0513. MODUL

TERMÉSZETES SZÁMOK

Írásbeli műveletek

Készítette: Pintér Klára

MODULLEÍRÁS

A modul célja	Írásbeli műveletek, ezek algoritmusának tudatosítása. Írásbeli osztás kétjegyűvel.
Időkeret	6 óra
Ajánlott korosztály	5. évfolyam
Modulkapcsolódási pontok	*Tágabb környezetben:* informatika, technika, matematika történet *Szűkebb környezetben:* műveletek tulajdonságai, tízes és más számrendszerek, helyiérték, számok nagysága, páros, páratlan számok, kombinatorika, szöveges feladatok, modellalkotás *Ajánlott megelőző tevékenységek:* Tízes számrendszer; ~- beli helyiérték-táblázat; számrendszerek *Ajánlott követő tevékenységek:* összeg, különbség, szorzat, hányados változásai; műveleti sorrend; osztó, többszörös
A képességfejlesztés fókuszai	*Számolás kompetencia:* Műveletek természetes számokkal tízes- és más számrendszerekben. *Mérés, becslés:* Valóságos példák és helyiérték-táblázat: gondolkodás és számolás nagyságrendekkel. *Kombináció, rendszerezés kompetencia:* Számkártyákból szám-, művelet-összeállítás, összes lehetőség megkeresése, minimum-, maximum-feladatok megoldása számjegyek változtatása mellett. *Indukció, dedukció:* Helyiérték-táblázat alapján szabályosságok felfedezése. Műveletvégzés algoritmusának felfedezése, alkalmazása. *Szövegértés kompetencia:* Szöveggel felírt összefüggések megfogalmazása az algebra nyelvén és fordítva, különböző szövegek alapján modellek alkotása. *Valószínűségi kompetencia:* műveletek kockadobás alapján, esélylatolgatás.

AJÁNLÁS

Frontális, egyéni és csoportmunka vegyesen (kooperatív módszerek is). A gyerekek az órák alatt (4-6 fős) csoportokban ülnek.

TÁMOGATÓ RENDSZER

Nagy számokat tartalmazó szövegek (újságcikkek, ismeretterjesztő anyagok, internetes cikkek stb.), betű, szám- és műveletkártyák, feladatlapok, játékpénzek, „pénztárgép”, színes rudak.

ÉRTÉKELÉS

Az egyéni és csoportos munka megfigyelése alapján, szóbeli értékelés, számolási és szöveges feladatok írásbeli értékelése.

MEGJEGYZÉS:

Meggondolásra javasoljuk azt a felépítést is, amelyben a műveletek tulajdonságai az írásbeli műveletek tanítása során kerülnek feldolgozásra. Ebben a felépítésben a műveleti tulajdonságok az írásbeli műveletek után kerülnek tárgyalásra, összefoglalva és megerősítve azokat a tapasztalatokat, amelyeket a gyerekek a tevékenységek és feladatmegoldások során szereztek.

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	**Kiemelt készségek, képességek**	**Eszközök, Feladatok**
I. Összeadás írásban			
1.	Számlálás, sorozatalkotás	Sorozatalkotás, szövegértés	1. tanári melléklet
2.	Összeadás egyiptomi számokkal	Számlálás, analógia, szabályalkotás	1. feladatlap (Összeadás) 1. feladat
3.	Összeadás Tökéletes Pénztárgéppel – az írásbeli összeadás algoritmusa	Számlálás, rendszerezés, analógia, szabályalkotás.	0511. modul 2. tanulói melléklet (játékpénz)
4.	Írásbeli összeadás gyakorlása	Számolás, ellenőrzési stratégiák, becslés, problémamegoldás	1. feladatlap (Összeadás) 2, 3. feladat, 2. tanári melléklet
5.	Összeadás szöveg alapján	Szövegértés, becslés	1. feladatlap (Összeadás) 4–7. feladat
6.	Összeadások kockadobás alapján	Esélylatolgatás, számolás, nagyságrend, becslés	Dobókocka, (dobóoktaéder)
7.	Kombinatorika feladatok	Kombinatív képességek, megfigyelőképesség, problémamegoldás, kreativitás.	1. feladatlap (Összeadás) 8–11. feladatok
8.	Összeadás más számrendszerekben	Analógia, rugalmas gondolkodás.	1. feladatlap (Összeadás) 12–14. feladatok

II. Kivonás írásban			
1.	Számlálás visszafelé	Sorozatalkotás, számlálás	
2.	A kivonás művelete – ismétlés		
3.	Kivonás egyiptomi számokkal – írásbeli kivonás algoritmusa	Számlálás, analógia, szabályalkotás	2. feladatlap (Kivonás) 1. feladat
4.	Kivonás Tökéletes Pénztárgéppel – írásbeli kivonás algoritmusa	Számlálás, analógia, szabályalkotás	0511. modul 2. tanulói melléklet (játékpénz)
5.	Az írásbeli kivonás algoritmusa	Rendszerezés, analógia, szabályalkotás	
6.	Írásbeli kivonás gyakorlása	Számlálás, analógia	2. feladatlap (Kivonás) 2. feladat
7.	Kivonás, összeadás szöveg alapján	Szövegértés	2. feladatlap (Kivonás) 3-6. feladat
8.	Kivonások kockadobás alapján	Esélylatolgatás	dobókocka
9.	Kombinatorika feladatok	Kombinatív képességek	2. feladatlap (Kivonás) 7–10. feladatok
10.	Kivonások más számrendszerben	Analógia, rugalmas gondolkodás	2. feladatlap (Kivonás) 11–13. feladatok

III. Szorzás írásban			
1.	A szorzás művelete	Rendszerezés, analógia	
2.	Szorzás Tökéletes Pénztárgéppel – írásbeli szorzás algoritmusa	Számlálás, analógia, rendszerezés, szabályalkotás	0511. modul 2. tanulói melléklet (játékpénz)
3.	Az írásbeli szorzás gyakorlása	Rendszerezés, analógia, rugalmas gondolkodás	3. feladatlap (Szorzás) 1–3. feladat, 3. tanári melléklet
4.	Szöveges feladatok írásbeli szorzásra	Szövegértés	3. feladatlap (Szorzás) 4–8. feladat
5.	Szorzások kockadobás alapján	Esélylatolgatás, becslés	4 dobókocka páronként
6.	Szorzatok becslése	Becslés	3. feladatlap (Szorzás) 9–12. (Malom játék táblák)
7.	Kombinatorika feladatok	Kombinatív képességek	3. feladatlap (Szorzás) 13–19. feladat
8.	Szorzás más számrendszerekben	Analógia, rugalmas gondolkodás gyorsabban haladóknak	3. feladatlap (Szorzás) 20–21. feladat

IV. Osztás írásban			
1.	Az osztás művelete – ismétlés	Rendszerezés, analógia	4. feladatlap (Osztás) 1. feladat (mintapéldák)
2.	Osztás Tökéletes Pénztárgéppel – írásbeli osztás algoritmusa	Számlálás, analógia, rendszerezés, szabályalkotás	0511. modul 1. tanulói melléklet (helyiérték-táblázat) 0511. modul 2. tanulói melléklet (játékpénz)
3.	Az írásbeli osztás gyakorlása	Számolás, becslés, rendszerezés, analógia, rugalmas gondolkodás	4. feladatlap (Osztás) 2–7. feladat

V. Szöveges feladatok, igaz-hamis állítások			
1.	Szöveges feladatok írásbeli osztásra	Szövegértés	4. feladatlap (Osztás) 8–10. feladat
2.	Hányados becslése	Becslés	4. feladatlap (Osztás) 11–13. feladatok (Malom játék táblák)
3.	Igaz-hamis állítások	Döntés, összefüggések	4. feladatlap (Osztás) 14. feladat

VI. Kombinatorika, játékok alapműveletekre			
1.	Kombinatorika feladatok	Kombinatív képességek, számolás	5. feladatlap 1–3. feladat
2.	Játékok az alapműveletekre	Számolás, becslés	Tanulói munkafüzet Bingó játék

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. Összeadás írásban

1. Számlálás, sorozatalkotás

Használjuk az **1. tanári melléklet** (lásd e fájl végén és a modul eszközei közt is!):

220	520	1420	1720
820	1120	2020	2320

Kirakunk a táblára egymás után néhány számot, közben kettőt kihagyunk:
220, 520, 820, □, □, 1720

a) Mi lehet a szabály?
A gyerekek kitalálnak szabályt: a következő tag az előzőnél 300-zal nagyobb.

b) Folytassuk a sorozatot!
Folytatják a sorozatot: 220, 520, 820, 1120, 1420, 1720, 2020, 2320, 2620, 2920, 3220…

c) Fogalmazzuk meg minél többféleképpen a szabályt, ezzel gyakoroljuk az összeadás többféle nyelvi formában való kifejezését:
Táblára kirakható állítások – az igazakat hagyjuk fent, a hamisakat szedjük le! A gyerekek írják le a füzetbe az igaz állításokat!

A sorban minden szám az előtte levőnél 300-zal nagyobb.	IGAZ
Mindegyik számnak 300-szorosa a következő szám.	HAMIS (mert összeadással kapom a következő számot, nem szorzással)
A harmadik tagtól kezdve minden tagot megkapunk, ha a kettővel előtte levőhöz hozzáadunk 600-at.	IGAZ
Mindegyik szám 300-zal kisebb az utána következőnél.	IGAZ
A sorban két egymás utáni szám különbsége 300.	IGAZ
Bármelyik számból 300-at elvéve a következő számot kapjuk.	HAMIS (mert az első kivételével mindegyik számból 300-at elvéve az előző számot kapjuk)

d) Mit lehet megfigyelni a sorozaton? Mi lesz a 21., 31., …, 101. tag?
Lehet még tetszőleges további tagokat keresni.
Számoljunk 0-tól 30 000-esével egymillióig (ügyesebb osztályban az előző feladat folytatásaként minden századik számot mondjuk ki a sorozatból, így 220-tól számoljunk 30 000-esével)! Ezzel gyakoroljuk a nagy számok kimondását is.
3220 a 220 utáni 10. tag, és 3000-rel nagyobb a 220-nál. Tíz tagonként 3000-rel nőnek a tagok (100 tagonként 30 000-rel).
A 21. tag: 6220
A 31. tag: 9220
Tovább: 12 220; 15 220; 18 220; 21 220; 24 220; 27 220...
A 101. tag: 30 220
0; 30 000; 60 000; 90 000; 120 000; 150 000; 180 000; 210 000; 240 000; 270 000; 300 000; 330 000; 360 000; 390 000; 420 000; 450 000; 480 000; 510 000; 540 000; 570 000; 600 000…

2. Összeadás egyiptomi számokkal

– Vegyük elő az egyiptomi jeleket, és próbáljuk kitalálni, hogyan végezhették az összeadást az egyiptomiak. A tanulók megfigyelik, megbeszélik az egyiptomi összeadás módszerét.

– Mivel nem helyiértékesen írták a számokat, egyszerűen + jel nélkül leírva az összes jelet, megkapjuk az összeget.

– Ezután érdemes elvégezni a lehetséges beváltásokat, hogy kevesebb jelet kelljen írnunk.

– Feltétlenül az egyiptomi rendszerben maradva kellene elvégezni az összeadásokat, ezért is nem váltjuk közben át a mi rendszerünkre.
– Végezzük el a következő összeadásokat! Az 1. feladatlap (Összeadás) 1. feladatát megoldják egyéni munkában.

– Az előzőleg egyiptomi módon felírt összeadásokat felírják helyiértékes bontásban a mintapéldának megfelelően.
– Írjuk le ugyanezeket az összeadásokat a következő formában:
Mintapélda:
(2 százas + 7 tízes) + (3 százas + 5 tízes) = 5 százas + 12 tízes = 6 százas + 2 tízes

– Az előzőleg felírt összeadásokat végezzük el úgy, hogy a számokat egymás alá írjuk, és írásbeli összeadást végzünk!
– Ha a gyerekek jól haladnak, már itt fel lehet írni az írásbeli összeadásokat:
A fenti példa:

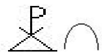
	2	7	0
+	3	5	0
	6	2	0

Először az egyesek helyén álló számjegyeket adjuk össze: 0 + 0 = 0. Ezután összeadjuk a tízesek helyén álló számokat, 7 + 5 = 12, leírjuk a 2-est, 10 tízest pedig beváltunk 1 százasra, azaz továbbviszünk 1-et a százas helyiértékre: 1 + 2 + 3 = 6 a százasok száma.

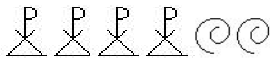
1. FELADATLAP (ÖSSZEADÁS)

1. Végezd el a következő összeadásokat!

a)  + 

Első lépésben:  , majd beváltva 

b)  +  Megoldás: 

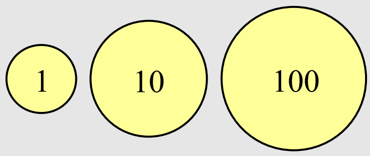
c)  +  Megoldás: 

3. Összeadás Tökéletes Pénztárgéppel – az írásbeli összeadás algoritmusa

Csoportmunkában TP segítségével adnak össze három – majd többjegyű számokat. Ennek során tudatosítják, hogy ami a TP számára a beváltás, az az átvitel az írásbeli összeadásnál.

– A gyerekeket 5-6 fős csoportokba osztjuk, és minden csoportnak osztunk Tökéletes Pénztárgépet és játékpénzeket. (0511. modul 2. tanulói melléklet, játékpénz).

0511 – 2. tanulói melléklet – lásd a 0511 modul tanári fájl végén és a modul eszközei közt is!



1000	10 000	100 000	1 000 000

– Megbeszéljük a játék menetét:
– A csoport egy tagja kezeli a TP-t.
– Mindenki leír előre egy három, később négy – vagy többjegyű számot, és annak megfelelő pénzt mindenki egyszerre beadja a TP-be.
– Mindenki hangosan mondja az általa beadott pénzt, amit a többiek lejegyeznek a füzetükbe.
– A TP elvégzi a beváltásokat az egyesektől haladva a nagyobb helyiértékek felé, és megmondja az eredményt, amit mindenki leír, és ellenőriz.
– Ezután továbbadják a TP szerepét, amíg mindenki sorra nem kerül.
– Miután mindegyik csoport kész, mindegyik csoport egy összeadáson bemutatja az osztálynak a TP működését. Ehhez egymás alá írják a számokat, és elvégzik az írásbeli összeadást. Ami a TP-nél a beváltás, az megfelel az átvitelnek az írásbeli összeadásnál.
– Mivel a tanár bárkit kiszólíthat a csoportból, mindenkinek dolgozni kell, ha valaki nem érti, a többieknek el kell magyarázniuk neki.

4. Írásbeli összeadás gyakorlása

1. Az 1. feladatlap (Összeadás) 2. feladatában szereplő számpiramis kitöltése, ezzel többjegyű számok összeadásának gyakorlása (esetleg házi feladat)
A tanulók töltsék ki az 1. feladatlap (Összeadás) 2. feladatát. A feladat egy számpiramis, amiben mindegyik szám a két alatta levő összege! Ha a gyerekeknek világos az összeadás, érdemes ezt házi feladatnak adni.

2. Bűvészmutatvány:
A gyerekek megpróbálják kitalálni a trükköt, aki sejti, az vállalja a következő mutatványt, így majdnem mindenki maga jöhet rá a trükkre.
Ezekben a mutatványokban a tanár a bűvész. Ha valamelyik gyerek sejti a trükköt, azt nem árulja el, hanem a következő mutatványt ő vállalja. Így elérhető, hogy majdnem minden gyerek maga jöjjön rá a trükkre.

a) A gyerekek a megfelelő helyeken számokat mondanak, majd összeadják az 5 számot.

Felírunk a táblára egy háromjegyű számot:	231
A gyerekek javasolnak egy háromjegyű számot:	……
Olyan háromjegyű számot írunk, mely az előzőt 999-re egészíti ki.	……
A gyerekek mondanak még egy számot:	……
Olyan háromjegyű számot írunk, mely az előzőt 999-re egészíti ki.	……

A számok alá írjuk az összeget: 2229 úgy, hogy a gyerekek ne lássák, letakarjuk, és megvárjuk, amíg mindenki kiszámolja az összeget, akkor megmutatjuk, hogy mi ezt már rögtön tudtuk!

A trükk lényege, hogy mivel mindig 999-re egészítettük ki a gyerekek számát, az összeg $231 + 999 + 999 = 231 + 2000 – 2 = 2231 – 2 = 2229$.

A következő alkalommal más számmal kezdjünk!

b) Játszhatunk 7 számmal, ekkor a végeredményt úgy kapjuk, hogy a kezdő számnál 3000-rel nagyobb számból kivonunk 3-at.

c) Játszhatjuk négyjegyű számokkal, ekkor 9999-re egészítjük ki a gyerekek által mondott számot.

d) Ügyes gyerekeknél variálhatjuk a trükköt, hogy nem mindig 999-re (9999-re) egészítjük ki a gyerekek számát, hanem kevesebbre, csak ezt meg kell jegyeznünk a végére, és az összeget ennek megfelelően kell módosítani.

3. „Hol a kártya?” játék.
3 gyerek húz 2-2 kártyát, összeadják a rajtuk levő számokat és megmondják az összeget. A többieknek ebből kell kitalálni, kinél melyik kártya van.

A **2. tanári melléklet** számkártyái (lásd e fájl végén és a modul eszközei közt is!):

128	347	751	927	1327	8275
491	677	4692	5783	9891	3563

A számkártyák közül a 128, 347, 491, 677, 751, 927-et megmutatjuk a gyereknek (felírjuk a táblára a számokat), majd 3 gyereket kihívunk, hogy húzzanak 2-2 kártyát ebből a 6 kártyából.
Mindhárman megmondják a kihúzott számaik összegét. Ezeket is felírjuk a táblára, például:

Andi: 475; Peti: 1418; Dani: 1428.

Ebből a többieknek ki kell találni, hogy kinél melyik szám van.
Segít, hogy egy páros szám van, a többi páratlan, így az egyetlen páratlan összeg az, amelyik a páros + páratlan számból adódik. Tehát Andinál van a 128, mellette csak a 347 lehet.

Érdemes figyelni továbbá a végződéseket: 8-ra végződő összeg úgy lehet, hogy az egyik tag 1-re, a másik 7-re végződik.
Most a nagyságrendek nem segítenek, így számolással kell ellenőrizni, hogy kinél melyik kártya van, ebben az esetben Peti: 677 + 751, és Dani: 491 + 927. Aki nem gondol ilyen trükkökre, az kénytelen többet próbálkozni, többet számolni. Játszhatunk több kört ugyanezekkel a kártyákkal, de készíthetünk másik kártyakészletet is.
Játszhatunk hasonló kártyákkal négyjegyű számokkal is (a **2. tanári melléklet** számkártyái közül: 4692, 5783, 1327, 8275, 9891, 3563).

4. A z 1. feladatlap (Összeadás) 3. feladatának megoldatása egyéni munkában.
Összegben hiányzó számjegyeket kell megkeresni.

2. Az alábbi számpiramisban minden szám a két alatta levő összege. Töltsd ki a piramis hiányzó mezőit!

8356					
3591	4765				
1425	2166	2599			
594	831	1335	1264		
394	245	586	749	515	
263	86	159	427	322	193

3. Keress hiányzó számjegyeket a négyzetek helyére, hogy az első négy szám összege az ötödik legyen!

a) 2 $\boxed{2}$ $\boxed{0}$ 5 ; 4 $\boxed{1}$ 1 ; 2 3 $\boxed{2}$; $\boxed{3}$ 1 4 1 ; 5 9 8 9
vagy: 2 1 0

b) $\boxed{7}$ 3 6 2 ; 5 6 $\boxed{4}$; 8 $\boxed{4}$ 5 ; $\boxed{3}$ 8 6 ; 9 1 5 7

5. Összeadás szöveg alapján

Az 1. feladatlap (Összeadás) 4-7. feladatának megoldatása (esetleg néhány házi feladat)
A 4. feladat egy bevásárló listában szereplő áruk árának összeadása becslés után. A feladat életszerű játékká tehető, ha előzetesen gyűjtögetünk, a gyerekekkel gyűjtetünk különböző élelmiszeres dobozokat kimosva (üdítő, kakaó, kávé, tej, joghurt, tejföl, fagylalt, camembert sajt, Medve sajt, bonbon, tic-tac, stb.), mindegyikből többet, mindegyikre jól láthatóan ráragasztva az árát.
Ezután csoportokban játsszák a vásárlást, ahol van egy eladó, a többiek vásárlók. Mindegyik vásárló húz egy cédulát az 1000, 1500, 2000, 2500, 3000 közül, és az nyer, aki által vásárolt áruk összára legjobban megközelíti a cédulán álló összeget. Az eladó ellenőrzi a vásárlók által számolt összegeket.
A szövegben szereplő bevásárló listát, étlap részletet valóságszerűre is készíthetjük, a számítógép, fényképezőgép részekre vonatkozó feladatokat képekkel illusztrálhatjuk.

Az 5. feladat egy étlapról ebéd összeállítása korlátozott pénzkerettel. A tanulói munkafüzetben felsoroltunk néhány ételt árakkal, de a feladat sokkal érdekesebb, ha konkrét étlapokat szerzünk éttermekből, letölthetünk Internetről a keresőbe beírva, hogy „étlap”, és a gyerekeknek arról kell választani. Néhány gyerek felolvashatja a tervezetét, a többiek ellenőrzik a számolást.

A 6. feladat hatjegyű számok összeadására vonatkozik. A fényképezőgéphez lehet képet kivágni, gyűjteni reklámújságokból.

4. Bevásárláskor a blokkon a következők szerepelnek forintban:

Tojás	189
Tejföl	185
Camembert sajt	299
Narancslé	365
6 üveg ásványvíz	469
4 joghurt	269
3 csomag Krémrudi	867
Kakaó	585
Mirelit zöldborsó	249
2 parajpüré	418
Kutyaeledel	759

A pénztárcádban két 5000-forintos, egy 2000-forintos és két 1000-forintos van. Mely pénzeket készítenéd elő a fizetéshez? Mennyi a számla végösszege?
Kerekített árakat összeadva sejthető, hogy elég egy 5000-es. A számla végösszege: 4654 Ft.

5. Étteremben ebédelsz, de nem költhetsz többet 2500 Ft-nál. Az alábbi ételek közül választhatsz:

Újházi tyúkhúsleves	*450 Ft*
Gyümölcsleves	*345 Ft*
Rántott gomba	*570 Ft*
Rántott camembert	*680 Ft*
Csirkesaláta	*720 Ft*
Kerti saláta	*450 Ft*
Hagymás rostélyos	*980 Ft*
Bécsi szelet	*890 Ft*
Töltött csirkemell	*970 Ft*
Szarvaspörkölt	*1230 Ft*
Roston sütött filézett ponty	*1040 Ft*

Sült burgonya	*250 Ft*
Vegyes köret	*360 Ft*
Zöldség köret	*380 Ft*
Uborkasaláta	*190 Ft*
Céklasaláta	*210 Ft*
Paradicsomsaláta	*230 Ft*
Gundel palacsinta	*450 Ft*
Túrós palacsinta	*340 Ft*
Tiramisu	*380 Ft*
Somlói galuska	*420 Ft*
Ásványvíz	*130 Ft*
3dl gyümölcslé	*250 Ft*

Válassz legalább 4 dolgot, számold ki az árát!

6. Digitális fényképezőgépet vásárolsz, melynek ára 115 899 Ft. Veszel hozzá egy 256 MB-os memóriakártyát (12 900 Ft), egy táskát (2599 Ft), egy akkumulátortöltőt 4 elemmel (3640 Ft). Becsüld meg, hány ezer forintba kerül ez összesen, majd számold ki pontosan! 135 038 Ft

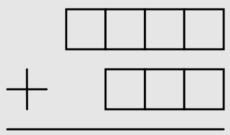
7. Azokat az európai országokat soroljuk fel területükkel és lakosaik számával együtt, amelyeknek hivatalos nyelve a francia (esetleg más nyelvek mellett):

Franciaország:	543 998 km^2	49 866 000 fő
Belgium:	30 514 km^2	9 605 000 fő
Svájc:	41 288 km^2	6 701 000 fő
Luxemburg:	2586 km^2	6 701 000 fő
Monaco:	2 km^2	22 700 fő

Mekkora területet és hány lakost jelent ez összesen? Végezz kutatást, hányan élnek német, angol nyelvterületen, és mekkora ez a terület! 618 388 km^2; 66 529 700 fő

6. Összeadások kockadobás alapján

Játék:
A táblára felrajzoljuk a következő összeadás sémáját, amit minden gyerek rajzol a füzetébe:



A tanár dob a dobókockával, a gyerekek beírják az egyik négyzetbe a dobott számot. Aztán a tanár újra dob, a gyerekek mindig a dobás után azonnal beírják a dobott számot valamelyik négyzetbe. 7 dobás után kapunk egy négyjegyű és egy háromjegyű számot, ezeket összeadjuk. A cél az, hogy az így kapott számok összege a lehető legnagyobb legyen. Az nyer, akinek az összege a legnagyobb.
A gyerekeknek esélylatolgatást kell végezniük, hogy pl. egy 5-ös után várnak-e egy még nagyobbra, vagy beírják az ezres helyiértékre.
Miután kitöltötték a négyzeteket, lelkesen és gyorsan összeadják a számokat, ezzel gyakorolják az írásbeli összeadást.
A végén megbeszéljük, mi lett volna a legjobb elhelyezése a számoknak, lehet-e több ilyen, stb.
A játék többször játszható.
További változatok is játszhatók:
– Az összeg legyen a lehető legkisebb.
– Az összeg a lehető legközelebb legyen egy adott számhoz, pl. 5000-hez.
– Több számot adunk össze.
– 5-6 jegyű számokat adunk össze (lehet még többjegyű is), megfelelő dobásszámmal.
– Játszhatjuk dobóoktaéderrel, így 1-8-ig lehetnek számjegyek.
– Játszhatjuk 0-9 számkártyákkal, ezekből húzunk, és a húzott számjegyet kell elhelyezni az előbbi módon. Lehet úgy, hogy a húzott számjegyet nem tesszük vissza, és lehet, hogy visszatesszük.

7. Kombinatorika feladatok

A 1. feladatlap (Összeadás) 8-11. feladatok megoldása.
Ezeket bármikor adhatjuk gyorsabban haladó gyerekeknek.

8. Két összeadást betűkkel írtunk fel úgy, hogy a számjegyek helyett betűket írtunk:

$$\begin{array}{r} A \\ +B \\ \hline C \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} C \\ +D \\ \hline EA \end{array}$$

a) Mennyi a B + D? C helyére beírva A + B-t látható, hogy B + D = 10.
b) Melyik betűről tudjuk biztosan, hogy melyik számjegyet jelöli?
E = 1, mert két számjegy összege 20-nál kisebb.
c) Ha különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek, akkor hány lehetőség van az összeadások felírására?
B + D = 10, de egyik sem 1, B = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ezután D már egyértelmű. További feltétel, hogy A + B < 10 legyen, ezért

D	B	A	Lehetőségek száma
8	2	3, 4, 5, 6, 7	5
7	3	2, 4, 5, 6	4
6	4	2, 3, 5	3
4	6	2, 3	2
3	7	2	1
2	8	–	0
		Összesen:	15

9. Az alábbi összeadásokban különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek. Melyik melyiket?
a) Y + Y + Y = MY
b) XXX + B = BAAA
c) MA + A = AM
d) ON + ON + ON + ON = GO
a) Egy számjegy 3-szorosa csak akkor végződik ugyanarra a számjegyre, ha az a számjegy a 0 vagy az 5. Az összeg csak úgy lesz kétjegyű, ha Y = 5, ekkor M = 1. 5 + 5 + 5 = 15
b) Háromjegyű számhoz egyjegyűt adva a kapott négyjegyű szám 1-gyel kell kezdődjön, így B = 1, ekkor X = 9 kell legyen és A = 0. 999 + 1 = 1000.
c) Kétjegyű számhoz egyjegyűt adva a tízesek száma legfeljebb 1-gyel nő, ezért A = M + 1. Másrészt A-nak a kétszerese 10-nél nagyobb-egyenlő M-re végződő szám, így M páros, A ≥ 5 páratlan szám. A = 5 és A = 7 nem jó, A = 9 jó. 89 + 9 = 98
d) A kétjegyű szám négyszerese is kétjegyű, így O < 3. O = 2, mert páros kell legyen. N = 8, 3 esetén lesz az összeg végződése 2. N = 8 esetén az összeg nagyobb 100-nál. N = 3 jó. 23 + 23 + 23 + 23 = 92

10. Melyik az a legkisebb természetes szám, amelyet 50 806-hoz adva palindrom számot kapunk? Palindrom számnak nevezzük azokat a számokat, amelyek balról jobbra és jobbról balra olvasva ugyanazt a számot adják. Keress további számokat, amelyeket az 50 806-hoz adva palindrom számot kapsz!

A legkisebb ilyen szám esetén az összeg első számjegye 5, így az egyesekhez 9-et kell adni, hogy az összegben ott 5 legyen. A tízes helyiértékre továbbmegy 1, így kell egy 1 az ezres helyiértékre is, amit a legkisebb számmal úgy tudunk elérni, ha a százasokhoz adunk 2-t.

$$\begin{array}{r} 50\,806 \\ +\quad 209 \\ \hline 51\,015 \end{array}$$

Más megoldás például:1009.

11. Öt egymás utáni természetes szám összege 2005. Melyek ezek a számok?
A középső szám: 2005 : 5 = 401, 399 + 400 + 401 + 402 + 403 = 2005

8. Összeadás más számrendszerekben

Az összeadás algoritmusa jobban tudatosul, ha más számrendszerben is elvégezzük. Lényeges, hogy a műveleteket a számrendszeren belül végezzük, és ne lépjünk át közben a 10-es számrendszerbe.

– A gyerekek csoportokban játsszák az összeadásokat más számrendszerekben úgy, ahogy a 10-esben tették.
– Osszuk a gyerekeket csoportokba, készíttessük elő a számrendszerek helyiérték-táblázatát (Tökéletes Pénztárgép) és játékpénzeit. Bevezetésül játsszunk az 5-ös számrendszer Tökéletes Pénztárgépével összeadásokat úgy, ahogy a 10-es számrendszernél tettük, csak most a számrendszerek színes pénzeit használjuk.

– Közösen kidolgozzuk az 5-ös számrendszer összeadó tábláját, megnézzük az írásbeli összeadás algoritmusát.
Valójában a 10-es számrendszerben is használjuk ezeket, csak fejből tudjuk.

Az összeadótáblát az 5-ös számrendszerbeli számsorozat alapján írhatjuk fel:
0, 1, 2, 3, 4, 10, 11, 12, 13, 14, 20, 21, 22, 23, 24, 30…

+	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	10
2	2	3	4	10	11
3	3	4	10	11	12
4	4	10	11	12	13

A táblázatból leolvasható, hogy pl. 3 + 4 = 12.
Végezzük el a következő írásbeli összeadást az 5-ös számrendszerben:

$$\begin{array}{r} 1043 \\ +\quad 2314 \\ \hline 3412 \end{array}$$

Az 1-esekkel kezdjük: 3 + 4 = 12 a táblázatból, leírjuk a 3-at, továbbviszünk egy 5-öst. Haladunk balra.
Az 5-ös helyiértéken: 4 + 1 + 1 = 11, leírjuk az 1-t, továbbviszünk 1 db 25-öst. A további helyiértékeken: 0 + 3 + 1 = 4 és 1 + 2 = 3.

–Egyéni munkában feladatokat oldanak meg más számrendszerbeli összeadásokra, melyeket közösen ellenőrzünk.(1. feladatlap (Összeadás) 12-14.)
– A 14. feladat helyett, ha együtt haladunk, érdekesebb csoport munkát csinálni:
A gyerekeket csoportokba osztjuk, és minden csoport húz számrendszer alapszámot. Elkészíti a saját számrendszerének az összeadó tábláját, majd felír öt helyes összeadást egy-egy cédulára. Ezeket a cédulákat bedobják egy kalapba, és minden csoport húz öt-öt cédulát, amit meg kell fejteniük, hogy a megfejtésnél a csoport minden tagjának jusson egy összeadás, amit megfejt, aztán közösen ellenőrzik).

12. Végezd el a következő összeadásokat az 5-ös számrendszerben:

a)		**b)**		**c)**	
	23 104		13 342		40 123
+	13 343	+	42 314		2 334
	42 002		111 211	+	21 132
					114 144

13. Pótold az alábbi 5-ös számrendszerbeli számokban a hiányzó számjegyeket úgy, hogy az első három szám összege a negyedik legyen!

a) $\boxed{4}$ 2 1 1; + 3 $\boxed{4}$ 2; + 2 $\boxed{3}$ 3 $\boxed{2}$; = 1 2 4 4 0

b) $\boxed{3}$ 0 $\boxed{4}$ 1 2; + 1 $\boxed{2}$ 3 2 $\boxed{1}$; + 4 3 $\boxed{0}$ 4; = 1 0 3 0 3 2

14. Mely számrendszerben igaz az összeadás?
a) 10 011 + 111 011 = 1 001 110
1 + 1 0-ra végződik, akkor a 2-es számrendszerben vagyunk.
b) 12 322 + 31 123 = 110 111
A 3-as számjegy miatt legalább 4-es számrendszer, a 4-es jó is, mert 2 + 3 = 11.
c) 12122 + 20221 = 110120
A 2-es számjegy miatt legalább 3-as számrendszer, 2 + 1 = 10 miatt tényleg 3-as.
d) 3233 + 23223 = 32011
A 3-as számjegy miatt legalább 4-es számrendszer, 3 + 3 = 11 az 5-ösben igaz, az összeadás többi része is az 5-ös számrendszerben igaz.
e) 100101 + 110111 = 210212
A 2-es számjegy miatt legalább 3-as számrendszer, viszont sehol sincs átvitel, így akármelyik legalább 3-as alapú számrendszerben igaz az összeadás.

II. Kivonás írásban

1. Számlálás visszafelé

– Ülésrend szerint sorban haladva a következő gyerek mondja a sorban következő számot.
– Számoljunk visszafelé 1000-től 19-esével!
– 1000, 981, 962, 943, 924, 905, 886…
– Vegyük észre a számolás könnyítését: vonjunk ki 20-at, adjunk hozzá 1-et, azaz vegyünk el 2 tízest, adjunk hozzá 1 egyest.
– Számoljunk visszafelé 10 000-től 899-esével! (899 = 900 – 1)

Kezdhetjük könnyebbel vagy nehezebbel is, a gyerekektől függően, és esetleg csinálhatunk többet is, ha szükséges.

2. A kivonás művelete – ismétlés

– A gyerekek használják a szakkifejezéseket.

– Írjunk fel egy kivonást és ismételjük át az elnevezéseket:
10 000 – 899 = 9111
Kisebbítendő – kivonandó = különbség

– A kivonást ellenőrizhetjük összeadással: 9 111 + 899 = 10 000

– A kivonást ellenőrizhetjük kivonással: 10 000 – 9 111 = 899

3. Kivonás egyiptomi számokkal – írásbeli kivonás algoritmusa

– A gyerekek javaslatai alapján végezzük el a kivonást.
– A mintapéldák megbeszélése után a gyerekek megoldják a 2. feladatlap (Kivonás) 1. feladatát.

Vegyük elő az egyiptomi jeleket, és próbáljuk kitalálni, hogyan végezhették a kivonást az egyiptomiak.
1. Mintapélda:

𓆼𓆼𓆼𓍢𓍢𓎆𓎆 – 𓆼𓎆𓎆 = 𓆼𓆼𓍢𓍢

A kivonandóban szereplő jeleket egyszerűen elvesszük a kisebbítendőből.
2. Mintapélda:

𓆼𓆼𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆 – 𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆

Most nem tudjuk elvenni a kisebbítendőből a kivonandóban szereplő jeleknek megfelelő számokat, ehhez fel kell váltani a kisebbítendőben egy 𓍢-t 10 db 𓎆-ra

𓆼𓆼𓍢𓍢𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆 – 𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆 = 𓆼𓆼𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆

Másik lehetőség, hogy a kisebbítendőhöz és a kivonandóhoz is 100-at adunk, a kisebbítendőhöz 10 db 𓎆, a kivonandóhoz 1 db 𓍢 formájában:

𓆼𓆼𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆 – 𓍢𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆 =
= 𓆼𓆼𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆

2. FELDATLAP (KIVONÁS)

1. Végezd el a következő kivonásokat!

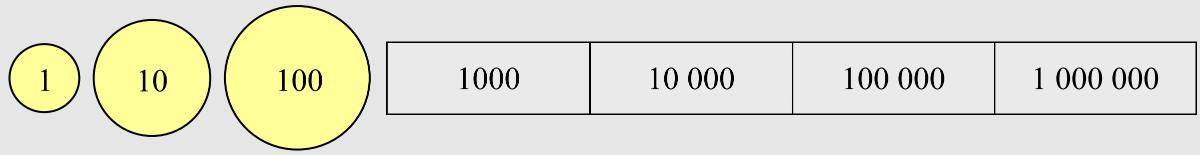
a) 𓎆𓎆𓏺𓏺 – 𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 = 𓏺

b) 𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺 – 𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 = 𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺

c) 𓆼𓆼𓆼𓎆𓎆𓏺𓏺 – 𓍢𓍢𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 = 𓆼𓆼𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓏺𓏺

4. Kivonás Tökéletes Pénztárgéppel – írásbeli kivonás algoritmusa

Csoportmunkában játékpénzek segítségével vonnak ki egymásból többjegyű számokat. Ennek során tudatosítják az írásbeli kivonás algoritmusát.
– A gyerekeket 4-5 fős csoportokba osztjuk, és minden csoportnak osztunk játékpénzeket.
– Megbeszéljük a játék menetét:
– Kell legyen egy bank, ahol sok pénz van a váltásokhoz, kölcsönökhöz (**0511. modul 2. tanulói melléklet, játékpénz**):



– A csoport minden tagja leír egy négyjegyű számot.
– Mindenki kikészít annyi pénzt, amelyik számot leírták.
– Megnézik, ki írta le a legnagyobb számot, és kiszámolják, hogy ez mennyivel nagyobb a többiekénél (mindegyik többire): 4567 – 1235 = 3332.
Ez nem mindig hajtható így végre: 5324 – 1273
(5 ezres + 3 százas + 2 tízes + 4 egyes) – (1 ezres + 2 százas + 7 tízes + 3 egyes)
Felváltásos módszer: a kisebbítendőben 1 százast 10 tízesre váltunk fel:
(5 ezres + 2 százas + 12 tízes + 4 egyes) – (1 ezres + 2 százas + 7 tízes + 3 egyes) =
= 4 ezres + 0 százas + 5 tízes + 1 egyes.
Kölcsönzős módszer: A kisebbítendőhöz és a kivonandóhoz is kölcsönad a bank egy százast, csak a kisebbítendőhöz 10 db tízes, a kivonandóhoz 1 db százas formájában, így a különbség ugyanannyi marad.
(5 ezres + 3 százas + 12 tízes + 4 egyes) – (1 ezres + 3 százas + 7 tízes + 3 egyes) = 4 ezres + 0 százas + 5 tízes + 1 egyes.
Pótlásos módszer: Kiszámoljuk, mennyit kell a kisebb számhoz adni, hogy a nagyobbat kapjuk.
3 egyeshez 1 egyes kell, hogy 4 egyes legyen.
7 tízest 2 tízesre akarunk pótolni, ezt nem tudjuk, csak 12 tízesre, ehhez 5 tízes kell, és már megvan 10 tízes = **1 százas.**
2 + **1** százast pótolunk 3 százasra, ehhez 0 százas kell.
1 ezrest pótolunk 5 ezresre, ehhez 4 ezres kell. Tehát 4 ezres + 1 százas + 5 tízes + 4 egyes pótolja az 1 ezres + 2 százas + 7 tízes + 3 egyest 5 ezres + 3 százas + 2 tízes + 4 egyesre
– Miután mindegyik csoport kész, néhány kivonást bemutatnak az osztálynak.
Utána ezeken mutatjuk be az írásbeli kivonás algoritmusát.

5. Az írásbeli kivonás algoritmusa

A gyerekek a tevékenységek végrehajtásával indokolják a kivonás algoritmusát. Az alsó tagozaton megismert algoritmusok tudatos végrehajtása után válik egyszerűvé a kivonás algoritmusának kiterjesztése a nagyobb számkörre.

A gyerekek által kirakott kivonások (néhány olyan, ahol váltás szükséges) végrehajtása csak számokon.
Például: 5324 – 1273
Írjuk a számokat egymás alá a helyiértékek szerint:

	5324
–	1273

Az egyes helyiértéken nincs probléma: 4 – 3 = 1.
A tízes helyiértéken nem tudjuk a kisebbítendőből kivonni a kivonandót:

Felváltásos módszer:		5	3	– 1	12	4
	–	1	2		7	3
		4	0		5	1
Kölcsönzős módszer:		5	3		12	4
	–	1	2	+ 1	7	3
		4	0		5	1

A felváltásos módszer hátránya, ha a kivonásokat tovább kell görgetni, pl. 2005 – 896. A kölcsönzős módszer ekkor is működik.
Pótlásos módszer: leírva ugyanúgy néz ki, mint a kölcsönzős módszer, a szövegben hangsúlyozzuk a pótlást.

A fenti módszerek manipulatív végrehajtása az algoritmus megértését szolgálja. Természetesen a gyerekek igényétől függően kevesebb módszer is elég. Először a gyerekeknek a váltásos a természetes tevékenység, viszont az írásbeli kivonás során nem azt csináljuk. Ezt kell felidézni a másik két módszerrel.

Írásbeli kivonás:
Kölcsönzős módszer:
Az egyes helyiértéktől balra haladva kivonjuk helyiértékenként a kisebbítendőből a kivonandót. Ha a kisebbítendőben nagyobb számjegy áll, mint a kivonandóban, akkor a kisebbítendőhöz 10-et adunk, így elvégezzük a kivonást ezen a helyiértéken, majd a következő helyiértéken a kivonandóhoz adunk 1-et, mert a különbség nem változik, ha a kisebbítendőt és a kivonandót ugyanazzal a számmal növeljük.
Pótlásos módszer:
Azt a számot keressük, amelyet a kivonandóhoz adva, a kisebbítendőt kapjuk.

6. Írásbeli kivonás gyakorlása

– A tanulók töltsék ki a 2. feladatlap (Kivonás) 2. feladatát. Ez egy számpiramis, amiben mindegyik szám a két alatta levő különbsége. Ha a gyerekeknek világos a kivonás, érdemes ezt házi feladatnak adni.
– A varázslatos 6174.
A gyerekek gyakorolják a négyjegyű számok kivonását, miközben több négyjegyű számmal kipróbálják ezt az eljárást.
– Mindenki gondol egy négyjegyű számot, amelynek nem minden számjegye azonos.
– Leírja egymás alá a négyjegyű szám számjegyeiből álló lehető legnagyobb és lehető legkisebb számot.
– Kivonja egymásból ezt a két számot.
– A különbséget négyjegyű számnak tekintve (ha kevesebb jegye lenne, 0-kal egészítjük ki) végrehajtjuk rá az utóbbi két lépést.
– Ezt az eljárást folytatjuk, amíg lehet.
Például: 4562 → 6 542 – 2456 = 4086 → 8640 – 0468 = 8172 → 8721 – 1278 = 7443 → 7443 – 3447 = 3996 → 9963 – 3699 = 6264 → 6642 – 2466 = 4176 → 7641 – 1467 = 6174, ami ugyanazokból a számjegyekből áll, mint a sorban megelőző négyjegyű szám, így ez a

kivonás ismétlődik ezután.
Akármelyik négyjegyű számból indulunk, mindenképpen a 6174-hez jutunk.

2. Az alábbi számpiramisban minden szám a két alatta levő különbsége. Töltsd ki a piramis hiányzó mezőit!

2138
3683 | 1545
6175 | 2492 | 947
9897 | 3722 | 1230 | 230
15 221 | 5324 | 1602 | 372 | 89
22 676 | 7455 | 2131 | 529 | 157 | 68

7. Kivonás, összeadás szöveg alapján

A 2. feladatlap (Kivonás) 3-6. feladatának megoldatása (esetleg néhány házi feladat)
A 3. feladatnál lényegtelen, hogy a nyomtatót beleszámítjuk-e. A különbséget ne befolyásolja, hogy mindkét összeállításba belevesszük-e a nyomtatót vagy nem. A 4. feladat érdekesebbé tehető, ha cédulákra írjuk a hegyeket magasságukkal együtt, abból húzunk kettőt, és a köztük levő magasság különbséget kell kiszámolni Az 5. feladatnál vigyázni kell a sorszámok miatt. A 6. feladat a szövegértést gyakoroltatja, néhol felesleges adat van.

3. Számítógépet szeretnél vásárolni. A gép 119 999 Ft, a monitor 46 999 Ft, billentyűzet és az egér 2599 Ft, nyomtató 19 999 Ft. Mennyibe kerül összesen? A laptop 199 999 Ft, hozzá egy táska 5490 Ft. Becsüld meg a két összeállítás árát! Mennyivel drágább a laptop táskával, nyomtatóval, mint az előző összeállítás?
Számítógép nyomtató nélkül: 169 597 Ft.
Számítógép nyomtatóval: 189 596 Ft.
Laptop táskával: 205 489 Ft.
Laptop táskával, nyomtatóval: 225 488 Ft.
A laptopos összeállítás 35 892 Ft-tal drágább.

4. Az alábbiakban a földrészek és Magyarország legmagasabb hegyeit soroltuk fel magasságukkal együtt.

Magyarország	Kékes	1015 m
Európa	Mont Blanc	4807 m
Ázsia	Mount Everest	8848 m
Ázsia	K2	8611 m
Afrika	Kibo	5895 m
Észak-Amerika	Mount McKinley	6197 m
Dél-Amerika	Aconcagua	6960 m
Ausztrália	Puntjak Sukarno	5030 m
Antarktisz	Vinson Massif	5140 m

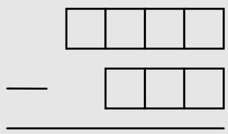
Mennyivel magasabb
a) Európa legmagasabb csúcsa Magyarország legmagasabb csúcsánál? 3792 m
b) Ázsia legmagasabb csúcsa Európa legmagasabb csúcsánál? 4041 m
c) Dél-Amerika legmagasabb csúcsa Afrika legmagasabb csúcsánál? 1065 m
Írj fel és számolj ki még legalább 5 különbséget!

5. Az iskolai tanév utolsó napja az év 167. napja, a következő tanév ugyannak az évnek a 243. napján kezdődik. Hány napos a nyári szünet?
A szünet utolsó napja az év 242. napja. A szünet előtt 167 nap volt, így a szünet 242 – 167 = 75 napos.

6.
a) Mennyi a különbség, ha a kisebbítendő 3 452 és 829-cel nagyobb a kivonandónál?
A különbség meg van adva: 829.
b) Mennyi a különbség, ha a kivonandó 395, kisebbítendő 10 283?
A különbség: 10283 – 395 = 9888
c) Két szám összege 132 587, az egyik szám 83 009, melyik a másik szám?
A másik szám: 132587 – 83009 = 49578
d) Mennyi a különbség, ha a kivonandó 5 642-vel kevesebb a kisebbítendőnél, ami 38 952?
A különbség meg van adva: 5642
e) Mennyi a kivonandó, ha a kisebbítendő 42 863, a különbség pedig 8 975?
A kivonandó: 42863 – 8975 = 33888
f) Mennyi a különbség, ha a kivonandó 520, a kisebbítendő pedig négyszerese a kivonandónak? A különbség a kivonandó háromszorosa, azaz 520 · 3 = 1560

8. Kivonások kockadobás alapján

Játék – teljesen hasonló az összeadásnál játszott játékhoz:
A táblára felrajzoljuk a következő kivonás sémáját, amit minden gyerek rajzol a füzetébe:



A tanár dob a dobókockával, a gyerekek beírják az egyik négyzetbe a dobott számot.
Aztán a tanár újra dob, a gyerekek mindig a dobás után azonnal beírják a dobott számot valamelyik négyzetbe. 7 dobás után kapunk egy négyjegyű és egy háromjegyű számot, ezeket kivonják.
A cél az, hogy az így kapott különbség a lehető legnagyobb legyen. Az nyer, akinek a különbsége a legnagyobb.
A gyerekeknek esélylatolgatást kell végezniük, hogy pl. egy 5-ös után várnak-e egy még nagyobbra, vagy beírják az ezres helyiértékre. Miután kitöltötték a négyzeteket, lelkesen és gyorsan kivonják a számokat, ezzel gyakorolják az írásbeli kivonást.
A végén megbeszéljük, mi lett volna a legjobb elhelyezése a számoknak, lehet-e több ilyen, stb.
A játék többször játszható.
További változatok is játszhatók:
– A különbség legyen a lehető legkisebb.
– A különbség a lehető legközelebb legyen egy adott számhoz, pl. 5000-hez.
– Többjegyű számok különbségét vesszük.

9. Kombinatorika feladatok

A 2. feladatlap (Kivonás) 7-10. feladatok megoldása egyéni munkában.
Ezeket bármikor adhatjuk gyorsabban haladó gyerekeknek, de jó lenne, ha nem csak ők találkoznának ezekkel a feladatokkal.

A 9. feladat játszható bűvészmutatványként is:
Gyakorolják négyjegyűek kivonását, összeadását, közben töprengenek a trükk működésén.
Mindenki gondol két négyjegyű számra. Mondd meg a különbségüket és az összegüket és megmondom a számokat!
Hagyjunk a gyerekeknek időt, hogy ők jöjjenek rá, hogy hogyan találjuk ki a számokat. Aki sejti a trükköt, az maga is próbálkozhat a bűvészkedéssel. Ha a két gondolt szám: x és y, összegük: $x + y = a$, különbségük: $x – y = b$. Ebből $2x = a + b$ és $2y = a – b$, így a gondolt számok kiszámolhatók.
Ez az összefüggés szakaszok rajzolásával, színes rudak kirakásával, stb. szintén felfedezhető.

7. Az a, b, c betűk számjegyeket jelölnek, és $7a2 – 18b = c73$. Mennyi az $a + b + c$?
Egymás alá írva a számokat végezzük az írásbeli kivonást:

$$\begin{array}{r} 7\;a\;2 \\ -1\;8\;b \\ \hline c\;7\;3 \end{array}$$

Az egyeseknél $b = 9$, a tízeseknél $a = 6$, utána $c = 5$, tehát $a + b + c = 20$.

8. A számpiramisban mindegyik szám a két alatta levő összege. Hol helyezzük el benne, legalább egyszer, az 1, 2, 4, 5 számokat (de többször is szabad), hogy a piramis csúcsában

a) a lehető legnagyobb szám álljon?

Akármilyen nagy szám állhat a piramis csúcsában.
Két, lényegileg – vagyis az 1, 2, 4, 5 számok elhelyezkedésére vonatkozóan – különböző megoldás létezik (ezekből tengelyes tükrözésekkel 8 db különböző megoldás alkotható):

2000			
1993	7		
1991	2	5	
1990	1	1	4

2000			
1991	9		
1987	4	5	
1986	1	3	2

b) a lehető legkisebb szám álljon?

A csúcsban 5-nél kisebb szám nem állhat. A csúcsában 5-öt tartalmazó piramis azonban elérhető a következőképp (ebből tengelyes tükrözéssel 2 db különböző megoldás alkotható):

5			
1	4		
0	1	3	
0	0	1	2

9. Két szám összege 4862, különbségük 648, melyik ez a két szám?
Szakaszok rajzolásával, színes rudakkal, kis számokon próbálgatással megmutatható, hogy két szám összegének és különbségének összege a nagyobbik szám kétszerese, valamint a két szám összegének és különbségének különbsége a kisebbik szám kétszerese. Tehát a nagyobbik szám: (4862 + 648)/2 = 2755, a kisebbik pedig 2107.

10. Két kétjegyű pozitív szám összege és különbsége is kétjegyű és ugyanazokból a számjegyekből áll, de fordított sorrendben. Például 33 + 18 = 51 és 33 – 18 = 15. Keress ilyen kétjegyű számokat!
A két szám összegét és különbséget adjuk össze! Ez az összeg részint az eredeti kisebbítendő kétszerese; részint $(10a + b) + (10b + a) = 11a + 11b$, ezért a kisebbítendő osztható 11-gyel.
A két szám összegét és különbséget vonjuk ki! Ez a különbség részint az eredeti kivonandó kétszerese; részint $(10a + b) – (10b + a) = 9a – 9b$, ezért a kivonandó osztható 9-cel.
Ilyen, a fenti oszthatósági feltételeknek megfelelő szám pár – figyelembe véve, hogy összegük és különbségük is kétjegyű kell, legyen – 9 db van:
33, 18; 44, 18; 44, 27; 55, 18; 55, 27; 55, 36; 66, 18; 66, 27; 77, 18.

10. Kivonások más számrendszerekben

– Az 5-ös számrendszerben végzünk kivonásokat egyéni munkában az összeadásnál felírt összeadó tábla segítségével (2. feladatlap (Kivonás) 11-13. feladat)
– A 13. feladat helyett, ha együtt haladunk, érdekesebb csoport-munkát csinálni:
A gyerekeket csoportokba osztjuk, és minden csoport húz számrendszer alapszámot. Elővesziα saját számrendszerének az összeadó tábláját, majd felír öt helyes kivonást egy-egy cédulára. Ezeket a cédulákat bedobják egy kalapba, és minden csoport húz öt-öt cédulát, amit meg kell fejteniük, hogy melyik számrendszerben helyes (a kivonások száma annyi legyen, hogy a megfejtésnél a csoport minden tagjának jusson egy kivonás, amit megfejt, aztán közösen ellenőrzik).

Egyéni munkában feladatokat oldanak meg más számrendszerbeli kivonásokra, melyeket közösen ellenőrzünk.(2. feladatlap (Kivonás) 11-13.)

11. Végezd el a következő kivonásokat az 5-ös számrendszerben:

a)	**b)**	**c)**	**d)**
2324	13342	42131	304412
+ 1021	+ 4233	– 21242	– 123433
1303	4104	20334	130424

12. Pótold az alábbi 5-ös számrendszerbeli számokban a hiányzó számjegyeket úgy, hogy az első két szám különbsége a harmadik legyen!

a)
$$\begin{array}{r} \boxed{4}\,2\,\boxed{3}\,0\,1 \\ -\;2\,\boxed{3}\,1\,\boxed{2}\,3 \\ \hline 1\,4\,1\,2\,\boxed{3} \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 3\,\boxed{0}\,\boxed{2}\,4\,1 \\ -\,\boxed{1}\,4\,3\,2\,\boxed{4} \\ \hline 1\,0\,4\,\boxed{1}\,2 \end{array}$$

13. Mely számrendszerben igaz a kivonás?
a) 110110 – 11001 = 11101 2
b) 132301 – 23133 = 103102 4
c) 120112 – 12221 = 100121 3
d) 231213 – 123331 = 102332 5

III. Szorzás írásban

1. A szorzás művelete

A szorzás műveletének ismétlése.

Egy gyerek mond egy kétjegyű számot, például 35. Ezután sorban minden gyerek hozzáad 35-öt az összeghez.
2. gyerek: $35 + 35 = 70$
3. gyerek: $35 + 35 + 35 = 105$
4. gyerek: $35 + 35 + 35 + 35 = 140$
5. gyerek: $35 + 35 + 35 + 35 + 35 = 175$
Most megállunk.
Ki a 10. gyerek? Meg tudnánk gyorsan mondani, hogy neki mit kell mondania?
10. gyerek: $35 \cdot 10 = 350$
Mit fog mondani az utolsó gyerek az osztályban?
Az osztályban a 28. gyerek: $35 \cdot 28 = 980$-at kell mondjon.

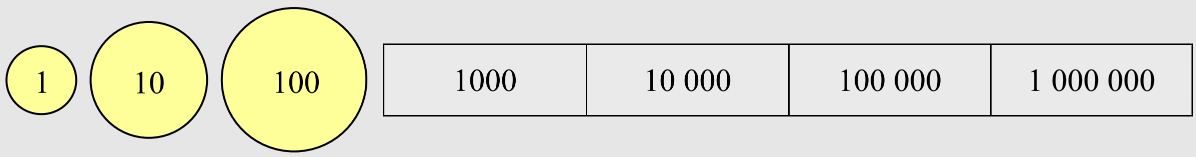
Figyeljük meg: $35 + 35 + 35 + 35 + 35 = 35 \cdot 5 = 175$
A természetes számmal való szorzás ismételt összeadás.
Számítsuk ki, mennyi $5 \cdot 35$?
$5 \cdot 35 = 175 = 35 \cdot 5$

$5 \cdot 35 = 35 \cdot 5 =$	175
Tényezők	szorzat

A szorzat nem változik, ha a tényezőket felcseréljük.

2. Szorzás Tökéletes Pénztárgéppel – írásbeli szorzás algoritmusa

– A gyerekeket 5-6 fős csoportokba osztjuk, és minden csoportnak osztunk Tökéletes Pénztárgépet és előkészíttetjük a játékpénzeket (**0511. modul 2. tanulói melléklet, játékpénz**):



– Szorzásokat fogunk végezni sorban egyjegyűvel, kétjegyűvel, háromjegyűvel, négyjegyűvel. Elvégzik a szorzásokat, a csoport pedig egy szorzást megbeszél, amit mindenki lejegyez, és szükség esetén be tudnak mutatni.

– **Szorzás egyjegyűvel** – egyenként csinálja minden gyerek:
(2 százas + 7 tízes + 8 egyes) · 5 =
= 10 százas + 35 tízes + 40 egyes =
= 10 százas + 39 tízes + 0 egyes =
= 13 százas + 9 tízes + 0 egyes =
= 1 ezres + 3 százas + 9 tízes + 0 egyes
– Mindenki kirak egy háromjegyű számot.
– Minden helyiértéknek megfelelő pénzét megszorozza 5-tel.
– Tökéletes Pénztárgépként elvégzi a beváltásokat.
– Miután csoportonként néhány szorzást elvégeztek, egy szorzást közösen megbeszélünk az osztállyal, ebből az írásbeli szorzás algoritmusát átismételjük.

– **Írásbeli szorzás egyjegyűvel**:

$\underline{278}\ \cdot 5$		
40	←	$8 \cdot 5 = 40$ leírjuk a 0-t, továbbviszünk 4-et;
350	←	$7 \cdot 5$ tízes = 35 tízes, $35 + 4 = 39$ tízes, leírjuk a 9-et a tízes helyiértékre, továbbviszünk 3-at;
$\underline{+\ 1000}$	←	$2 \cdot 5$ százas = 10 százas, $10 + 3 = 13$ százas, leírjuk a 3-at a százas, az 1-et az ezres helyiértékre.
1390		

Az egyjegyűvel való szorzásnál a szorzást és a beváltást egyszerre végezzük az egyesekkel kezdve és haladva a nagyobb helyiértékek felé.

– **Szorzás kétjegyűvel**
Egy szorzást három gyerek végez, esetleg kettő, ekkor a TP munkáját közösen végzik.
– Felírnak egy háromjegyű számot és kirakják pénzekkel.
– Felírnak egy kétjegyű számot, ezzel fogják megszorozni a kirakott háromjegyűt.
Szorzandó: 2 százas + 7 tízes + 8 egyes
Szorzó: $34 = 30 + 4$
– Egy gyerek kirakja a háromjegyű számnak és a szorzó tízes helyiértékén álló számjegyének a szorzatát, majd ezt szorozza 10-zel.
– Egy másik gyerek kirakja a háromjegyű számnak és a szorzó egyesei helyén álló számjegynek a szorzatát TP-ként.
$278 \cdot 3 \cdot 10 = 834 \cdot 10 = 8340$
– A harmadik összeadja TP-ként az előző két szorzatot.
– Miután csoportonként néhány szorzást elvégeztek, egy szorzást közösen megbeszélünk az osztállyal, ezzel a kétjegyűvel való írásbeli szorzás algoritmusát átismételjük.
$278 \cdot 4 = 1112$
$8340 + 1112 = 9452$

– **Írásbeli szorzás kétjegyűvel**:

$\underline{278}\ \cdot 34$		
8340	←	$278 \cdot 3 \cdot 10$ szorzunk a tízesek helyén álló számjeggyel, és a végére írunk egy 0–t, ez kerül az egyes helyiértékre.
$\underline{+\ 1112}$	←	$278 \cdot 4$ szorzunk az egyesek helyén álló számjeggyel.
9452		Összeadjuk a szorzatokat.

Az egyjegyűvel és a kétjegyűvel való szorzás kirakását nem feltétlenül kell elvégezni, ha a gyerekek 4. osztályban ezt alaposan megtanulták, és emlékeznek rá.

– **Szorzás kétjegyűvel:**
Egy szorzást három gyerek végez, esetleg kettő, ekkor a TP munkáját közösen végzik.
– Felírnak egy háromjegyű számot és kirakják pénzekkel.
– Felírnak egy kétjegyű számot, ezzel fogják megszorozni a kirakott háromjegyűt.
Szorzandó: 2 százas + 7 tízes + 8 egyes
Szorzó: $34 = 30 + 4$
– Egy gyerek kirakja a háromjegyű számnak és a szorzó tízes helyiértékén álló számjegyének a szorzatát, majd ezt szorozza 10-zel.
– Egy másik gyerek kirakja a háromjegyű számnak és a szorzó egyesei helyén álló számjegynek a szorzatát TP-ként.
$278 \cdot 3 \cdot 10 = 834 \cdot 10 = 8340$
– A harmadik összeadja TP-ként az előző két szorzatot.

– Miután csoportonként néhány szorzást elvégeztek, egy szorzást közösen megbeszélünk az osztállyal, ezzel a kétjegyűvel való írásbeli szorzás algoritmusát átismételjük.
278 · 4 = 1112
8340 + 1112 = 9452

– Szorzás háromjegyűvel:
Egy szorzást négy gyerek végez, esetleg három, ekkor a TP munkáját közösen végzik. A szerepek csoporton belül mennek körbe.
– Felírnak egy háromjegyű számot és kirakják pénzekkel.
– Felírnak egy másik háromjegyű számot, ezzel fogják megszorozni a kirakott háromjegyűt.
2 százas + 7 tízes + 8 egyes
– Egy gyerek kirakja a háromjegyű számnak és a szorzó százas helyiértéken álló számjegyének a szorzatát, majd ezt szorozza 100-zal.
439
– Egy másik gyerek kirakja a háromjegyű számnak és a szorzó tízes helyiértékén álló számjegyének a szorzatát, majd ezt szorozza 10-zel.
278 · 4 · 100 = 111 200
– A harmadik gyerek kirakja a háromjegyű számnak és a szorzó egyesei helyén álló számjegynek a szorzatát TP-ként.
278 · 3 · 10 = 8340
– A harmadik összeadja TP-ként az előző három szorzatot.
278 · 9 = 2502

– Miután csoportonként néhány szorzást elvégeztek, egy szorzást közösen megbeszélünk az osztállyal, ebből a háromjegyűvel való írásbeli szorzás algoritmusát lejegyezzük.
2502 + 8340 + 111 200 = 122 042

– **Írásbeli szorzás háromjegyűvel**:

278 · 439		
111222	←	278 · 4 · 100 szorzunk a százasok helyén álló számjeggyel, majd leírunk két 0-t az egyesek és tízesek helyére.
8340	←	278 · 3 · 10 szorzunk a tízesek helyén álló számjeggyel, majd leírunk egy 0-t az egyesek helyére.
+ 2502	←	278 · 9 szorzunk az egyesek helyén álló számjeggyel.
122042	←	Összeadjuk a szorzatokat.

A részletszorzatok utolsó jegye mindig egy hellyel jobbra tolódik az előző részletszorzathoz képest, ekkor a 0-kat nem szükséges kiírni.

Végezzük el a háromjegyűvel való szorzást úgy, hogy az egyes helyiértéken álló számjeggyel kezdjük! Ekkor a lejegyzés sorrendje megfordul.

278 · 439		
2502	←	278 · 9 szorzunk az egyesek helyén álló számjeggyel.
8340	←	278 · 3 · 10 leírunk egy 0-t az egyesek helyére, majd szorzunk a tízesek helyén álló számjeggyel.
+ 111222	←	278 · 4 · 100 leírunk két 0-t az egyesek és tízesek helyére, majd szorzunk a százasok helyén álló számjeggyel.
122042	←	Összeadjuk a szorzatokat.

Kevésbé tévesztjük el a számjegyek helyét, ha a szorzó megfelelő számjegye alatt kezdjük írni a részletszorzatokat:

$\underline{278} \cdot 439$		
1112	←	$278 \cdot 4 \cdot 100$
8340	←	$278 \cdot 3 \cdot 10$
$\underline{+ \quad 2502}$	←	$278 \cdot 9$
122042		

Az írásbeli szorzás kétféle irányban való lejegyzése nem szabad, hogy gondot okozzon, ha a gyerek érti az algoritmust. Azonban ez nem mindenkinél van így, őket zavarhatja a kétféle irány, ekkor elegendő az egyiket megmutatni. A kétféle irányban való lejegyzés szükséges is a rövidítéshez, ha a szorzó 1-gyel kezdődik vagy végződik.
Az utolsó módszert csak érdekességként mutattuk meg, a tanár ízlése szerint választhat.

3. Az írásbeli szorzás gyakorlása

1. A gyerekek próbálkozással ismerik fel a lehetséges megoldásokat.
Minden gyerek feldob egy dobókockát, és összeszorozza a kocka oldallapjain álló számokat. Az nyer, aki a legnagyobb szorzatot kapta.
Mi lehet a legnagyobb szorzat, és hányféle szorzat lehet?
A lehetséges legnagyobb szorzat: $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$, ugyanis ekkor a legkisebb a kimaradó 1, 6 számok szorzata.
Mivel a dobókocka szemközti lapjain levő számok összege 7, így a háromféle lehetséges szorzat: $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$, $1 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 = 72$, $1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 6 = 60$

2. A 3. feladatlap (Szorzás) 1-3. feladatainak megoldása egyéni munkában. Az 1, 2. egyszerű szorzás, adhatók házi feladatnak is, a 3. nehezebb, differenciálásra is alkalmas.

3. Készítünk 6 kártyát a következő számokkal: 48; 123; 37; 259; 147; 91 (3. tanári melléklet). Ezeket a számokat felírjuk a táblára.

3. tanári melléklet – lásd e fájl végén és a modul eszközei közt is!

48	123	37	259	147	91

Három gyerek húz 2-2 kártyát, és mindegyik összeszorozza a két kártyáján levő számot, majd megmondja a szorzatot. Felírjuk a táblára a gyerekek nevét az általuk mondott szorzatokkal. A többieknek ki kell találni, kinél melyik kártya van.
A kitalálásban segít, hogy a számok közt 1 páros van, így egyetlen páros szorzat lehet, amelyiknek egyik tényezője a 48. A másik tényező ebből kiszámolható.
További segítség, ha figyeljük a végződéseket, esetleg a nagyságrendeket.

4. Bűvészmutatvány:
Gondolj egy 0-nál nagyobb számjegyet. Szorozd meg 9-cel. A szorzatot szorozd meg 12 345 679-cel. Mondd meg az eredmény számjegyei összegét. Megmondom, melyik számjegyre gondoltál.

Mivel $9 \cdot 12\,345\,679 = 111\,111\,111$, ha ezt egy számjeggyel megszorozzuk, egy olyan 9 jegyű számot kapunk, melynek minden jegye a gondolt számjegy. Így a gondolt számjegyet megkapjuk, ha a számjegyek összegét osztjuk 9-cel. Az 1, 3, 4. feladatok egyszerűbbek, kihagyhatók a gyerekektől függően.

3. FELADATLAP (SZORZÁS)

1. Számold ki a szorzatokat, és a kártyákat rakd a szorzatok szerint növekvő sorrendbe! Melyik szót kapod, ha a kártyákon levő betűket ebben a sorrendben összeolvasod? Próbáld megkeresni a legkisebb szorzatot, és ezt a szorzást végezd el először, utána a következő legkisebbet, és így tovább!

N 632 · 943
D 962 · 126
L 689 · 391
E 327 · 508
F 858 · 421
I 442 · 1009
D 962 · 126 = 121 212
E 327 · 508 = 166 116
L 689 · 391 = 269 399
F 858 · 421 = 361 218
I 442 · 1009 = 445 978
N 632 · 943 = 595 976

2. Keresd meg a zsákban az alábbi szorzások eredményét!

874 · 56 = 48 944
664 · 18 = 11 952
296 · 85 = 25 160
507 · 73 = 37 011
562 · 263 = 147 806
487 · 128 = 62 336
842 · 2003 = 1 686 526
356 · 5307 = 1 889 292
328 · 79 = 25 912
423 · 37 = 15 651
621 · 31 = 19 251
342 · 30 = 10 260
842 · 300 = 252 600
692 · 403 = 278 876
791 · 3100 = 2 452 100
540 · 4065 = 2 195 100

A zsák tartalma:
147 806; 278 876; 1686 526; 2195 100; 48 944; 15 651; 25 160; 10 260; 252 600; 62 336; 25 912; 11 952; 2 452 100; 19 251; 1 889 292; 37 011

Mielőtt elvégzel egy szorzást, tippeld meg, melyik lesz a szorzat a zsákból! Számold össze, hányszor sikerült eltalálnod a szorzatot!

3. Egészítsd ki a következő hiányos szorzásokat!

$$\begin{array}{r} \boxed{3}\,2\,8 \cdot \boxed{4}\,9\,\boxed{5} \\ \boxed{1}\,3\,\boxed{1}\,2 \\ 2\,9\,5\,\boxed{2} \\ 1\,\boxed{6}\,4\,\boxed{0} \\ \hline 1\,\boxed{6}\,2\,\boxed{3}\,6\,0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4\,\boxed{1}\,7 \cdot \boxed{6}\,\boxed{2}\,\boxed{3} \\ 2\,5\,0\,2 \\ \boxed{8}\,\boxed{3}\,4 \\ \boxed{1}\,\boxed{2}\,\boxed{5}\,\boxed{1} \\ \hline \boxed{2}\,\boxed{5}\,\boxed{9}\,\boxed{7}\,\boxed{9}\,1 \end{array}$$

4. Szöveges feladatok írásbeli szorzásra

A 3. feladatlap (Szorzás) 4-8. feladatok megoldása egyéni munkában, ellenőrzése közösen.

4. Január 1-én szeretnéd elkérni az egész éves zsebpénzedet. Mennyi ez, ha a kialkudott zsebpénz havonta 750 Ft?
$750 \cdot 12 = 9000$ Ft

5. Egy nyaraló társaság strandra készül. A felnőtt belépő 1350 Ft, a kedvezményes belépő (diák, nyugdíjas) 650 Ft. 6 éven aluli gyereknek nem kell fizetni. A társaságban 6 felnőtt, 2 nyugdíjas, 6 diák és 2 hat éven aluli gyerek van. Mennyit fizetnek összesen a belépőért?
$1350 \cdot 6 = 8100$, $650 \cdot 2 = 1300$, $650 \cdot 6 = 3900$, összesen: 13300 Ft.

6. A Szabadtéri Játékok egyik előadására kiránduló csoport érkezik. 23 jegy a Párizs szektorba szól egyenként 4200 Ft-ért, 12 jegy a London szektorba egyenként 5200 Ft-ért, és 15 jegy a Berlin szektorba egyenként 3200 Ft-ért. Mennyit kell kifizetnie a csoport vezetőjének a jegyekért összesen?
$4200 \cdot 23 = 96\,600$, $5200 \cdot 12 = 62\,400$, $3200 \cdot 15 = 48\,000$, összesen: 206 400 Ft.

7. Az autónk 6 liter benzint fogyaszt 100 kilométeren. Egy liter benzin 263 Ft. Mennyi volt a kirándulás útiköltsége, ha 2300 km-t tettünk meg?
$23 \cdot 6 \cdot 263 = 36\,294$ Ft.

8.
a) Az öt legnagyobb kétjegyű szám szorzata hányszorosa a három legnagyobb kétjegyű szám szorzatának?
Az öt legnagyobb kétjegyű szám: 99, 98, 97, 96, 95 ezek szorzata, $95 \cdot 96 = 9120$-szorosa a három legnagyobb kétjegyű szám szorzatának.
b) A négy legkisebb négyjegyű szám szorzata hányszorosa a két legkisebb négyjegyű szám szorzatának?
A négy legkisebb négyjegyű szám: 1000, 1001, 1002, 1003. Ezek szorzata
$1002 \cdot 1003 = 1005006$-szorosa a két legkisebb négyjegyű szám szorzatának.

5. Szorzások kockadobás alapján

1. A játék során a számképzés, becslés és az írásbeli szorzás kap szerepet.
A gyerekeket párokba osztjuk.
Minden párnak legyen négy kockája:
két kockán: 0, 1, 2, 3, 4, ☺
két kockán: 5, 6, 7, 8, 9, ☺ jelekkel, ahol a ☺ jel helyett tetszőleges számjegy írható.
Az 1. játékos dob négy kockával, választ két kockát, azokon levő számokból felír egy kétjegyű számot.
A 2. játékos is megcsinálja ugyanezt.
Az 1. játékos újra dob, így felír egy másik kétjegyű számot, aztán a 2. játékos is. Mindketten összeszorozzák a saját számaikat. Az nyer, akinek a szorzata legközelebb van a 100 000-hez.
További változatok:
– Változtathatjuk a célt: legnagyobb, legkisebb, 500 000…
– Játszhatjuk úgy is, hogy a 4 kockából 3 jegyű számot kell felírni először vagy mindkétszer. Ekkor persze a célt megfelelően változtatni kell.
A gyerekeket kérjük meg, hogy a szabályos dobókockákból ragasztással készítsenek ilyen feliratú dobókockákat! (Esetleg kártyákkal is megoldható.)

2. A játék során a számképzés, a becslés, az esélylatolgatás és az írásbeli szorzás kap szerepet.
Játék – teljesen hasonló az összeadásnál játszott játékhoz:
A táblára felrajzoljuk a következő szorzás sémáját, amit minden gyerek rajzol a füzetébe:

□□□□ · □

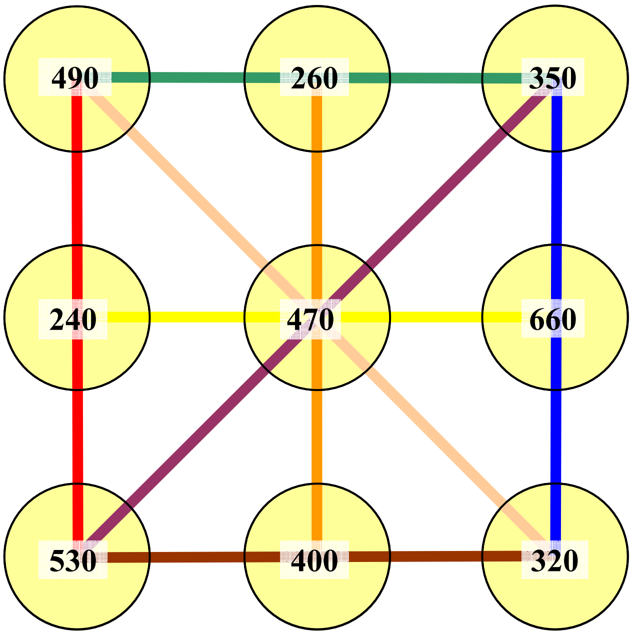
A tanár dob a dobókockával, a gyerekek beírják az egyik négyzetbe a dobott számot. Aztán a tanár újra dob, a gyerekek mindig a dobás után azonnal beírják a dobott számot valamelyik négyzetbe. 7 dobás után kapunk egy négyjegyű és egy háromjegyű számot, ezeket összeszorozzák.
A cél az, hogy az így kapott szorzat a lehető legnagyobb legyen. Az nyer, akinek a szorzata a legnagyobb.
A végén megbeszéljük, mi lett volna a legjobb elhelyezése a számoknak, lehet-e több ilyen, stb.
A játék többször játszható. Dobókocka helyett használhatunk számkártyákat is!
Vigyázni kell, mert pl. az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 számok legkedvezőbb elhelyezése: 6531 · 742 = 4 846 002, ennél kisebbek a következők:
6421 · 753 = 4 835 013, 6431 · 752 = 4 836 112.

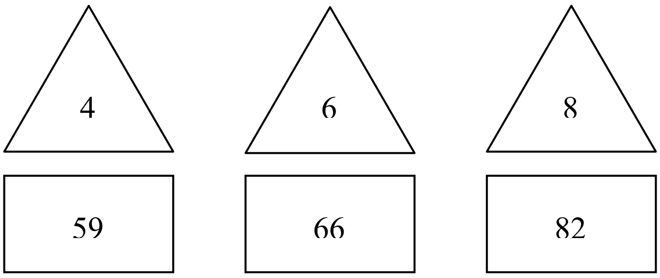
6. Szorzatok becslése

Malomjáték:
3. feladatlap (Szorzás) 9-12. tábláin. A játékot ketten játsszák. Minden játékosnak van 5 egyforma színű bábuja (korong, babszem), a két játékosé különböző. A játékosok felváltva választanak egy-egy számot a háromszögből és a téglalapból, ezeket összeszorozzák, és a táblán a szorzathoz legközelebbi számot tartalmazó szabad mezőre teszik egy bábujukat. Ugyanazt a párt többször nem választhatják.
Az a játékos nyer, akinek előbb van egy vonal mentén 3 bábuja egymás mellett. Ha ez egyiknek sincs, akkor döntetlen.

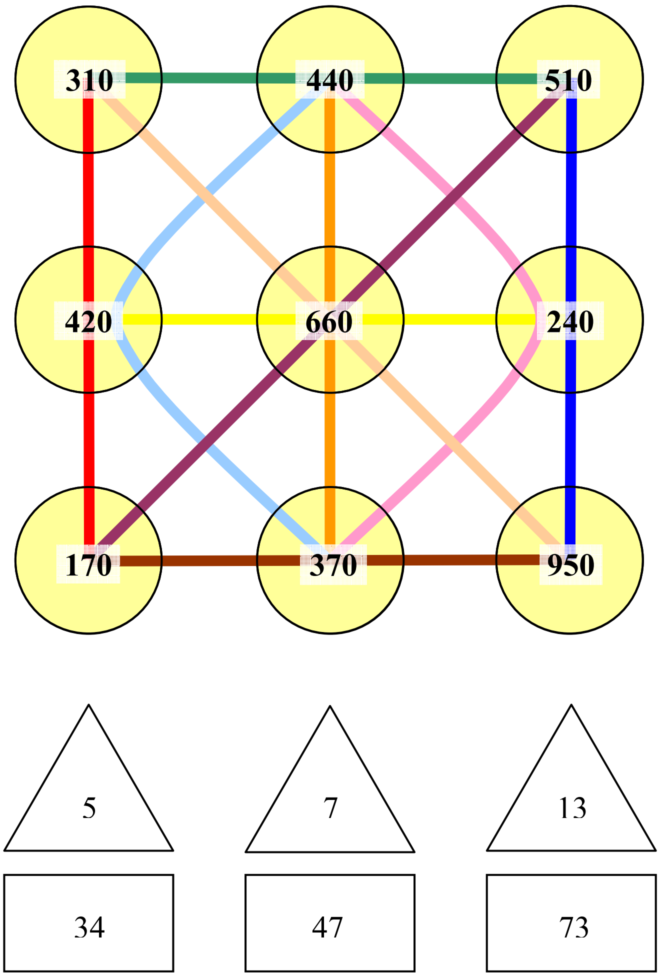
Malomjáték: (9 - 12. feladat)
A játékot ketten játsszák. 5 egyforma bábuja van mindkét játékosnak. A soron következő játékos választ egy számot a háromszög alakú keretbe írt számok közül és egyet a négyszög alakú keretbe írt számok közül. Az egyik bábuját leteszi a táblára, arra a mezőre, ami a számok szorzatához legközelebb eső számot tartalmazza. Ugyanazt a párt többször nem lehet választani. A cél három, egy vonalon elhelyezkedő szám megjelölése! Az a játékos nyer, akinek előbb van egy vonal mentén 3 bábuja egymás mellett. Ha ez egyiknek sincs, akkor döntetlen.

9. Malomjáték:

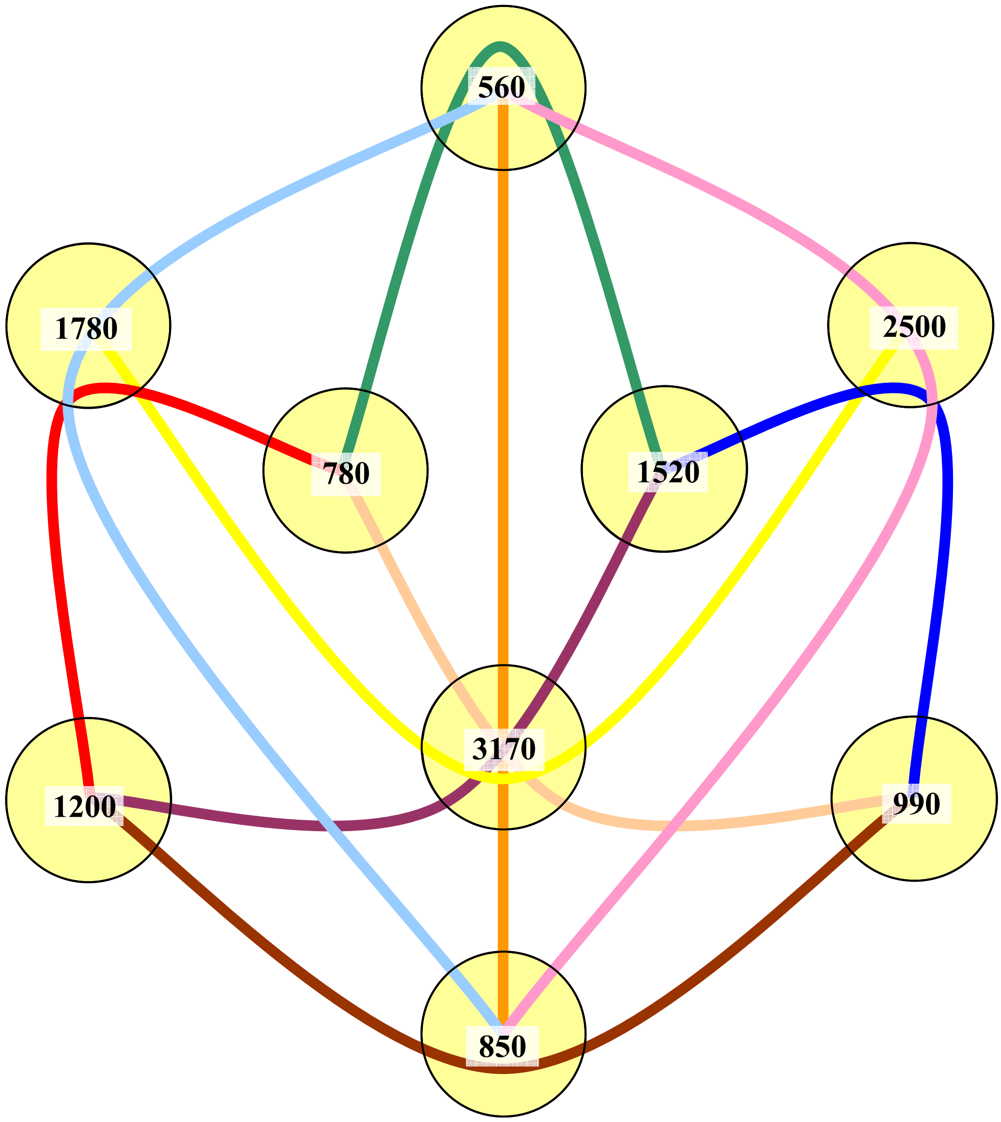


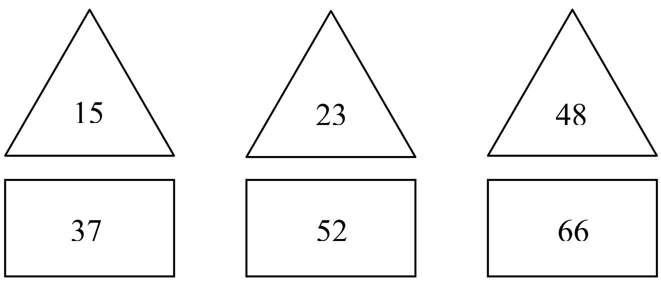


10. Malomjáték:

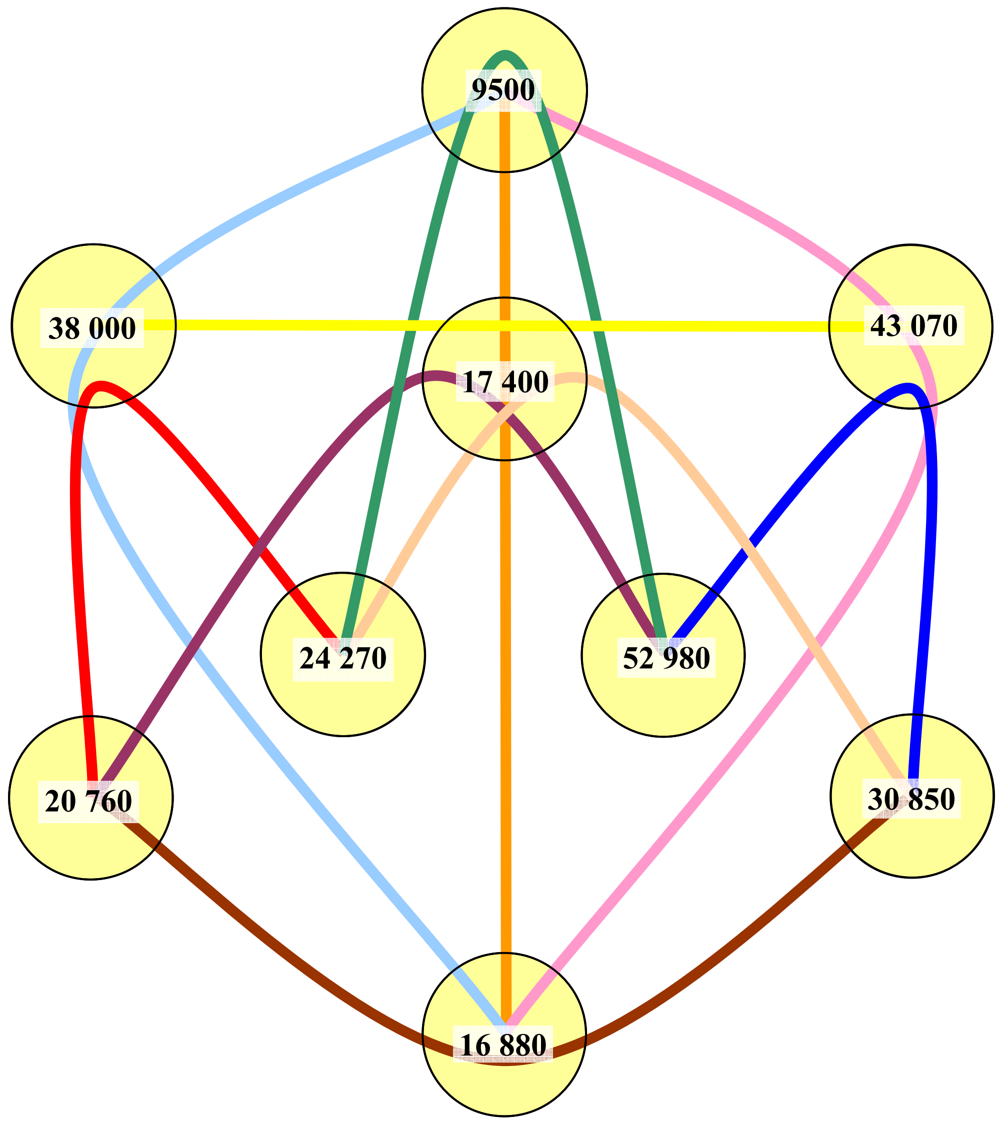


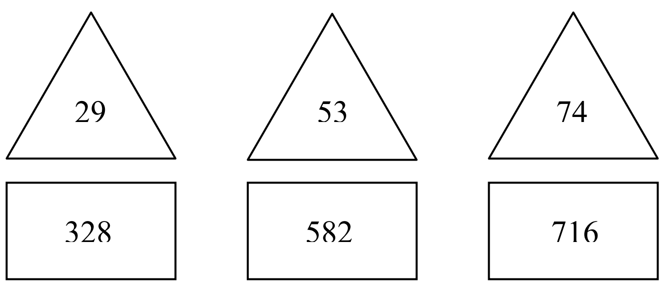
11. Malomjáték:





12. Malomjáték:





7. Kombinatorika feladatok

Az 3. feladatlap (Szorzás) 13-19. feladatainak megoldása. A feladatok alkalmasak differenciálásra is egyéni munkában.

13. Gondoltam egy ötjegyű számot. Ha mögé írok egy 1-est, akkor a kapott hatjegyű szám 3-szorosa annak a hatjegyű számnak, amit úgy kapok, hogy a gondolt ötjegyű szám elé írok egy 1-t. Melyik számra gondoltam?
Az ötjegyű szám 7-re kell végződjön, mert a 3-szorosa 1-re végződik. Ez a 7 a szorzat balról második számjegye, így haladunk visszafele, csak a továbbvitelekre kell ügyelni.
$\underline{142857} \cdot 3$
428571

14. Melyik számjegyre végződik az első 10 páratlan szám szorzata?
Az első 10 páratlan szám szorzata páratlan és szerepel benne az 5 szorzó tényezőként, ezért biztosan 5-re végződik.

15. Összeadtunk kilenc pozitív egész számot, és azt találtuk, hogy az összegük páros. Kati kiszámolta a szorzatukat és azt mondja, hogy a szorzatuk páratlan. Igaza van-e? Miért?
Kilenc természetes szám összege csak úgy lehet páros, ha van köztük páros, így a szorzatuk is biztos páros.

16. Mi a szabályosság?

$11 \cdot 11$	$111 \cdot 111$
$111 \cdot 11$	$1111 \cdot 111$
$1111 \cdot 11$	
$11111 \cdot 11$	
$111111 \cdot 11$	

Ha 11-gyel szorozzuk az 1-esekből álló számot, akkor a szorzatban két 1 között lesznek 2-esek. Ha 111-gyel szorzunk, akkor 12-vel kezdődik a szorzat, 21-re végződik, köztük pedig 3-asok vannak

17. Mely számjegyeket jelölik a betűk, ha $UM \cdot UM = SUM$?
Kétjegyűek szorzata háromjegyű, ezért $U = 1, 2, 3$.
Két M-re végződő szám szorzata is M-re végződik, így $M = 1, 5, 6$. A lehetőségek közül csak az $U = 2$ és $M = 5$ a jó.

18. Ha $1 \circ 3 = 5$, $8 \circ 2 = 18$ és $6 \circ 9 = 21$, akkor mennyi $11 \circ 23$; $536 \circ 29$? Hogyan változna az eredmény, ha $6 \circ 9 = 56$ lenne?
A $\circ$ művelet az első tag kétszereséhez adja a második tagot, így $11 \circ 23 = 45$ és $536 \circ 29 = 1101$. Ha $6 \circ 9 = 56$, akkor a művelet a két tag szorzatához 2-t ad, így $11 \circ 23 = 255$,
$536 \circ 29 = 15546$.

19. A szobának van 4 sarka, minden sarokban ül egy macska, minden macska farkán egy macska, minden macskával szemben 3 macska. Hány macska van a szobában?
Négy

8. Szorzás más számrendszerekben

A gyerekek az 5-ös számrendszerbeli szorzótábla segítségével végeznek írásbeli szorzásokat a 3. feladatlap (Szorzás) 20-21. feladatok megoldásával.

Készítsük el a számrendszerek szorzótábláit!
Az 5-ös számrendszer szorzótáblája:

·	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	11	13
3	0	3	11	14	22
4	0	4	13	22	31

A szorzótábla segítségével végezzünk írásbeli szorzásokat.

3. feladatlap (Szorzás) 20-21. feladatok.

Az 5-ös számrendszer szorzótáblája:

·	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	11	13
3	0	3	11	14	22
4	0	4	13	22	31

20. Végezzük el a szorzásokat az 5-ös számrendszerben:

1232 · 3
43103 · 23

14332 · 4
213314 · 42

1232 · 3
4301

14332 · 4
123433

43103 · 23
141211
 234314
2201424

 213314 · 42
1414321
  432133
20130343

21. Mely számrendszerben igazak a következő szorzások:

a) 121 · 2 = 1012 3-as
b) 1323 · 2 = 3312 4-es
c) 132 · 3 = 1001 5-ös

IV. Osztás írásban

A következő három óra órabeosztása:
Első óra: az írásbeli osztás algoritmusa, egyszerű feladatok
Második óra: gyakorlás, szöveges feladatok, becslés, igaz-hamis állítások
(utóbbi kettő átcsúszhat a harmadik órába).
A harmadik órába feltétlenül rakjuk be összefoglalásként a Bingó játékot! Ha a gyerekeknek jól megy az osztás, ezt az órát tölthetjük a végén levő játékokkal, valamint az előző műveleteknél kimaradt érdekességekkel.

1. Az osztás művelete – ismétlés

Közös munka.
A rövid szövegeket és a műveleteket, elnevezéseket leírják a füzetbe.

Közös megbeszélés az osztásról:
Az osztály tanulói kettesével padokban ülnek. Ha 28 fős az osztály, hány padot foglalnak el?
28 : 2 = 14
Osztandó : osztó = hányados
(Ezt a fajta osztást neveztük korábban bennfoglalásnak, de eztán nem illetjük külön névvel, mert lesznek olyan osztások is, amelyek egyik tanult fajtába se férnek be.)
Ellenőrzés: 2 · 14 = 28.
Tehát 14 padban ül gyerek.

Mi történik, ha az osztály tanulóit ötösével csoportokba szeretnénk osztani?
28 : 5 = 5
Maradék: 3

Ekkor az ellenőrzés: 5 · 5 + 3 = 28
Tehát 5 csoport lenne és kimaradna 3 gyerek.
Az is lehetne, hogy 4 csoportot csinálunk, és 8 gyerek marad ki. Ilyenkor a lehető legtöbb csoportot szeretnénk, így ez nem jó megoldás.
Az osztást mindig úgy végezzük, hogy a maradék kisebb legyen az osztónál.

Az iskola vonósnégyese utcai zenéléssel keresett 3500 Ft-ot. Mennyi jut egy zenésznek, ha egyenlően osztják el a pénzt egymás közt?
3500 : 4 = 875
Ellenőrzés: 4 · 875 = 3500
Tehát 875 Ft jut egy zenésznek.
(Ezt a fajta osztást neveztük részekre osztásnak.)
Jegyezd meg!
0-val nem lehet osztani!
Lehet-e a hányados 0?
Igen, például 3 : 5 = 0, mert 5 · 0 + 3 = 3
Lehet-e az osztandó 0?
Igen, például 0 : 5 = 0, mert 5 · 0 = 0

4. FELADATLAP (OSZTÁS)

1. Mintapéldák:

1. MINTAPÉLDA:

Az osztály tanulói kettesével padokban ülnek. Ha 28 fős az osztály, hány padot foglalnak el?

28	:	2	=	14
Osztandó		**osztó**		**hányados**

(Ezt a fajta osztást neveztük korábban bennfoglalásnak, de eztán nem illetjük külön névvel, mert lesznek olyan osztások is, amelyek egyik tanult fajtába sem férnek be.)

Ellenőrzés: $2 \cdot 14 = 28$.
Tehát 14 padban ül gyerek.

Mi történik, ha az osztály tanulóit ötösével csoportokba szeretnénk osztani?

$28 : 5 = 5$

Maradék: 3

Ekkor az ellenőrzés: $5 \cdot 5 + 3 = 28$
Tehát 5 csoport lenne és kimaradna 3 gyerek.

2. MINTAPÉLDA:

Az iskola vonósnégyese utcai zenéléssel keresett 3500 Ft-ot. Mennyi jut egy zenésznek, ha egyenlően osztják el a pénzt egymás közt?

$3500 : 4 = 875$
Ellenőrzés: $4 \cdot 875 = 3500$
Tehát 875 Ft jut egy zenésznek.

Jegyezd meg!
0-val nem lehet osztani!

2. Osztás Tökéletes Pénztárgéppel – írásbeli osztás algoritmusa

Közös munka.

A gyerekeket párokba osztjuk.
Minden gyerek készítse ki a játékpénzeket (**0511. modul 2. tanulói melléklet**) és a helyiérték-táblázatot (**0511. modul 1. tanulói melléklet**) a Tökéletes Pénztárgéphez.

1. Osztás egyjegyűvel:
Kísérletezés (a párok önállóan végzik):
Egy gyerek mond egy 5-re végződő, 50-nél nagyobb kétjegyű számot, kirakja pénzekkel.
A másik elosztja 5 egyenlő részre.

Lejegyzik az osztást.
Végezzünk még három osztást: osszunk 5-re végződő három-, négy- és ötjegyűt 5-tel!
Algoritmus tudatosítása (közösen végezzük, a gyerekek leírják a füzetbe a lépéseket)
Az osztás:
– A 8 tízest osztjuk 5 részre: kijelöljük a 8-at.
– Mindegyik részbe 1 jut: a hányadosba leírunk 1-et (ennyi tízes van a hányadosban).
– Ezzel kiosztottunk $5 \cdot 1 = 5$ tízest: A hányadosba írt számjeggyel szorozzuk az osztót, és az osztandó kijelölt számjegye alá írjuk.

– Megnézzük hány tízes maradt: az osztandóból kivonjuk az előző szorzatot: 8 – 5 = 3.
– A megmaradt 3 tízest átváltjuk egyesekre, és hozzátesszük az osztandóban levő egyesekhez: kijelöljük az 5-t.
– A 35 egyest osztjuk 5 részre, mindegyik részbe 7 jut: a hányadosba leírjuk a 7-et.
– Ezzel kiosztottunk 5 · 7 = 35 egyest: A hányadosba írt számjeggyel szorozzuk az osztót, és az osztandó kijelölt számjegye alá írjuk.
– Megnézzük, hány egyes maradt: az osztandóból kivonjuk az előző szorzatot: 35 – 35 = 0.
– Az egyeseket is elosztottuk, készen vagyunk, a hányados 17, a maradék 0.
Például 85 = 8 tízes + 5 egyes 5 egyenlő részre osztunk.
Minden részbe jut 1 tízes, marad 3 tízes, ezeket beváltjuk egyesekre, így lesz 35 egyes, amit 5 részre osztva minden részbe jut 7 egyes.
Lejegyezzük az osztást: 85 : 5 = 17

85 : 5
8’5 : 5
8’5 : 5 = 1
8’5 : 5 = 1
5
8’5 : 5 = 1
–5
3
8’5’ : 5 = 1
–5
35
8’5’ : 5 = 17
–5
35
8’5’ : 5 = 17
–5
35
–35
0

– Ha többjegyű számot osztunk egyjegyűvel, az is ugyanígy történik a nagyobb a kisebb felé haladva az osztandóban, amíg az egyesekkel is végzünk. Nézzünk végig még két egyjegyűvel osztást a fenti módon, amikor az osztandó többjegyű.
Például 85 = 8 tízes + 5 egyes

2. Osztás kétjegyűvel:
Kísérletezés:
Egy gyerek mond egy négyjegyű számot – osztandó, és egy 20-nál kisebb kétjegyűt – osztó.
Kirakja pénzekkel az osztandót.
A másik elosztja annyi egyenlő részre, amennyi az osztó.

Lejegyzik az osztást.
Végezzünk még három osztást: osszunk háromjegyűt, négyjegyűt, ötjegyűt 20-nál kisebb kétjegyű számmal. Ha a gyerekeknek jól megy, akkor elég egy részt kirakni, ekkor lehet 20-nál nagyobb kétjegyű szám az osztó.

Algoritmus tudatosítása:
Az osztás:
– 1 ezrest nem tudunk elosztani 14 részre.
Beváltjuk százasokra, és hozzávesszük a 2 százashoz: 12 százas.
12 százast nem tudunk 14 egyenlő részre osztani.
Beváltjuk tízesekre, és hozzávesszük a 9 tízeshez: 129 tízes – kijelöljük a 9-est.
– Mindegyik részbe 9 jut: a hányadosba leírunk 9-et (ez a hányadosban a tízesek száma).
– Ezzel kiosztottunk 14 · 9 = 126 tízest: A hányadosba írt számjeggyel szorozzuk az osztót, és az osztandó kijelölt számjegye alá írjuk.
– Megnézzük hány tízes maradt: az osztandóból kivonjuk az előző szorzatot: 129 – 126 = 3.
– A megmaradt 3 tízest átváltjuk egyesekre, és hozzátesszük az osztandóban levő egyesekhez: kijelöljük a 8-at.
– A 38 egyest osztjuk 14 részre, mindegyik részbe 2 jut: a hányadosba leírjuk a 2-t.
– Ezzel kiosztottunk 14 · 2 = 28 egyest: A hányadosba írt számjeggyel szorozzuk az osztót, és az osztandó kijelölt számjegye alá írjuk.
– Megnézzük hány egyes maradt: az osztandóból kivonjuk az előző szorzatot: 38 – 28 = 10.
– Az egyeseket is elosztottuk, készen vagyunk, a hányados 92, a maradék 10.
– Ellenőrzés: 14 · 92 +10 = 1298

A gyerekekkel egyszer írassuk le az algoritmust a fenti módon, mellette a számolás megfelelő lépéseivel, utána elég a számolást leírni.
Úgy gondolom, nem érdemes a visszaszorzást és kivonást egy lépésben csinálni, úgyse fognak sokszor írásban osztást végezni a későbbiekben, az algoritmus a lényeg, amely a visszaszorzás leírásával jobban követhető. Ez így megfelel a polinomok osztásának is, jó bevezetés abba az irányba.
Az írásbeli osztás a részekre osztással szerintem könnyebben magyarázható, hiszen így látszik, hogy ha tízeseket osztok, akkor a hányadosban tízesek lesznek, ezt segíti a pénzekkel való játék is.
Például 1298 = 1 ezres + 2 százas + 9 tízes + 8 egyes
14 egyenlő részre osztunk.
1 ezrest nem tudunk elosztani 14 részre.
Beváltjuk százasokra, és hozzávesszük a 2 százashoz: 12 százas.
12 százast nem tudunk 14 egyenlő részre osztani.
Beváltjuk tízesekre, és hozzávesszük a 9 tízeshez: 129 tízes.
Minden részbe jut 9 tízes, 14 · 9 = 126 marad 3 tízes, ezeket beváltjuk egyesekre, így lesz 38 egyes, amit 14 részre osztva minden részbe jut 2 egyes, ez 14 · 2 = 28, marad 38 – 28 = 10 egyes.
Lejegyezzük az osztást: 1298 : 14 =

```
  129’8 : 14 =
  129’8 : 14 = 9
  129’8 : 14 = 9
  126
  129’8 : 14 = 9
 –126
     3
  129’8’ : 14 = 9
 –126
    38
```

129’8’ : 14 = 92
–129
38
129’8’ : 14 = 92
–126
38
28
129’8’ : 14 = 92
–126
38
–28
10

3. Az írásbeli osztás gyakorlása

– Egyéni munkában végezhető feladatok – a 4. feladatlap (Osztás) 2-7. feladat. A gyerekek igénye és szintje szerinti mennyiséget végezzünk ezek közül.
– Az osztások elvégzése előtt becsüljünk!

2. feladat: osztás kétjegyűvel, 0 maradékkal, először 20-nál kisebb osztókkal. A hányadosokat zsákban kell keresni.
3. feladat: osztás kétjegyűvel, 0 maradékkal, a hányadosok nagyság szerint sorba rendezendők.
4. feladat: maradékos osztás kétjegyűvel.
5. feladat: osztás háromjegyűvel.
6. feladat: osztandó meghatározása.
7. feladat: osztó meghatározása.
– Bűvészmutatvány:
A mutatvány lényege, hogy gondolsz egy számjegyet, több művelet közben koncentrálsz a gondolt számra. Varázslatos módon visszakapod a gondolt számot, ha kellőképpen koncentráltál – ezt persze nem áruljuk el a gyerekeknek az elején. A mutatványt először úgy játsszuk, hogy az osztály közösen megbeszél egy gondolt számjegyet, másodszor mindenki maga talál ki számjegyet, és azzal végzi a műveleteket.
– Válaszd ki a kedvenc 0-tól különböző egyjegyű számodat!
– Írd egymás mellé 6-szor!
– A kapott hatjegyű számot oszd el 21-gyel!
– A hányadost oszd el 11-gyel!
– A hányadost oszd el 13-mal!
– A hányadost oszd el 37-tel!
– Most ha jól koncentráltál és jól számoltál, akkor visszakapod a gondolt számot.
– Mi a mutatvány magyarázata? Ha a gondolt számjegy x, akkor az $(((xxx\ xxx : 21) : 11) : 13) : 37$ műveletsort végezzük, ennek eredménye y. Mivel $37 \cdot 13 \cdot 11 \cdot 21 = 111\,111$, $y \cdot 37 \cdot 13 \cdot 11 \cdot 21 = y \cdot 111111 = yyy\ yyy$, tehát $y = x$, azaz a műveletsor végén megkapjuk a gondolt számjegyet.
A bűvészmutatvány bármikor játszható a gyakorló feladatok közben. A feladatok egy része házi feladatnak is adható.

2. Keresd meg a zsákban a hányadosokat! Mielőtt elvégzel egy osztást, tippeld meg, melyik lesz a hányados a zsákból, és számold össze, hányszor sikerült eltalálnod a hányadost!

3872 : 11 = 352	8064 : 42 = 192
15820 : 20 = 791	9372 : 12 = 781
4712 : 19 = 248	56942 : 71 = 802
9520 : 17 = 560	16962 : 66 = 257
11256 : 14 = 804	34884 : 57 = 612
9000 : 15 = 600	8151 : 19 = 429
12926 : 23 = 562	30875 : 95 = 325
9282 : 39 = 238	42911 : 83 = 517
7000 : 25 = 280	53656 : 76 = 706

3. Végezd el az osztásokat! A kártyákat rakd a hányadosok szerint csökkenő sorrendbe! Melyik szót kapod, ha a kártyákon levő betűket ebben a sorrendben összeolvasod? Próbáld megkeresni a legnagyobb hányadost, és azt az osztást végezni először, utána a következő legnagyobbat, és így tovább.

VÍZILÓ

I	9216 : 24 = 384
Í	22491 : 49 = 459
Ó	19845 : 81 = 245
L	18424 : 56 = 329
Z	29016 : 72 = 403
V	26000 : 40 = 650

4. Végezd el az osztásokat és ellenőrizz!

4398 : 17	10324 : 52	11947 : 26
11237 : 31	24229 : 48	55247 : 89

4398 : 17 = 258 12	10324 : 52 = 198 15	11947 : 26 = 459 13
Ellenőrzés: 17 · 258 + 12 = 4398		
11237 : 31 = 362 15	24229 : 48 = 504 37	55247 : 89 = 620 67

5. Végezd el az osztásokat és ellenőrizz!

26790 : 114	173190 : 345	167238 : 513
105820 : 220	178620 : 687	147510 : 990

26790 : 114 = 235	173190 : 345 = 502	167238 : 513 = 326
Ell.: 114 · 235 = 26790		
105820 : 220 = 481	178620 : 687 = 260	147510 : 990 = 149

6.

a) Melyik az a szám, amelyet 11-tel osztva a hányados 8, és a maradék 9?
b) Melyik az a szám, amelyet 87-tel osztva a hányados 1133, és a maradék 54?
c) Melyik az a szám, amelyet 49-cel osztva a hányados 696, és a maradék 25?
d) Melyik az a szám, amelyet 61-gyel osztva a hányados 906, és a maradék 56?
a) $11 \cdot 8 + 9 = 97$ az osztandó
b) $87 \cdot 1133 + 54 = 98\,625$
c) $49 \cdot 696 + 25 = 34\,129$
d) $61 \cdot 906 + 56 = 55\,322$

7.

a) Mi az osztó, ha az osztandó 187, a hányados 12, a maradék 7? $(187 - 7) : 12 = 15$
b) Mi az osztó, ha az osztandó 1300, a hányados 56, a maradék 12? $(1300 - 12) : 56 = 23$
c) Mi az osztó, ha az osztandó 3169, a hányados 38, a maradék 53? $(3169 - 53) : 38 = 82$
d) Mi az osztó, ha az osztandó 6633, a hányados 72, a maradék 81? $(6633 - 81) : 72 = 91$

V. Szöveges feladatok, igaz-hamis állítások

1. Szöveges feladatok írásbeli osztásra

4. feladatlap (Osztás) 8-10. feladatának megoldása egyéni munkában. A megoldások közös megbeszélése.
A 8. és a 10. feladat bennfoglalás jellegű szöveg, a 9. részekre osztás.
A 10. feladatban szükséges, de a feladatban nem szereplő adat az év (nem szökőév) napjainak száma, esetleg az egyéni munka előtt beszéljük ezt meg a gyerekekkel.

8. Hány csomag lesz, és mennyi marad ki, ha

a) 627 tojást 15-ösével dobozba raknak? Becslés: 60 : 15 = 4, tehát kb. 40 doboz lesz.
627 : 15 = 41
12
Ellenőrzés: $15 \cdot 41 + 12 = 627$ Tehát 41 doboz lesz és kimarad 12 tojás.

b) 500 teniszlabdát 6-osával dobozba raknak? Becslés: 50:6~8, tehát kb. 80 doboz lesz.
500 : 6 = 83
2
Ellenőrzés: $6 \cdot 83 + 2 = 500$ Tehát 83 doboz lesz és kimarad 2 labda.

c) 356 paprikát 3-asával hálóba raknak? Becslés: 360 : 3 = 120, így kb. 120 háló lesz.
356 : 3 = 118
2
Ellenőrzés: $3 \cdot 118 + 2 = 356$ 118 háló lesz és kimarad 2 paprika.

d) 2000 tízes csomag papír zsebkendőt 16-os csomagba raknak? Számolás előtt becsülj!
Becslés: 200 : 6 ~ 12, tehát kb. 120 csomag lesz.
2000 : 16 = 125
0
Ellenőrzés: $16 \cdot 125 = 2000$ 125 csomag lesz, és nem marad ki egy sem.

9. Az osztálykirándulásról megmaradt 32 734 Ft-ot a 26 gyerek közt egyformán szétosztjuk, mennyi jut egy gyereknek?

Becslés: Ha minden gyerek 1000 Ft-ot kap, akkor 26 000 Ft megy el, ha fejenként 1500 Ft-ot kapnak, akkor 26 000 + 13 000 = 39 000Ft megy el, tehát 1000 és 1500 Ft közt kapnak vissza.
32 734 : 26 = 1259
0
Ellenőrzés:
Minden gyerek 1259 Ft-ot kap, így nem marad pénz az osztály pénztárban.

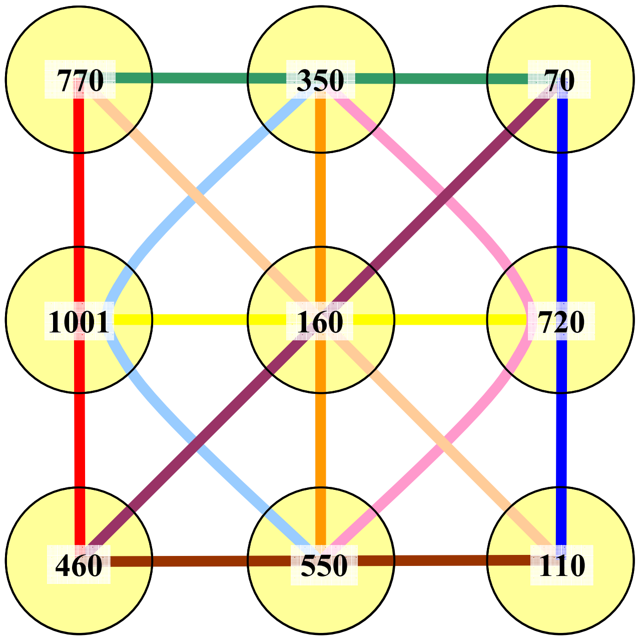
10. 2006. január 1. vasárnapra esik. Hány teljes hét (hétfőtől vasárnapig) lesz ebben az évben?
2006. nem szökőév, 365 napos. 365 : 7 = 52, a maradék 1. Tehát vasárnaptól hétfőig az 1 nap, utána 52 teljes hét van ebben az évben.
Ellenőrzés: 7 · 52 + 1 = 365

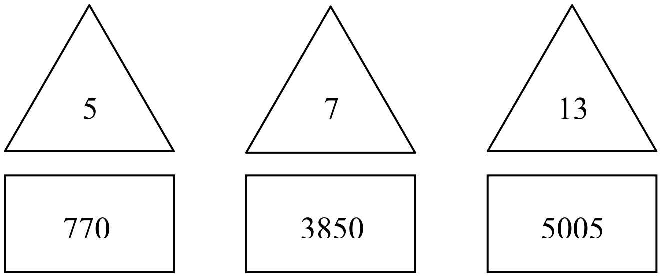
2. Hányados becslése

4. feladatlap (Osztás) 11-13. táblák: Malom játék.

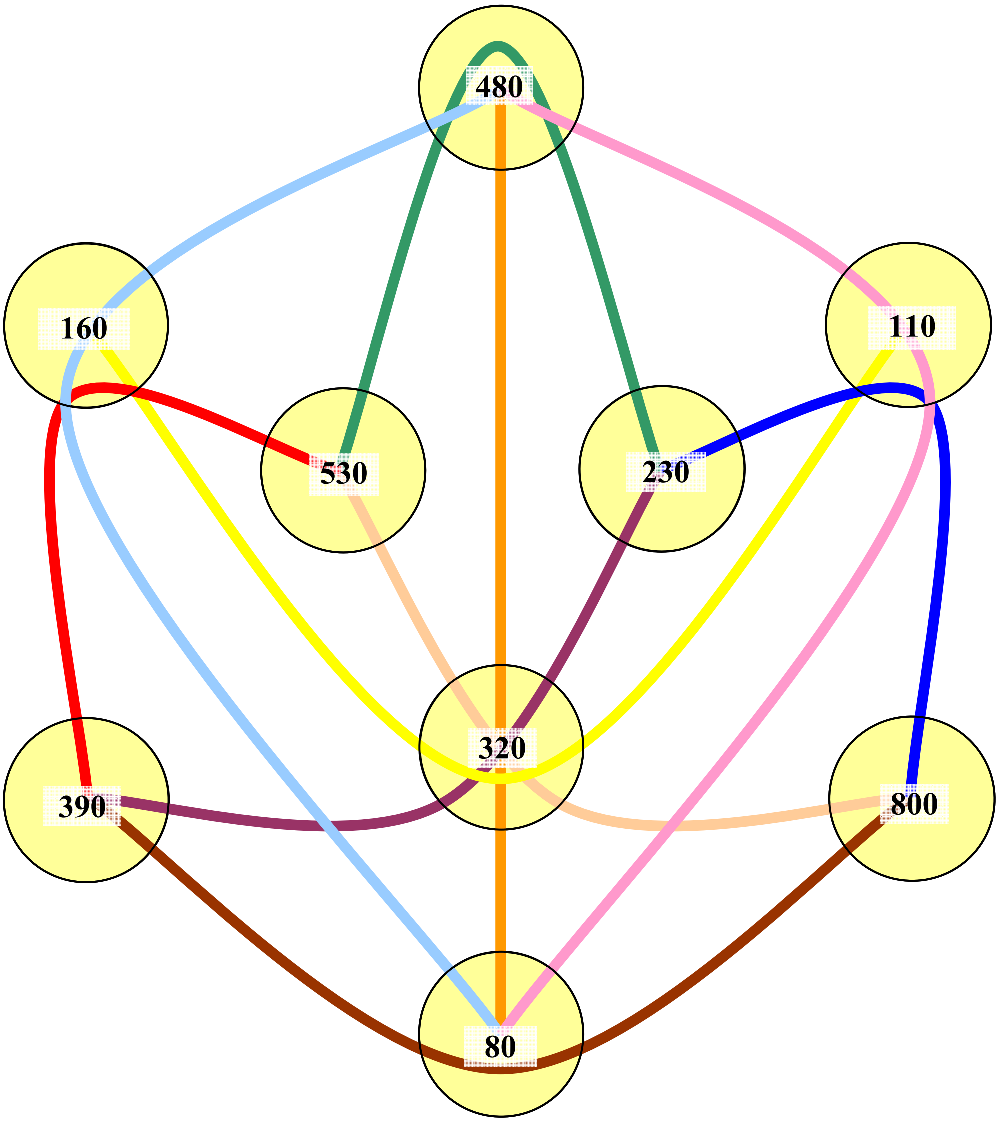
A Malom játék:
A játékot ketten játsszák. 5 egyforma bábuja van mindkét játékosnak. A soron következő játékos választ egy számot a háromszög alakú keretbe írt számok közül és egyet a négyszög alakú keretbe írt számok közül. A téglalapbeli számot elosztja a háromszögbeli számmal, és a táblán a hányadoshoz legközelebbi számot tartalmazó szabad mezőre teszi egy bábuját. Ugyanazt a párt többször nem lehet választani. A cél három, egy vonalon elhelyezkedő szám megjelölése! Az a játékos nyer, akinek előbb van egy vonal mentén 3 bábuja egymás mellett. Ha ez egyiknek sincs, akkor döntetlen.

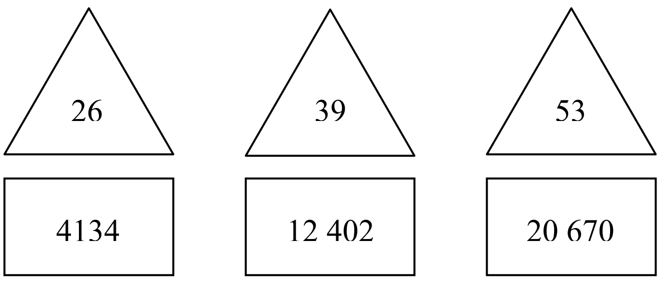
11. Malom játék



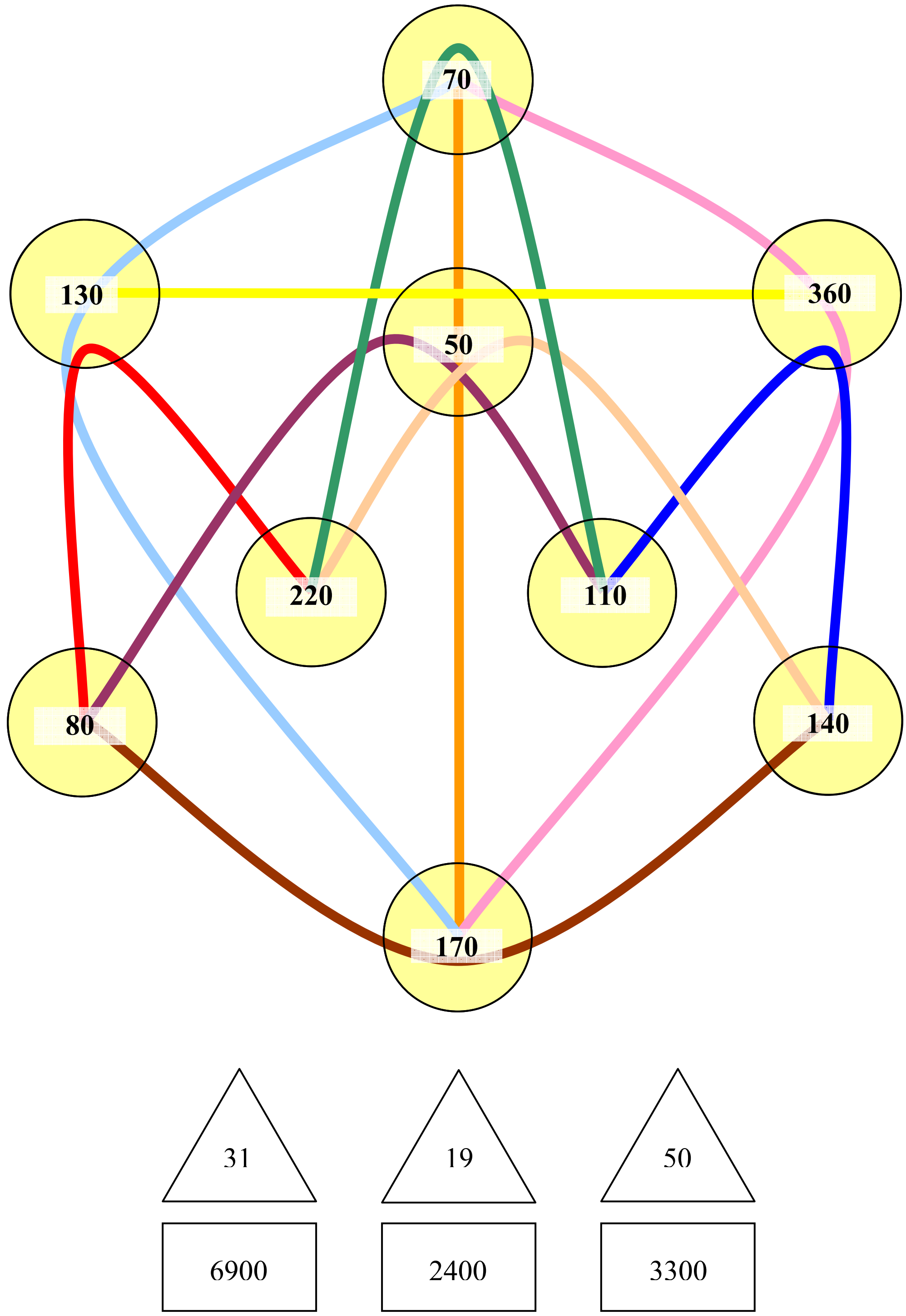


12. Malom játék





13. Malom játék



3. Igaz-hamis állítások

A 4. feladatlap (Osztás) 14. feladat megoldása egyéni munkában, utána közös megbeszélése az indoklásoknak. Ezek főként a 0-val kapcsolatos állítások, amelyek tisztázzák, mit szabad csinálni a 0-val és mit nem. Tudatosítja, hogy a 0 páros szám.

14. Igazak vagy hamisak a következő állítások?

a) Ha az osztandó egyenlő az osztóval, a hányados nagyobb 1-nél.
Hamis, ekkor a hányados 1.

b) A maradék mindig kisebb az osztónál.
Igaz, ha a maradék nagyobb az osztónál, nem jól osztottunk.

c) Szorzat 0, ha legalább az egyik tényezője 0. Igaz.
d) 0-val nem lehet szorozni. Hamis.
e) 0-t nem lehet osztani 2-vel. Hamis.
f) A 0 páros szám. Igaz.
g) A 0 páratlan szám. Hamis.
h) 0-val nem lehet osztani. Igaz.
i) Ha a szorzat egyik tényezője nem 0, akkor a szorzat sem lehet 0. Hamis, például $3 \cdot 0 = 0$

VI. Kombinatorika, játékok alapműveletekre

1. Kombinatorika feladatok

A 5. feladatlap 1-3. feladatainak megoldása.
A feladatok alkalmasak differenciálásra is egyéni munkában.
A feladatokban már mind a négy alapművelet előfordul.
A 16. feladat bűvészmutatványként is játszható.

5. FELADATLAP

1. Gondolj egy négyjegyű számot! Az első számjegyét tedd az elejéről a végére! Az így kapott négyjegyű számot add hozzá a gondolt számhoz! Az összeget oszd el 11-gyel! A hányadosból vond ki a gondolt szám első számjegyének 91-szeresét! Mit veszel észre?
Ha a gondolt szám *abcd*, az első jegyét a végére rakva *bcda*, ezek összege:
$1001a + 1100b + 110c + 11d = 11 \cdot (91a + 100b + 10c + d)$, így a 11-gyel való osztás, majd a kivonás után azt a háromjegyű számot kapjuk, ami az eredeti négyjegyű szám utolsó három számjegyéből áll.

2. Néhány 8-as számjegy és műveleti jelek segítségével állítsuk elő a 100-at!
Sokféle megoldás lehetséges. Például:
$8 \cdot 8 + ((8 \cdot 8) : (8 + 8)) \cdot (8 + 8 : 8)$
$88 + (8 + 8 + 8) : ((8 + 8) : 8)$

3. Műveleti jelek és zárójelek segítségével tegyük igazzá az egyenlőséget!
1 2 3 4 5 6 7 8 9 = 100
Néhány megoldás például:
$123 - 4 - 5 - 6 - 7 + 8 - 9 = 100$
$123 - 45 - 67 + 89 = 100$
$1 \cdot 2 \cdot 3 - 4 \cdot 5 + 6 \cdot 7 + 8 \cdot 9 = 100$
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \cdot 9 = 100$
$(1 \cdot 2 + 3 \cdot 4) \cdot 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 100$
$(1 \cdot (2 + 3) \cdot 4 \cdot 5) + 6 \cdot 7 + 8 \cdot 9 = 100$

2. Játékok az alapműveletekre

Két számolós bűvészmutatvány:
Az utasításokat felolvassuk, esetleg írásvetítőn kivetítjük.

I. Kitalálom a cipőméretedet és az életkorodat.
1. Írd le a cipőméretedet (ha nem természetes szám, akkor a hozzá legközelebbi természetes számot)!
2. Add hozzá az egy évben levő hónapok számát!
3. Szorozd meg azzal a számmal, ahány centiméter az 1 méter negyedrésze!
4. Vonjál ki belőle 228-at!
5. Szorozd meg azzal a számmal, ahány csúcsa van egy téglalapnak!
6. Add hozzá az életkorodat (években a legközelebbi természetes számot)!
7. Vonjál ki belőle 288-at!
Mondd meg a kapott számot, megmondom a cipőméretedet és az életkorodat. A kapott szám utolsó két számjegye az életkort, az előtte levők a cipőméretet adják.

Végzik a számolásokat:
1. x
2. $x + 12$
3. $(x + 12) \cdot 25 = 25x + 300$
4. $25x + 72$
5. $100x + 288$
6. $100x + 288 + y$
7. $100x + y$
A kapott szám utolsó két számjegye az életkort, az előtte levők a cipőméretet adják. Ezt észreveszik a gyerekek. Többször nem kell lejátszani a trükköt.

II. Kitalálom a gondolt számodat.
1. Gondolj egy számot!
2. Szorozd meg a hét napjainak számával!
3. Add hozzá a háromszög oldalainak számát!
4. Szorozd meg azzal a számmal, ahányszor 5dl az 1 liter!
5. Vond ki a gondolt szám kétszeresét!
6. Oszd el a kocka lapjainak számával!
7. Vonjál ki belőle 1-et!
Mondd meg a kapott számot, megmondom a gondolt számot! A gondolt szám a végén kapott szám fele.
Először az osztály közösen választ egy gondolt számot, utána mindenki maga.

Végzik a számolásokat:
1. x
2. $7x$
3. $7x + 3$
4. $2 \cdot (7x + 3) = 14x + 6$
5. $12x + 6$
6. $2x + 1$
7. $2x$
A gondolt szám a végén kapott szám fele.

BINGÓ játék számolásokra.
Minden gyerek a Tanulói munkafüzet tábláját használja (Bingó játék). Ez semmiképpen sem kerülhet korábban a gyerekek kezébe, csak ha játszunk.

Itt szerepel 16 műveletsor, és egy 4x4-es négyet, amelyben az eredmények vannak. A gyerekeknek kell maximum 16 cédula a táblázatban levő számok lefedéséhez.
A műveleteket elvégzik, és az eredménynek megfelelő számra a táblázatban raknak egy kis cédulát. Akinek egy sorban, oszlopban vagy átlóban 4 mezője van lefedve, azt mondja, hogy BINGÓ! A műveleteket nem kell feltétlenül a leírás sorrendjében elvégezni. A Bingó csak akkor érvényes, ha a lefedett mezőket eredményül adó műveletek le vannak írva, ezt ellenőrizzük.
A játék nemcsak a számolások miatt érdekes, hanem a becslés miatt is, hiszen ha például egy sorban már csak egy mező hiányzik, akkor megpróbáljuk megkeresni azt a műveletsort, amelyiknek az a szám lesz az eredménye.

BINGÓ JÁTÉK

1. 1406 + 986 + 4562 = 6 854
2. 12673 – 7895 = 4 778
3. 62208 : 18 = 3 456
4. 384 + 384 + 384 + 384 = 1 536
5. 50001 + 9001 + 801 + 61 + 2 = 59 866
6. 68952 – 8997 = 59 955
7. 732 · 1001 = 732 732
8. 104156 : 26 = 4 006
9. (10000 + 1000 + 100 + 10 + 1) · (10000 + 1000 + 100 + 10 + 1) = 123 454 321
10. (8 tízes + 9 százas + 7 egyes) + (8 százas + 2 ezres + 5 egyes) = 3 792
11. 238 · 29 = 6 902
12. 69992 : 52 = 1 346
13. 3892 · 802 + 97932 = 3 219 316
14. (100000 + 10000 + 1000 + 100 + 10 + 1) : 11 = 101 010
15. 89001 · 321 = 28 569 321
16. 89734 – 7892 – 3108 = 78 734

4 006	59 955	3 219 316	123 454 321
28 569 321	6 902	732 732	4 778
6954	1 346	1 536	3 792
101 010	78 734	3 456	59 866

0513 – 1. tanári melléklet (8 db számkártya + 6 db szöveges kártya)

Osztályonként 1 készlet ebben a méretben kartonlapra nyomva (tanári táblai munkához). Ki kell vágni a fekete vonalak mentén.

220	520
820	1120

1420	1720
2020	2320

A sorban minden szám az előtte levőnél 300-zal nagyobb.
Mindegyik számnak 300-szorosa a következő szám.

A harmadik tagtól kezdve minden tagot megkapunk, ha a kettővel előtte levőhöz hozzáadunk 600-at.
Mindegyik szám 300-zal kisebb az utána következőnél.

A sorban két egymás utáni szám különbsége 300.
Bármelyik számból 300-at elvéve a következő számot kapjuk.

0513 – 2. tanári melléklet (12 db számkártya)

Osztályonként 1 készlet ebben a méretben kartonlapra nyomva (tanári táblai munkához). Ki kell vágni a fekete vonalak mentén.

128	347
491	677

751	927
4692	5783

1327	8275
9891	3563

0513 – 3. tanári melléklet (6 db számkártya)

Osztályonként 1 készlet ebben a méretben kartonlapra nyomva (tanári táblai munkához). Ki kell vágni a fekete vonalak mentén.

48	123
37	259

147	91