítsd a nyitott mondatokat az előbbi feladatokkal és írd melléjük az eredményt!

$(p + 13 + 5) + (f + 4) =$	<b>122</b>	<b>c)</b>
$p + (f - 5) =$	<b>95</b>	<b>d)</b>
$(p + 13) + f =$	<b>113</b>	<b>a)</b>
$(p + 13) + (f + 4) =$	<b>117</b>	<b>b)</b>
$(p - 3) + (f - 5) =$	<b>92</b>	<b>e)</b>

3. Két kártyacsomagunk van  $A$  és  $B$ . Tudjuk, hogy a két kártyacsomagban összesen 100 kártya van.

a) Az  $A$  kártyacsomagból áttesszünk 20 kártyát a  $B$  kártyacsomagba. Az eredetihez képest hogyan változik az  $A - B$  különbség?

**Az  $A - B$  különbség 40-nel csökken.**

b) A  $B$  kártyacsomagból áttesszünk 20 kártyát az  $A$  kártyacsomagba. Az eredetihez képest hogyan változik az  $A - B$  különbség?

**Az  $A - B$  különbség 40-nel nő.**

A következő tevékenység és a hozzá kapcsolódó feladatok nagyon világos képet adnak a különbség változásairól, amit amúgy nehezebb elképzelni a gyerekeknek. Mindenképpen érdemes időt szánni rá. A feladatok megoldását tehát egy frontális tevékenységgel vezetjük be.

Ehhez használjuk egy méterrudat!

A tanár kihív egy tanulót. A méterrudat függőlegesen a földre állítja a gyerek elé, úgy, hogy a 0 cm legyen a padlón. Megkéri, hogy tegye rá a kezét a 88 cm-re és a 70 cm-re.

Tanári kérdések, utasítások:

- Milyen messze van a két ujj egymástól? **18 cm-re.**
- Mit jelent a két ujj közti rész? **A két magasság közötti különbséget.**
- Mit jelent a 88 és a 70? **A földtől mért magasságot. A 88 a kisebbítendő, a 70 a kivonandó.**
- Emeld az egyik ujjadat 10 cm-rel és a másikat is! Mi történt? **A különbség nem változott.**
- Emeld a magasabban levő ujjadat 5 cm-rel. Mi történt? Mennyi lett a különbség? **5 cm-rel több.**
- Tedd az egyik ujjadat 10 cm-rel lejjebb, a másikat 10 cm-rel feljebb. Hogyan változik a különbség? **Vagy 20 cm-rel több lesz, vagy 20 cm-rel kevesebb.**

...

Adjunk további ilyen konkrét kérdéseket addig, amíg mindenki világosan érti a helyzetet. Ezután úgy tesszük fel a kérdést, hogy felemeljük egymás fölé két vízszintesen tartott ujjunkat, és nem áruljuk el, hogy melyik milyen magasan van, de eláruljuk a különbségüket, mondjuk, hogy a távolság közöttük 40 cm, majd közösen hozzákezdünk a 4. feladat megoldásához. Az ujjunk mozgásával követjük a feladat utasításait, gyerekek először utánoznak minket, majd maguk használhatják az ujjukat a feladatok szemléltetéséhez.

**4.** Két ujjam távolsága a földtől  $b$  és  $j$ . A bal kezem  $b$ , a jobb kezem  $j$  magasságban van. A magasságaik különbsége 40 cm. Tehát  $b - j = 40$ . Minden részfeladat elején ebből induljunk ki.

- a) Mennyi lesz a különbség, ha a bal kezem ujját 10 cm-rel megemelem? **50**
- b) Mennyi lesz a különbség, ha a bal ujjamat 10 cm-rel lejjebb rakom? **30**
- c) Mennyi lesz a különbség, ha a jobb kezem ujját 5 cm-rel megemelem? **35**
- d) Mennyi lesz a különbség, ha a jobb ujjamat 5 cm-rel lejjebb rakom? **45**
- e) Mennyi lesz a különbség, ha a jobb ujjamat 10 cm-rel lejjebb, a balt 12 cm-rel feljebb rakom? **62**
- f) Mennyi lesz a különbség, ha mindkét ujjamat ugyanannyival feljebb teszem? **40**

**5.** Párosítsd a következő nyitott mondatokat az előbbi feladatokkal, és írd mindegyik mellé oda az eredményt is!

$$(b - 10) - j = 30 \quad b)$$

$$b - (j - 5) = 45 \quad d)$$

$$(b + 10) - j = 50 \quad a)$$

$$(b + 23) - (j + 23) = 40 \quad f)$$

$$b - (j + 5) = 35 \quad c)$$

$$(b + 12) - (j - 10) = 62 \quad e)$$

## 2. Összeg és különbség változásainak megfigyelése számfeladatokon

A gyerekek párokat alkotnak, önállóan megoldják, majd párban megbeszélik az 1. feladatlap 6., 7. feladatát.

Az ellenőrzés frontális osztálymunkában történik.

6. Számold ki az alább kijelölt műveleteket, majd egészítsd ki a hiányos mondatokat!

$132 + 64 = 196$	$232 + 64 = 296$
------------------	------------------

Ha 100-zal növeltük az összeadás első tagját, 100-zal nőtt az összeg.

$217 + 51 = 268$	$217 + 101 = 318$
------------------	-------------------

Ha 50-nel növeltük az összeadás második tagját, 100-zal nőtt az összeg.

$500 - 81 = 419$	$600 - 81 = 519$
------------------	------------------

Ha 100-zal növeltük a kisebbítendőt, 100-zal nőtt a különbség.

$970 - 65 = 905$	$970 - 75 = 895$
------------------	------------------

Ha 10-zel növeltük a kivonandót, 10-zel csökkent a különbség.

7. Számold ki az alább kijelölt műveleteket, majd egészítsd ki a hiányos mondatokat!

$320 + 47 = 367$	$300 + 47 = 347$
------------------	------------------

Ha 20-szal csökkentettük az összeadás első tagját, 20-szal csökkent az összeg.

$218 + 25 = 243$	$218 + 15 = 233$
------------------	------------------

Ha 10-zel csökkentettük az összeadás második tagját, 10-zel csökkent az összeg.

$680 - 40 = 640$	$640 - 40 = 600$
------------------	------------------

Ha 40-nel csökkentettük a kisebbítendőt, 40-nel csökkent a különbség.

$1000 - 470 = 530$	$1000 - 400 = 600$
--------------------	--------------------

Ha 70-nel csökkentettük a kivonandót, 70-nel nőtt a különbség.

Vegyék észre a gyerekek, hogy ha egy összeg vagy különbség valamelyik – a kivonandótól különböző – szereplőjét növeljük egy számmal, akkor az eredmény is ugyanannyival növekszik, ha pedig csökkentjük, akkor az eredmény is ugyanannyival csökken. A kivonandó esetében azonban éppen fordítva változik.

### 3. Műveletek sorrendje – zárójelek szerepe

A zárójelfelbontás az algebrában nagyon fontos és sok gyereknek gondot okoz. Ennek tanítását nehezen tudjuk előkészíteni a számolástanításban, hiszen itt mindig el tudjuk végezni a zárójelben levő műveleteket. Ezért ezt a problémát itt most a fordított irányból közelítjük meg, nem zárójelet kell felbontani, hanem zárójelet kell betenni a következő feladatokban a

gyerekeknek. Ezen a módon azonban hasznos, könnyen megérthető észrevételeket tehetnek a zárójelek felbonthatóságáról.

A 8. feladatban ugyanazt a műveletsort sokszor leírtuk, a gyerekeknek kell bennük egy zárójelpárt elhelyezni minél többféleképpen, és a kapott feladat eredményét kiszámítani. A cél az, hogy minél több olyan esetet találjanak, amelyekben a végeredmény ugyanannyi, mint amennyi a zárójelek nélkül volt. Ezekben az esetekben jelöljük kékkel a zárójeleket, ha megváltozott az eredmény, akkor színezzük pirosra a zárójeleket. A gyerekek a csoporton belül szétoszthatják a számítást.

A megoldásokat beszéljük meg frontálisan, kerüljenek is fel a táblára, vagy az írásvetítőre. Vegyék észre, és fogalmazzák meg a gyerekek, hogy összeadásjeltől kezdve szabadon csoportosíthatunk, vagyis összeadásjel után a zárójelet szabadon betehetjük, vagy elhagyhatjuk. Ha azonban kivonásjel után kezdődik egy zárójel, akkor azt nem szabad elhagyni.

Jó képességű gyerekek kapcsolatot kereshetnek az előbbi feladatokkal, amelyekben az összeg és különbség változásait figyelték meg.

**8.** Számold ki a következő műveletsor eredményét. Azután tegyél be egy zárójel-párt a műveletsorba minél többféleképpen. A csoportotokon belül osszátok szét a feladatokat és számoljátok ki, melyik esetben mennyi lesz a végeredmény. Ahol az eredmény nem változott, ott kékkel színezzétek át a zárójeleket. Ahol megváltozott, ott piros színű legyen a zárójel-pár.

$$\boxed{200 - 10 + 66 - 20 + 40 - 50 = 226}$$

$$\begin{aligned} (200 - 10) + 66 - 20 + 40 - 50 &= 226 \\ (200 - 10 + 66) - 20 + 40 - 50 &= 226 \\ (200 - 10 + 66 - 20) + 40 - 50 &= 226 \\ (200 - 10 + 66 - 20 + 40) - 50 &= 226 \\ (200 - 10 + 66 - 20 + 40 - 50) &= 226 \\ 200 - (10 + 66) - 20 + 40 - 50 &= 94 \\ 200 - (10 + 66 - 20) + 40 - 50 &= 134 \\ 200 - (10 + 66 - 20 + 40) - 50 &= 54 \\ 200 - (10 + 66 - 20 + 40 - 50) &= 154 \\ 200 - 10 + (66 - 20) + 40 - 50 &= 226 \\ 200 - 10 + (66 - 20 + 40) - 50 &= 226 \\ 200 - 10 + (66 - 20 + 40 - 50) &= 226 \\ 200 - 10 + 66 - (20 + 40) - 50 &= 146 \\ 200 - 10 + 66 - (20 + 40 - 50) &= 246 \\ 200 - 10 + 66 - 20 + (40 - 50) &= 226 \end{aligned}$$

A végeredmény azokban az esetekben mindig változatlan maradt, ahol a nyitózárojel egy összeadásjel után következik, és természetesen akkor is, ha az egész műveletsor elején áll. Ezekben az esetekben a zárójel szabadon betehető, vagy elhagyható. Ha a nyitózárojel egy kivonásjel után következik, akkor a végeredmény általában megváltozik. (Azt az esetet kivéve, ha a zárójelen belül levő műveletek eredménye 0)

### ÖSSZEGZÉS:

Összeadás során a tagokat tetszőlegesen csoportosíthatjuk, a zárójelet el is hagyhatjuk, be is tehetjük, az összeg nem változik.



Ha a műveletsorban kivonás is van, akkor is szabadon csoportosíthatunk az összeadásjelektől elkezdve. Egy összeadásjel után el is hagyhatjuk a zárójelet, be is tehetjük a zárójelet.

### 9. Fejben számolj!

A következő feladatok eredményét könnyen kiszámolhatod fejben, ha ügyesen zárójelezel, azaz, ha ügyesen csoportosítod a benne szereplő műveleteket.

$$128 + 19 - 9 + 13 + 17 = 128 + (19 - 9) + (13 + 17) = 128 + 10 + 30 = 168$$

$$92 + 24 + 16 + 35 - 25 = 92 + (24 + 16) + (35 - 25) = 92 + 40 + 10 = 142$$

$$121 - 21 + 26 + 52 - 42 = (121 - 21) + 26 + (52 - 42) = 100 + 26 + 10 = 136$$

$$15 + 5 + 25 - 15 + 32 = (15 + 5) + (25 - 15) + 32 = 20 + 10 + 32 = 62$$

$$132 + 18 + 51 - 31 + 9 = (132 + 18) + (51 - 31) + 9 = 150 + 20 + 9 = 179$$

## 4. Műveletek sorrendje - felcserélhetőség

Szervezési feladat:

Minden csoport kap egy borítékot. (1. tanári melléklet – Lásd a modul végén és az eszközei közt!)

1. borék			
+ 34	- 86	- 61	+ 25
2. borék			
+ 23	- 39	- 43	+ 27
3. borék			
+ 99	- 15	- 33	+ 22
4. borék			
+ 38	- 68	- 2	+ 22
5. borék			
+ 51	- 25	- 75	+ 19
6. borék			
+ 22	- 63	- 12	+ 23
7. borék			
+ 46	- 57	- 16	+ 37
8. borék			
+ 31	- 81	- 63	+ 21

Ezek segítségével oldják meg a csoportok a 1. feladatlap 10. feladatát. A feladat a konkrét számítások elvégzésével lehetőséget teremt arra, hogy a gyerekekben tudatosodjon az összeadás és a kivonás egyenrangúsága, ezek sorrendje tetszőleges, nem változtatja meg a művelet eredményét.

A húzások után kombinatorikához kapcsolódó kérdéseket tehetünk fel:

– Hányféle sorrendje lehet a kártyák húzásának? **24**

– Lehet-e kétszer ugyanazt az eredményt kapni? **Mindig ugyanaz az eredmény.**

...

A számítások elvégzése után pedig az alábbi kérdés merül fel:

– Mit gondoltok, miért lett ez az eredmény?

– Minden esetben ezt az eredményt kapjuk-e?

A csoportmegbeszélést kövesse egy frontális megbeszélés. Legyen világos a gyerekeknek, hogy ha egy műveletsorban csak összeadás és kivonás szerepel, akkor a műveletvégzés sorrendjét felcserélhetjük, csupán arra kell ügyelnünk, hogy a számok és az előttük álló műveleti jelek összetartoznak. Ezt nagyon jól gyakoroltathatjuk a 11. feladat segítségével. Feldolgozhatjuk osztálymunkában ezt is. Lehet versenyeztetni a gyerekeket.

10. A feladathoz kaptok egy borítékot, benne 4 kártyával. Alkossatok műveletsort ezekkel. Felváltva húzzatok közülük egy-egy kártyát és alkossatok láncfeladatot a húzások sorrendjében, majd számítsátok ki a feladatot!

$$240 \square \square \square \square =$$

Keverjétek össze a kártyákat, és húzzatok újra!

$$240 \square \square \square \square =$$

Keverjétek össze a kártyákat, és húzzatok újra!

$$240 \square \square \square \square =$$

Beszélgétek meg, mit tapasztaltatok!

*Megoldás:*

**1. boríték**

$$240 \quad + 34 \quad - 86 \quad - 61 \quad + 25 \quad = 152$$

**2. boríték**

$$240 \quad + 23 \quad - 39 \quad - 43 \quad + 27 \quad = 208$$

**3. boríték**

$$240 \quad + 99 \quad - 15 \quad - 33 \quad + 22 \quad = 313$$

**4. boríték**

$$240 \quad + 38 \quad - 68 \quad - 2 \quad + 22 \quad = 230$$

**5. boríték**

$$240 \quad + 51 \quad - 25 \quad - 75 \quad + 19 \quad = 210$$

**6. boríték**

$$240 \quad + 22 \quad - 63 \quad - 12 \quad + 23 \quad = 210$$

**7. boríték**

$$240 \quad + 46 \quad - 57 \quad - 16 \quad + 37 \quad = 250$$

**8. boríték**

$$240 \quad + 31 \quad - 81 \quad - 63 \quad + 21 \quad = 148$$

Ha egy műveletsorban csak összeadás és kivonás szerepel, akkor a műveletvégzés sorrendjét felcserélhetjük, csupán arra kell ügyelnünk, hogy a számok és az előttük álló műveleti jelek összetartoznak, csak együtt lehet cserélgetni őket.

## MINTAFELADAT:

Ha a következő műveletsorban ügyesen cserélgetjük a hozzáadás és elvétel sorrendjét, akkor könnyen megkaphatjuk az eredményt fejben is:

$$528 + 133 - 13 + 90 + 52 - 18$$

MEGOLDÁS:

Az 528-ból először érdemes 18-at elvenni, azután 90-et hozzáadni, így 600-at kapunk. Ha ehhez ezután hozzáadunk 133-at és el is veszünk 13-at, akkor éppen 720-at kapunk, amihez könnyen hozzá tudjuk adni az 52-t.

$$528 + 133 - 13 + 90 + 52 - 18 = 528 - 18 + 90 + 133 - 13 + 52 = 772$$

**11. Fejben számolj!**

Változtasd ügyesen a műveletek sorrendjét!

$$1211 + 625 - 37 - 111 + 47 - 10 = 1211 - 111 + (47 - 37 - 10) + 625 = 1725$$

$$532 + 457 - 44 - 32 + 54 - 10 = 532 - 32 + 54 - 44 - 10 + 457 = 957$$

$$1574 + 27 - 500 + 26 - 17 + 32 = 1574 + 26 - 500 + 27 - 17 + 32 = 1142$$

$$245 + 57 - 121 - 145 + 821 - 500 = 245 - 145 + 821 - 121 - 500 + 57 = 357$$

$$1335 + 758 - 74 - 235 + 94 - 10 = 1335 - 235 + 94 - 74 - 10 + 758 = 1868$$

**II. A szorzat és a hányados változásai****1. A szorzat változtatása a tényezők változtatásával**

Szervezési feladat:

A tanulókat párokba kell rendezni.

A páros munkában közösen vonják le a következtetéseket az egyéni feladatmegoldás alapján.

Közösen kell a felelősséget vállalniuk a megoldásukért.

A diákok önállóan, majd párban megoldják a 2. feladatlap 1-7. feladatát. Párjukkal közösen összegzik megfigyeléseiket, fejezik be a hiányos mondatokat.

A megoldások ellenőrzése ezután közös osztálymegbeszélésen történik.

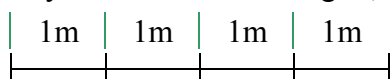
A 3. feladattól kezdve a tanárnak arra kell figyelnie, hogy a páros munka során a számítási feladatokat osszák el egymás között a tanulók, a tapasztalatokat közösen beszéljék meg.

Ellenőrzés a feladatok után következik újra frontálisan.

**2. FELADATLAP**

1. Oldd meg a következő feladatokat! A feladat megoldásához használhatsz számegyenest. A megoldási tervet szorzatalakban írd fel! Figyeld meg a szorzat változását a tényezők változásától függően!

a) Mennyit fizetünk 4 m szalagért, ha 1 m ára 20 Ft?



$$20 \cdot 4 = 80 \text{ Ft}$$

b) Mennyit fizetünk, ha kétszer ennyi szalagot veszünk?

$$20 \cdot 8 = 160 \text{ Ft}$$

Az egyik tényező a kétszeresére nőtt. A szorzat is kétszeresére nőtt.

c) Mennyit fizetünk, ha fele ennyi szalagot veszünk?

$$20 \cdot 2 = 40 \text{ Ft}$$

Az egyik tényező felére csökkent, a szorzat is felére csökkent.

d) Mennyit fizetünk 2 m szalagért, ha 1 m ára 40 Ft?

$$40 \cdot 2 = 80 \text{ Ft}$$

Az egyik tényező a felére csökkent, a másik a kétszeresére nőtt. A szorzat értéke nem változott.

e) Mennyit fizetünk 2 m szalagért, ha 1 m ára 10 Ft?

$$10 \cdot 2 = 20 \text{ Ft}$$

Mindkét tényező felére csökkent, a szorzat negyedére csökkent.

f) Mennyit fizetünk 8 m szalagért, ha 1 m ára 10 Ft?

$$40 \cdot 8 = 320 \text{ Ft}$$

Mindkét tényező kétszeresére nőtt, a szorzat négyszeresére nőtt.

2. A pároddal közösen fejezzétek be a következő mondatokat!

Ha az egyik tényező a kétszeresére nő, a szorzat a kétszeresére nő.

Ha az egyik tényező a felére csökken, a szorzat a felére csökken.

Ha mindkét tényező a kétszeresére nő, a szorzat a négyszeresére nő.

Ha egyik tényező a felére csökken, a másik pedig a kétszeresére nő, a szorzat értéke nem változik.

A mondatok befejezésének helyességét frontálisan ellenőrizzük.

3. A pároddal közösen dolgozz!

a) A páros egyik tagja számítsa ki a  $16 \cdot 53$  szorzatot!

A másik tag az első tényező felezésével, a második tényező egyidejű kétszerezésével kapott szorzást végezze el! Hasonlítsátok össze a szorzatokat!

$$16 \cdot 53 = 848$$

$$8 \cdot 106 = 848$$

Tapasztalat: A szorzat értéke nem változik.

b) Írjátok ki a szorzótáblából 3 olyan párt, amelyekben az egyik tényező felére csökken (pl.:  $8 \cdot 9$ ;  $4 \cdot 9$ )! Hasonlítsátok össze a szorzatokat!

Pl.:  $8 \cdot 9 = 72$ ;  $4 \cdot 9 = 36$ ; 72 fele 36. Ha a szorzat egyik tényezője felére csökken, a szorzat értéke is felére csökken.

c) Írjátok ki a szorzótáblából 3 olyan párt, amelyekben az egyik tényező háromszorosára nő! Hasonlítsátok össze a szorzatokat!

Pl.:  $8 \cdot 2 = 16$ ;  $8 \cdot 6 = 48$ ; 16 háromszorosa 48. Ha a szorzat egyik tényezője háromszorosára nő, a szorzat értéke is háromszorosára nő.

4. Végezzétek el a szorzásokat, azután az egyik tényezőt növeljétek négyszeresére!

a)  $250 \cdot 6 = 1500$ ;  $1000 \cdot 6 = 6000$  A szorzat négyszeresére nőtt.

b)  $25 \cdot 8 = 200$ ;  $100 \cdot 8 = 800$  A szorzat négyszeresére nőtt.

Hasonlítsátok össze az egy feladathoz tartozó 2-2 szorzatot!

5. Az alábbi szorzatokban mindkét tényező változik. Meg lehet-e előre állapítani, hogy miképp fog változni a szorzat? Próbáljátok meg!

a)  $\underline{12} \cdot \underline{12}$

b)  $\underline{24} \cdot \underline{18}$

$$6 \cdot 6$$

$$12 \cdot 36$$

$$4 \cdot 4$$

$$48 \cdot 9$$

$$3 \cdot 3$$

$$4 \cdot 108$$

a) Negyedére, kilencedére, tizenhatodára csökken a szorzat.

b) Egyik esetben sem változik a szorzat.

6. Változtassátok a tényezőket a következő szorzatokban úgy, hogy 10; 100, 1000 legyen az egyik tényező, és a szorzat ne változzék!

a)  $25 \cdot 8 = 100 \cdot 2 = 200$

b)  $125 \cdot 16 = 1000 \cdot 2 = 200$

c)  $138 \cdot 5 = 69 \cdot 10 = 690$

d)  $248 \cdot 50 = 124 \cdot 100 = 12400$

7. Változtassátok az adott szorzatokban a két tényezőt, az egyiket szorozzátok, a másikat osszátok ugyanazzal a számmal úgy, hogy az egyik 0-ra végződő szám legyen!

a)  $4 \cdot 55 = 20 \cdot 11 = 220$

b)  $25 \cdot 104 = 100 \cdot 26 = 2600$

A következő, 8. feladatot frontálisan vezetjük be.

A tanár készít két kártyát a táblán jól látható méretben. Az egyikre egy  $A$ , a másikra egy  $B$  betű kerül, majd a kártya hátoldalára ráírja pl. a 30 és 5 számokat. (A későbbiekben eljátszhatja ezt a feladatot más számpárokkal is.) A két kártyát a táblára erősíti mágnessel, vagy gyurmaragasztóval, úgy, hogy a számok ne látszódnak, csak a kártyák hátán levő  $A$  és  $B$  betűk.

Tehát ebben a feladatban  $A = 30$  és  $B = 5$ . De ezt nem áruljuk el a gyerekeknek, nekik mindössze annyit árulunk el, hogy a kártyák hátán levő számok szorzata 150.

$$A \cdot B = 150$$

Ezután oldják meg a gyerekek a 8. a) feladatot! Azaz gyűjtsék össze a lehetőségeket, mi lehet a kártyák hátoldalán.

Miután ezt megbeszéltük, kezdjük el közösen megoldani a 8. b) feladatot. Ha mindenki érti, miről van szó, folytassák csoportokban, vagy egyéni munkában a feladatok megoldását!

8.

a) Határozzátok meg, mennyi lehet  $A$  illetve  $B$  értéke, ha tudjuk, hogy  $A \cdot B = 150$ !

$A = 1$	$B = 150$
$A = 2$	$B = 75$
$A = 3$	$B = 50$
$A = 5$	$B = 30$
$A = 6$	$B = 25$
$A = 10$	$B = 15$

$A = 15$	$B = 10$
$A = 25$	$B = 6$
$A = 30$	$B = 5$
$A = 50$	$B = 3$
$A = 75$	$B = 2$
$A = 150$	$B = 1$

b) Anélkül, hogy elárulnám, mi van a kártyák hátoldalán, találd ki, hogy mennyi lesz a szorzat értéke, ha

– az  $A$  kártyán levő számot megszorozom 3-mal; **450**

– a  $B$  kártyán levő számot elosztom 5-tel; **30**

– az  $A$  kártyán levő számot elosztom 3-mal, és a  $B$  kártyán levő számot megszorozom 5-tel; **250**

– az  $A$  kártyán levő számot elosztom 5-zel, és a  $B$  kártyán levő számot megszorozom 5-tel; **150**

– az  $A$  kártyán levő számot megszorozom 2-vel, a  $B$  kártyán levő számot megszorozom 7-tel; **2100**

– az  $A$  kártyán levő számot elosztom 5-tel, és a  $B$  kártyán levő számot is elosztom 5-tel! **6**

## 2. A hányados változásai

A 2. feladatlap 9-13. feladatokból a tanár a diákok számára képességeiknek megfelelően kijelöl feladatokat, melyeket önállóan oldanak meg a gyerekek.

A feladatok befejezése után a kiosztott megoldások alapján önellenőrzést végeznek.

A tanár frontálisan, a diákok bevonásával, bemutatja néhány mintafeladat megoldását!

A szorzat változásainak megfigyelése után az önálló munkában hasonló tevékenységet kell végezniük a diákoknak, melynek során erősödik önállóságuk.

Ez nagy körütekintést igényel a tanártól, hisz csak akkor tudnak a tanulók önállóan dolgozni, ha optimális nehézségű feladatot kapnak.

9.

$$\boxed{36 : 12 = 3}$$

a) Növeld az osztandót a négyszeresére és végezd el az osztást! Figyeld meg a hányadost!  
 $144 : 12 = 12 \Rightarrow$  **A hányados a négyszeresére nőtt.**

b) Csökkentsd az osztót a harmadára, és végezd el úgy az osztást! Hogyan változott a hányados?

$12 : 12 = 1 \Rightarrow$  **A hányados a harmadára csökkent.**

c) Növeld az osztandót és az osztót is ötszörösére és végezd el az osztást!  
 $180 : 60 = 3 \Rightarrow$  **A hányados nem változott.**

d) Növeld az osztandót a kétszeresére és változtasd az osztót úgy, hogy a hányados ne változzon! Végezd el a műveletet!

$72 : 24 = 3 \Rightarrow$  **Az osztót is kétszeresére kellett növelni.**

10. Egy autó kötelező biztosítása 3 év alatt 120 000 Ft volt. A díj azonos volt minden évben.

a) Hány Ft volt a biztosítás évi díja?  $120\,000 : 3 = 40\,000$ ; **A biztosítás éves díja 40 000 Ft.**

b) Ha a gépjármű tulajdonos CASCO biztosítást is kötne, a biztosítás díja háromszorosa lenne. Hány Ft lenne az éves díj?  $(120\,000 \cdot 3) : 3 = 120\,000$ ; **A biztosítás éves díja 120 000 Ft lenne.**

11. Változtasd a  $150 : 5$  osztásban az osztót úgy, hogy a hányados felére, harmadára, ötödére, hatodára, tizedére csökkenjen! Alkoss szöveget a feladathoz!

$150 : 5 = 30 \Rightarrow 150 : 10 = 15$ ;  $150 : 15 = 10$ ;  $150 : 25 = 6$ ;  $150 : 30 = 5$ ;  $150 : 50 = 3$

12. Változtasd az osztandót és az osztót úgy, hogy 100, vagy 1000 legyen az osztó, és a hányados ne változzék!

a)  $186 : 20$

$930 : 100$  **Az osztót és az osztandót is ötszörösére növeljük.**

b)  $984 : 200$

$492 : 100$  **Az osztót és az osztandót is ötszörösére növeljük.**

c)  $1346 : 500$

$2692 : 1000$  **Az osztót és az osztandót is kétszeresére növeljük.**

d)  $729 : 250$

$2916 : 1000$  **Az osztót és az osztandót is négyszeresére növeljük.**

13. A tejfölös poharakat 18 ládába helyezték el.

a) Hány ilyen láda kell, ha a tejfölös poharak száma harmadára csökken?  $18 : 3 = 6$ ; **Hat láda szükséges.**

b) Azonos feltételek mellett hány ládába fér el az eredeti tejfölös poharak számának háromszorosa?  $18 \cdot 3 = 54$  **54 láda szükséges.**

A következő, 14. feladatot ismét frontálisan vezetjük be.

A tanár készít két kártyát a táblán jól látható méretben. Az egyikre egy  $C$ , a másikra egy  $D$  betű kerül, majd a kártya hátoldalára ráírja pl. a 120 és 20 számokat. (A későbbiekben eljátszhatja ezt a feladatot más számpárokkal is.) A két kártyát a táblára erősíti mágnessel, vagy gyurmaragasztóval, úgy, hogy a számok ne látszódnak, csak a kártyák hátán levő  $C$  és  $D$  betűk.

Tehát ebben a feladatban  $C = 120$  és  $D = 20$ . De ezt nem áruljuk el a gyerekeknek, nekik mindössze annyit árulunk el, hogy a kártyák hátán levő számok hányadosa 6.

$$C : D = 6$$

Ezután oldják meg a gyerekek a 14. a) feladatot! Azaz gyűjtsék össze a lehetőségeket, mi lehet a kártyák hátoldalán.

Miután ezt megbeszéltük, kezdjük el közösen megoldani a 14. b) feladatot. Ha mindenki érti, miről van szó, folytassák csoportokban, vagy egyéni munkában a feladatok megoldását!

14. a) Határozzátok meg, mennyi lehet  $C$  illetve  $D$  értéke, ha tudjuk, hogy  $C : D = 6$ !

$$C = 60$$

$$D = 10$$

$$\begin{array}{ll} C = 12 & D = 2 \\ C = 30 & D = 5 \quad \text{stb.} \end{array}$$

b) Anélkül, hogy elárulnám, mi van a kártyák hátoldalán találd ki, hogy mennyi lesz a hányados értéke, ha

- az  $C$  kártyán levő számot megszorozom 3-mal; 18
- a  $D$  kártyán levő számot elosztom 5-tel; 30
- az  $C$  kártyán levő számot elosztom 3-mal, és a  $D$  kártyán levő számot megszorozom 2-vel; 1
- az  $C$  kártyán levő számot elosztom 5-tel, és a  $D$  kártyán levő számot is elosztom 5-tel; 6
- az  $C$  kártyán levő számot megszorozom 2-vel, a  $D$  kártyán levő számot is megszorozom 2-vel; 6
- az  $C$  kártyán levő számot elosztom 2-vel, és a  $D$  kártyán levő számot elosztom 4-gyel! 12

### 3. Műveletek sorrendje – zárójelek szerepe

A zárójelek használatával a szorzásnál, osztásnál is érdemes foglalkoznunk. Az összeadás-kivonás fejezetben szereplő anyaghoz hasonlóan itt is csak addig akarunk eljutni, hogy a gyerekek tapasztalatot szerezzenek arról, hogy egy – csupán szorzás és osztást tartalmazó – műveletsorban egy szorzásjeltől kezdve szabadon csoportosíthatunk, vagyis szorzásjel után a zárójelet szabadon betehetjük, vagy elhagyhatjuk. Ha azonban osztásjel után kezdődik egy zárójel, akkor azt nem szabad elhagyni.

Mint korábban az összeadás kivonásnál (az 1. feladatlap 8. feladatában), a 2. feladatlap 15. feladatában is ugyanazt a műveletsort sokszor leírtuk, a gyerekeknek kell bennük egy zárójelpárt elhelyezni minél többféleképpen, és a kapott feladat eredményét kiszámítani. A cél az, hogy minél több olyan esetet találjanak, amelyekben a végeredmény ugyanannyi, mint amennyi a zárójelek nélkül volt. Ezekben az esetekben jelöljék kézzel a zárójeleket, ha megváltozott az eredmény, akkor színezzék pirosra a zárójeleket. A gyerekek a csoporton belül szétoszthatják a számítást.

A megoldásokat beszéljük meg frontálisan, kerüljenek is fel a táblára, vagy az írásvetítőre. Vegyék észre, és fogalmazzák meg a gyerekek, hogy mikor szabad egy csak osztást és szorzást tartalmazó műveletsorba zárójelet betenni, vagy elhagyni.

Jó képességű gyerekek kapcsolatot kereshetnek az előbbi feladatokkal, amelyekben a szorzat és hányados változásait figyelték meg.

**15.** Számold ki a következő műveletsor eredményét. Azután tegyél be egy zárójel-párt a műveletsorba minél többféleképpen. A csoportokon belül osszátok szét a feladatokat és számoljátok ki, melyik esetben mennyi lesz a végeredmény. Ahol az eredmény nem változott, ott kézzel színezzétek át a zárójeleket. Ahol megváltozott, ott piros színű legyen a zárójel-pár.

$$600 : 2 \cdot 6 \cdot 10 : 5 = 3600$$

$$(600 : 2) \cdot 6 \cdot 10 : 5 = 3600$$

$$600 : 2 \cdot (6 \cdot 10) : 5 = 3600$$

$$(600 : 2 \cdot 6 \cdot 10) : 5 = 3600$$

$$(600 : 2 \cdot 6 \cdot 10 : 5) = 3600$$

$$600 : (2 \cdot 6) \cdot 10 : 5 = 100$$

$$600 : (2 \cdot 6 \cdot 10) : 5 = 1$$

$$600 : (2 \cdot 6 \cdot 10 : 5) = 25$$

$$600 : 2 \cdot (6 \cdot 10) : 5 = 3600$$

$$600 : 2 \cdot (6 \cdot 10 : 5) = 3600$$

$$600 : 2 \cdot 6 \cdot (10 : 5) = 3600$$

A végeredmény azokban az esetekben mindig változatlan maradt, ahol a nyitózároljel egy szorzásjel után következik, és természetesen akkor is, ha az egész művelet sor elején áll. Ezekben az esetekben a zárójel szabadon betehető, vagy elhagyható. Ha a nyitózároljel egy osztásjel után következik, akkor a végeredmény általában megváltozik.

### ÖSSZEGZÉS:

Szorzásnál a tagokat tetszőlegesen csoportosíthatjuk, a zárójelet el is hagyhatjuk, be is tehetjük, a szorzat nem változik.

Ha a művelet sorban osztás is van, akkor is szabadon csoportosíthatunk a szorzásjelektől elkezdve. Egy szorzásjel után el is hagyhatjuk a zárójelet, be is tehetjük a zárójelet.

### 16. Fejben számolj!

A következő feladatok eredményét könnyen kiszámolhatod fejben, ha ügyesen zárójelez, azaz, ha ügyesen csoportosítod a benne szereplő műveleteket.

$$16 \cdot 66 : 11 : 3 = 16 \cdot (66 : 11 : 3) = 32$$

$$24 \cdot 63 : 7 : 3 = 24 \cdot (63 : 7 : 3) = 72$$

$$79 \cdot 55 : 5 : 11 = 79 \cdot (55 : 5 : 11) = 79$$

$$12 \cdot 320 : 8 : 4 = 12 \cdot (320 : 8 : 4) = 120$$

## 4. Műveletek sorrendje – felcserélhetőség

Szervezési feladat:

Minden csoport kap egy borítékot. (2. tanári melléklet– Lásd a modul végén és az eszközei közt!) Ezek segítségével oldják meg a csoportok a 2. feladatlap 17. feladatát.

1. borék			
: 3	: 4	· 5	· 7
2. borék			
: 10	: 3	· 2	· 8
3. borék			
: 2	: 6	· 4	· 9
4. borék			
: 5	: 3	· 11	· 2
5. borék			
: 12	: 5	· 3	· 5
6. borék			
: 15	: 2	· 10	· 4
7. borék			
: 4	: 5	· 2	· 11
8. borék			
: 10	: 2	· 7	· 3

Az 17. feladat a konkrét számítások elvégzésével lehetőséget teremt arra, hogy a gyerekekben tudatosodjon a szorzás és az osztás egyenrangúsága, ezek sorrendje tetszőleges, nem változtatja meg a művelet eredményét.

A húzás után kombinatorikához kapcsolódó kérdéseket tehetünk fel:

– Hányféle sorrendje lehet a kártyák húzásának? 24

– Lehet-e kétszer ugyanazt az eredményt kapni? **Mindig ugyanazt az eredményt kapjuk.**



...

A számítások elvégzése után pedig az alábbi kérdés merül fel:

- Mit gondoltok, miért lett ez az eredmény?
- Minden esetben ezt az eredményt kapjuk-e?

A csoportmegbeszélést kövesse egy frontális megbeszélés. Legyen világos a gyerekeknek, hogy ha egy műveletsorban csak összeadás és kivonás szerepel, akkor a műveletvégzés sorrendjét felcserélhetjük, csupán arra kell ügyelnünk, hogy a számok és az előttük álló műveleti jelek összetartoznak. Ezt nagyon jól gyakorolthatjuk a 2. feladat segítségével. Feldolgozhatjuk osztálymunkában ezt is. Lehet versenyeztetni a gyerekeket.

17. A feladathoz kaptok egy borítékot, benne 4 kártyával. Alkossatok műveletsort ezekkel. Felváltva húzzatok közülük egy-egy kártyát és alkossatok láncfeladatot a húzások sorrendjében, majd számítsátok ki a feladatot!

$$60 \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square =$$

Végezzétek el az előző tevékenységet még néhányszor!

$$60 \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square =$$

$$60 \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square =$$

$$60 \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square =$$

- a) Fogalmazzátok meg, miben egyeznek, és miben különböznek ezek a feladatok!
- b) Beszéljétek meg a tapasztalatok okát!

*Megoldás:*

**1. boríték**

$$60 \quad : 3 \quad : 4 \quad \cdot 5 \quad \cdot 7 = 175$$

**2. boríték**

$$60 \quad : 10 \quad : 3 \quad \cdot 2 \quad \cdot 8 = 32$$

**3. boríték**

$$60 \quad : 2 \quad : 6 \quad \cdot 4 \quad \cdot 9 = 180$$

**4. boríték**

$$60 \quad : 5 \quad : 3 \quad \cdot 11 \quad \cdot 2 = 88$$

**5. boríték**

$$60 \quad : 12 \quad : 5 \quad \cdot 3 \quad \cdot 5 = 15$$

**6. boríték**

$$60 \quad : 15 \quad : 2 \quad \cdot 10 \quad \cdot 4 = 80$$

**7. boríték**

$$60 \quad : 4 \quad : 5 \quad \cdot 2 \quad \cdot 11 = 66$$

**8. boríték**

$$60 \quad : 10 \quad : 2 \quad \cdot 7 \quad \cdot 3 = 63$$

Ha egy műveletsorban csak szorzás és osztás szerepel, akkor a műveletvégzés sorrendjét felcserélhetjük, csupán arra kell ügyelnünk, hogy a számok és az előttük álló műveleti jelek összetartoznak, csak együtt lehet cserélgetni őket.

## MINTAFELADAT:

Ha a következő műveletsorban ügyesen cserélgetjük a szorzás és osztás sorrendjét, akkor könnyen megkaphatjuk az eredményt fejben is:

$$360 \cdot 14 : 120 \cdot 9 : 3 : 7 =$$

MEGOLDÁS:

A 360-at először érdemes 120-szal, majd utána 3-mal elosztani, így 1-et kapunk. Azután 90-et hozzáadni. Ha ezt ezután megszorozzuk 14-gyel, és el is osztjuk 7-tel, akkor éppen 2-t kapunk, amit könnyen meg tudunk szorozni 9-cel.

$$360 \cdot 14 : 120 \cdot 9 : 3 : 7 = 360 : 120 : 3 \cdot 14 : 7 \cdot 9 = 18$$

### 18. Fejben számolj!

Cserélgessd ügyesen a műveletek sorrendjét!

$$555 \cdot 32 : 111 : 55 \cdot 7 : 4 = 555 : 111 : 5 \cdot 32 : 4 \cdot 7 = 56$$

$$66 \cdot 240 : 10 : 3 : 22 \cdot 2 = 240 : 3 : 10 \cdot 66 : 22 \cdot 2 = 48$$

$$72 \cdot 56 : 4 : 7 : 9 : 8 = 72 : 9 : 4 \cdot 56 : 8 : 7 = 2$$

$$64 : 120 : 8 \cdot 480 : 4 \cdot 5 = 480 : 120 : 4 \cdot 64 : 8 \cdot 5 = 40$$

$$750 : 9 : 5 : 150 \cdot 81 \cdot 10 = 750 : 150 : 5 \cdot 81 : 9 \cdot 10 = 90$$

## 5. A műveleti tulajdonságok ismeretének ellenőrzése

### Füllentős játék

A játék ismertetése: A füllentős játékban a diákok két tényt állítanak és hozzátesznek egy füllentést. Minden csoport 3 állítást talál ki. Amikor minden csapat elkészült, a szószólók elmondják csoportjuk 3 állítását, megpróbálva a többi csoportot becsapni. A csoportoknak meg kell állapítani, hogy melyik lehet a füllentés. Legegyszerűbben ellenőrizhető a helyes megoldás, ha egy, két, vagy három ujjukkal mutatják a csoportok képviselői, hogy melyik állítást vélik hamisnak.

A számonkérés megfűszerezésére, érdekesebbé tételére a füllentős játékot használjuk.

Szervezési feladat:

A diákok 4 fős csoportokat alkotnak szabadon. Egy tanuló lesz a szószóló közülük.

A játék célja, hogy a szorzás és osztás műveleti tulajdonságainak, valamint a szorzat és hányados változásainak megértését ellenőriztessük, gyakoroltassuk.

A játékot játszhatjuk versenyszerűen úgy, hogy feljegyezzük, hány jó válasza volt a csoportoknak.

A tanár ismerteti a játékot.

Játszható úgy, hogy:

– az állítások csak számfeladatok

pl. 1. állítás:  $6 \cdot 3 \cdot 3 = 3 \cdot 6 \cdot 3$

2. állítás:  $6 \cdot 3 \cdot 3 = 3 \cdot 3 \cdot 6$

3. állítás:  $6 : 3 = 3 : 6$

– az állítások szövegesen megfogalmazottak

pl.: 1. állítás: A szorzat tényezői felcserélhetők

2. állítás: A szorzat tényezői csoportosíthatók.

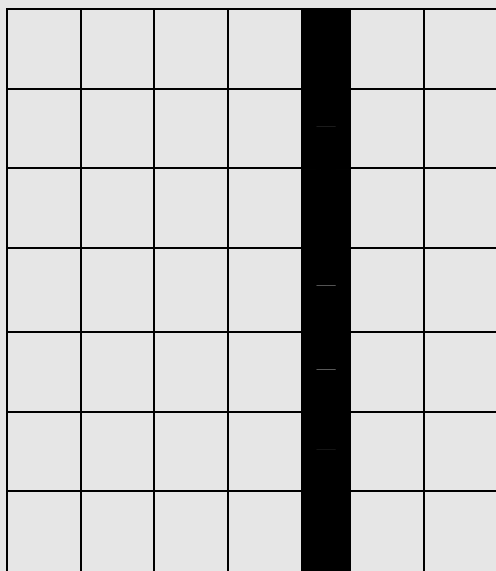
3. állítás: Az osztandó és az osztó felcserélhető.

### III. Összeg vagy különbség szorzása, osztása

#### 1. Szöveges feladatok

A gyerekek kétféleképpen olvassák le a képről a négyzetek számát.

Szervezési feladat: A tanár írásvetítőn kivetíti a következő ábrát, melyen 7 sort és 6 oszlopot látunk. A tanár hurkapálcát fektet a rácsvonalra.



Tanári kérdések az osztályhoz:

– Hány négyzetet látunk?  $6 \cdot 7 = 42$  (7-szer 6-ot.)

– Hány négyzet van a hurkapálca bal, ill. jobb oldalán? (7-szer 4 meg 7-szer 2-t, azaz 7-szer  $4 + 2$ .) Hogyan írhatnánk fel számfeladattal ezek összegét?

$$4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 = (4 + 2) \cdot 7$$

A hurkapálca áthelyezésével további példák mutathatók.

A gyerekek 4 fős csoportokban a 3. feladatlap 1. feladatain dolgoznak.

Szervezési feladat: az előző órán kialakított négyes csoportokban dolgoznak a diákok csoportmunkában.

A felfedező riporterek módszer lényege, hogy a csoport egyik tagja bizonyos ideig tartó felfedezőútra indul, és próbál a többi csoporttól olyan információt gyűjteni, amely saját csoportjának hasznára lehet. Például, megfigyelheti, hogy milyen ábrát készítenek a többiek. Ez a módszer segít abban, hogy az egyes csoportok versengését csökkentjük, együttműködésüket növeljük.

Az összes feladat megoldása után az osztály közösen értékeli a munkát. A csoportok röviden beszámolnak tevékenységükről.

### 3. FELADATLAP

1. Készítsetek a feladatokhoz alkalmas ábrát!

a) Egy iskolásokat szállító autóbuszon 32 ülőhely és 17 állóhely van. Legfeljebb hány tanulót tudnak elszállítani, ha 4 ilyen buszt vesznek igénybe? Számítsátok ki többféleképpen!  
 $(32 + 17) \cdot 4 = 32 \cdot 4 + 17 \cdot 4 = 196$

**b)** Micimackó egy mézes csupra tele mézzel 84 dkg. A csupor 36 dkg. Hány dkg méz van csuprában, ha mindegyik tele van?

$$(84 - 36) \cdot 3 = 84 \cdot 3 - 36 \cdot 3 = 144 \text{ (dkg)}$$

**c)** Egy állatkereskedésben 6 kakadu, és 18 hullámos papagáj van. Két kalitkába rakják őket úgy, hogy ugyanannyi madár kerüljön mindkét fajból mindkettőbe. Hány madár lesz egy kalitkában? Számold kétféleképpen!

$$(6 + 18) : 2 = 6 : 2 + 18 : 2 = 12$$

**d)** Süsü egy hét alatt minden nap ugyanannyi rózsafát ültetett, összesen 84-et. A királyi kertész ugyanilyen módszerrel dolgozva egy hét alatt összesen 70 rózsafát ültetett. Hány rózsafával ültetett Süsü többet egy nap alatt a királyi kertésznél?

$$(84 - 70) : 7 = 84 : 7 - 70 : 7 = 2$$

**2.** Alkossatok szöveget a következő műveletekhez!

**a)**  $(62 + 25) \cdot 4 =$

**b)**  $12 \cdot 7 - 5 \cdot 7 =$

## 2. Összetett számolási feladatok

A gyerekek a 3. feladatlap 3-6. feladatait önállóan oldják meg.

Cél: A diákok önállóan gyakorolják a szöveges feladatok megoldását.

A gyerekek a 3. feladatlap 3-6. feladatait önállóan oldják meg. A tanár arra figyel, hogy segítsen azoknak a diákoknak, akik egy feladat megoldásánál elakadnak.

A frontális ellenőrzésnél, értékelésnél fő szempont, hogy a szövegnek megfelelő megoldási tervet készítsenek a diákok, betartsák a szöveges feladat megoldásának lépéseit. Ne feledkezzenek meg az ellenőrzésről sem!

A megoldás ellenőrzése frontálisan történik. A diákok saját munkájukat javítják.

**3.** Számold ki kétféleképpen!

**a)**  $(60 + 50) \cdot 7 = (60 \cdot 7) + (50 \cdot 7) = 770$

**b)**  $(75 + 20) \cdot 7 = 665$

**c)**  $(81 + 45) : 9 = 14$

**d)**  $(72 - 56) : 8 = 2$

**4.** Írd le a számítás tervét többféle alakban!

**a)** Egy ládában 15 kg alma van. A másik ládában ugyanilyen almából 18 kg van. Mennyibe kerül a két láda alma, ha kilója 120 Ft?

$$120 \cdot (15 + 18) = 3960$$

**b)** Egy csokoládégyárban 600 tábla mogyorós csokoládét és 250 tábla fehér csokoládét csomagoltak dobozokba. Minden dobozba 50 tábla fér. Mennyivel több dobozt töltek meg mogyorós csokoládéval, mint fehér csokoládéval?

$$600 : 50 - 250 : 50 = 7$$

**5.** Melyik az a szám, amelyik a 263 és a 85 összegének hatszorosánál 2-vel kevesebb?

$$(263 + 85) \cdot 6 - 2 = 2086$$

**6.** Mely számok írhatók a keretbe úgy, hogy az egyenlőség igaz legyen?

**a)**  $420 \cdot 28 + 420 \cdot \square = 420 \cdot 100$  72

**b)**  $54 \cdot 225 - \square \cdot 225 = 20 \cdot 225$  34

**c)**  $860 : 20 - \square : 20 = 500 : 20$  360

7. Töltsd ki a következő táblázatot! Melyek azok a sorok, amelyek megegyeznek?

$a$	5	25	10
$b$	4	5	20
$c$	9	4	300
$a \cdot b \cdot c$	180	500	60 000
$(a \cdot c) \cdot b$	180	500	60 000
$(a \cdot b) \cdot c$	180	500	60 000
$(a \cdot c) \cdot (b \cdot c)$	1620	2000	18 000 000
$(a + b) \cdot c$	81	120	9 000
$a \cdot c + b \cdot c$	81	120	9 000

8. Hány kg almát vitt 10 ládában a zöldséges boltba a kereskedő, ha bármelyik almával teli láda 13 kg, a láda pedig 2 kg?

$$(13 - 2) \cdot 10 = 110$$

110 kg almát vitt a zöldséges.

9. Írd le zárójeles feladatként és számítsd ki:

a) 32, 24 és 40 összegének nyolcadrésze;  $(32 + 24 + 40) : 8 = 12$

b) 32 és 24 különbségének negyedrésze meg 40 és 16 összegének négyszerese.

$$(32 - 24) : 4 + (40 + 16) \cdot 4 = 16$$

10. A számok közé tegyél műveleti jeleket úgy, hogy igaz állításokat kapj! Használhatsz zárójeleket is.

$$35 \boxed{-} 42 \boxed{:} 3 = 21$$

$$35 \boxed{+} 42 \boxed{\cdot} 3 = 161$$

$$35 \boxed{+} 42 \boxed{:} 3 = 49$$

11. A virágboltban csokrokat kötnek. Minden csokorba csak 5 tulipán és 7 nárcisz kerül. 3 csokorba hány szál virágot kötnek?

$$(5 + 7) \cdot 3 = 12 \cdot 3 = 36$$

A szorzás ismételt összeadás, tehát leírhatjuk összeg alakban is:

$$(5 + 7) + (5 + 7) + (5 + 7) = 12 + 12 + 12 = 36$$

Kiszámíthatjuk a tulipánok és nárciszok számát is külön-külön, majd összeadjuk.:

$$5 \cdot 3 + 7 \cdot 3 = 36$$

12. A naposok az asztalokra asztalonként 12 tányért tesznek ki. Majd a hiányzók miatt minden asztalról 4 tányért visszavisznek. Hány tányér kerül 5 asztalra?

$$(12 - 4) \cdot 5 = 40$$

Leírhatjuk ezt összegalakban is:

$$(12 - 4) + (12 - 4) + (12 - 4) + (12 - 4) + (12 - 4) = 40$$

Kiszámíthatjuk a kivitt és visszahozott tányérok számát, majd elvégezzük a kivonást:

$$12 \cdot 5 - 4 \cdot 5 = 40$$

**13.** Technika órán a gyerekek színes lapból hajtogatnak. Minden háromfős csoport 6 piros és 9 sárga lapot kap. Hány lapból hajtogathat egy-egy tanuló, ha a színes lapokat egyenlően kellett szétosztani maguk között?

$$(6 + 9) : 3 = 5$$

Kiszámíthatjuk ezt színenként is:

$$6 : 3 + 9 : 3 = 5$$

**14.** Az iskola 20 labdát kap. Ebből 8 kosárlabda, a többi pöttyös gumilabda. Hány pöttyös labdát kap egy-egy osztály, ha 4 osztály között egyenlően osztják szét őket?

$$(20 - 8) : 4 = 7$$

Elvehetjük az egy osztályra jutó labdák számából az egy osztályra jutó kosárlabdák számát:

$$(20 : 4) - (8 : 4) = 7$$

## IV. Diagnosztikus mérés, gyakorlás

### 1. Összeg és különbség változásai - ismétlés

Az összeadás és a különbség változásainak diagnosztikai mérésére illetve gyakorlásra a következő feladatok közül válogathatunk.

#### 4. FELADATLAP

**1.** Ádám 145 cm magas, míg Katalin 130 cm. (Minden részfeladatnál ebből induljunk ki.)

- Mennyi Ádám és Katalin magasságának különbsége? **15**
- Mennyi lesz a különbség, ha Ádám feláll egy 40 cm magas székre? **55**
- Mennyi lesz a különbség, ha Katalin feláll egy tornapadra mely 15 cm magas? **Egyenlő magasak lesznek.**
- Mennyi lesz a különbség, ha Katalin a lépcsőn 1 lépcsőfokkal lejjebb áll (1 lépcsőfok 20 cm)? **45**

**2.** Keresd meg az egyenlő eredményű művelet sorokat számolás nélkül, majd számolással ellenőrizd a megoldásod!

- $360 - 38 + 92 - 65 + 25$
- $360 + 92 - 38 - 25 + 65$
- $360 + 25 - 65 - 38 + 92$
- $360 - 65 + 92 - 38 + 25$
- $360 - 38 + 92 - 25 + 65$
- $360 - 92 + 38 - 25 + 65$

**a) = c) = d); b) = e)**

**3.** Számold ki a következő művelet sor eredményét. Azután tegyél be egy zárójel – párt úgy, hogy a művelet sor eredménye ne változzon!

$$\boxed{110 + 10 - 30 + 50 - 20 = 110}$$

$$(110+10-30+50-20) = 110$$

$$(110+10-30+50)-20 = 110$$

$$(110+10-30)+50-20 = 110$$

$$(110+10)-30+50-20 = 110$$

$$110+(10-30+50-20) = 110$$

$$110+(10-30+50)-20 = 110$$

$$110+(10-30)+50-20 = 110$$

$$110+10-30+(50-20) = 110$$

4. Fejben számolj!

a)  $168+27-7+14+16 = 218$

b)  $227+42-22+36+4 = 287$

c)  $923+835-46-223+56-10 = 1535$

d)  $1332-57+752-122+77-52 = 1930$

## 2. A szorzat és hányados változásainak ismételése

A szorzás és hányados változásainak diagnosztikai mérésére illetve gyakorlásra a következő feladatok közül válogathatunk.

5. Végezd el a szorzásokat, azután az egyik tényezőt növeld háromszorosára! Hogyan változik a feladatokhoz tartozó 2-2 szorzat?

a)  $300 \cdot 2 = 600$                        $300 \cdot 6 = 18000$                       Háromszorosára nőtt a szorzat.

b)  $30 \cdot 4 = 120$                        $90 \cdot 4 = 360$                       Háromszorosára nőtt a szorzat.

6. Az alábbi szorzatokban mindkét tényező változik. Állapítsd meg, hogyan változik a szorzat!

a) 
$$\begin{array}{r} 18 \cdot 18 \\ 9 \cdot 9 \\ 6 \cdot 6 \\ 3 \cdot 3 \end{array}$$

b) 
$$\begin{array}{r} 12 \cdot 12 \\ 24 \cdot 16 \\ 3 \cdot 128 \\ 48 \cdot 8 \end{array}$$

a) Felére, kilencedére, harminchatodára változik.

b) Egyik esetben sem változik a szorzat.

7.

a) Határozd meg, mennyi lehet  $A$  illetve  $B$  értéke, ha tudjuk, hogy  $A \cdot B = 75$

$A = 1$                        $B = 75$

$A = 3$                        $B = 25$

$A = 5$                        $B = 15$

$A = 15$                        $B = 5$

$A = 25$                        $B = 3$

$A = 75$                        $B = 1$

b) Anélkül, hogy elárulnám, mi van a kártyák hátoldalán, találd ki, hogy mennyi lesz a szorzat értéke, ha

– az  $A$  kártyán levő számot megszorozom 2-vel; **150**

– a  $B$  kártyán lévő számot elosztom 5-tel; **15**

– az  $A$  kártyán levő számot elosztom 5-tel, és a  $B$  kártyán lévő számot megszorozom 3-mal; **45**

– az  $A$  kártyán levő számot elosztom 3-mal, és a  $B$  kártyán levő számot megszorozom 3-mal!  
75

8. Változtasd a  $120 : 3$  osztásban az osztót úgy, hogy a hányados a felére, negyedére, nyolcadára, tizedére csökkenjen!

$$120 : 3 = 40, 120 : 6 = 20, 120 : 12 = 10, 120 : 24 = 5.$$

9. Egy építkezésre 24 teherautó földet rendeltek. Hány ilyen teherautó kell, ha a föld mennyiségének a fele is elég?  $24 : 2 = 12$

10.

a) Határozd meg, mennyi lehet  $A$  illetve  $B$  értéke, ha tudjuk, hogy  $A : B = 8$ ?

$$A = 80 \quad B = 10$$

$$A = 16 \quad B = 2$$

$$A = 24 \quad B = 3 \quad \text{stb.}$$

b) Anélkül, hogy elárulnám, mi van a kártyák hátoldalán, találd ki, hogy mennyi lesz a hányados értéke, ha

– az  $A$  kártyán lévő számot megszorozom 2-vel; 16

– a  $B$  kártyán lévő számot elosztom 4-gyel; 32

– az  $A$  kártyán lévő számot elosztom 2-vel, a  $B$  kártyán lévő számot megszorozom 4-gyel; 1

– az  $A$  kártyán lévő számot elosztom 6-tal, és a  $B$  kártyán lévő számot is elosztom 6-tal! 8

11. Számold ki a következő művelet sor eredményét. Azután tegyél be egy zárójel-párt a művelet sorba, minél többféleképpen úgy, hogy az eredmény ne változzon!

$$\boxed{300 : 2 \cdot 3 \cdot 10 : 5 = 900}$$

$$(300 : 2 \cdot 3 \cdot 10 : 5) = 900$$

$$(300 : 2 \cdot 3 \cdot 10) : 5 = 900$$

$$(300 : 2 \cdot 3) \cdot 10 : 5 = 900$$

$$(300 : 2) \cdot 3 \cdot 10 : 5 = 900$$

$$300 : 2 \cdot (3 \cdot 10 : 5) = 900$$

$$300 : 2 \cdot (3 \cdot 10) : 5 = 900$$

$$300 : 2 \cdot 3 \cdot (10 : 5) = 900$$

$$300 : 2 \cdot 3 \cdot 10 : 5 = 900$$

### 3. Összeg és különbség szorzásának és osztásának ismétlése

A összeg és különbség szorzásának és osztásának diagnosztikai mérésére illetve gyakorlásra a következő feladatok közül válogathatunk.

12. Töltsd ki a következő táblázatot! Melyek azok a sorok, amelyek megegyeznek?

$a$	5	25	10
$b$	4	5	20
$c$	9	4	300
$a \cdot b \cdot c$	180	500	60 000



$(a \cdot c) \cdot b$	180	500	60 000
$(a \cdot b) \cdot c$	180	500	60 000
$(a \cdot c) \cdot (b \cdot c)$	1620	2000	18 000 000
$(a + b) \cdot c$	81	120	9 000
$a \cdot c + b \cdot c$	81	120	9 000

**13.** Hány kg almát vitt 10 ládában a zöldséges boltba a kereskedő, ha bármelyik almával teli láda 13 kg, a láda pedig 2 kg?

$$(13 - 2) \cdot 10 = 110$$

110 kg almát vitt a zöldséges.

**14.** Írd le zárójeles feladatként és számítsd ki:

a) 32, 24 és 40 összegének nyolcadrésze;  $(32 + 24 + 40) : 8 = 12$

b) 32 és 24 különbségének negyedrésze meg 40 és 16 összegének négyszerese.  
 $(32 - 24) : 4 + (40 + 16) \cdot 4 = 16$

**15.** A számok közé tegyél műveleti jeleket úgy, hogy igaz állításokat kapj! Használhatsz zárójeleket is.

$$35 \boxed{-} 42 \boxed{:} 3 = 21$$

$$35 \boxed{+} 42 \boxed{\cdot} 3 = 161$$

$$35 \boxed{+} 42 \boxed{:} 3 = 49$$

**16.** A virágboltban csokrokat kötnek. Minden csokorba csak 5 tulipán és 7 nárcisz kerül. 3 csokorba hány szál virágot kötnek?

$$(5 + 7) \cdot 3 = 12 \cdot 3 = 36$$

A szorzás ismételt összeadás, tehát leírhatjuk összeg alakban is:

$$(5 + 7) + (5 + 7) + (5 + 7) = 12 + 12 + 12 = 36$$

Kiszámíthatjuk a tulipánok és nárciszok számát is külön-külön, majd összeadjuk.:

$$5 \cdot 3 + 7 \cdot 3 = 36$$

**17.** A naposok az asztalokra asztalonként 12 tányért tesznek ki. Majd a hiányzók miatt minden asztalról 4 tányért visszavisznek. Hány tányér kerül 5 asztalra?

$$(12 - 4) \cdot 5 = 40$$

Leírhatjuk ezt összegalakban is:

$$(12 - 4) + (12 - 4) + (12 - 4) + (12 - 4) + (12 - 4) = 40$$

Kiszámíthatjuk a kivitt és visszahozott tányérok számát, majd elvégezzük a kivonást:

$$12 \cdot 5 - 4 \cdot 5 = 40$$

**18.** Technika órán a gyerekek színes lapból hajtogatnak. Minden háromfős csoport 6 piros és 9 sárga lapot kap. Hány lapból hajtogathat egy-egy tanuló, ha a színes lapokat egyenlően kellett szétosztani maguk között?

$$(6 + 9) : 3 = 5$$

Kiszámíthatjuk ezt színenként is:

$$6 : 3 + 9 : 3 = 5$$

19. Az iskola 20 labdát kap. Ebből 8 kosárlabda, a többi pöttyös gumilabda. Hány pöttyös labdát kap egy-egy osztály, ha 4 osztály között egyenlően osztják szét őket?

$$(20 - 8) : 4 = 7$$

Elvehetjük az egy osztályra jutó labdák számából az egy osztályra jutó kosárlabdák számát:

$$(20 : 4) - (8 : 4) = 7$$

## FELADATGYŰJTEMÉNY

1. Melyik több? Mennyivel?

a)  $1228 - (516 + 20)$    $<$   $1228 - 516 + 20$

40

b)  $3416 - (1398 - 3)$    $>$   $3416 - 1398 - 3$

6

c)  $978 - (614 - 34)$    $=$   $978 - 614 + 34$

2. Csoportosítsd a tagokat a könnyebb számolás érdekében!

$$490 + 530 + 270 = 1290$$

$$370 + 110 + 430 + 290 = 620$$

$$617 + 220 + 83 + 76 = 996$$

$$206 + 154 + 44 + 16 = 420$$

3. Döntsd el, melyik állítás igaz!

$$190 + (20 + 10) = 190 + 20 + 10 \quad \text{I}$$

$$190 - 20 - 10 = 190 - (20 - 10) \quad \text{N}$$

$$190 - (20 + 10) = 190 - 20 + 10 \quad \text{N}$$

$$190 + 20 - 10 = 190 + (20 - 10) \quad \text{I}$$

$$(190 + 20) - 10 = 190 + 20 - 10 \quad \text{I}$$

$$(190 - 20) - 10 = 190 - 20 - 10 \quad \text{I}$$

4. A műveletek elvégzése nélkül döntsd el, melyik nagyobb és mennyivel!

a)  $792 + 395$    $<$   $800 + 400$

13

$816 + 1722$    $>$   $800 + 1700$

38

$3178 + 406$    $<$   $3200 + 400$

16

$789 + 931$    $=$   $800 + 920$

b)  $975 - 343$    $>$   $960 - 343$

15

$2612 - 285$    $>$   $612 - 300$

15

$863 - 175$    $<$   $865 - 175$

2

$782 - 277$    $=$   $785 - 280$

5. Változtasd az  $1410 + 620$  összeg tagjait úgy, hogy az összeg
- 100-zal növekedjen; Pl.:  $1510 + 620$  vagy  $1410 + 720$  vagy  $1460 + 670$ ...
  - 5-tel csökkenjen; Pl.:  $1405 + 620$  vagy  $1410 + 615$  vagy  $1408 + 617$ ...
  - ne változzon! Pl.:  $1420 + 610$ ...
6. A  $250 + 70 + 81$  összeg tagjait változtasd úgy, hogy az eredmény ne változzon!
- Két tagját növel, a harmadikat csökkentsd!
  - Egy tagját növel, másik két tagját csökkentsd!

7. Valamelyik tag változtatásával soronként növel az összeget 10-zel!

$$2325 + 15 = 2340$$

$$2325 + 25 = 2335 + 15 = 2350$$

$$2325 + 35 = 2345 + 25 =$$

$$2325 + \dots = \dots + \dots =$$

$$2335 + \dots = \dots + \dots =$$

$$2335 + \dots = \dots + \dots =$$

8. Töltsd ki a táblázatot!

	Két szám különbsége 30.	biztos	lehet, de nem biztos	lehetetlen
1.	A különbségben a kisebbítendőt növelem, akkor nő a különbség.	X		
2.	A különbségben a kivonandót növelem, akkor csökken a különbség.	X		
3.	A különbségben a kisebbítendőt csökkentem, akkor nő a különbség.	X		
4.	A különbségben a kivonandót csökkentem, akkor csökken a különbség.			X
5.	A különbségben a kivonandót növelem, a kisebbítendőt csökkentem, akkor a különbség csökken.		X	
6.	A különbségben a kivonandót növelem, a kisebbítendőt csökkentem, akkor a különbség csökken.		X	

9. Töltsd ki a táblázat üres celláit!

	6	12	15	36
72	432	864	1080	2592
9	54	108	135	324
12	72	144	180	432
21	126	252	315	756

10. Keresd az egyenlőket anélkül, hogy kiszámolnád a kijelölt műveleteket!

$$48 \cdot 72$$

$$36 \cdot 96$$

$$144 \cdot 24$$

$$40 \cdot 80$$

$$70 \cdot 50$$

$$6 \cdot 64 \cdot 9$$

$$12 \cdot 12 \cdot 20$$

$$20 \cdot 160$$

Végezz ellenőrzést számológéppel!

$$48 \cdot 72 = 144 \cdot 24 = 36 \cdot 96 = 6 \cdot 64 \cdot 9$$

$$40 \cdot 80 = 20 \cdot 160$$

**11. Számítsd ki a művelet eredményét,**

Ha az összeg tagjai: 8, 11, 20,

$$8 + 11 + 20 = 39$$

Ha a szorzat tényezői: 8, 11, 20.

$$8 \cdot 11 \cdot 20 = 1760$$

Dönts az állítások igazságáról!

Ha az egyik tagot 1-gyel megnöveljük, az összeg is 1-gyel nő.

**igaz**

Ha az egyik tényezőt 1-gyel megnöveljük, a szorzat is 1-gyel nő.

**hamis**

**12. Írd fel az összeadásokat szorzatok összegeként! Használd a számjegyek valódi értékeit!**

$$\begin{array}{r} \text{a) } 3456 \\ 456 \\ 56 \\ + \quad 6 \\ \hline \end{array}$$

$$3000 + 400 \cdot 2 + 50 \cdot 3 + 6 \cdot 4 = 3974$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 12345 \\ 2345 \\ 345 \\ 45 \\ + \quad 5 \\ \hline \end{array}$$

$$10\,000 + 2000 \cdot 2 + 300 \cdot 3 + 40 \cdot 4 + 5 \cdot 5 = 15\,085$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 49073 \\ 9073 \\ 40073 \\ 9003 \\ + \quad 3 \\ \hline \end{array}$$

$$40\,000 \cdot 2 + 9000 \cdot 3 + 0 \cdot 3 + 70 \cdot 3 + 3 \cdot 5 = 107\,225$$

**13. Számítsd ki a szorzatokat a lehető legegyszerűbben! Írd le, milyen sorrendben végezted el a szorzást!**

$$\text{a) } 39 \cdot 4 \cdot 25 \qquad 3900$$

$$\text{b) } 25 \cdot 42 \cdot 15 \cdot 4 \qquad 63\,000$$

$$\text{c) } 340 \cdot 10 \cdot 0 \cdot 2 \qquad 0$$

$$\text{d) } 66 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 250 \qquad 528\,000$$

**14. Mennyi idő alatt lehet megtenni a 24 kilométeres távot gyalog, kerékpárral, busszal és autóval?**

**a) Számold úgy, hogy egy gyalogos óránként átlagosan 4 km-t, egy kerékpáros 12 km-t, a busz 48 km-t, az autó 96 km-t tesz meg.**

**Sebesség km/h**

	gyalog	kerékpárral	busszal	autóval
Sebesség (km/h)	4	12	48	96
Idő (h)	6	2	Fél óra	Negyed óra

b) Az út felénél pihenünk. Mennyi idő telik el a pihenésig az indulástól számítva?  
3, 1, negyed, nyolcad óra.

15. Befőzéshez sok cukorra van szükség. Anya kérésére 20 kg cukrot kellene Apával hazavinni.

a) Az üzlet felé haladva azon gondolkodunk, hány csomaggal viszünk, ha van 10 kg-os kiszerelesben. Hány csomag kell, ha csak fél kilós csomagokat találunk? Milyen csomagolásban található még? Melyik fajtából hány kell?

Kiszereles (kg)	10	fél	1
darab	2	40	20

b) Az üzletbe érve sokféle csomagolásban találtunk cukrot. Az eladó elmondta, mindegyikből 80 csomag van. Hány kiló cukor van a különféle csomagolásokban?

Kiszereles (kg)	10	fél	1
Cukor mennyiség (kg)	800	40	80

c) Hazafelé azon gondolkodtam, ha a nagy bevásárló csarnokba mindegyik fajtából 5-ször ennyit vinnének, mennyi lenne ott a különféle csomagolásokban. Számold ki te is!

Kiszereles (kg)	10	fél	1
darab	4000	200	400

16. Egyik szellemi vetélkedőn valaki másfél millió forintot nyert. Hány darab 20 000 forintossal lehet kifizetni ennyi pénzt? **75db 20 000Ft-os.** Mit gondolsz, ha más bankjeggyel fizetnének, melyikből hány darabra lenne szükség?

a) Gondold végig a bankjegyek darabszámát akkor is, ha valaki kétszer ennyi pénzt nyer!

Bankjegy (Ft)	10 000	5000	1000
db	150	300	1500

Bankjegy (Ft)	10 000	5000	1000
db	300	600	3000

b) Akkor is kiszámítható a bankjegyek száma, ha csak harmad annyi pénzt nyernek?

Bankjegy (Ft)	10 000	5000	1000
db	50	100	500

17. Hasonlítsd össze a szorzatokat!

a) Írj a szorzótáblából 5 olyan párt, amelyekben az egyik tényező felére, harmadára, negyedére, ötödére, hatodára csökken! pl.:  $6 \cdot 5$ ;  $3 \cdot 5$

b) Írj a szorzótáblából 5 olyan párt, amelyekben az egyik tényező háromszorosára, négyszeresére, ötszörösére, hatszorosára nő! pl.:  $2 \cdot 8$ ;  $6 \cdot 8$

18. Könnyítsük meg a szóban számolást! Alakítsd át a szorzatokat úgy, hogy az egyik tényező egyjegyű legyen, de a szorzat ne változzék!

pl.:  $38 \cdot 12 = \Rightarrow 76 \cdot 6 =$   
 $23 \cdot 21 = \Rightarrow \dots\dots\dots 42 \cdot 14 = \Rightarrow \dots\dots\dots$   
 $17 \cdot 32 = \Rightarrow \dots\dots\dots 19 \cdot 24 = \Rightarrow \dots\dots\dots$

$23 \cdot 21 = 69 \cdot 7 = 483$   $42 \cdot 14 = 84 \cdot 7 = 294$   $2 = 588$

$17 \cdot 32 = 68 \cdot 8 = 136$   $4 = 544$   $19 \cdot 24 = 114 \cdot 4 = 76 \cdot 6 = 456$

19. Változtasd az osztandót és az osztót, hogy 10 legyen az osztó, és a hányados ne változzék!

a)  $430 : 5 = 860 : 10 = 86$

b)  $520 : 20 = 1040 : 10 = 104$

c)  $350 : 2 = 1750 : 10 = 175$

d)  $975 : 5 = 1950 : 10 = 195$

20. Számítsd ki az alábbi műveleteket, és hasonlítsd össze az egy-egy feladathoz tartozó eredményeket!

a)  $(12 + 10) \cdot 5 = 110$

$12 + 10 \cdot 5 = 62$

b)  $(25 + 15) \cdot 4 = 160$

$25 + 15 \cdot 4 = 85$

c)  $(17 + 21) \cdot 8 = 304$

$17 + 21 \cdot 8 = 185$

d)  $(42 - 8) \cdot 3 = 102$

$42 - 8 \cdot 3 = 18$

21. Becsülj, melyik lesz a legkisebb! Sejtésedet ellenőrizd számítással!

$450 - 150 : 5 + 25 = 445$

$(450 - 150) : 5 + 25 = 85$

$450 - 150 : (5 + 25) = 445$

$(450 - 150) : (5 + 25) = 10$

$450 - (150 : 5 + 25) = 395$

22. A legegyszerűbben végezd el az osztásokat!

$(32 + 48 + 80) : 8 = 20$

$(72 - 48) : 4 = 6$

$(65 + 45 - 35) : 5 = 15$

23. Add meg a számokat szorzat és szám összegeként! Keress több megoldást!

$$\begin{array}{l} \square \cdot \overline{80} + \nabla \\ \square \cdot 40 + \nabla \\ \square \cdot 70 + \nabla \\ \square \cdot 60 + \nabla \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \square \cdot \overline{412} + \nabla \\ \square \cdot 59 + \nabla \\ \square \cdot 61 + \nabla \\ \square \cdot 71 + \nabla \end{array}$$

$226 = 0 \cdot 80 + 226 = 1 \cdot 80 + 146 = 2 \cdot 80 + 66$

$226 = 0 \cdot 40 + 226 = 1 \cdot 40 + 186 = 2 \cdot 40 + 146 = 3 \cdot 40 + 106 = 4 \cdot 40 + 66 = 5 \cdot 40 + 26$

$226 = 0 \cdot 70 + 226 = 1 \cdot 70 + 156 = 2 \cdot 70 + 86 = 3 \cdot 70 + 16$

$226 = 0 \cdot 60 + 226 = 1 \cdot 60 + 166 = 2 \cdot 60 + 106 = 3 \cdot 60 + 46$

$412 = 0 \cdot 78 + 412 = 1 \cdot 78 + 334 = 2 \cdot 78 + 256 = 3 \cdot 78 + 178 = 4 \cdot 78 + 100 =$   
 $= 5 \cdot 78 + 22$

$412 = 0 \cdot 59 + 412 = 1 \cdot 59 + 353 = 2 \cdot 59 + 294 = 3 \cdot 59 + 235 = 4 \cdot 59 + 176 =$   
 $= 5 \cdot 59 + 117 = 6 \cdot 59 + 58$

$412 = 0 \cdot 61 + 412 = 1 \cdot 61 + 351 = 2 \cdot 61 + 290 = 3 \cdot 61 + 229 = 4 \cdot 61 + 168 =$   
 $= 5 \cdot 61 + 107 = 6 \cdot 61 + 46$

$412 = 0 \cdot 71 + 412 = 1 \cdot 71 + 341 = 2 \cdot 71 + 270 = 3 \cdot 71 + 199 = 4 \cdot 71 + 128 =$   
 $= 5 \cdot 71 + 57$

**0515 – 1. tanári melléklet**

**Osztályonként 1 készlet (8 x 4 db kártya; csoportonként 4 kártya) ebben a méretben kartonlapra nyomva. A kártyák a fekete vonalak mentén szétvágandók. Egy-egy borítékba négy kártya kerül.**

## 1. boríték

<b>+ 34</b>	<b>– 86</b>	<b>– 61</b>	<b>+ 25</b>
-------------	-------------	-------------	-------------

## 2. boríték

<b>+ 23</b>	<b>– 39</b>	<b>– 43</b>	<b>+ 27</b>
-------------	-------------	-------------	-------------

## 3. boríték

<b>+ 99</b>	<b>– 15</b>	<b>– 33</b>	<b>+ 22</b>
-------------	-------------	-------------	-------------

## 4. boríték

<b>+ 38</b>	<b>– 68</b>	<b>– 2</b>	<b>+ 22</b>
-------------	-------------	------------	-------------

## 5. boríték

<b>+ 51</b>	<b>– 25</b>	<b>– 75</b>	<b>+ 19</b>
-------------	-------------	-------------	-------------

## 6. boríték

<b>+ 22</b>	<b>– 63</b>	<b>– 12</b>	<b>+ 23</b>
-------------	-------------	-------------	-------------

## 7. boríték

<b>+ 46</b>	<b>– 57</b>	<b>– 16</b>	<b>+ 37</b>
-------------	-------------	-------------	-------------

## 8. boríték

<b>+ 31</b>	<b>– 81</b>	<b>– 63</b>	<b>+ 21</b>
-------------	-------------	-------------	-------------



**0515 – 2. tanári melléklet**

**Osztályonként 1 készlet (8 x 4 db kártya; csoportonként 4 kártya) ebben a méretben kartonlapra nyomva. A kártyák a fekete vonalak mentén szétvágandók. Egy-egy borítékba négy kártya kerül.**

## 1. boríték

$\cdot 3$	$\cdot 4$	$\cdot 5$	$\cdot 7$
-----------	-----------	-----------	-----------

## 2. boríték

$\cdot 10$	$\cdot 3$	$\cdot 2$	$\cdot 8$
------------	-----------	-----------	-----------

## 3. boríték

$\cdot 2$	$\cdot 6$	$\cdot 4$	$\cdot 9$
-----------	-----------	-----------	-----------

## 4. boríték

$\cdot 5$	$\cdot 3$	$\cdot 11$	$\cdot 2$
-----------	-----------	------------	-----------

## 5. boríték

$\cdot 12$	$\cdot 5$	$\cdot 3$	$\cdot 5$
------------	-----------	-----------	-----------

## 6. boríték

$\cdot 15$	$\cdot 2$	$\cdot 10$	$\cdot 4$
------------	-----------	------------	-----------

## 7. boríték

$\cdot 4$	$\cdot 5$	$\cdot 2$	$\cdot 11$
-----------	-----------	-----------	------------

## 8. boríték

$\cdot 10$	$\cdot 2$	$\cdot 7$	$\cdot 3$
------------	-----------	-----------	-----------