
ALKOTÁSOK TÉRBEN, SÍKBAN

13. modul

KÉSZÍTETTE: C. NEMÉNYI ESZTER

MODULLEÍRÁS

A modul célja	A téri tájékozódás fejlesztése; A formalítás biztonságosabbá tétele szabad alkotásokban és másolásokban megfigyelhető geometriai tulajdonságok tudatosodásával; A szög fogalmának mélyítése; Alakzatok néhány kiemelt tulajdonság szerinti jellemzésének bevezetése;
Időkeret	6 óra
Ajánlott korosztály	9–10 évesek (4. évfolyam)
Modulkapcsolódási pontok	Tágabb környezetben: keresztterületi NAT szerint: környezeti nevelés, énkép, önismeret, tanulás, Kompetencia terület szerint: szociális és környezeti. Szűkebb környezetben: saját programcsomagunkon belül: a 8., 14., 18., 20. modul; Ajánlott megelőző tevékenységek: a térbeli és síkbeli hasonlóság fogalmának intuitív megközelítése; nagyítás, kicsinyítés; terület- és térfogatmérés; a szög forgáshoz kapcsolt fogalmának bevezetése.
A képességfejlesztés fókuszai	Tájékozódás a térben Formalítás Összehasonlítás; azonosítás, megkülönböztetés Elemzés, tudatos megfigyelés Alkotóképesség, kreativitás Mérés, összemérés Mennyiségi következtetések Alkotóképesség Szövegértés, szövegalkotás

AJÁNLÁS

A téri tájékozódás egyik fontos összetevője – az irányok, állások, szomszédosság tudatosodása mellett – a formák világában való tájékozódás. A testek és síkidomok között úgy fog tudni „eligazodni” a kisgyerek, ha először látni tanul meg; ha minél érzékenyebben tud felismerni egyre kisebb eltéréseket szemmel, kézzel, testmozgással; és érzékszerveivel, mozgásával, egyre jobban tudja azonosítani a formákat különféle helyzeteikben. Ehhez a „látni-tudáshoz” járul hozzá a fokozatosan bevezetett kifejezések megismerése és használata. Javasoljuk, hogy a szakszavak bevezetésével ne siessünk. Jobb, ha olyan helyzeteket tudunk teremteni, amelyekben a gyerek keres magának megfelelő szavakat, ha meg akarja értetni magát társaival. Ráérünk a szak kifejezések elterjesztésével az után, amikor már biztonságosan kialakult a pontos matematikai tartalma. („Csak születés után szoktunk keresztelni!” – mondta egyszer a múlt század egyik nagy matematikusa, Kalmár László a szakszavak korai bevezetése elleni érvelésében.) Az alkalmas helyzetek között tartjuk számon a kapcsolódó játékokat, de ide sorolhatjuk a szabad alkotásokat, a másolásokat, a szóbeli információk alapján való alkotásokat, a feltételek szerinti konstruálásokat.

Bár a modul címe nem utal rá, szükségesnek tartjuk a korábban feldolgozott ismereteket továbbgyakorolni. A tananyag elrendezésének tervét tartalmazó táblázatban szereplő (piros háttérben megjelenő) „főtémához” ezért illesztettük hozzá például az 5., 6. lépésben szereplő tevékenységeket, ezért szőjük össze a 7–10. és 18. lépésben a főtémát a törtekkel, területméréssel kapcsolatos tapasztalat-gyűjtögetéssel. E szempont mellett azt is figyelembe kívánjuk venni, hogy a gondolkodás lépéseinek, eljárásainak, a gondolkodást segítő válogató, lehetőségeket kereső, alkotó tevékenységeknek a geometriai témában való alkalmazása könnyebbé válik, ha azt mellette más, már ismert témakörben (pl. a számok világában) felújítjuk.

TÁMOGATÓRENDSZER

C. Neményi: *Geometria*, Tantárgypedagógiai füzetek; ELTE TÓFK

ÉRTÉKELÉS

A modulban gyűjtött tapasztalatokat hosszabb ideig célszerű érlelni. Emellett fontos megerősítenünk a gyerekeket abban a törekvésükben, hogy minél pontosabban fejezzék ki gondolataikat, és törekedjenek egymás mondanivalójának megértésére. Ennek jó eszköze lehet a viták elősegítése, és a vitákban való részvétel értékelése.

Fontos a gyerekek munkájának értékelése az elkészült munkák pontossága, szépsége szempontjából, de még mindig megelégedhetünk a folyamatos megfigyeléssel és motiváló visszajelzéssel. A közös, csoportos munkában való részvétel minőségét azonban ebben az életkorban célszerű többféle, a gyerekekkel előre tudatosított szempontok szerint értékelnünk. (Segítés, egymásra figyelés, a munka megosztásának célszerűsége, a részfeladatok elvégzéséért való felelősségvállalás.)

MODULVÁZLAT

Időterv:

1. óra I. és II. 1–3.
2. óra II. 4–8.
3. óra II. 9–11.
4. óra II. 12–15.
5. óra II. 16–18.
6. . óra II. 19–21.

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése						
	Sokszögek azonosítása és megkülönböztetése oldalhosszaik és szögeik szerint egymásra fektetéssel összerakó játékban	alkotóképesség, alakfelismerés, azonosítás, megkülönböztetés	egész osztály	csoportos együttműködés	alkotás létrehozása, próbálkozás, tevékenykedtetés, ellenőrzés, vita	kartonlapok és szétdarabolt képek borítékban csoportonként (1. melléklet), cellux, olló
II. Az új tartalom feldolgozása						
	1. Síkbeli alkotások: szakasz- és szögmásolás papírhajtogatással; oldalak egyenlősége, szögek egyenlősége oldalak felezése, szögek felezése	alkotóképesség, alakfelismerés, azonosítás, megkülönböztetés, mérés, összemérés	egész osztály	egyéni, csoportos, páros	alkotás létrehozása, próbálkozás, összemérés, ellenőrzés, segítségadás	karton-minták (2. melléklet), hajtogatólapok (10×10 cm-es négyzet és hosszúkás téglalap alakú lap, tanulónként 3-3 db), olló

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képeségek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	2. Tangram készítése másolással hálón; a Tangram elemeivel alakzatok kirakása eredeti, illetve kicsinyített minta alapján	megfigyelés; azonosítás, megkülönböztetés, alkotás, kreativitás, alaklítás	egész osztály	egyéni	bemutató, alkotás, ellenőrzés, segítségadás	tangram írásvevítő fólián (3/a melléklet) 10 cm oldalú kartonnégyzet 0,5 cm-es négyzethálós beosztással tanulóként (3/b melléklet), boríték, ceruza, vonalzó, olló 1. és 2. feladatlap (4. és 5. melléklet)
	3. Alkotások 3-szor 3-as pontrácson; az összes lehetséges merőleges szakasz-pár, párhuzamos szakasz-pár, háromszög, négyszög keresése; egybevágóság, hasonlóság vizsgálata; szakaszok és szögek méretének összehasonlítása	alaklítás, megfigyelés, összehasonlítás, azonosítás, megkülönböztetés, alkotás, kreativitás, összemérés	egész osztály	frontálisan irányított egyéni csoportos	bemutató, közlés, alkotások, ellenőrzés, megbeszélés	3-szor 3-as pontrács írásvevítő fólián és csoportonként 1-1 db papíron, kivágott fólia szakasz-ábrák (6. a), b) és c) mellékletet), csoportonként 5-5 db hurkapálca, a 7. melléklet 2-2 lapja, derékszögmérő készítéséhez 1 lap

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	4. Párkérő játék négyszög-kártyákkal; a négyszögek jellemzése tulajdonságaikkal; halmazokba válogatásuk választott tulajdonságaik szerint	megfigyelés: azonosítás, megkülönböztetés, tulajdonságok kiemelése, absztrakció	egész osztály	csoportos	játék, vita	négyszöglapok (8. melléklet), egy, kb. 80-100 cm-es zsinégből álló karika
	5. Számok alkotása feltételek szerint; az összes adott tulajdonságú szám megalkotása	alkotás, kreativitás, kombinativitás, rendszer-képzés, számolás	egész osztály	csoportos	alkotás, vita	csoportonként 2 db A4-es lap, ceruza
	6. Számok halmazokba válogatása oszthatósági tulajdonságok és más szempontok szerint; meghatározó tulajdonságok keresése; kakuktktojás-játék. Kiegészítő halmazok; Két halmaz közös részének meghatározása tulajdonsággal; (a két halmaz által kijelölt négy rész jellemzése).	számolás, halmazalkotás, logika, tulajdonságok kiemelése, absztrakció	egész osztály	csoportos	alkotás, megbeszélés, vita	csoportonként 1 ív csomagolópapír, az elkészített számkártyák, 2 db eltérő színű, kb. 80-100 cm-es zsinégből álló karika, számtulajdonosság-kártyák (18. melléklet)
	7. Tört számok nagyság szerinti rendezése: a négyszög-kártyák területükkel képviselhetnek tört számokat aszerint, hogy a 4-szer 4-es pontrács által kijelölt négyzetnek mekkora részét fedik.	szövegértés, mérés, összehasonlítás, összemérés, rendezés	egész osztály	egyéni, csoportos	megbeszélés, ellenőrzés	négyszögek-kártya-készlet (8. melléklet)
	8. Házi feladat: adott tört számok megjelenítése választott téglalap területének törtrészeként.	menyiség-megítélés	egész osztály	egyéni	csoportos megbeszélés, alkotás	5-ször 5-ös négyzet-pontrács lapok (9/a melléklet, kártyákra vágva)

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képeségek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	9. Tört számokat képviselő mennyiségek (területek) összehasonlítása; Különféle egységek azonos törtrésze.	összehasonlítás, összemérés, tájékozódás, emlékező képesség	egész osztály jobb képességű tanulók	egyéni, csoportos	játék, ellenőrzés	5-ször 5-ös négyzet-pontrá- cs lapok (9. a) és b) melléklet)
	10. Számok törtészének keresése szakaszos, illetve téglalapos ábrázoláshoz kapcsolva	szövegértés, modellalkotás, problémamegoldás	egész osztály	frontálisan irá- nyított egyéni egyéni	alkotás, problémameg- oldás	a 9. a) és b) mellékleten ké- szített kártyák; füzet, ceruza 3. feladatlap (10. melléklet)
	11. Testek alkotása testekből feltételek megkö- tésével. Testek alkotása síklapokból szabadon; az alkotott testek összehasonlítása; néhány tulajdonság kiemelése	szövegértelmezés, alkotó képesség, kreativitás, összehasonlítás, alaklítás	egész osztály	csoportos, páros	alkotás, megbeszélés, ellenőrzés	a 8. modulban használt téгла- testek (1×2×2 cm, 2×2×2 cm, 2×2×4 cm, 2×2×8 cm); a rózsaszín rudak, síklapok (11. melléklet), cellux, olló
	12. A megalkotott testek halmazokba váloga- tása felismert tulajdonságok szerint	halmazalkotás, logika, absztrakció	egész osztály	csoportos	szétválogatás, megbeszélés vita	az elmúlt órán összeállított testek
	13. Lapokból megalkotott testek másolása; hozzájuk a megfelelő síklapok megkeresé- se; egyszerű testek alkotása kép alapján	alaklítás, összehasonlítás, elemzés, alkotó képesség	egész osztály	páros	alkotás, ellenőrzés, értékelés	síklapok, cellux, olló, testhálók- ból összeállított testek, perspek- tív rajzok testek- ről (11., 12., 13. melléklet)

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	14. Alkotás téglalapokból és más sokszögek- ből (hasábok)	alkotás, elemzés	egész osztály	páros	ellenőrzés, bemutatás, közlés, alkotás	síklapok (11. melléklet), cellux, olló
	15. Párkérő játék négyszög-kártyákkal	tulajdonságok kieme- lése	egész osztály	csoportos	játék	a négyszögmár- tya lapjai (8. melléklet)
	16. Téglatest alkotása: két laphoz keresni a többi négyet	tulajdonságok megfi- gyelése, kiemelése	egész osztály	csoportos	tervezés, alkotás, elemzés	csoportonként 2-2 téglalap, egy-egy cm-es négyzethálós lágább karton (14. melléklet), olló, cellux, egy 7 gyufásdo- bozból össze- ragasztott test (minta szerint).
	17. Téglatestek alkotása adott lapokból válo- gatva a megfelelőket; az összes lehetséges téglatest megalkotása	tulajdonságok meg- figyelése, kiemelése, tudatosítása, kreativitás, rendszerképzés, szövegértés, szöveg- alkotás	egész osztály	csoportos egyéni	tervezés, alkotás, ellenőrzés, közlés, bemutatás	téglalapok, (15. melléklet) csoportonként 1 készlet, egy test a 12. mellékletből
	18. Tört számokat képviselő mennyiségek (területek) összehasonlítása: különféle egy- ségek azonos törtrésze	összehasonlítás, emlékezőképesség	egész osztály	csoportos	játék	az elkészített memória-kár- tyák (9. a) és b) melléklet)

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	19. Síklapokból megalkotott testek testhálójának kiterítése; testhálókból a test újra-alkotása. A téglatest, kocka testhálói.	alkotás, elemző képesség	egész osztály	egyéni, csoportos	bemutató, közlés, elemzés, megbeszélés, próbálgatás, ellenőrzés	az elmúlt órákon síklapokból alkotott testek, két-két, különböző színű fonalkarika, olló, cellux, testháló kinyitva (12. melléklet) 4. feladatlap (16. melléklet)
	20. Testháló hiányzó részeinek keresése; testháló-tervezés.	alkotás, elemző képesség, tulajdonságok kiemelése	egész osztály	egyéni, csoportos	alkotás, elemzés, megbeszélés, ellenőrzés	csoportos feladatlap (17. melléklet), síklapok (11. melléklet), olló, cellux
	21. A téglatest térfogatának mérése a vele egybevágó test megalkotása egység-térfogatú kockákból	mennyiségek megítélése, emlékezet	egész osztály	csoportos	közlés, mérés	színes rudak a 8. modulban használt téglatestekből csoportonként 1-1 darab, 8-10 különféle anyagú, méretű és alakú téglatest.

A FELDOLGOZÁS MENETE

Az alábbi részletes leírás célja elsősorban egyféle minta bemutatása. Nem lehet és nem szabad kötelező jellegű előírásnak tekinteni. A pedagógus legjobb belátása szerint dönthet a részletek felhasználásáról, módosításáról vagy újabb variációk kidolgozásáról.

Alkotások térben, síkban	
I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése	
Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>Sokszögek azonosítása és megkülönböztetése oldalhosszaik és szögeik szerint egymásra fektetéssel, összerakó játékban</p> <p><i>Szervezés:</i> Kiosztja az 1. melléklet kartonlapjait, és húzat mindegyik csoporttal egy-egy borítékot, amelyekben az 1. melléklet képei vannak a jelölés szerinti feldarabolásban. Egy-egy celluxot és ollót is ad.</p> <p>„Minden csoport borítékjában egy-egy kép van feldarabolva. Azt, hogy miképpen kell összeilleszteni a darabokat, a fehér kartonlap mutatja. A színes oldalukat lefelé fordítva kell mindegyik lapnak megkeresni a helyét a fehér kartonon. Osszátok szét magatok között a kis kép-darabokat, aztán mindegyiket illesszék rá a kartonra a megfelelő helyre! Ha készen vagytok az elrendezéssel, akkor a kartonlapra rá kell szorítani a részeket (pl. a tankönyvetekkel), és így átfordítani. (Ha nehéz így együtt tartani a részeket, akkor kis ragasztószalag-darabokkal össze is szabad ragasztani őket.)”</p> <p>A munka folyamatos ellenőrzése során megfigyeli, hogy a „szemre” nagyon hasonlító figurákat megkülönböztetik-e a ráillesztés segítségével. Esetenként rákérdezhet: miből látszik, hogy az a lap illik az adott helyre. (Oldalakat és szögeket kell azonosítaniuk, illetve megkülönböztetniük.)</p>	<p>Csoportos munkára készülnek. Húznak egy-egy borítékot.</p> <p>A borítékban található lapokat színes képükkel lefelé fordítva teszik maguk elé. Ezeket megosztják maguk között, hogy mindenkinek legyen teendője. Képpel lefelé tudják azonosítani a lapokat a kartonon látható síkidomokkal. (A nem tükrös formák csak így illeszkednek rá pontosan egy-egy rajzolatra.) A darabokat kis cellux-darabokkal össze is ragaszthatják, aztán az egészet átfordítják a túoldalra. Ha mindegyik lapot sikerült pontosan azonosítaniuk, akkor kirajzolódik a kép.</p>

II. Az új tartalom feldolgozása	
Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>1. Síkbeli alkotások: szakasz- és szögmásolás papírhajtogatással; oldalak egyenlősége, szögek egyenlősége oldalak felezése, szögek felezése</p> <p><i>Szervezés:</i> Csoportonként kb. 12 db 10 cm oldalú négyzet és 12 hosszúkás téglalap alakú hajtogató lap (a papírboltokban kapható „Színes hajtogató lapok”), a mintául szolgáló síkidomok kivágva egy-egy borítékban (2. melléklet), ollók</p> <p>„A hajtogató lapokból kell előállítani olyan síkidomokat, amelyeket a borítékban találtatok. Azt szeretném, ha most ceruzát nem használnátok, hanem a mintához pontosan hozzámérve a hajtogató lapot, hajtogatással készülnének el a másolatok. Ha sikerült, akkor kivághatjátok a hajtások mentén. (Nem baj, ha más hajtásvonal is keletkezik, mint amit a végén kivágtok.)”</p> <p>A csoportokra bízva, hogy ki melyik minták másolását fogja végezni. (A tanulók képességeinek és érdeklődésének ismeretében dönthet a tanító arról, hogy csak 1-1 síkidom másolását bízva egy tanulóra, vagy kettőt is kér tőlük. A korona előállítására nehéz, ezt elhagyhatják, ha nem boldogulnak vele.)</p> <p>Lehetőleg előre nem irányítja a munkát, de szükség szerint segít abban, hogy a derékszöget hogyan felezhetik meg, illetve hogyan állíthatják elő adott pontban a derékszög és fél-derékszög összegét.</p>	<p>Csoportos munkára készülnek.</p> <p>Megbeszéljük, hogy ki mely mintákat próbálja másolni. A párok esetenként segítenek egymásnak az összemérésekben, oldal- vagy szög-felezésben.</p> <p>A csoporttársak ellenőrzik egymás munkáját.</p>

2. Tangram készítése másolással hálón; a Tangram elemeivel alakzatok kirakása eredeti, illetve kicsinyített minta alapján

Szervezés: Felteszi az írásvetítőre a 3/a melléklet fóliáját. Kiosztja a gyerekeknek a 10 cm-es oldalú karton-négyzeteket, (3/b melléklet), amelyek egyik oldalán 0,5 cm-es négyzetháló beosztás látható. Mindenki kap egy borítékot is, amelybe majd elteheti a saját játékát.

„Ezt a régi játékot Tangramnak hívják. – mutatja a fólián látható játék rajzát a ráillesztett, kivágott darabokkal. – A darabjaiból igen sokféle mintát ki lehet rakni. Az eredeti szabály szerint mindegyik mintához fel kell használni az összes darabot, elemet. – Mutatja a rajzról leemelt darabokat, aztán csak a rajzot hagyja az írásvetítőn.

Most a vastag kartonlapon mindenki elkészítheti a játékot. A négyzetháló segítségével másoljátok le a nagy négyzetet felbontó vastag vonalakat, a darabokat kijelölő beosztást! Csak akkor lesz jó a játék, ha nagyon pontosan másoltok, aztán nagyon pontosan vágjátok szét a berajzolt elemeket. Ezért kérem, hogy mielőtt az ollót kézbe vennétek, ellenőrizzétek a saját és a szomszédotok rajzát!”

Hegyes ceruza, vonalzó és a kiosztott karton-négyzetek lesznek szükségesek a munkához, valamint egy boríték, az olló és az 1. lépésben lemásolt minták.

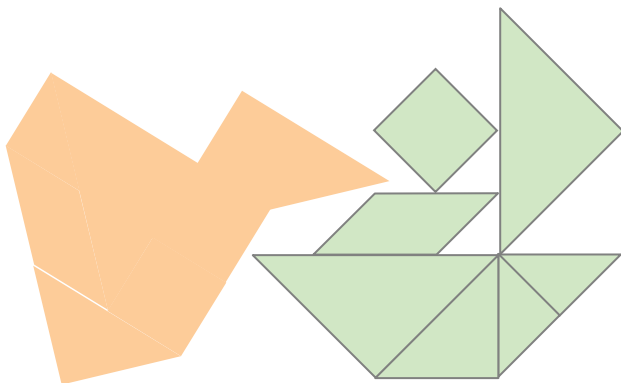
A fóliáról megfigyelve a beosztást, megrajzolják a karton-négyzetre a Tangram elemeit. Ellenőrzik a beosztások pontosságát a saját rajzukon és a társukén. Felvágják a lapot a beosztás szerint.

Ellenőrzi, és szükség szerint segíti a pontos másolást.

„Elárulom, hogy az előbb hajtogatással elkészített formákat ki lehet rakni ezekből az elemekből, mégpedig úgy, hogy csak 2, 3, vagy 4 elemet kell használni hozzájuk. Próbálkozzatok vele!”

„Az 1. feladatlapon olyan mintákat találtok, amelyekhez mind a 7 lapot fel kell használni. Ez már nehéz, de ha sikerül, berajzolhatjátok az elemeket, a részeket elválasztó vonalakat!”

Ellenőrzik a megoldásokat: írásvetítőn kirakhatják a saját lapjaikkal (4. melléklet).

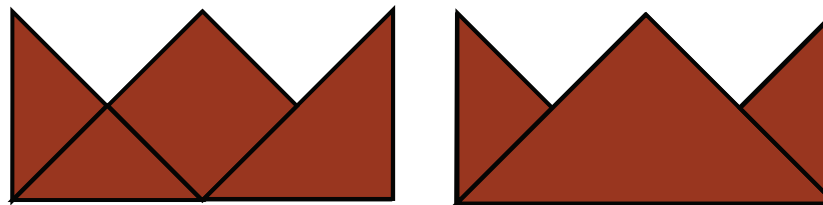


„A 2. feladatlapon olyan ábrákat találtok, amelyekhez hasonlókat a 7 lap felhasználásával kirakhattok. Mit jelent az, hogy hozzájuk hasonlókat?”

„Ez a feladat érdekes, de nehéz, sok türelmet kíván. Most azt kérem, hogy ne kezdjétek hozzá, hanem otthon próbálkozzatok vele. Örülök annak, ha egyet-kettőt ki tudtok rakni, de az sem baj, ha hosszabb ideig (akár egy-két hétig is) foglalkoztok majd vele.”

A kirakás után rajzoljátok is meg a nagyított ábrát, és azon jelöljétek a kirakott elemeket!

Az előbb hajtogatással készített mintákat kirakják a Tangram elemeivel. Egy-egy mintát különbözőképpen is kirakhatnak. Például a „koronát”:

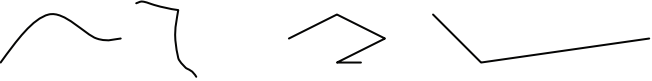
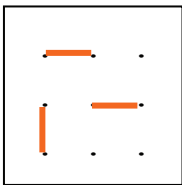


Próbálkozzanak minél többféleképpen!

Az 1. feladatlap két ábráját pontosan kirakhatják a kivágott 7 lappal. Az elemeket bejelölhetik, aztán megoldásaikat összevethetik egymáséval.

Azt, hogy ugyanilyen alakúakat lehet kirakni. De azok biztosan nagyobbak lesznek ezekből a lapokból.

Elteszik a kivágott Tangram-lapokat és a 2. feladatlapot.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>3. Alkotások 3-szor 3-as pontrácson; az összes lehetséges merőleges szakasz-pár, párhuzamos szakasz-pár, háromszög, négyszög keresése; egybevágóság, hasonlóság vizsgálata; szakaszok és szögek méretének összehasonlítása</p> <p><i>Szervezés:</i> A 6. mellékletet, (a 6/b-t kivágva) előkészíti az írásvetítőhöz. Előkészíteti csoportonként a 6/c mellékletet 5-5 hurkapálcával, a 7. melléklet 2-2 lapját, és tanulónként egy lapot, amelyből derékszöveget hajtogathatnak majd.</p> <p>„Ma egy egészen „kicsi világba” költözünk be. Ebben a kicsi világban összesen 9 pont van, amikre – mint szögekre egy-egy gumikarikát – egyenes vonal-darabokat feszíthetünk ki. Rövidebbeket, hosszabbakat.” – Bemutatja az írásvetítőn a 3-szor 3-as négyzet-pontrácsot (6/aA melléklet), és ráilleszt 3-4 szakaszt (6/b).</p> <p><i>Közlés:</i> „Az egyenes vonaldarabokat szakaszoknak hívjuk. A szakasz nem görbül, és nem is törik meg sehol.” – a megfelelő szavak megnevezése közben táblára rajzol egy-két görbülő és egy-két törött vonaldarabot:</p>  <p>„Melyik lesz a legrövidebb szakasz ebben a világban?”</p> <p>„Keressétek ki ezek közül a szakaszok közül – mutatja a fólia-szakaszokat –, hogy melyik ilyen hosszú! Ellenőriztétek, hogy a mutatott szakaszok ugyanakorák-e!”</p> <p>„Mekkora a leghosszabb szakasz ebben a kicsi világban?”</p> <p>„Milyen hosszú szakaszok vannak még ebben a világban? Keressétek meg az összes hosszúságot a csoport közös lapján, és törjétek csoportonként négy-négy, a szakaszoknak megfelelő hosszú darabot a hurkapálcákból!”</p>	<p>Csoportos munkához készülnek.</p> <p>Egy jelentkező tanuló megmutatja a fólián a legrövidebb szakaszt, amely itt két pont közt húzható:</p>  <p>Mások más-más helyen és esetleg más irányban mutatják be a legrövidebb szakaszt. A tanító által kínált minták közül néhányat összemérnek, és egy-két megfelelő hosszúságút feltesznek a fóliára.</p> <p>Ilyent is mutatnak: a két nagy átló ilyen. Ezeket is összemérik, felteszik a fóliára.</p> <p>A csoportokban közösen megkeresik a különféle hosszúságokat (5-féle hosszúság), és letörnek a hurkapálcákból négy-négy darabot a szakaszoknak megfelelő hosszúságban.</p>

Ellenőrzés során a fólián bemutatattja a gyerekekkel az öt különböző hosszúságú szakaszt, mindegyiket több helyen, különféle helyzetekben. (Különösen érdekes lehet, hogy a második leghosszabb szakaszt milyen sokféle helyzetben találják meg. Ennek keresésére érdemes kicsit több időt szentelni.)

Közlés: „Azokat a szakaszokat, amelyek ugyanúgy állnak – bemutat két-három ilyen szakasz-párt a fólia-csíkokkal (azonos és különböző hosszban is, ha van ilyen) –, **párhuzamos szakaszoknak** nevezzük.” (Nem kell szabatos „definíciót” közölnünk; inkább csak a látványhoz kötjük még a szakaszok párhuzamosságának képzetét.)

„Csoportonként válasszatok ki két pontot, tegyetek oda egy megfelelő hosszú hurkapálcát, és keressétek meg az összes olyan szakaszt, amely ezzel párhuzamos!”

Figyeli a csoportok munkáját, esetenként más szakasz választását javasolja, hogy összegyűljön az osztályban lehetőleg mind a 7-féle irány.

Ellenőrzés: a fólián kirakott szakaszok bemutatásával.

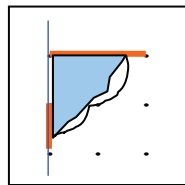
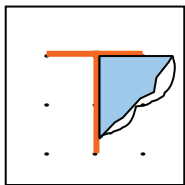
A párhuzamosság képzetének mélyítése érdekében kerestet az osztályteremben további példákat párhuzamos szakaszokra.

„Most is válasszon ki minden csoport két pontot, jelenítsék meg a képen hurkapálcával a hozzájuk illeszkedő szakaszt! Ehhez keressetek olyan szakaszokat, amelyek rá merőlegesek.

Közlés: „Akkor **merőleges** itt **két szakasz**, ha derékszög van köztük, vagy a rajtuk átfektethető egyenes vonalak között.” – Mutatja:

Például nemcsak ez a két szakasz merőleges egymásra:

hanem ezek is, mert a rájuk fektetett egyenes vonalak között derékszög van.



„Hajtogassatok derékszöget, hogy ellenőrizhessétek munkátokat!

A kiválasztott szakaszra merőlegesen helyeztetek el pálcákat! Ha már nem találtok újat, az egyik lapon rajzoljátok meg az összest!”

Meghallgatják a közlést, elnevezést.

Csoportonként kiválasztanak két pontot a közös képen, odaillesztenek egy hurkapálcát, és kirakják az összes olyan szakaszhoz megfelelő hurkapálcát, amely a kiválasztottal párhuzamos.

Példákat sorolnak és mutatnak párhuzamos szakaszokra. (Füzet, könyv két szemközti oldala, pad, asztal szemközti szélei, terem alsó, felső élei közt az azonos állásúak, a függőleges élek; dobozok élei...), de felidézhetnek osztálytermen kívüli példákat is.

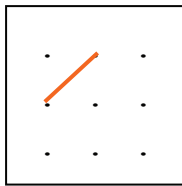
Mindenki derékszöget hajtogat az ellenőrzéshez.

A választott szakaszhoz keresnek olyan szakaszokat, amelyek rá merőlegesek.

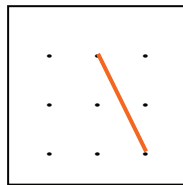
Ha nem találhatnak már újat, a papírlapon kapott pontrácsra másolják a választott szakaszt és a rá merőleges szakaszokat.

Ügyesebb tanulóknak ferde helyzetű szakaszt javasol, hogy erre merőlegest is keressenek.

Pl. ilyen szakaszokhoz keressék a rájuk merőleges szakaszokat.



és ilyen helyzetű



(Az elsőhöz 4 rövidebb és 1 hosszú, rá merőleges szakasz található, a másodikhoz csak kettő, egymással és ezzel egyenlő hosszú.)

Szükség szerint ellenőriz és segít.

„Végül olyan háromszögeket és olyan négyszögeket keressetek, amelyek csúcsai a kilenc pont közül kerülnek ki. Ezt a feladatot először közösen, a hurkapálcák kirakásával oldjátok meg, aztán rajzoljátok le a két lapon! Az egyik lapra csak a háromszögek kerüljenek, a másikkra a négyszögek! Arra vagyok kíváncsi, hogy melyik csoportban találjátok meg a legtöbb háromszöget, és hol a legtöbb négyszöget.”

A kérdés felvetődése esetén tanácsoljuk, hogy esetleg ugyanarra a 9 pontra rajzoljanak le néhányat egy „fajtából”, és próbálják kitalálni, hogy hány „ugyanilyen” helyezhető el a 9 pontra.

Nem várhatjuk el – hosszabb idő alatt sem –, hogy megtalálják az összes háromszöget, még kevésbé az összes négyszöget. Arra azonban fontos időt biztosítani, hogy magyarázzák egymásnak, miből látható, hogy adott két alakzat egybevágó egymással, illetve nem egybevágó.

Szükség lehet arra is, hogy egyben is tudják mozgatni az egész háromszöget. (Elfogatott vagy tükrözött alakzatok esetén nem biztos, hogy könnyen megtalálják az egymásnak megfelelő alkotórészeket.) Engedjük ezért esetleg másolópapírra átrajzolni a vitatott háromszöget, négyszöget, ezt vagy a kivágott formát mozgassák ellenőrzéshez.

A csoporttársak ellenőrzik és segítik egymást.

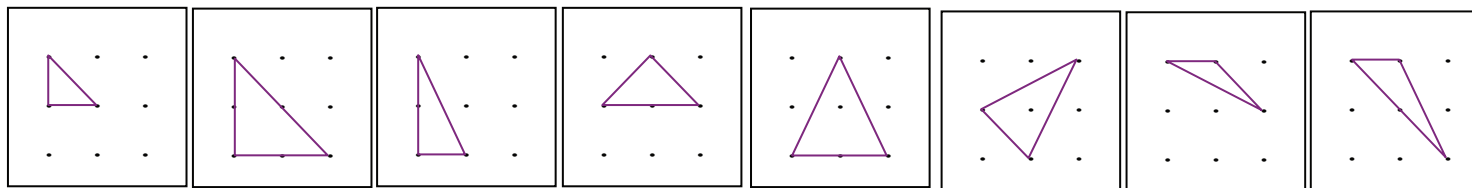
A lehetséges oldalhosszakat a hurkapálcák képviselik; ezekből illesztenek össze hármat, illetve négyet. A csoporttársak egymás munkáját is figyelve lerajzolják a különféle háromszögeket, négyszögeket.

Felvetődhet a kérdés, hogy más helyen és más helyzetben is lerajzolják-e a már rajzolttal egybevágó háromszöget, négyszöget.

Csoporton belül alkalmanként megvitatják, hogy két háromszög, két négyszög egybevágó-e, vagy nem. Indokláshoz az oldalhosszakra, szimmetriákra, szögek méretére, egyezésére vagy eltérésére hivatkozhatnak. Az oldalhosszakat a hurkapálca-darabokkal tudják azonosítani, a szögek méretét papírlapból hajtogatott szög segítségével mérhetik össze.

Megoldás:

(A lerajzolttal egybevágó háromszögek számát jelöltük alatta):



16

4

16

8

4

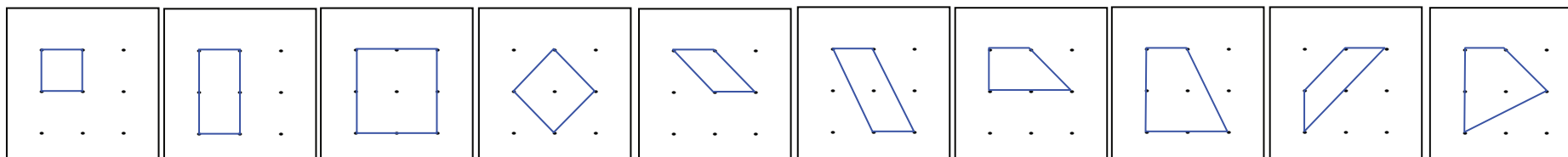
4

16

8

(és nincs többféle háromszög)

Négyszögek:



4

4

1

1

8

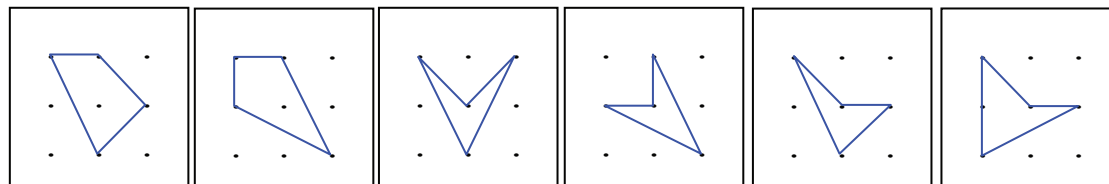
4

16

8

4

8



8

4

4

4

8

8

(Négyszög sincs többféle és többféleképpen elhelyezhető.)

Érdeemes biztatni a gyerekeket a további gyűjtögetésre: mindenképpen dicséretes, ha újabb háromszögeket, négyszögeket keresnek és találnak otthoni „szórakozásként”.

A csoportok egymással is vitába kerülhetnek, amikor ellenőrzik, melyik csoport hányféle különböző háromszöget, négyszöget talált. Ebben a vitában is a fenti szempontok szerint jellemezhetik a vitatott alakzatokat.

2. óra

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>4. Párkerő játék négyszög-kártyákkal; a négyszögek jellemzése tulajdonságaikkal; halmazokba válogatásuk választott tulajdonságaik szerint Meggérdezi, hogy van-e valaki, akinek sikerült a 2. feladatlap valamelyik mintáját nagyítva kiraknia. Ezt egyénileg megnézi a kirakásról készült rajzot, elismeri, ha sikerült, figyelmeztet, ha nem pontos az alak. Szintén értékeli, ha valaki újabb háromszöget, négyszöget talált otthon a 3-szor 3-as pontrácson.</p> <p><i>Szervezés:</i> 3 (esetleg 4) csoportot alakít a gyerekekből, és megadja a csoportok sorrendjét. Előkészíti a 8. melléklet négyszög-kártyáit.</p> <p>„Játékkal kezdjük az órát. Olyan kártyát hoztam, amelynek minden lapján egy-egy négyszög látható. Ezek a négyszögek 4-szer 4 pontra illeszkednek. Nem állítom, hogy ennyi van, és nincs többféle négyszög, ami erre a 16 pontra rajzolható, de azt igen, hogy mind más: nincs köztük két egybevágó négyszög. Minden csoportnak ugyanannyi lapot adok, ezeket jól nézzétek meg!” – Kiosztja a 8. melléklet 6-6 lapját, amelyet az összekevert csomagból véletlenszerűen kapnak meg a gyerekek. –</p> <p><i>Játékszabály:</i> „Az első csoport kiválaszt egy négyszöget valamilyen tulajdonsága szerint. A következő csoporttól kérnek egy ilyen tulajdonságú lapot. Ha van, akkor egy ilyen lapot át kell adniuk az első csoportnak, akik a választott lappal párba állítva lefordítják maguk előtt. Nyertek egy párt. Ezek a lapok már nem vesznek részt a játék folytatásában.</p> <p>A második csoport a harmadiktól kér párt valamelyik négyszögéhez, a harmadik az elsőtől (illetve 4 csoport esetén a harmadik a negyediktől, a negyedik az elsőtől). Az a csoport nyer, amelyik a legtöbb párt tudta összegyűjteni.</p> <p>Két kikötésem van: – olyan tulajdonságot nem szabad mondani, ami már elhangzott a játék során, – és olyan tulajdonságot sem fogadunk el, ami minden négyszögre egyformán igaz. Tudtok ilyent mondani?”</p>	<p>A gyerekek egyénileg bemutathatják, ha sikerült valamelyik mintát kirakniuk a Tangram lapjaival a 2. feladatlapon,</p> <p>...és beszámolnak arról, ha a 3-szor 3-as pontrácson találtak újabb háromszöget, négyszöget.</p> <p>A csoport tagjai körbeülnek egy-egy asztalt úgy, hogy az asztalra tett lapokat csak a csoportban ülők lássák.</p> <p>Megnézik a kapott négyszögeket.</p> <p>Meghallgatják a játékszabályt.</p> <p>Pl., hogy 4 oldala van. Vagy az, hogy a csúcsai rajta vannak a jelölt pontokon.</p>

<p>A gyerekek által felismert és tudatosított tulajdonságokra figyel: mit tudnak már kiemelni, saját szavaikkal megnevezni. Nem kell még a szakszavakat erőltetni. (Több forduló után ismételtesse meg esetenként azokat szakszóval is, amelyeket eddig megismerttetett. Pl. van ugyanolyan állású oldalpárja – van párhuzamos két oldal; vannak olyan oldalai, amelyek között derékszög van – vannak merőleges oldalai.)</p> <p>A játék után csoportos feladat következik.</p> <p><i>Szervezés:</i> 4-fős csoportokat állítat össze (szokásos elrendezésben). Szétosztja a négyszögméretű kártyákat a csoportoknak (10-12 lap jut az asztalokra). Csoportonként egy 80-100 cm zsinégből összecsomózott szalagkarikát ad.</p> <p>„Minden csoport titokban válasszon egy érdekes tulajdonságot, és e szerint válogassa szét a nála levő négyszögeket két lap kivételével: a választott tulajdonságúakat tegyék a karikába, a nem ilyenek maradjanak a karikán kívül! Amikor minden csoport elkészül, akkor hárman-hárman átmennek a következő csoport asztalához, és megpróbálják kitalálni, hogy mi volt a választott tulajdonság. Ha kitalálták, ők teszik a megfelelő helyre az el nem helyezett 2 lapot. Az eredeti csoportból helyén maradó tanuló az ellenőr: megfigyeli, hogy jól döntenek-e a „kitalálók”, és helyesen nevezik-e meg a választott tulajdonságot.”</p> <p>Figyelmezteti a gyerekeket, hogy a gyorsabbak ne mondják meg túl hamar a megoldást, hogy mindenki végiggondolhassa.</p> <p>Különveteti a kártyák közül a színeseket az óra utolsó teendőjéhez, ezektől különválasztva szedeti össze a fehér alapszínű kártyákat.</p>	<p>Lejátsszák az első játszmat, aztán az összekevert csomag eddig fel nem használt lapjai közül ismét húznak 6-6-ot, és azzal megismétlik a játékot.</p> <p>4-fős csoportokba rendeződnek.</p> <p>Meghallgatják a feladatot. Kiválasztanak egy tulajdonságot, amely szerint szétválogatják a lapokat kettő kivételével. A következő sorszámú asztalhoz átülnek hárman (egy marad ellenőrnek), és megpróbálják kitalálni a válogatás alapjául szolgáló tulajdonságot, aztán elhelyezik a kimaradt lapokat. Végül az egész osztály előtt felsorolják a szerepelt tulajdonságokat.</p>
<p>5. Számok alkotása feltételek szerint; az összes adott tulajdonságú szám megalkotása</p> <p><i>Szervezés:</i> Csoportonként egy nagy ív csomagolópapírt, 2 db A4-es üres papírt, 1-1 ollót ad, és még egy, az előbb használttól eltérő színű, 80-100 cm zsinégből összecsomózott szalagkarikát.</p> <p>„A négyszögek után ismét számokkal foglalkozunk. Maradjunk a 4-es számnál! Mit gondoltok, kb. hány olyan négyjegyű szám van, amelyben a számjegyek összege 4?”</p> <p>A különféle tippeket feljegyzi a táblára.</p> <p>„A kapott két papírlapot többször megfélevezve vágjátok (szakítsátok) 16-16 részre, ezekre írjátok egyenként a négyjegyű számokat! (Ha nem lesz elég, kérhettek még lapot.) Készítsétek el az összes ilyen tulajdonságú négyjegyű számot!”</p>	<p>Csoportos tevékenységre készülnek.</p> <p>Tippeket mondanak.</p>

Amikor mindegyik csoport azt jelzi, hogy nem talál többet, akkor kezdi az ellenőrzést: hányat találtak.

Megoldás: 20 ilyen négyjegyű szám van.

„Milyen számjegyekből állhatnak ezek a számok?”

Diktálás alapján felírja a táblára a számokat a gyerekek által ajánlott rend szerint:

4000	3100	2200	2110	1111
	3010	2020	2101	
	3001	2002	2011	
	1300		1210	
	1030		1201	
	1003		1120	
			1102	
			1021	
			1012	

A „rend” alapján könnyen áttekinthető, hogy a diktált számok mind különbözők. Először ezt ellenőrizteti a gyerekekkel.

Azt, hogy nincs is több ilyen tulajdonságú szám (négyjegyű, és jegyeinek összege 4), csak a kifejezetten fejlettebb gondolkodású tanulókkal lehet igazoltatni. Érdemes buzdítani őket erre.

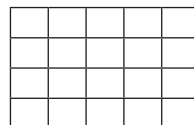
(Ha 4-gyel kezdődik, akkor csak egyféleképpen lehet 4 a jegyek összege, úgy, hogy három 0-t írunk utána.

Ha egy 3-as van a számban, akkor mellette egy 1-es és két 0-s van a számban. Vagy 3-assal, vagy 1-essel kezdődhet így a szám.

Ha 3-assal kezdődik, akkor két 0-hoz háromféleképpen illeszthető az 1-es: eléjük, közéjük, vagy mögéjük. Ez három szám.

Ha 1-essel kezdődik, akkor a 3-as kerülhet a két 0-s elé, közé, vagy mögé; ez ismét három lehetőség.

A 2-2 lapot egymás után 4-szer meghajtva 16 részre osztják, pl. így:



majd szétvágják.

Csoportonként közös munkával megalkotják a számokat, s a különbözőket felírják egy-egy lapra.

Egy 4-es és három 0-s, egy 3-as, egy 1-es és két 0-s, két 2-es és két 0-s, egy 2-es, két 1-es és egy 0-s, vagy négy 1-es lehet benne.

Feldiktálják, amilyeneket találtak; igyekeznek rendet tartani. Pl. együtt sorolják azokat, amelyek ugyanolyan számjegyekből alakíthatók. Tudatosítják, hogy 0-val nem kezdődhet, mert akkor már nem lenne 4-jegyű a szám.

Megvizsgálják, hogy ez mind különböző.

Ha van, aki szívesen magyarázná meg, hogy szerinté nincs több, azt hallgassák meg a többiek is, de ez a magyarázat ne húzódjon el hosszú időre, mert többen is lehetnek, akik nem értenék meg.

Esetleg nyitva maradhat a kérdés.

Ha két 2-es és két 0-s van a számban, akkor csak 2-essel kezdődhet, és a másik 2-es háromféleképpen illeszthető a két 0-hoz (mint az előbb láttuk).
 Ha egy 2-es, két 1-es és egy 0-s van a számban, akkor kezdődhet 2-vel vagy 1-gyel.
 Ha 2-essel kezdődik, akkor két 1-eshez háromféleképpen illeszthető a 0-s: eléjük, közéjük vagy mögéjük.
 Ha 1-essel kezdődik, akkor utána a három különböző számjegy (0, 1, 2) hatféleképpen állítható sorba.
 Végül négy 1-esből egyféle négyjegyű szám alkotható.

6. Számok halmazokba válogatása oszthatósági tulajdonságok és más szempontok szerint; meghatározó tulajdonságok keresése; kakukktojás-játék. Kiegészítő halmazok. Két halmaz közös részének meghatározása tulajdonsággal; (a két halmaz által kijelölt négy rész jellemzése).

1. Kakukktojás-játék.

„Azt állítom, hogy van az alkotott számok között egy kakukktojás. Milyen a többi szám?”

Először fogalmaztassa meg azt a tulajdonságot, ami összefogja a többséget, és ezzel állítsák szembe a „kakukktojás” tulajdonságát.

(Folytatható a játék esetleg azzal is, hogy két (három) szám nem illik a többi közé.)

2. A számok elhelyezése két szalagkarikába

Szervezés: Csoportonként 1 ív csomagolópapír, az elkészített számkártyák, 2 db eltérő színű, kb. 80-100 cm-es zsinegből álló karika. Számtulajdonság-kártyák (18. melléklet) csoportonként borítékban).

„Most ezeket a számokat fogjátok válogatni.

A piros szalagkarikába válogassátok össze az összes 0-ra végződő számot, de csak azokat. A kék karikába kerüljenek azok, amelyeknek a két utolsó számjegye 0!” – Előveteti a csoportokkal a 18. melléklet 4-4 tulajdonságkártyáját, hogy ezek közül válasszák ki a karikákhoz illeszthetőt.

Azt a tulajdonságot kell megfogalmazniuk, amiben egy kivételével megegyezik mindegyik szám (ezzel szembeállítva természetesen kimondják azt is, hogy a „kakukktojás” nem ilyen).

- Ilyen tulajdonság az, hogy „vannak különböző számjegyei” – és akkor a 1111 a kivétel, amelynek számjegyei egyenlők (minden számjegye ugyanaz);
- ilyen az, hogy „nincs 3-nál nagyobb számjegye” – kivétel a 4000, amelynek „van 3-nál nagyobb számjegye”; vagy amelyben „van 4-es számjegye”;
- ilyen tulajdonság az is, hogy „3-nál kisebb az utolsó számjegye” – ellenpélda az 1003, amelynek „az egyesei helyén 3 áll”.

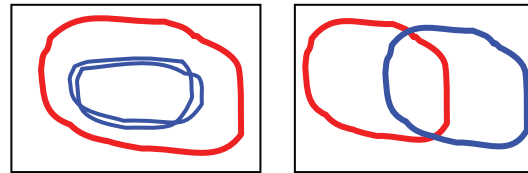
Az egyetlen „tükrös” szám a 2002, a többi „nem tükrös”; ez utóbbi fogja össze a kakukktojáson kívüli számokat.

Ellenőrzésnél a tanító a táblára rajzolja a „csomagolópapírt”, ezen a jelentkező gyerekekkel rajzoltatja meg a szalagkarikákat, és helyeztet el néhány számot. Nem fontos mind a húszat felírni, hiszen igen egyszerű tulajdonságokról van szó, de minden részbe kerüljön szám (ahova kerülhet), és mindegyik szám elhelyezését indokoltassuk.

„Másodszor a piros szalagkarikába válogassátok össze az összes páratlan számot, de csak azokat. A kék karikába kerüljenek azok, amelyekben megvan az 5 maradék nélkül. Illesszétek a megfelelő tulajdonságkártyákat is a karikákhoz!”

Ellenőrzés az előbbi szerint.

A szalagkarikákat a gyerekeknek kell elhelyezniük a csomagolópapíron, tehát ők döntenek el, hogy egymáshoz képest hova teszik a kettőt. Kétféleképpen dönthetnek helyesen: vagy a piroson belül helyezik el a kéket, vagy „metszi egymást” a két karika.



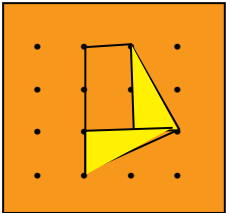
Lehet azonban, hogy először egymás mellé teszik a karikákat, és csak a számok válogatása közben veszik észre, hogy módosítaniuk kell. (Nagyon hasznos kívárnunk, hogy maguk jöjjenek rá a jó elhelyezésre.)

A csoportban választott elhelyezést a táblára rajzolja egy gyerek, aztán néhány számot felírnak mindegyik részbe (ahova lehet írni), és magyarázzák, miért oda írják.

Pl.: „A 4000 a kéken belülré kerül, mert 00 van a szám végén, és a piroson is belül, mert 0 az utolsó számjegye.” „A 2110 a pirosba kerül a kéken kívül, mert 0-ra végződik, de a tízesek helyén nem 0 van”...

Tudatosítsák azt is, hogy a jobb oldali ábra szerinti elrendezésnél a kék szalagnak abba a részébe, amely nem tartozik a piros karika belsejéhez, miért nem kerülhet szám. (Hiszen, ha nem 0 áll a szám végén, akkor nem lehet 00 az utolsó két számjegye.)

Most az az elhelyezés lesz alkalmas minden szám elhelyezésére, ahol a két karika elkülönül egymástól, és persze az, ahol „metszi egymást”. Az utóbbi esetben üresen marad a két karika belsejének közös része, hiszen a hét páratlan szám egyike sem osztható 5-tel.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>7. Tört számok nagyság szerinti rendezése: a négyszög-kártyák területükkel képviselnek tört számokat a szerint, hogy a 4-szer 4-es pontrács által kijelölt négyzetnek mekkora részét fedik.</p> <p><i>Szervezés:</i> A gyerekeket 6 csoportba ülteti: egy csoportba a nagyjából hasonló szinten tartó tanulókat válogatva. A 8. mellékletnek a 24 színes lapjából 4-4 azonos színűt kap minden csoport. A világoskék, rózsaszín és narancssárga lapok között vannak nehezebb tennivalót jelentők, ezeket adjuk a jobb képességűeknek.</p> <p>„A négyszögek közül kell válogatnotok. – Azokat a lapokat szeretném látni, amelyeknek van párhuzamos oldalpárja!</p> <p>– Most azokat mutassátok fel, amelyeknek két párhuzamos oldalpárja van! – Látni szeretném azokat, amelyeknek van merőleges oldalpárja! – Azokat, amelyeknek pontosan 2 derékszöge van! – Amelyeknek pontosan 3 derékszöge van! – Amelyeknek pontosan 4 derékszöge van! – Amelyiken kívül nincs egyetlen pontja sem a kis 4-szer 4-es világnak.”</p> <p>„Állítsátok sorba a négy négyszöget aszerint, hogy melyiknek a területét látjátok a legkisebbnek, melyikét legnagyobbak...”</p> <p>„Ennek a legnagyobb négyszögnek – felmutatja az előbb kiválasztott négyzetet – a területe legyen az egység! Mérjétek meg a négyszögek területét! Segítsünk egymásnak azzal, hogy először megállapítjuk, mekkora a legkisebb négyszögnek a területe! Hol van ez a legkisebb?”</p> <p>Szükség szerint segít a területek ügyes feldarabolásában, illetve a részek képzetbeli összeillesztésében. Esetleg javasolhatja a négyszög lemásolását, majd szétvágását.</p>	<p>6 csoportba rendeződnek, és csoportonként összegyűjtik az azonos alapszínű 4-4 lapot.</p> <p>A négy lap közül mindazt felemelik, amelyekre igaz a mondott tulajdonság. A többi csoport felé is megmutatják, hogy egymást is ellenőrizhessék.</p> <p>Ilyent már csak négyet találnak. Ilyen nincs! Kilenc téglalapot találnak. Ez a legnagyobb négyszög.</p> <p>Sorbarendezik a négyszögeket területük becsült nagysága szerint.</p> <p>Valószínűleg a kis négyzetet választják, ezt mutatják fel. Ennek a területe 1 kilenced, mert 9 ilyen kis négyzettel lehet befedni a nagy négyzetet.</p> <p>A csoportvezetők eldönthetik, hogy melyik négyszög területének megállapítását kire bízzák, de ebben kérhetik a tanító tanácsát, segítségét is. A nem ferde helyzetű téglalapok területének mérése egyszerűbb: a kilenced területű négyzeteket kell csak összeszámolni bennük. Nehezebb, ahol átlójával megfeleztett kis négyzeteket is össze kell illeszteni gondolatban.</p> <p>Még nehezebb, ahol egy-egy 2 kilenced területű téglalap felét kell felismerni egy nyújtott háromszögben:</p> 

A területeket megadó 4-4 tört számot csoportonként a táblára írhatja, egymás mellé nagyság szerint növekvő sorrendben. Ahol egyenlőséget találnak, ott ezt jelzik is.

Felírják csoportonként egy-egy sorba a négy tört számot növekvő sorba. Ellenőrzik egymás felírását, s ahol nem egyezik a tapasztalat, azt megvitatják (a megfelelő négyszögek felmutatásával).

Zöld sorozat: 1 kilenced < 2 kilenced < 3 kilenced < 6 kilenced

Lila sorozat: 1 kilenced < 4 kilenced = 4 kilenced < 6 kilenced

Kék sorozat: 2 kilenced < 3 kilenced < 5 kilenced < 9 kilenced

Rózsaszín sorozat: 2 kilenced = 2 kilenced < 4 kilenced < 6 kilenced

Citromsárga sorozat: 2 kilenced < 3 kilenced < 4 kilenced = 4 kilenced

Narancssárga sorozat: 2 kilenced < 3 kilenced < 4 kilenced < fél

8. Házi feladat: adott tört számok megjelenítése választott téglalap területének törtrészeként.

Szervezés: Kiosztja a hat csoportnak a 9.A mellékletből szétvágott 24-24 négyzetlapot.

„Memória-kártya készítése lesz a házi feladat. A kapott 5-ször 5-ös pontrácsokat osszátok meg a csoportban igazságosan magatok között!

Mindegyik lapra először egy-egy álló vagy fekvő téglalapot rajzoljatok, ferde helyzetű most ne készüljön! Mindenki maga dönti el otthon, hogy egy-egy lapra mekkora téglalapot rajzol.

Mindegyik lapon a rárajzolt téglalap területe lesz a területmérő egység.” –

Bemutat a táblán ilyen téglalapokat egy előre rajzolt 5-ször 5-ös pontrácson. –

„A rajzolt téglalapoknak ki kell színeznünk valamekkora törtrésztét. Mégpedig abban most majd meg kell állapodnotok, hogy a csoportban a téglalapjának ki mekkora törtrésztét színezi.”

„Hogyan lesz ebből memória-kártya?”

„Tehát a következő törtrészek közül mindenki hármát kapjon egy-egy csoportban:

fél, negyed, 3 negyed, nyolcad, 3 nyolcad, 5 nyolcad, 7 nyolcad, harmad, 2 harmad, hatod, 5 hatod, 5 tizenkettő” – (A táblára írja.)

és két-két téglalapnak színezzék ugyanakkora törtrésztét!

„Mindenki írja fel magának, hogy mely törteket kell megjelenítenie!”

Gondos munkát kér, hogy majd jól használhassák a készletet.

Megosztják maguk között a lapokat; ha 4-fős csoportokban ülnek, mindenkinek jut 6 lap.

Csak úgy lehet, ha két kártyán fog szerepelni egy-egy téglalapnak ugyanakkora törtrésze. Például két téglalapnak kell színeznünk a felét, két téglalapnak a negyedét és így tovább.

Megbeszéljük, hogy ki mely három törtrészt ábrázolja két-két kártyán, és ezeket feljegyezzük. Megbeszéljük egymással a teendőket.

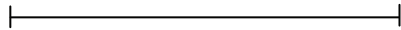
3. óra

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>9. Tört számokat képviselő mennyiségek (területek) összehasonlítása; Különbéletek azonos törtrésze.</p> <p>Játék az elkészített memória-kártyákkal (9/a melléklet); szükség szerint kiegészítve a 9.B melléklet kártyáival.</p> <p><i>Szervezés:</i> Az elmúlt órai csoportok szerinti ültetés. „Ellenőrizték, hogy mindenki jól oldotta-e meg a házi feladatot a csoportban!” – Ismét felírja a tizenkét törtszám nevét, hogy segítse az ellenőrzést.</p> <p><i>Ha túlságosan nehezen megy a színezett területek nagyságának ellenőrzése, ebben a lépésben elégedjünk meg azzal, hogy össze tudják keresni a megfelelő párokat, és a memória-játékot halasszuk el!</i> <i>Megtehetjük azt is, hogy a lassabban fejlődő tanulók különválasztott csoportjában a tanító segít az ellenőrző munkában, s e közben az előrehaladottabbnak engedi a memória-játékot játszani.</i></p> <p>Az ismert memória-játékot játszatja, amelyben most azok a lapok alkotnak párt, amelyek ugyanazt a tört számot ábrázolják két, esetleg különböző nagyságú téglalap területének törtrészeként.</p>	<p>A házi feladatként készített kártyákat előkészítik.</p> <p>Megnézegetik a kártyákat, és megállapítják róluk, hogy valóban a kijelölt törtrészek szerepelnek-e a téglalapok területének színezett részeként. Ahol hibát találnak, azt jelzik, s a tanító a 9/b melléklet kártyái közül választva kicseréli az elrontott lapot (esetleg a teljes készletet).</p> <p>Játék, esetleg 2 fordulóban.</p>
<p>10. Számok törtészének keresése szakaszos, illetve téglalapos ábrázoláshoz kapcsolva. (A gyerekek által készített törtes kártyákkal; 9/a és a 9/b melléklet kártyáival.)</p> <p>„Kata születésnapjára egy DVD-t szeretne kérni. Megnézték a szülei: 6400 Ft az ára. Kata édesanyja azt mondta, hogy ennek a 3 nyolcad részét ő fogja kifizetni, a többit apának kell állnia.</p> <p>– Hány forintot fizet édesanyja? – Az ár mekkora törtrészét kell édesapának állnia? – Hány forint jut így apára?”</p> <p>„Válasszatok alkalmas lapot a kártyák közül a kérdések szemléltetéséhez, eldöntéséhez!”</p> <p>Megbeszélik, hogy melyik kártyát választották.</p> <p>Hogyan állapíthatjuk meg a kártya segítségével, hogy mennyi a 6400-nak a 3 nyolcad része?”</p>	<p>Megbeszélhetik, hogy mi lehet a DVD-n; ők mit szeretnének választani.</p> <p>Azt a lapot választhatják, amelyen a kijelölt téglalap területének 3 nyolcad része színes:</p> <div data-bbox="1744 1193 1906 1305" style="text-align: center;"> </div> <p>Az egész téglalap területe így 6400. A színes rész területe azt a számot jelöli, ahány forintot édesanyja ad a vásárláshoz,</p>

„Keressük a második kérdésre a választ!”

„És így mennyi az édesanya és mennyi az édesapa része?”

„Jelentse most egy szakasznak a hossza a kifizetendő 6400 Ft-ot!”



Ábrázoljuk a fenti adatokat rajta!

Hány négyzetoldalnyinak érdemes most megválasztani a szakaszt a füzetetekben?

Egy tanulóval a táblai rajzon is elvégezteti a jelöléseket.

„Keressetek olyan kártyát, amely segítségével be tudjuk mutatni, hogy mennyi a 4800-nak az 5 tizenketted része!”

„Kisebb vagy nagyobb a 6000 felénél a 6000-nek a 2 harmadrésze? Mennyivel?”

Házi feladat lesz a 3. feladatlap megoldása. (10. melléklet) Az első feladatban először színezzétek ki az egész terület megfelelő törtrészét, aztán válaszoljatok a feltett kérdésekre!

...a fehér rész területe az apa részét mutatja, ez az összesnek az 5 nyolcad része. Az egész 8 nyolcadrészből áll. Ha ebből elhagyjuk a 3 nyolcadrészt – mutathatják –, akkor 5 nyolcadrészt marad (ez a színezetlen rész).

1 kis rész (ábránkon 1 kis téglalap) területe az egész nyolcad része, tehát ez most 800-at ér, az egész téglalap 3 nyolcadát a 3 kis téglalap mutatja, ez most 2400-at ér. A 6400-nak a 3 nyolcada 2400.

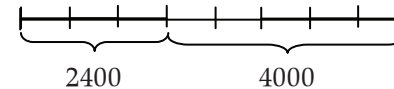
A nyolcadrészt 800 Ft, az 5 nyolcadrészt 5-ször 800 Ft, azaz 4000 Ft.

Úgy is kiszámíthatjuk, hogy a 6400-ból elvesszük a 2400-at, amennyi anyja része.

Olyan tanácsot adhatnak egymásnak, hogy 8-cal osztható számot válasszanak: 8 oldalhosszat, 16 vagy 24 négyzetoldal hosszát.

A füzetben ábrázolják az adatokat: 8 egyenlő részre felosztva a szakaszt, ezen jelölik az egész 3 nyolcadát, és más színnel a maradék 5 nyolcadrészt.

A megfelelő részek alatt jelölik a kiszámított értékeket:

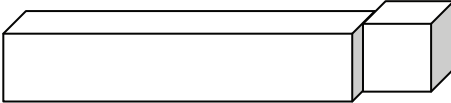
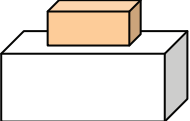
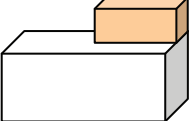



A megfelelő kártyákat előkészítve egy-egy tanuló megfogalmazza a számítás menetét, és elvégzi a számítást:

A 4800 tizenketted része a 400; 5 tizenketted része 5-ször 400, azaz 2000.

Olyan kártyát készíthetnek elő, amelyen a hatod is jól leolvasható, de a 2 harmadrész színes.

A 6000 harmadrésze a 2000, a 2 harmadrésze a 4000. Ez 1000-rel nagyobb a 6000 felénél, a 3000-nél. Az 1000 pedig a 6000 hatodrésze. Tehát a 6000 felénél a 6000 2 harmadrésze a 6000 hatodrészeivel nagyobb.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>11. Testek alkotása testekből feltételek megkötésével. Testek alkotása síklapokból szabadon; az alkotott testek összehasonlítása; néhány tulajdonság kiemelése <i>Szervezés:</i> Kiosztja csoportonként a síklapokat (11. melléklet), celluxot, ollókat. Előkészítetteti a rózsaszín színesrudakat és a 8. modulban használt testeket (t/34., a 2 cm élű kockák, a $2 \times 2 \times 4$ cm, a $2 \times 2 \times 8$ cm és az $1 \times 2 \times 2$ cm élű téglatestek 10-10 db csoportonként).</p> <p>„Két-két test összeillesztésével alkossatok különféle testeket! Az a kikötésem, hogy legalább az egyik test valamelyik egész lapja simuljon rá a másik test egy lapjára, és legalább 2 éle illeszkedjen rá a másik test egy-egy élére!” „Kérek egy-egy ellenpéldát: milyent nem fogadunk el!”</p> <p>„Jó megoldást is kérek!”</p> <p>„Alkossatok minél többfélét! Úgy ragasszátok össze a két-két testet, hogy ne eszenek szét, de könnyen újra szétszedhetők legyenek!”</p> <p>Ellenőrzésként meg is fogalmaztatja a csoportoktól, hogy milyen testeket hogyan illesztettek össze, hogy a többi csoport is ellenőrizhesse, alkottak-e ugyanolyant. „Keressetek a megalkotott testek közül olyanokat, amelyeknek mindegyik lapja téglalap!”</p>	<p>Csoportokban folytatják a munkát.</p> <p>Összeillesztenek két testet, amely nem felel meg valamely kikötésnek, és meg is mutatják, hogy miképpen nem teljesül a feltétel.</p> <p>Pl.:</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>Sem a kocka teljes lapja nem simul a rúdhoz, sem a rúd teljes lapja a kockához.</p> </div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-top: 20px;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>Itt a kis és a nagy rúd csak egy-egy élével (a hátsóval) illeszkedik egymáshoz.</p> </div> </div> <p>Például:</p> <div style="display: flex; align-items: center; margin-top: 20px;">  <div style="margin: 0 20px;">vagy:</div>  </div> <p>Többféle testet készíthetnek. Két kockát csak egyféleképpen illeszthetnek össze, egy kockát és egy rudat, vagy két rudat többféleképpen is.</p> <p>Ilyenek azok a testek, amelyek 2-2 egybevágó testből épültek, vagy olyanokból, amelyek nem egybevágók, de van egymáséval egybevágó lapjuk.</p>

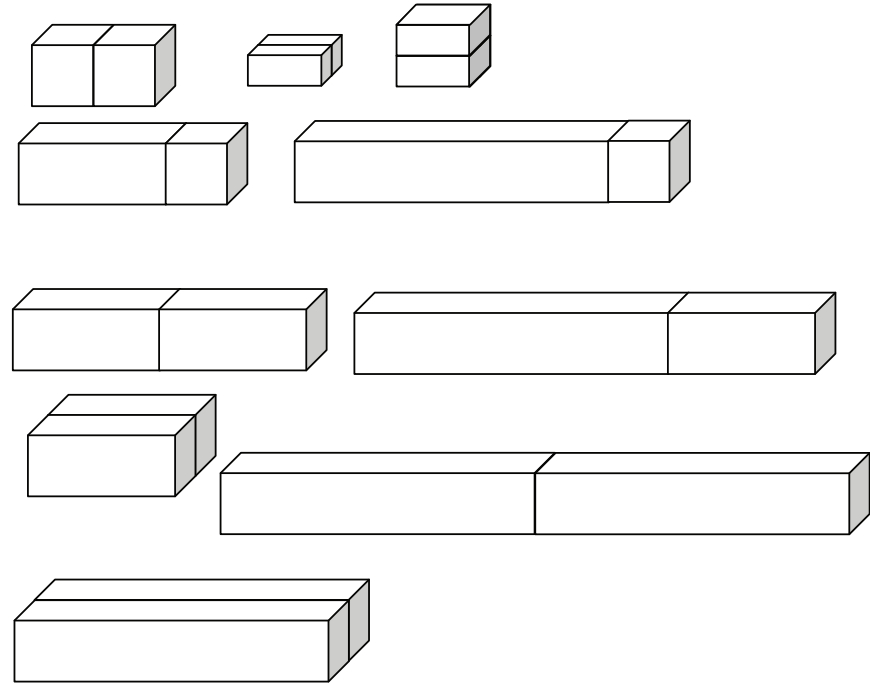
Munka közben ellenőrzi a gyerekek alkotásait, és azt, hogy tudják-e a négyzetről, hogy az is téglalap, – hiszen mind a négy szöge derékszög, tudják-e a kockáról, hogy az is téglatest, – hiszen annak is mind a hat lapja téglalap.

A megalkotott testeket a csoportasztal közepére teteti, aztán azt kéri, hogy a kiosztott lapokból (11. melléklet lapjai közül néhányból) celluxszal állítsanak össze különféle testeket: téglatesteket is és másféléket is. A párok segíthetnek egymásnak.

Az óra utolsó 2-3 percében minden csoport bemutathatja az osztálynak azt a testet, amelyet a legérdekesebbnek találtak.

Lehetőség szerint helyet biztosít a lapokból készített testek számára és egy téglatest-készletnek, amely a téglatestekből készült. (A következő órai munkához célszerű ezeket látható helyen elől hagyni.) A gyerekekre bízva a testek elrendezését a külön asztalon.

Pl.:



Tudatosítják, hogy a keletkezett téglatestek között vannak olyanok, amelyeknek két lapja négyzet, és egy olyan is épülhetett, amelynek mindegyik lapja négyzet. Ez tehát kocka.

Szabad alkotások síklapok összeillesztésével.

Kiválasztják a legérdekesebbnek talált testet, és elmondják, hogy mihez hasonlít, hány lapot ragasztottak össze, mifélek a lapok, melyek illeszkednek egymáshoz, vannak-e párhuzamos lapjaik, vannak-e egymásra merőleges lapjaik (ez utóbbiakról látványként döntenek, még nincs kialakított mód a pontos, biztonságos ellenőrzésre, indoklásra); esetleg azt is számba tudják venni, hogy hány csúcsuk van. (Az élek összeszámlálása a legnehezebb, nem várhatjuk kicsit is bonyolultabb test esetén.)

Saját szempontok szerint elrendeznek egy készletet az órán előállított testekből.

4. óra

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>12. A megalkotott testek halmazokba válogatása felismert tulajdonságok szerint Az elmúlt órán készített és kiállított testek szétválogatását kezdeményezi. Csoportonként kell majd eldönteni, hogy milyen tulajdonság szerint választják kétfelé a testeket.</p> <p>A tanító titokban meghallgatja a döntéseket, hogy ne legyenek azonosak a szempontok.</p>	<p>Megállapodnak egymással és a tanítóval a csoportok sorrendjében. Csoportonként megbeszélik, hogy a kiállított testeket milyen tulajdonság szerint fogják kétfelé válogatni.</p> <p>Egymás után, a megállapított sorrendben mindegyik csoport tanulói elkezdik a testek kétfelé válogatását a saját szempontjuk szerint, s ez után kéri a többi tanulót, hogy próbálják folytatni a többi test elhelyezésével. Ha a többiek tudják folytatni, akkor ők folytatják egy-egy további test elhelyezését, az összes szétválogatását és a kitalált tulajdonságot.</p>
<p>13. Lapokból megalkotott testek másolása; hozzájuk a megfelelő síklapok megkeresése; egyszerű testek alkotása kép alapján <i>Szervezés:</i> 4-fős csoportokat alkotat (ha ilyen volt, most is maradhat a csoportbeosztás. A csoportoknak 2-2, lapokból összeállított testet (12. melléklet) és 2-2 képet (13. melléklet) ad. Kiosztja a 11. melléklet fel nem használt lapjait, a cellulxot és az ollókat.</p> <p>A csoportok számára a gyerekek képességeinek ismerete alapján választ 2-2 testet, amelyet a síklapokból páronként összeállíthatnak. Ehhez a lapok alakját és méretét, valamint illeszkedésüket kell megfigyelniük.</p> <p>Figyelmeztet a pontos és szép illesztésekre.</p> <p>A 2-2 képet szintén a tanító választja meg a csoportok számára. A perspektív ábra értelmezésében esetenként szükség lehet a tanító segítségére. (Milyen lapokat lehet látni, milyen lehet a hátul levő lap, mely lapok illeszkednek egymáshoz?) Ellenőrzésként körbejárja a gyerekekkel együtt a munkaasztalokat. Megfigyelési szempontnak a következőket jelöli ki:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Sikerült-e megalkotni azt, amit láttak? – Elég pontosan illeszkednek-e a lapok egymáshoz? – Az elkészült testek szépsége (tisztaság, a ragasztó simulása...) 	<p>4-fős csoportokba rendeződnek; segítenek az eszközök előkészítésében.</p> <p>A lapokból páronként összeállítják a lemásolandó testet, cellulxszal összeragasztják. (Várhatóan még nem síkba kiterítve ragasztják össze a szomszédos lapokat, hanem térbe hajtva. Azt csak később fogják látni, hogy miképpen illeszkednek a lapok testhálóként síkba kifejtve.)</p> <p>A képek alapján szintén párokban tevékenykedhetnek együtt, de esetenként a csoport többi tagja is részt vesz a rajz értelmezésében. Itt már nem segít az ábrázolt test nagysága, s az alak sem olvasható le pontosan.</p> <p>Ellenőrzik, és a szempontok alapján értékelik egymás munkáját.</p>

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>14. Alkotás téglalapokból és más sokszögekből (hasábok) „Találhattok a megépített testek között olyant, amelynek van 2, egymással párhuzamos lapja, a többi lapja téglalap. Melyik ez?”</p> <p><i>Közlés:</i> „Az olyan testeket, amelyeknek van két egymással párhuzamos, egybevágó lapja, a többi lapja téglalap, egyenes hasáboknak nevezzük. Ez is ilyen.” Felmutat egy téglatestet. – „Mit mondhatunk a téglatestre: hasáb-e a téglatest is?”</p> <p>„A kiosztott lapokból alkossatok hasábokat: legyen 2 egybevágó lapja (háromszög, négyszög, ötszög..), és a többi lap legyen mind téglalap! Kíváncsi vagyok, hogy miféleképpen tudtok készíteni!”</p> <p>A munka közben tudatosítja a csoportokban a gyerekekkel, hogy milyen alapú hasábokat alkotnak, melyek a párhuzamos sokszöglapok, hány téglalap szükséges hozzájuk. Azt is tudatosítja, hogy a téglatestek bármely szemközti lap-párja betöltheti az „egybevágó, párhuzamos sokszög-lappár” szerepét.</p>	<p>Felmutatják a hatszög alapú hasábot. Megmutatják a két egybevágó hatszöget és a hat téglalapot.</p> <p>Megállapítják és megmutatják, hogy ennek is van két párhuzamos, egybevágó lapja (sőt bármely két szemközti lapja ilyen), ezek ebben az esetben téglalapok, és a többi lap szintén mind téglalap. Tehát a téglatest is hasáb, téglalap alapú hasáb.</p> <p>E hasábok párhuzamos lapjai lehetnek a háromszögek (a szabályos 3,5 cm oldalú, a szimmetrikus 5, 5 és 3,5 cm oldalú és a 2, 3,5 és 5 cm oldalú háromszög mindegyikéhez találnak megfelelő téglalapokat), a szabályos ötszögek, a nem szabályos hatszögek, de bármely téglatest is megfelel a feltételnek.</p>
<p>15. Párkérő játék négyszög-kártyákkal (időtől függően) A 4. lépésben megismert játék ismét véletlenszerűen húzott 6-6 lappal. Az elhangzó tulajdonságok megnevezését egyre pontosabbá fogalmaztatja: „hogyan mondhatod ugyanezt másképpen?”</p>	

5. óra

<p>16. Téglatest alkotása: két laphoz keresni a többi négyet <i>Szervezés:</i> Csoportonként kioszt 2-2 téglalapot és egy-egy cm-es négyzethálós beosztású lágyabb kartont (14. melléklet). Olló és cellux. „Egy olyan téglatestet kellene megalkotni minden csoportban, amelynek két lapját kiosztottam. A többi lapot nektek kell megterveznetek, kivágni és azokból összeragasztani a téglatestet.”</p> <p>A tanító engedi a próbálkozást. A tévedésből jobban megtanulják a gyerekek, mint bármilyen ügyesen irányított beszélgetésből, hogy miképpen határozza meg a két lap nem illeszkedő oldala a harmadik, mindkettőjükhez illeszkedő téglalap méreteit.</p>	<p>Csoportonként megtervezik a többi lapot: ezáltal tudatosítják, hogy a téglatestnek 6 lapja van, páronként egybevágó téglalapok, s a téglalapok illeszkedő oldalai egyenlő hosszúak, hiszen közösen alkotják a téglatest egy-egy élét. A harmadik téglalap oldalait tehát meghatározza a másik két téglalap egy-egy oldala. Ha ezt előre nem látják át, akkor esetleg próba-szerencse alapon alkotják meg a harmadik lapot, s az összeillesztés során figyelhetik meg, mit vétettek.</p>
--	--

A megalkotás után tudatosíttatja a téglatestnek a megfigyelt tulajdonságait:

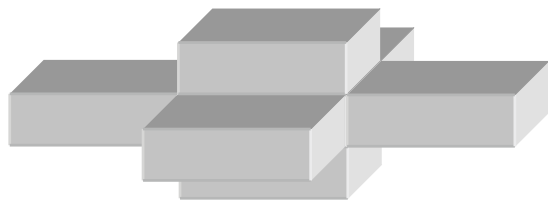
„Hány lapot kellett még megrajzolni és kivágni a kettőhöz?”

„Miféleké voltak ezek a lapok?”

„Összeragasztás után hogyan helyezkednek el egymáshoz képest az egybevágó lapok?”

„És a szomszédosak?”

„Találós kérdés következik. Van egy test, amelynek minden lapja téglalap, szemközti lapjai párhuzamosok, szomszédos lapjai merőlegesek. Miféle test lehet ez? Ha mindenki biztos benne, hogy ez csak téglatest lehet, akkor mutassa fel a tanító azt a testet, amelyet 7 egybevágó gyufásdobozból ragasztott össze:



Ellenőriztesse a három mondott tulajdonságot (lapjai téglalapok, a szemközti lapok párhuzamosak, a szomszédosak merőlegesek), és állapítsa meg, hogy mely tulajdonsága különbözik a téglatestekétől.

A téglatestnek 6 lapja van, tehát még 4 lapot kellett kivágni.

Olyanból kellett még egy-egy lapot készíteni, amilyen lapokat kaptunk, mert a téglatest szemközti lapjai egybevágók egymással.

Ezekon kívül még két, egymással egybevágó téglalapot kellett készíteni: olyant, amelynek egy-egy oldala akkora volt, mint a kapott két téglalap egymáshoz nem illeszkedő oldala. Például annak a téglatestnek, amelynek két lapja 2 cm és 3 cm oldalú, illetve 2 cm és 4 cm oldalú téglalap, a harmadik, ezektől különböző méretű lapja 3 cm és 4 cm oldalú téglalap. Ugyanis a kapott téglalapok egyenlő, 2 cm-es oldalai egymáshoz illeszkednek, a másik két oldalukhoz az új téglalap egy-egy oldalának kellett csatlakoznia.

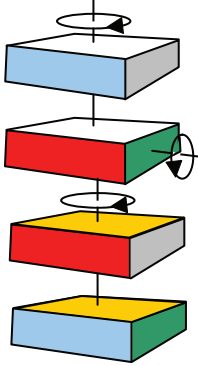
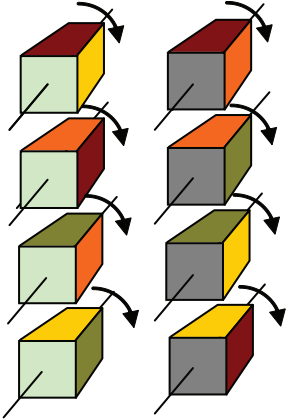
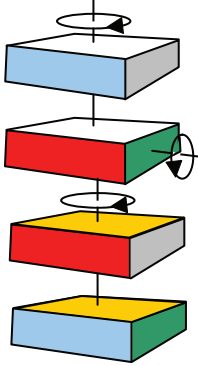
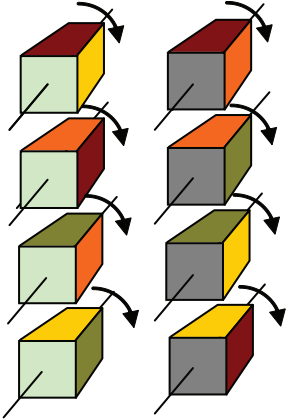
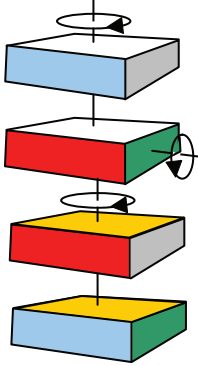
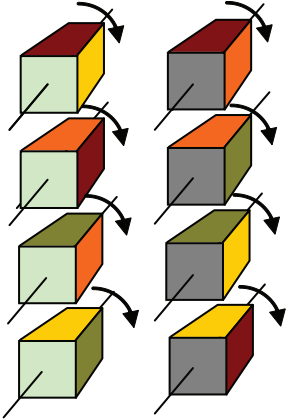
Ezek egymással párhuzamosok. (Látványként megítélve.)

Mindegyik szomszédos két lap merőleges egymásra. (Igazolásként elővehetik a derékszögmérőt, és a téglatest csúcsaihoz illesztve mutatják; de ez sem tudományos igényű igazolás még, inkább szemléletes kép.)

Bizonyára mindenki azt hiszi, hogy ez csak téglatest lehet.

Ennek a testnek nem 6 lapja van (hanem 30), és sok lap-pár „kifelé” zár be derékszöveget, nem befelé (azaz némelyik belső szöge 3 derékszög nagyságú).

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>17. Téglatestek alkotása adott lapokból válogatva a megfelelőket; az összes lehetséges téglatest megalkotása</p> <p><i>Szervezés:</i> 3×3-as, 3×4-es, 3×6-os, 4×6-os, 6×6-os, 4×4-es téglalapokat (15. melléklet) oszt ki a csoportoknak; cellux</p> <p>„Most csak téglatesteket alkotunk. Ezek a lapok állnak rendelkezésükre. Miféleképpen lehet készíteni belőlük? Lássatok hozzá, kíváncsi vagyok, hogy hányféleképpen tudtok készíteni!”</p> <p>Munka közben ellenőriz és segít. Ismét kerüljön szóba, hogy a kocka is téglatest, és olyan téglatestek is lehetnek, amelyeknek 2 lapjuk négyzet.</p> <p>Ellenőrzés szóbeli ismertetésekkel. (Milyenek készülhettek, lehet-e még másféleképpen alkotni?)</p> <p>„Hány négyzetlapja lehet egy téglatestnek?”</p> <p><i>Közlés:</i> „Ezt négyzet alapú hasábnak is nevezhetjük.”</p> <p>„Milyen ennek a másik két lapja?”</p> <p>„Gyűjtsük össze, hogy mi mindent tudunk már a téglatestről! Amit valaki állít, azt be is kell mutatnia!”</p> <p>A már szóba került tulajdonságok megnevezését önálló tennivalónak hagyja. A csúcsok számára, az élek nagyságára, számára, kölcsönös helyzetére esetleg kérdéssel irányítja a figyelmet.</p> <p>„Vizsgáljátok meg valamelyik téglatestet, hogy egy kiválasztott helyre letehető-e többféleképpen úgy, hogy a különféle helyzeteket ne lehessen megkülönböztetni!” – Bemutatja pl. a 12. mellékletből megalkotott négyzet alapú gúlát, amelyet előbb az írásvetítőre helyezve körülrajzolt, hogy ezt 4-féle helyzetében látjuk ugyanúgy (mindig derékszöggel elforgatva, visszahelyezve a rajzolt négyzetre).</p>	<p>A munkát megszervezik: vagy előre megbeszélik, hogy melyik pár mely lapokból alkot, vagy folyamatosan ellenőrzik, nehogy egyformák jöjjenek létre. (3-féle méretű kocka készülhet.</p> <p>6-féle olyan téglatest, amelynek 2 lapja négyzet. Ezeknek a másik négy lapjuk egybevágó téglalap: 3×4-es, 3×6-os, illetve 4×6-os.</p> <p>Egyetlen olyan téglatest lesz, amelynek 3 lap-párja különbözik: 3×4-es, 3×6-os, és 4×6-os.)</p> <p>A munka befejeztével csoportról csoportra haladva ismertetnek 1-1 téglatestet; s ha a többi csoportban is készült ilyen, azt félreteszik.</p> <p>Lehet, hogy mind a 6 lapja négyzet, akkor ez a téglatest kocka.</p> <p>Lehet 2.</p> <p>Lehet 4...?</p> <p>Ja, akkor azok is négyzetek, tehát pontosan 4 nem lehet, csak 2, vagy 6.</p> <p>Egy-egy tanuló megnevezi a téglatest egy-egy tulajdonságát, és bemutatja a kezébe vett téglatesten. (Lapok száma, alakja, kölcsönös elhelyezkedése; fajtái a lapok alakja szerint; esetleg megállapítja a csúcsok számát: fent 4, lent 4, összesen 8.) Megmutatja az egymással párhuzamos 4-4 élt, megállapítva ezek egyenlőségét. Megmutatja az egy csúcsba futó három élt, amelyek merőlegesek egymásra. Szóba kerülhet az is, hogy azoknak a téglatesteknek, amelyeknek van négyzetlapjuk, hány egyenlő hosszú élük van.</p> <p>Megvizsgálják a téglatestet, hogy elforgatva hányféle helyzete megkülönböztethetetlen.</p>

<p>Házi feladat: Vegyetek magatok elé otthon egy téglatestet, és a füzetbe írjátok le azokat a tulajdonságokat, amelyek mindenféle téglatestre igazak: akár van négyzetlapjuk, akár nincs.</p>	<table border="1"> <tr> <td data-bbox="1133 150 1447 392"> <p>Az a téglatest, amelynek nincs négyzetlapja, 4-féle helyzetében állhat ugyanúgy előttünk:</p> </td> <td data-bbox="1456 150 1760 392"> <p>Amelynek 2 négyzetlapja van, az 8-féleképpen állítható ugyanarra a helyre:</p> </td> <td data-bbox="1769 150 2056 392"> <p>A kocka mindegyik lapjára 4-féleképpen helyezhető el ugyanarra a helyre, azaz összesen 24 egymástól megkülönböztethetetlen helyzete van:</p> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="1133 399 1447 836">  </td> <td data-bbox="1456 399 1760 836">  </td> <td data-bbox="1769 399 2056 836"> <p>A kocka ugyanúgy 4-4-féle helyzetbe forgatható mindhárom szemközti négyzetlap-pár közepén átfúródó tengely körül, mint a 2 négyzetlappal rendelkező téglatest. Akkor is, amikor az egyik lap van elől, akkor is, amikor a vele szemközti fordítjuk magunk felé.</p> </td> </tr> </table>	<p>Az a téglatest, amelynek nincs négyzetlapja, 4-féle helyzetében állhat ugyanúgy előttünk:</p>	<p>Amelynek 2 négyzetlapja van, az 8-féleképpen állítható ugyanarra a helyre:</p>	<p>A kocka mindegyik lapjára 4-féleképpen helyezhető el ugyanarra a helyre, azaz összesen 24 egymástól megkülönböztethetetlen helyzete van:</p>			<p>A kocka ugyanúgy 4-4-féle helyzetbe forgatható mindhárom szemközti négyzetlap-pár közepén átfúródó tengely körül, mint a 2 négyzetlappal rendelkező téglatest. Akkor is, amikor az egyik lap van elől, akkor is, amikor a vele szemközti fordítjuk magunk felé.</p>
<p>Az a téglatest, amelynek nincs négyzetlapja, 4-féle helyzetében állhat ugyanúgy előttünk:</p>	<p>Amelynek 2 négyzetlapja van, az 8-féleképpen állítható ugyanarra a helyre:</p>	<p>A kocka mindegyik lapjára 4-féleképpen helyezhető el ugyanarra a helyre, azaz összesen 24 egymástól megkülönböztethetetlen helyzete van:</p>					
		<p>A kocka ugyanúgy 4-4-féle helyzetbe forgatható mindhárom szemközti négyzetlap-pár közepén átfúródó tengely körül, mint a 2 négyzetlappal rendelkező téglatest. Akkor is, amikor az egyik lap van elől, akkor is, amikor a vele szemközti fordítjuk magunk felé.</p>					
<p>18. Tört számokat képviselő mennyiségek (területek) összehasonlítása: különféle egységek azonos törtrésze. Játék az elkészített memória-kártyákkal (9/a és b melléklet) Az eredeti szabállyal, vagy úgy, hogy azok a törtszámok alkotnak párt, amelyek 1 egészre egészítik ki egymást.</p>							

6. óra

<p>19. Síklapokból megalkotott testek testhálóinak kiterítése; testhálóból a test újra-alkotása. A téglatest, kocka testhálói.</p> <p>Először a házi feladatokat kéri számon.</p> <p>A Tangrammal kirakott mintákról is kéri a beszámolót; ezeket értékeli.</p>	<p>Egy-egy felszólított gyerek felolvassa, amit a téglatestekről leírt. A többiek javíthatják és kiegészíthetik, majd értékelik társuk otthoni munkáját (a rendezettséget, esztétikai megjelenítést is).</p> <p>A gyerekek egyénileg bemutatathatják, ha sikerült valamelyik mintát kirakniuk a Tangram lapjaival a 2. feladatlapon.</p>
--	--

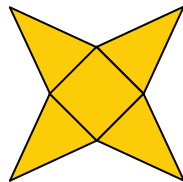
Szervezés: Előkészítetteti a csoportokkal azokat a testeket, amelyeket az elmúlt órákon síklapokból alkottak, valamint a két-két, különböző színű fonalkarikát. Ollót és celluxot osztat.

„Sokféle testet alkottatok az elmúlt órákon. Nézzétek meg újra őket, és a két szalagkarika segítségével fejezzétek ki ezeknek a testeknek két tulajdonságát!”

Munka közben ellenőriz; szükség szerint rákérdez a választott tulajdonságra. „Forgás!” – A szomszéd csoport válogatását kell megfejteni, és jellemezni az azonos részbe kerülő testeket.

Egy testen (12. melléklet) bemutatja, hogy miképpen tudja szétnyitni a lapokat úgy, hogy síkba kiteríthető legyen, de ne essenek szét a lapok. Bemutatja, hogy ez a testnek a **testhálója**.

„Amikor testet akarunk alkotni síklapjaiból, ügyes dolog nem külön-külön vágni ki a lapokat, hanem a testhálóját tervezni meg. Így néhány illesztést és ragasztást megtakaríthatunk magunknak. Itt pl. csak 4 ragasztásra volna szükség, és ezt a négyet megtakarítottam” – mutatja a négyzetet határoló szakaszokat.



Mindenki válasszon magának egyet a testek közül, és nyissa szét annyi helyen, hogy kiteríthesse síkba, de a lapok ne essenek széjjel! Ha sikerült, rajzoljátok le a füzetetekbe, és jelöljétek rajta a test lapjait!

Figyeljétek meg, hogy mely síklap-oldalak illeszkednek újra egymáshoz, amikor visszaállítjátok a testet!

Egy-egy téglatestet vegyetek kézbe, és próbáljátok többféleképpen szétnyitni! Figyeljétek egymás munkáját, és úgy ügyeskedjétek, hogy más módon nyíljon szét: ne ugyanazokat az éleket válasszátok el egymástól!

Értelmezik, hogy miképpen fejezhetik ki a testek tulajdonságait a szalagkarikák felhasználásával:

„Valamilyeneket a piros karikába válogatunk, a nem ilyeneket kívül hagyjuk. Valamilyen tulajdonságú testeket a kék karikába teszünk, ami nem ilyen, azt a kék karikán kívül.”

Elvégzik a testek halmazokba válogatását.

Amikor elhelyezték az összes testet, akkor minden csoport a szomszédos csoport válogatását értelmezi; megnevezve a felismert két tulajdonságot, és jellemezve az azonos részbe került testeket közös tulajdonság-párjukkal.

Pl. a pirosba tették az összes téglatestet, a kékbe, amelynek van téglalap alakú lapja. A kék karikába ez esetben beletehették a pirosat. A piros karikán kívül a kékbe kerülhettek a nem téglalap alapú hasábok, a kék karikán kívül pl. a csak háromszögekből épülő testeket, vagy az olyan gúlákat, amelynek alaplapja sem téglalap.

Megfigyelik a bemutatott testhálót.

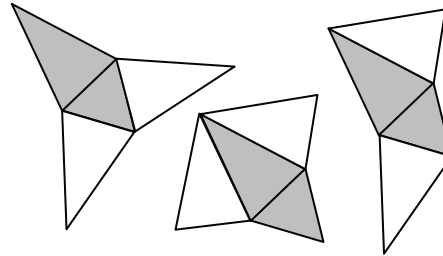
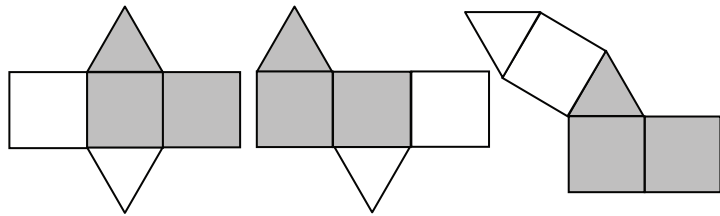
Egy-egy testet szétnyitnak testhálónak. Körülrajzolják a füzetükbe, bejelölik a test lapjait.

Újra összehajtogatják testté, közben megfigyelve, mely szakaszok illeszkednek újra egymáshoz. Megfigyelik a csoportban készült többi testhálót is, ezeket is megpróbálják újra testté összehajtogatni.

A téglatesteket megpróbálják többféleképpen szétteríteni. Így tapasztalatot szerezhetnek arról, hogy sokféle testhálója lehet a téglatestnek.

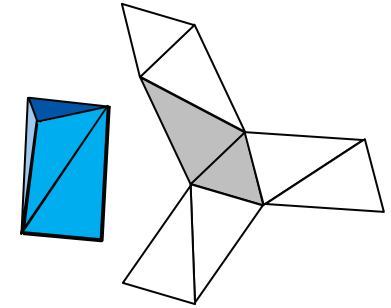
<p>Ezen a testhálón is figyeljétek meg, hogy mely szakaszok illeszkednek egymáshoz, amikor újra visszaállítjátok a téglatestet! Keressétek meg a kinyitott testhálón, hogy mely lapok kerülnek majd egymással szembe!”</p> <p>A 4. feladatlap (16. melléklet) A jelű testhálóját megvizsgálhatja. Ezen értelmezik a teendőket.</p> <p>A másik három ábra elemzését házi feladatnak hagyja.</p>	<p>Keresik az egymással szembekerülő lapokat, miközben újra és újra visszahajtogatják a testet.</p> <p>Megfigyelik – esetleg a kezükben levő, hasonló elrendezésű testháló felhasználásával –, hogy ez valóban lehet téglatest hálója. Megjelölik azonos jellel a két-két egybevágó téglalapot, amelyek majd egymással szembe kerülnek. A közös élt alkotó szakaszokat átrajzolják azonos színnel.</p>
<p>20. Testhálók hiányzó részeinek keresése; testháló-tervezés. <i>Szervezés:</i> A csoportoknak kiadja a 17. melléklet hiányos testhálóit, és továbbra is biztosítja a síklapokat (11. melléklet). „Ezeken a rajzokon egy-egy testhálót kezdtek megalkotni. Próbáljátok meg kiegészíteni őket, hogy testet lehessen belőlük összeállítani. Azért van mindegyik rajzból kettő, hogy ha tudtok, kétféle testhálót készíthettek ugyanahhoz a testhez!”</p>	<p>A rajzokon látható síkidomokkal egybevágó lapokat megkeresik a kivágottak között, és ezek felhasználásával megalkotják az elképzelt testet. Ezt kiterítve – esetleg kétféleképpen – rajzolják meg a testháló többi lapját. Előfordulhat, hogy a jobb térlátással rendelkező tanulók a megalkotás nélkül is ki tudják egészíteni a testhálókat, de helyes, ha utólag, ellenőrzésképpen ők is összehajtogatják az elképzelt testet a lapokból összeragasztott testhálóból.</p>

Megoldások lehetnek pl.:



Nem valószínű, de előfordulhat, hogy összetettebb testet képzelnek és alkotnak. Pl. ilyen testhálóból:

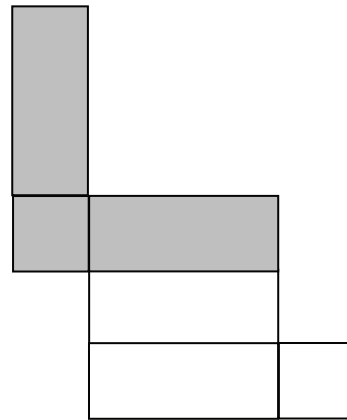
ilyen testet:



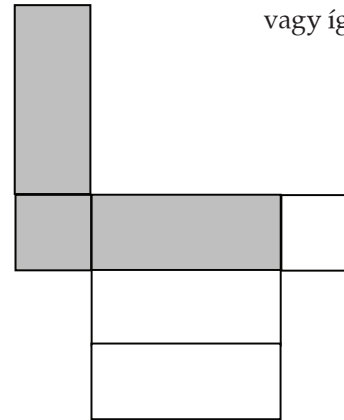
Az első hálót csak balra és lefelé lehet továbbfejleszteni így:



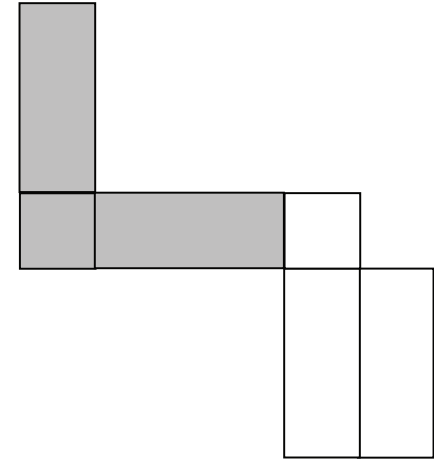
A másikat pedig jobbra és le: így



vagy így:



vagy így:



A gyerekek munkáinak ellenőrzését menet közben, velük együtt végzi, miközben a lapokból lemásolt testhálókat testekké állítják össze.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>21. A téglatest térfogatának mérése a vele egybevágó test megalkotása egység-térfogatú kockákból</p> <p><i>Szervezés:</i> A színesrúd-készletek, és a 8. modulban használt téglatestek előkészítése (ez utóbbiakból csoportonként elég 1-1 darab). 8-10 különféle anyagokból készült különféle méretű és alakú téglatest. (Dobozok, különféle tömegű tartalmakkal, tömör és üreges műanyag téglatestek, amelyeknek élhossza jó közelítésben egész centiméteres.)</p> <p>„Sok mindent tudtok már a téglatestekről, de még nem foglalkoztunk a nagyságukkal. Hogyan hasonlíthatnánk össze két téglatest nagyságát, ha az alakjuk különböző? (Persze könnyű látni két kockáról, vagy két szintén hasonló téglatról, hogy melyik a nagyobb, hiszen akkor mindegyik mérete nagyobb!)”</p> <p>Bemutat 2-2 téglatestet, amelyekről nehéz látni, melyik a kisebb, melyik a nagyobb.</p> <p>Ha a tömegeik alapján akarnak dönteni a gyerekek, akkor érdemes egy láthatóan kisebb, de nehéz (pl. fémpénzzel telerakott) dobozt és egy nagyobb ürest összemérni, hogy meggyőzzük őket tévedésükről. (Fém-testet és fa-testet, radírgumit és üres papírdobozt...)</p> <p>Ha a gyerekek nem hozzák az ötletet, akkor ajánljuk fel, hogy a színesrúd-készlet fehér kiskockáival másolják le a testeket, és azt számlálják meg, hány kockát használtak hozzájuk.</p> <p>„Vegyetek elő egy-egy barna, zöld, narancssárga és egy sötétkék színes rudat, és tegyétek magatok elé a (8. modulból) kiosztott műanyag téglatestek egy-egy darabját! Állítsátok sorba őket, hogy becslés szerint melyik a legkisebb, melyik nagyobb... és melyik lehet a legnagyobb!”</p> <p>„Építsetek meg azokat csupa kis kockából, amelyekről még nem tudjuk, hány kockából alkotható meg!”</p> <p><i>Közlés:</i> „Az egész test nagyságát mértük most alakjuktól, tömegüktől függetlenül. Aszerint hasonlítottuk össze őket, hogy a térből mekkora részt foglalnak el. Ezt a most mért mennyiséget a test térfogatának nevezzük.”</p> <p>Felmutat 2-3 testet, amelynek a térfogatát megmérték, és megkérdezi, mekkora ennek a téglatestnek a térfogata, ha egységnek a fehér kiskocka térfogatát választottuk.</p>	<p>Különféle ötleteik lehetnek. Pl. az, hogy mérlegre tegyék őket, s amelyik a nehezebb, az a nagyobb.</p> <p>Megpróbálhatnak dönteni csak alapterületük vagy csak magasságuk alapján; vitassák meg példák és ellenpéldák bemutatásával.</p> <p>Becslés szerint sorbarendezi a testeket.</p> <p>Megépítik az egyes darabokat, és megállapítják, hogy melyikhez hány kis kockára volt szükség.</p> <p>A $2 \times 2 \times 1$ cm-eshez 4, a $2 \times 2 \times 2$-eshez 8, a sötétkékhez 9, a narancssárga rúdhoz 10, a zöldhöz 12, a $2 \times 2 \times 4$ cm-es testhez és a barnához egyaránt 16, és a $2 \times 2 \times 8$ cm-eshez 32 kellett.</p> <p>Felsorolják a mutatott testek térfogatát: 12 egységnyi, 16 egységnyi...</p>