SZÁMOK TULAJDONSÁGAI, KÖZELÍTŐ HELYÜK A SZÁMEGYENESEN. EGYENLŐTLENSÉGEK

6. modul

KÉSZÍTETTE: C. NEMÉNYI ESZTER

MODULLEÍRÁS

A modul célja	A tízezres számkörben való tájékozottság erősítése az analógiás gondolkodás fejlesztése révén és a számtulajdonságok segítségével. Az összeadás és kivonás végzésében való gyakorlottság fokozása a 00-ra végződő négyjegyűek körében, a becslőképesség fejlesztése e műveletek eredményének előre látásában. Egyenletek és egyenlőtlenségek értelmezésének pontosítása helyzetekkel, szöveges szituációkkal.
Időkeret	6 óra
Ajánlott korosztály	9–10 évesek (4. évfolyam)
Modulkapcsolódási pontok	Tágabb környezetben: kereszttantervi **NAT szerint**: környezeti nevelés, énkép, önismeret, tanulás **Kompetenciaterület szerint:** szociális és környezeti. Szűkebb környezetben: saját programcsomagunkon belül: az 1. 2. , 4., 5., 6. és 13., 14., 18. modul; Ajánlott megelőző tevékenységek: tájékozódás a tízezres számkörben; kerekítés; műveletek 000-ra, illetve 00-ra végződő négyjegyű számok körében. Becslés kerekített értékek segítségével.
A képességfejlesztés fókuszai	Számérzet Számolás, becslés Alkotóképesség Elemzőképesség Analógiás látásmód és gondolkodás Matematikai modellek építése és használata

AJÁNLÁS

A nagyobb számok körében való tájékozottság alapja lesz a jó számolási készségeknek. Ha a számok nagyságáról, egymáshoz való viszonyáról szemléletes képük van a gyerekeknek (nagyjából arányosan el tudják helyezni őket a különféle beosztású számegyeneseken, ismerik ezres, százas szomszédjaikat, kerekített értéküket), ez fontos támasz számukra egy művelet eredményének becsléséhez, megítéléséhez. A számérzet fejlesztéséhez járul hozzá a 00-ra végződő négyjegyű számokkal végzendő összeadás, kivonás gyakorlása, melyben jó technikai tudásig szeretnénk eljuttatni a gyerekeket. Távlatibb célunk, hogy számolásaikért, problémák megoldásáért felelősséget tudjanak vállalni. Érdemes ezért viszonylag hosszú időt és sok figyelmet fordítani a témára.

A számok tulajdonságairól gyűjtögetett tapasztalatok másfelől alapját képezhetik egy gondolkodásmód formálásának. Általában a fogalmak, tulajdonságok egymáshoz való viszonyát segítik megérteni a fogalmak, tulajdonságok alá tartozó dolgok (itt számok) halmazokba válogatása, a halmazok egyes részeinek tudatos jellemzése.

- Két halmaz lehet egymástól idegen: ez azt jelenti, hogy az elemek sohasem tartoznak egyszerre mindkettőjükhöz. A két halmazt meghatározó tulajdonságok nem lehetnek ugyanarra a dologra (elemre) igazak. (Pl. ha a két tulajdonság ilyen: „ezres szomszédai a 3000 és a 4000” és „számjegyeinek összege 40-nél nagyobb” – akkor nincs olyan szám, amely egyszerre teljesítené mindkettőt; nincs közös eleme a két tulajdonság által megadott halmazoknak.)
- Az előbbi viszonynak speciális esete, ha a két halmaz „egymást kiegészíti”: azaz bármely elem hozzátartozik valamelyikhez, de csak az egyikhez. Az őket meghatározó tulajdonságok egymás tagadásai. (Pl. 5000-nél kisebb – 5000-nél nem kisebb.) Ennek a viszonynak az alapos megértéséig minden tanulót szükséges eljuttatni!
- Lehet az egyik halmaz része a másiknak: tehát ha egy elem benne van a „belső” halmazban, akkor egyszerre a másikban is. A „belső” halmazt meghatározó tulajdonság teljesülése magával hozza a másik tulajdonság teljesülését is. (Pl. minden számra, amelynek százasokra kerekített értéke 5700, egyúttal igaz az is, hogy ezresekre kerekített értéke 6000.) Fogalmakra vonatkoztatva ezt a viszonyt, azt mondjuk, hogy alá- és fölérendeltségi viszonyban vannak egymással.
- (E kapcsolat speciális esete: amikor a két halmaz egybeesik; ezzel most nem foglalkozunk.)
- Lehet, hogy a két halmaznak van közös eleme, de van elemük a másiktól idegen részben is. (Pl. az egyik a „3000-nél nagyobb” tulajdonságot képviseli, a másik a „6200-nál kisebb” tulajdonságot.)

A gondolkodás segítőjeként foglalkozunk számok halmazokba válogatásával (anélkül, hogy halmazokkal kapcsolatos szakszavakat emlegetnénk). A gondolkodásmód tudatosabbá tétele érdekében „hibás ábrákat” is elemzünk, olyanokat, amelyekben bizonyos számokat sehogy sem lehet jól elhelyezni: valamelyik tulajdonság szerint mindig helytelen lenne a döntés.

TÁMOGATÓRENDSZER

C. Neményi Eszter: *A természetes szám fogalmának alakítása;* Tantárgypedagógiai füzetek; ELTE TÓFK
C. Neményi Eszter–R. Szendrei Julianna: *A számolás tanítása; Szöveges feladatok,* Tantárgypedagógiai füzetek; ELTE TÓFK

ÉRTÉKELÉS

Elsősorban a számegyeneseken való tájékozottságot célszerű értékelnünk; az ezres, százas, tízes szomszédok, az ezresekre, százasokra, tízesekre kerekített értékek meghatározását, és az összegek, különbségek kerekített értékekkel számított becslését. A többi, újabbnak számítható ismeret terén legyünk még türelmesebbek. (Ilyenek a más módszerekkel való közelítések, a halmazokba sorolások, a sorozatok jellemzése és a szöveges szituációk nyitott mondatokkal való leírása.)

MODULVÁZLAT

Időterv:

1. óra I. és II. 1–5.
2. óra II. 6–12.
3. óra II. 13–19.
4. óra II. 20–24.
5. óra II. 25–29.
6. óra II. 30–34.

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	**Kiemelt készségek, képességek**	**Célcsoport / A differenciálás lehetőségei**	**Tanulásszervezés**		**Eszköz** (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag-tartalmak)
				Munkaformák	**Módszerek**	
I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése						
	Számok nagyság szerinti rendezése Kukás játék	számérzet; a számok közti tájékozódás, ítélőképesség, valószínűségi érzék	egész osztály	egyéni, frontális	játék	két csomag számjegykártya 0-tól 9-ig piros, illetve sárga alapon (1. melléklet/A) Füzet, ceruza, vonalzó
II. Az új tartalom feldolgozása						
	1. Számok jellemzése nagyságukat érintő tulajdonságokkal	szövegértés, ítélőképesség	egész osztály	frontális irányítású egyéni	válogatás, szűkítés	füzet, ceruza
A	**2. Számok elhelyezése számegyeneseken; számhalmazokban**	számérzet	egész osztály	frontális irányítású egyéni	feladatmegoldás, ellenőrzés, megbeszélés	1. feladatlap és a megfelelő fólia (2. melléklet) és „takarólapok” (3. melléklet)

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag-tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
C	**Halmazmetszetek jellemzése összetett tulajdonsággal**	ítélőképesség	fejlettebb gondolkodású tanulók			
	3. Szöveges feladatok; a műveletek megválasztása	szövegértés, modellalkotás, értelmezés	egész osztály	frontális irányítású egyéni	modellalkotás, megbeszélés	füzet, ceruza
	4. A kijelölt műveletek elvégzéséhez használható analógiák tudatosítása (csomagolt áru, mennyiségek, pénz és abakusz használata az analógiákhoz)	analógiás gondolkodás, konkretizálás, becslés, számolás	egész osztály	frontális irányítású egyéni	beszélgetés, tanulói bemutatás	csomagolt áru, mennyiségek, pénz és abakusz (2. melléklet)
	5. Hf. a műveletek elvégzése; a műveleti eredmények jelölése számegyeneseken (feladatlapon)	közelítő számolás	egész osztály	egyéni	feladatmegoldás	füzet, ceruza, zsebszámológép
	6. A házi feladatban kapott számok összehasonlítása; azonosságok és különbségek tudatosítása **A számok ezresekre kerekített értéke**	összehasonlítás, számérzet	egész osztály	frontálisan irányított egyéni	megbeszélés	füzet, ceruza, csomagolt áru, mennyiségek, pénz és abakusz
	7. Növekvő és csökkenő számsorozatok képzése 00-ra végződő négyjegyű számok között (a számnevek kimondásának és a számjelek írásának gyakorlására) százasával, kétszázasával, hatszázasával... való lépegetés	számolás, számrendszeres gondolkodás	egész osztály	közös, csoportos, egyéni	gyakorlás	számkártyák
	8. A számok ezresekre kerekített értéke **A számok százas szomszédai, ennek lejegyzése egyenlőtlenséggel, a számok százasokra kerekített értéke**	számérzet, számrendszeres gondolkodás	egész osztály	frontálisan irányított egyéni	közlés, gyakorlás	táblai rajz

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	**Kiemelt készségek, képességek**	**Célcsoport / A differenciálás lehetőségei**	**Tanulásszervezés**		**Eszköz** (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag-tartalmak)
				Munkaformák	**Módszerek**	
	9. **Számok helyiérték szerinti bontása** szemléletes tartalommal és helyiérték-táblázatban való elhelyezéssel	számrendszeres gondolkodás	egész osztály	egyéni, csoportos	gyakorlás, megbeszélés	demonstrációs játékpénz, abakusz, ezres, százas, tízes csomagok
	10. **Százasokkal növekvő és csökkenő számsorozatok képzése nem 0-ra végződő számoktól indulva** **Adott kerek ezresek, illetve kerek százasok között a számok épülésének hasonlósága**	számérzet, számolás, számrendszeres gondolkodás	egész osztály	egyéni	feladatvégzés, ellenőrzés, beszélgetés	füzet, ceruza
	11. **Számok tulajdonságai, számkapcsolatok.** **Számtulajdonságokhoz megfelelő halmazábrák keresése**	megítélés, számérzet, logikai gondolkodás	egész osztály	közös, egyéni	beszélgetés, ellenőrzés	füzet, ceruza 2. feladatlap (4. melléklet)
	12. **Házi feladat:** a halmazábrákban szereplő számok közül mindenki válasszon magának egyet titokban, és arról írjon le minél több tulajdonságot.	ítéletalkotás, számérzet	egész osztály	egyéni	alkotás	füzet, ceruza
	13. **Tulajdonságok alapján számok keresése**	megítélés, számérzet, logikai gondolkodás	egész osztály	egyéni, csoportos	alkotás	füzet
	14. **Halmazszűkítéssel számok meghatározása**; a legcélszerűbb sorrend megállapítása, fölösleges információk kiszűrése.	információértelmezés, megítélés, logikai gondolkodás	egész osztály	csoportos, közös	megbeszélés, vita, ellenőrzés	írásvetítő fólia (5. melléklet)
	15. **Számok jellemzése** (valóságtartalom, nagyság, egyéb tulajdonságok)	ítéletalkotás	egész osztály	egyéni	tanulói közlés	–

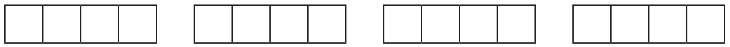
	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag-tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	16. Kerek tízesekkel növekvő és csökkenő számsorozatok képzése; sorozatok egyenletesen változó különbséggel Különbségsorozatok lejegyzése. **Adott kerek ezresek, illetve kerek százasok között a számok épülésének hasonlósága.**	összefüggéslátás, számolás, számrendszeres gondolkodás	egész osztály, öndifferenciálással	csoportos, egyéni, közös	megbeszélés, közlés, ellenőrzés	füzet, ceruza
	17. Szöveges feladatok 1 és 2 művelettel; a műveletek megválasztása; eredményük becslése százasokra kerekített értékükkel.	szövegértés, modellalkotás, értelmezés, számolás	egész osztály	frontális irányítású egyéni	modellalkotás, megbeszélés	füzet, ceruza, zsebszámológép
C	**18. A különbség és az összeg becslésének más lehetősége**	számolás, becslés	az érdeklődőbb, gyorsabban haladók	kis csoportos, közös	közlés, bemutatás	füzet, ceruza
	19. Hf.: Választott szám jellemzése	ítéletalkotás	egész osztály	egyéni	alkotás	füzet, ceruza
	20. Hf. ellenőrzése; választott számok jellemzése	ítéletalkotás, információk értelmezése	egy-egy tanuló egész osztály	egyéni, frontális	felelés, ellenőrzés	–
	21. Számtulajdonságok, kerekített értékek	szóbeli, írásbeli és ábrázolt információk értelmezése	egész osztály	egyéni	alkotás, megbeszélés, ellenőrzés	írásvetítő fólia (6. melléklet) füzet, ceruza
	22. Számok kiválasztása adott összegekhez és különbségekhez	összefüggések feltárása, számolás, becslés	egész osztály	csoportos	megbeszélés, vita, ellenőrzés	írásvetítő fólia (7. melléklet), csomagolópapír, filctollak (csoportonként)
	23. Közelítő számítás az összetevő számok célszerű változtatásával	számolás, becslés, összefüggésekben való gondolkodás	egész osztály, öndifferenciálás	csoportos, frontális	megbeszélés, bemutatás, ellenőrzés	zsebszámológépek

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	**Kiemelt készségek, képességek**	**Célcsoport / A differenciálás lehetőségei**	**Tanulásszervezés**		**Eszköz** (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag-tartalmak)
				Munkaformák	**Módszerek**	
	24. Számsorozatok folytatása, kiegészítése; hibás tag javítása; távolabbi tag „jóslása", a becslés ellenőrzése	számolás, összefüggés-felismerés, becslés	egész osztály öndifferenciálással	csoportos, egyéni	megbeszélés, ellenőrzés	zsebszámológépek, írásvetítő fólia (8. melléklet)
	25. Szöveges feladatok összeg, különbség többszörözésére; a műveletek megválasztása; közelítő érték számítása	szövegértés, értelmezés, modellalkotás, becslés, közelítő számolás	egész osztály	frontálisan irányított egyéni	feladatmegoldás, megbeszélés, ellenőrzés	3. feladatlap (9. melléklet), zsebszámológépek
	26. Számok alkotása adott tulajdonságok szerint	szövegértés, halmazalkotás, szűkítés, logikai gondolkodás	egész osztály	egyéni	feladatmegoldás, ellenőrzés	füzet, ceruza
	27. Számok elhelyezése különféle halmazábrákon; egy-egy „rossz" ábra hibájának keresése	megítélés, halmazalkotás, logikai gondolkodás	egész osztály	frontális, közös, egyéni	megbeszélés, feladatmegoldás, ellenőrzés	táblakép 3. feladatlap (9. melléklet)
	28. Egyenletek és egyenlőtlenségek értelmezése szöveges információkkal; megoldáshalmazok keresése	szövegértés, modellalkotás, modellértelmezés	egész osztály	frontálisan irányított egyéni	megbeszélés, közlés, gyakorlás	füzet, ceruza
	29. Kukás játék	számérzet, számolás, megítélés, valószínűségi érzék és gondolkodás	egész osztály	frontálisan irányított egyéni	játék	füzet, ceruza, dobókocka

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag-tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	30. Számok gyűjtése számegyeneseken való helyük szerint	számérzet, megítélés	egész osztály	csoportos	megbeszélés, vita	írásvetítő fólia (10. melléklet) 4. feladatlap (11. melléklet)
	31. Számok jellemzése rendszerezett tulajdonságok szerint	szövegalkotás, megítélés	egész osztály	csoportos, egyéni	beszámoló	4. feladatlap (11. melléklet)
	32. Számsorozatok képzése; jellemzése	összefüggéslátás, számolás	egész osztály; csoporton belüli differenciálás	csoportos	megbeszélés, önellenőrzés	írásvetítő fólia (12. melléklet)
	33. Egyenletek és egyenlőtlenségek értelmezése szöveges szituációkkal; megoldáshalmazok keresése	szövegértés, modellalkotás, szövegalkotás modellhez	egész osztály	egyéni	alkotás, ellenőrzés	füzet, ceruza, zsebszámológép
	34. Dobókockás játék összeg, különbség becslésére	számolás, becslés, valószínűségi gondolkodás, számérzet	egész osztály	közös, egyéni	alkotás, játék	dobókocka, füzet, ceruza

A FELDOLGOZÁS MENETE

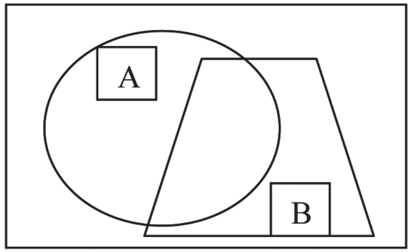
Az alábbi részletes leírás célja elsősorban egyféle minta bemutatása. Nem lehet és nem szabad kötelező jellegű előírásnak tekinteni. A pedagógus legjobb belátása szerint dönthet a részletek felhasználásáról, módosításáról vagy újabb variációk kidolgozásáról.

Számok tulajdonságai, közelítő helyük a számegyenesen. Egyenlőtlenségek	
I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése	
Tanítói tevékenység	**Tanulói tevékenység**
1. Számok nagyság szerinti rendezése *Szervezés:* két csomag számjegykártya előkészítése: a kártyák 0-tól 9-ig piros, illetve sárga alapon (1. melléklet/A) „Kukás játékot fogunk játszani. Jelöljétek ki egymás mellett négy négyjegyű szám helyét!” – Mutatja a táblán: 	Füzet, ceruza, vonalzó előkészítése.
„Ma a piros számjegyek az ezresek számát fogják jelenteni, a sárgák a százasok számát. A tízesek és egyesek száma 0 mindegyik négyjegyű számban. Két tanuló húz egyszerre a két csomag számkártyából. A négy szám valamelyikének az ezresei helyére kell beírni a piros lapon álló számot, valamelyikének a százasai helyére a másikat, de nem kell feltétlenül ugyanahhoz a négyjegyű számhoz írni mindkettőt. Ezt négyszer egymás után végezzük el. • Az első játékban mindenki nyer, akinek a négy húzás után a számai csökkenő sorrendben következnek egymás után.”	Elkészítik a rajzot, és beírhatják a 0-kat a számok utolsó két helyére. Két tanuló húz egyszerre egy piros és egy sárga számot. Mindenki beírja valamelyik négyjegyű szám ezresei helyére a „piros számot”, valamelyik szám százasai helyére a sárgát. Újabb húzások után újra kitöltenek két-két helyet, végül a negyedik húzás után az utolsó két helyet. Jelzik, hogy kinek sikerült a nagyság szerinti csökkenő sorrendet kialakítani, és a füzetük margójára jegyzik (pl. egy karikával) a nyereményüket.
Ellenőrzésként néhány tanulóval felolvastatja a négy számot a leírt sorrendben. • „A második játékban az nyer, akinek a csökkenő sorrendben következő számai elférnek egy 3000-es hosszúságú számegyenes-darabon.” Ellenőrzik a „nyertesek” számait: valóban csökkenő-e a négy szám sorrendje, és megmutattatja az ezres-beosztású számegyenesen a számok közelítő helyét, és eldöntik, hogy rajta van-e egy 3000-es hosszú szakaszon mind a négy szám. • „A harmadik menetben az nyer, akinek a növekvő sorrendben következő számai elférnek egy 2000-es hosszúságú számegyenes-darabon.”	A húzásoknak megfelelően beírják a nyolc számjegyet. Mindenki önállóan megítéli, hogy sikerült-e nyernie, aztán közös ellenőrzés következik. Jó, ha észreveszik, hogy elég csak a legkisebb és legnagyobb szám távolságát ellenőrizni. A nyertes ismét jelzi a füzetében a nyereségét. A második játéknak megfelelő menetben játszanak és ellenőriznek.

II. Az új tartalom feldolgozása	
Tanítói tevékenység	**Tanulói tevékenység**
1. Számok jellemzése nagyságukat érintő tulajdonságokkal A három játékban megalkotott számok közül néhány kiválasztása mondott információk szerint. • „Keresek olyan számot, amely 2000-nél nagyobb, de 3400-nál kisebb.” Ha több ilyen szám is szerepel a gyerekek füzetében, akkor kettőt választanak ezek közül, ezeket felíratja a táblára, és új sorba leíratja a gyerekek füzetébe is. • „Keresek olyan számot, amely 7000 és 4000 között van... (Esetleg szóba kerülhet a „között” kétféle értelme: beletartoznak-e a határszámok, vagy nem. Közölje a tanító, hogy mindkettő értelmezésre van példa, és most állapodjanak meg valamelyik döntés mellett.) közelebb van az 5000-hez, mint a 6000-hez... és több százasa van, mint ezrese.” Két ilyen számot felírat a táblára. • „Keresek olyan számot, amely nagyobb, mint 5000; a kerek ezresek közül a 8000-hez van legközelebb... (Itt az első információ már felesleges lenne, ha egyszerre adtuk volna a kettőt) számjegyeinek összege kisebb 10-nél.” Kerüljön fel mindkét szám a táblára és a füzetbe! • Keresek olyan számot, amely nagyobb, mint 3500, és kisebb, mint 4000.. • van 7-es számjegye. A hetedik számot is felíratja a táblára, leíratja a füzetbe. (A húzott számjegyeknek megfelelően esetleg érdemes módosítani az utóbbi tulajdonságot!)	A megalkotott 12 négyjegyű szám közül mindenki kiválasztja azokat, amelyek a mondott tulajdonságokkal rendelkeznek. (Előfordulhat, hogy nincs is ilyen szám, de az is, hogy több van.) Új sorba leírják a két számot a füzetbe. Itt még több számot is választhatnak a gyerekek, aztán közöttük válogatják ki a többi tulajdonság szerinti megfelelőt. Most nemcsak az 5000 és 5500 közötti számok lesznek jók, hanem az 5000-nél kisebbek is 4000-ig. Ismét előfordulhat, hogy nincs ilyen megalkotott szám. Mondjanak tehát példát rá, és írjanak fel kettőt a táblára és a füzetbe. (Ilyenek már csak a 4500, 4600, 4700, 4800, 4900.) Csak 7600-tól 8400-ig jöhetnek szóba a számok. Itt pedig csak a 8000 és 8100 felel meg a feltételnek. A négy lehetséges számot az egyetlen 3700-ra szűkíti le ez a tulajdonság.
2. Számok elhelyezése számegyeneseken; számhalmazokban *Szervezés:* Az 1. feladatlap és a megfelelő fólia (2. melléklet) előkészítése „Állítsátok nagyság szerint növekvő sorrendbe a hét számot! Keressétek meg, és jelöljétek a helyüket az 1. feladatlap mindegyik számegyenesén, ahol lehet, ott pontosan, ahol nem, ott közelítőleg!” Ellenőrzés az írásvetítő fólián való jelöltetéssel; szóbeli indoklást kérve főképpen a két közelítő elhelyezésben. (Melyik két kerek ezres között van a szám helye, közülük melyikhez közelebb?)	Az 1. feladatlap 1. feladatának önálló megoldása. A számegyeneseken lépegetve mutatják be a számok pontos, illetve közelítő helyét.

Kivetíti a 2. feladat ábráját, hogy értelmeztesse a jelöléseket:

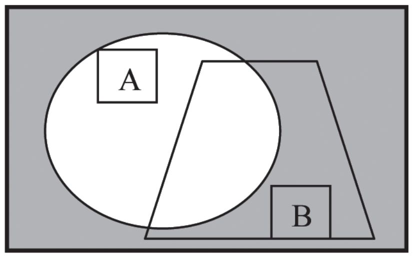
A: Több a százasa, mint az ezrese
B: 3000-nél nagyobb, de 5000-nél kisebb



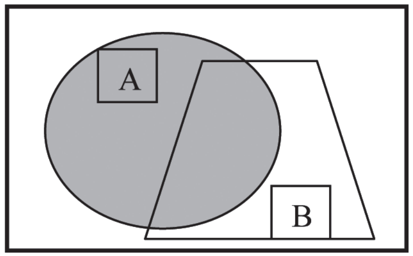
„A hét számot kell elhelyezni egy ilyen ábrán. A feladatlapon nincs elég hely a címkéhez, ezért nagybetűvel nevezték el az egyes helyeket, és külön írták fel, hogy milyen tulajdonságú számokat kell abba a részbe beleírni. A karikába milyen tulajdonságú számokat kell beletenni?

Milyen tulajdonságú számok kerülnek a karikán kívülre?
Mi lesz igaz az összes számra, amit a B-vel jelölt négyszögbe írtok?
Milyen tulajdonságú számok kerülnek a B négyszögön kívül?”

„Oldjátok meg a feladatlap 2. feladatát!”
Ellenőrzésnél az írásvetítőre felhelyezett feladatlapon beíratja a hét számot. Ezután külön-külön ellenőrzik a 3/A melléklet takarólapjai segítségével, hogy olyan tulajdonságú számok vannak-e a négy, fent felsorolt (itt fehér) részben, ahogy előbb megbeszélték.



Itt azok, ahol a második számjegy nagyobb az elsőnél,

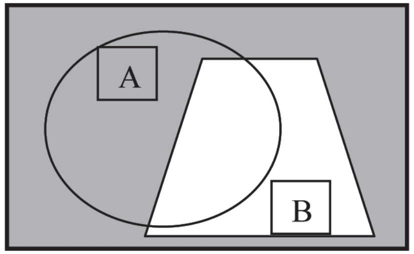
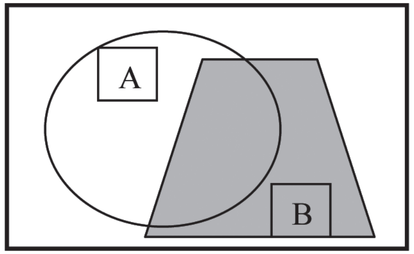


itt pedig, amelyekben a második nem nagyobb az elsőnél.

Azokat, amelyekben a százasok helyén nagyobb számjegy áll, mint az ezresek helyén.
Azok, amelyekben nem több a százas, mint az ezres. Kevesebb, vagy ugyanannyi.
Ezek csak 3000-nél nagyobb és 5000-nél kisebb számok lehetnek.
Azok a számok, amelyek 3000-nél nem nagyobbak, meg még azok, amelyek 5000-nél nem kisebbek. Pl. ide kerülhetne a 3000 is és a 6000 is. Tehát nem igaz, hogy 3000 és 5000 között vannak – a számegyenesen mutatva.

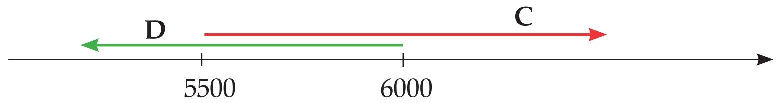
Felírják az írásvetítő fóliára a megoldást.

Ismételten megnevezik a részek számait jellemző (meghatározó) tulajdonságokat.

  Itt azok, amelyek 3000-nél nagyobbak, de 5000-nél kisebbek, itt pedig, amelyek nem nagyobbak 3000-nél, és azok, amelyek nem kisebbek 5000-nél.	
Halmazmetszetek jellemzése összetett tulajdonsággal Az egyes különálló részekbe kerülő számok összetett tulajdonságát csak a kifejezetten fejlettebb osztályokban, illetve fejlett gondolkodású tanulókkal beszéljük meg! (Itt felhasználja a 3/B melléklet takaró lapjait.)	
„Milyen tulajdonságú minden szám, ami benne van az A és a B részben is?”	3000-nél nagyobb és 5000-nél kisebb számok, amelyekben több a százas, mint az ezres.
„Mifélék azok a számok, amelyek az A részben vannak benne, de nincsenek benne a B-ben?”	Ezekben több a százas, mint az ezres, de ami ide került, az nem nagyobb 3000-nél, vagy nem kisebb 5000-nél.
„A B-be beletartozó, de A-ba nem tartozó számok?”	Ez mind olyan, hogy 3000-nél nagyobb, és 5000-nél kisebb, de nem több a százasa, mint az ezrese.
„És ami egyikbe sem tartozik bele?”	Ezek mindegyikére igaz, hogy kívül van a 3000 és 5000 közti szakaszon, és bennük nem több a százas, mint az ezres.

<table>
<tr>
<td>
A feladatlap 3. feladatának értelmezése:
„A 3. feladatban más számokat helyeztek el az ábrán. Próbáljátok meg kitalálni, hogy milyen címkék valók az egyes részekre! Arra is figyeljetek, hogy a C-be tartozó minden szám olyan tulajdonságú legyen, amit leírtok, de rajta kívül egy szám se legyen ilyen! A D-be tartozó minden számra igaz legyen, amit a címkéjére írtok, de csak benne legyen ilyen szám!”

„Keresek olyan számot, amely C-n is, D-n is kívülre való!”

Számegyenest vázol a táblára, és jelölteti, hogy hol helyezkednek el azok a számok, amelyek C jelűbe valók, hol azok, amelyek D jelűhöz tartoznak:


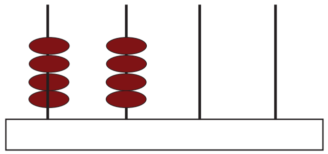
A felsorolt – és esetleg újabb – számoknak megmutattatja a közelítő helyét, és elmondatja, hogy melyik ábrarészbe tartozik.
</td>
<td>
Önállóan megfogalmazzák a két címkét,
aztán ellenőrzik egyenként a számokat, hogy megfelelő-e a leírt tulajdonság. (C jelű részbe tartozik minden szám, ami 6000-nél kisebb, D jelűbe, ami 5500-nál nagyobb.)
Próbálkoznak olyan számokkal, amit „kívülre” lehetne írni; de ki kell derülnie, hogy bármely számra igaz a két tulajdonság valamelyike – esetleg mindkettő.
</td>
</tr>
<tr>
<td>
3. Szöveges feladatok; a műveletek megválasztása
A füzetek előkészíttetése.
„Szöveges feladatokat mondok, de a számokat most betűkkel nevezem el. Például azt fogom mondani, hogy Gabinak g forintja van, Csabának c forintja. Ha azt kérdezném, hogy mennyi pénzük van összesen, ezt hogyan írhatnátok le a számok „álnevével”?”
„Válaszoljatok a következő szöveges feladatok kérdéseire!”
Szóban adja a következő szöveges feladatokat:
1. Gabinak g forintja van, Csabának c forintja. Gabi pénze több, mint Csabáé. Mennyivel több pénze van Gabinak, mint Csabának?
2. Enikő e méterre lakik az iskolától, Dóra d méterrel közelebb. Milyen messze lakik Dóra az iskolától?
3. Dóra és Enikő ugyanabban az egyenes utcában laknak, ahol az iskola van, de az iskolától ellenkező irányban kell menniük. Milyen messze laknak ők egymástól?
4. A 4. a osztály a kg papírt gyűjtött a négy év során, a 4. b osztály b kg-ot. Az egész iskolában összegyűlt papírnak éppen a felét gyűjtötte a két negyedik osztály. Mennyi gyűlt az iskolában?
5. 10 000-nél annyival kevesebb füzetet (f) vásároltak egy erdélyi testvériskola tanulóinak, amennyi a c és d összege. Mennyit?
Ellenőrzés: elmondatja a négy szöveges feladatot a leírt jelek alapján.
</td>
<td>
Valaki elmondja, hogy kettőjüknek összesen $g + c$ (g meg c) forintjuk van, és felírja a táblára, hogy $g + c$.
A gyerekek egyéni munkában írják le a műveleteket betűkkel:
$g - c$

$e - d$

$e + e - d$ vagy: $e + (e - d)$

$(a + b) \cdot 2$

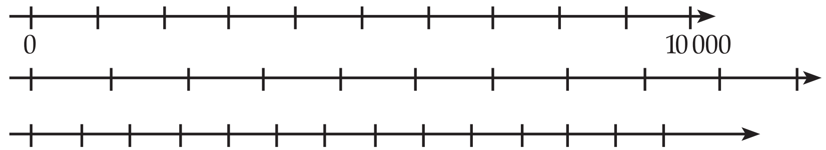
$f = 10\,000 - (c + d)$
</td>
</tr>
</table>

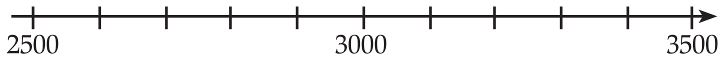
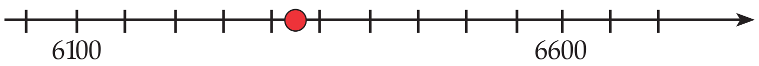
„Most elárulom, hogy a betűk azoknak a számoknak az „álnevei”, amikkel eddig is foglalkoztunk. A nagyság szerint felsorolt első öt szám sorra az *a, b, c, d és e* betűknek felelnek meg, a *g* a legnagyobb szám. Az *f*-et nektek kell meghatároznotok. Az lesz a házi feladatotok, hogy írjátok le a műveleteket számokkal, és számítsátok is ki a feladatokat!”	Egy-egy vállalkozó tanuló – a lejegyzett műveletek segítségével visszaidézi a szöveges feladatot, aztán felírja a műveletet a betűjelekkel a táblára. Mindenki ellenőrzi, hogy ugyanazt írta-e fel. Tévedés esetén megbeszélik a hibát, illetve a helyes felírást.
4. A kijelölt műveletek elvégzéséhez használható analógiák tudatosítása (csomagolt áru, mennyiségek, pénz és abakusz használata az analógiákhoz) „Mire lehet gondolni pl. akkor, ha a 8100–3700 kivonást akarjuk kiszámítani? Legyenek ezek százasával csomagolt borítékok!” Hogy gondolkodhatsz, ha a számok forintok számai?	Lehet azt gondolni, hogy 81 százas csomagból kell elvenni 37 százas csomagot. Így is lehet százforintosokban gondolkodni. Vagy ezresekben és százasokban, de akkor egy ezrest fel kell váltani százasokra. (8 ezerből elveszem a 3 ezret, marad 5 ezer, ebből 1 ezrest felváltok 10 százasra, így 11 százasból kell elvenni a 7 százast.) Lehetne az abakuszra is gondolni; – bemutatja egy tanuló, hogy hogyan veszi el előbb a 3 ezrest, az 1 százast, aztán visszahúzva a 9 százast, és elvéve az 1 ezrest még 1 százassal csökkenti a számot, végül elvesz még 5 százast.
5. Házi feladat: a műveletek elvégzése, és a műveletek eredményének jelölése az 1. feladatlap (2. melléklet) számegyenesein színessel. A négy művelet eredményét ábrázoljátok egy-egy egyszerű abakuszon! Pl. így: 	A feladat három részletének értelmezése; egy abakusz felvázolása a minta alapján.

2. óra

6. A házi feladat ellenőrzése *Szervezés:* a táblára rajzoltat 5 abakuszt, mindegyik alá egy-egy számegyenes-darabot. Az eredmények előtt felidézteti a szöveges feladatot is, hogy tudatosítsák, milyen kérdésre kapták a választ. **A kapott öt szám összehasonlíttatása**; azonosságok és különbségek tudatosítása (pénzzel, csomagolt áruval, mennyiséggel, abakusszal, számegyenesen való elhelyezéssel). Felírja a jellemzett számról azt a 3 egyenlőtlenséget, amely kifejezi, hogy mely szomszédos kerek ezresek között van a szám. Például a 4400-ról ezt: $4000 < 4400 < 5000$	Csoportokba rendeződnek; öt gyerek elkészíti a táblai rajzot. A felszólított egy-egy tanuló elismétli a szöveges feladatot, elmondja a számfeladatot, és hangosan elvégzi a műveletet. Megjelöli az eredményül kapott szám közelítő helyét egy számegyenes-darabon, és felrajzolja az abakuszra az ezresek, százasok számát. Összehasonlítás: • Nagyság szerinti sorrend; – annak bemutatása (pl. pénzzel), hogy vagy már az ezresek száma is különbözik, vagy, ha egyezik, akkor a százasok száma dönt. • Annak megállapítása, hogy az egyes számok mely szomszédos kerek ezresek között helyezkednek el (vannak-e azonos szakaszon számok, vannak-e olyanok, amelyekben az abakuszon ugyanannyi ezres szerepel?) • Vannak-e olyanok, amelyekben a százasok száma megegyezik? • Melyek vannak közelebb a kisebb ezres szomszédjukhoz, melyek a nagyobbhoz?

A számok ezresekre kerekített értéke Egyenként megállapíttatja, hogy az adott öt számnak mi az ezresekre kerekített értéke, azzal az indoklással, hogy az ezres szomszédai közül ahhoz van közelebb. Mind az öt egyenlőtlenségben aláhúzatja a közelebbi ezres szomszédot, és mellé íratja a közelítő egyenlőséget is. Pl.: $\underline{4000} < 4400 < 5000$; $4400 \approx 4000$ (Nem szabványos, csak alkalmi jelölés lehet, ha azokat a 0-kat kisebb méretben szerepeltetjük, amelyek a kerekítés mértékét jelzik. Pl. ha ki akarjuk fejezni, hogy ez a szám ezresekre kerekített értéke, ezt írhatjuk így: $4400 \approx 4000$)	
7. Növekvő és csökkenő számsorozatok képzése 00-ra végződő négyjegyű számok között (a számnevek kimondásának és a számjelek írásának gyakorlására) százasával, kétszázasával, ötszázasával… való lépegetés**.** „Az öt szám közül egy választott számtól indulva lépegessünk százasával először felfelé! Előbb az egész osztály, aztán az a csoport, akikre mutatok, végül egy-egy gyerek.” (A tempót halk koppantásokkal megadhatja, s ez menet közben fokozható is.) Egy másik, nagyobb számtól százasával csökkenő számsorozatot képeznek hasonló módon, legalább két kerek ezrest elhagyva. *Szervezés:* egy felfelé és egy lefelé mutató nagy nyilat rajzol a táblára, ↑ ↓ és előkészít három számkártyát: 200, 300, 500 „A harmadik sorozatképzés változó különbséggel történik. Mit gondoltok, hogyan folytatódik a sorozat, amikor pl. ezt a kártyát: 300 a lefelé mutató nyílhoz teszem?” – mutatja. Kijelölve az induló számot, a gyerekek képességeihez alkalmazkodó tempóban változtatja több lépés után a sorozat különbségeit.	Kiválasztanak egy számot, és előbb az egész osztály közösen sorolja a százasával növekvő számsorozat számait, aztán a tanító által jelölt csoport folytatja. Végül egyéni folytatás következik. (Pl. 4400-tól kb. 6200-ig.) A csökkenő sorozatot hasonló szervezésben folytatják. A lefelé mutató nyíl mellett a 300 azt jelenti, hogy 300-asával csökken a sorozat addig, amíg új jelet nem kapunk. Eleinte az egész osztály sorolja a számokat, aztán ismét folytathatja egy-egy csoport. Végül egy-két tanuló önállóan is lépegethet a tanító jelzései szerint.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
8. A számok ezresekre kerekített értéke *Szervezés:* három számegyenest rajzol a táblára: az első 0-tól 10 000-ig ezresével beosztva, a másik kettőn 11–14 beosztás (számok megjelölése nélkül): 	
• Az utolsóként képzett számsorozat utolsó elemének állapíttassa meg az ezres szomszédjait, és jelöltesse közelítő helyét az ezresével beosztott számegyenesen! „Hogyan írtuk le ezt a megállapításunkat?” „Mi ennek a számnak az ezresekre kerekített értéke?”	A felszólított tanuló megnevezi az utolsónak elhangzott szám ezres szomszédjait, és jelöli helyét a felső számegyenesen. Felírják a megállapítást egyenlőtlenséggel. Pl., ha a 6700 volt az utolsó szám: $6000 < 6700 < 7000$ Ezt is felírják a táblára, a füzetbe; pl.: $6700 \approx 7000$; s ha kisebb számjegyekkel jelzik a kerekítés mértékét, azt is tudatosítják, hogy a százasok száma már kerekítés eredménye.
„Keressünk még olyan számokat, amelyekre ugyanazt az egyenlőtlenséget írhatjuk fel, mint a 6700-ra: $6000 < \square < 7000$ Minden csoport gyűjtsön még ilyen számokat!” Ellenőrzés; a számegyenes megfelelő darabjának kiválasztatása.	Csoportonként írnak megfelelő számokat. Jussanak el odáig, hogy nemcsak kerek százasok, hanem teljes négyjegyűek is szerepeljenek a felsorolásban! Ellenőrzés során előbb sorolnak megfelelő számokat, aztán megállapítják, hogy 6001-től 6999-ig minden szám jó (az egészek között).
„Most olyan számokat keressetek, amelyek igazzá teszik ezt a nyitott mondatot: $\square \approx 7000$ Csoportokban beszéljétek meg, miféle számok jók!” Megbeszélés során emeljük ki, hogy a 7000-nek is 7000 az ezresekre kerekített értéke, és erősítsük meg azt a *megállapodást*, hogy a 6500-at is felfelé *szokás* kerekíteni (bár nincs közelebb a 7000-hez, mint a 6000-hez), a 7500-nak pedig már 8000 az ezresekre kerekített értéke.	Csoportokban sorolhatják a számokat, s megbeszélés után le is jegyeznek néhányat. Lehet, hogy egyes tanulók csak a 7000-nél nagyobb számokra gondolnak; derüljön ki, hogy nála kisebbek között is vannak olyanok, amelyekhez a kerek ezresek közül a 7000 a legközelebbi; soroljanak ilyeneket is! Végül hangozzék el, hogy 6500-tól 7499-ig minden számnak 7000 az ezresekre kerekített értéke.
• *Válasszunk még egy számot!* Pl. legyen ez a 3400! Szóban állapíttassa meg, hogy mik az ezres szomszédok; mely számoknak ugyanezek az ezres szomszédjai; mi az ezresekre kerekített értéke, és mely számok ezresekre kerekített értéke ugyanez. **A számok százas szomszédai, ennek lejegyzése egyenlőtlenséggel, a számok százasokra kerekített értéke.**	Az újabb számot ugyanezekkel a tulajdonságaival jellemzik.

Az utóbbi tennivaló során mondott számok közül egy teljes négyjegyű szám felírása a táblára. Pl. 3000 az ezresekre kerekített értéke a következő számnak is: **2861** A választott számhoz igazítva nevezzük el a második számegyenes két beosztását:  	
„Keressük ennek a számnak a helyét! Először azt, hogy ezen a számegyenesen mely két szomszédos beosztás között van a helye!”	Megállapítják, hogy az egyes beosztásoknál mely számok sorakoznak (2600, 2700, 2800, 2900…), és színessel jelölik a 2800 és 2900 közti intervallumot.
„Írjuk le egyenlőtlenséggel, amit megállapítottatok! – felírja diktálás alapján a táblára, leíratja a füzetbe: **2800 < 2861 < 2900**	Füzetbe írják.
„Jelöljük, hogy ezen a szakaszon kb. hol van a 2861 helye!”	Jelölik a szakasz felezőpontjától kicsit jobbra a szám közelítő helyét, kimondva, hogy a 2900-hoz van közelebb a szám.
„Mi a szám százasokra kerekített értéke? Írjuk le ezt is!” **2861 ≈ 2900**	Leírják és lediktálják: **2861 ≈ 2900**
A szám közelítő helyének megkerestetése az ezresével beosztott számegyenesen, ezresekre kerekített értékének kimondatása.	Megjelölik a szám közelítő helyét a felső számegyenesen is, mutatva, hogy a 3000-hez lényegesen közelebb van a helye, mint a 2000-hez. Ezért 3000 az ezresekre kerekített értéke.
A harmadik számegyenesen számértéket jelöl két beosztáshoz:  És kijelöl egy pontot rajta. „Melyik lehet a jelölt szám?”	Megállapítva, hogy ötvenesével lépegetünk a számegyenesen, leolvassák, hogy kb. 6325-öt jelöl a pötty.
„Csoportonként beszéljétek meg az eddig vizsgált számtulajdonságokat a 6325-ről! Megállapításaitokat jegyezzétek is le a füzetbe egyenlőtlenségekkel, közelítő egyenlőséggel.”	Csoportokban megbeszélik, hogy mik a szám ezres és százas szomszédjai, mely szomszédokhoz van közelebb a szám, mi az ezresekre és százasokra kerekített értéke. Megállapításaikat le is jegyzik a füzetbe egyenlőtlenségekkel, közelítő egyenlőséggel.

<table>
<tr><th>Tanítói tevékenység</th><th>Tanulói tevékenység</th></tr>
<tr><td>9. Számok helyiérték szerinti bontása szemléletes tartalommal és helyiérték-táblázatban való elhelyezéssel.
Szervezés: Demonstrációs játékpénz, abakusz, ezres, százas, tízes csomagok előkészítése; a tábla felső részétől egy helyiérték-táblázat felrajzolása.
„Bontsuk fel a 6325-öt helyiértékek szerint! Próbáljátok azt is elmagyarázni, hogy mit jelenthet ez a bontás!”

„Rakd ki a táblára játékpénzzel! – a helyiérték-táblázat mellé teteti.
„Gondoljunk olyan árucikkekre is, amiket csomagolva szállítanak!”

„Lehet mérőszám tartalma is a számnak.”

„Írjuk fel a számot a helyiérték-táblázatba!” – A táblára íratja a táblázatba.

<table><tr><td></td><td>TE</td><td>E</td><td>sz</td><td>t</td><td>e</td></tr><tr><td></td><td></td><td>6</td><td>3</td><td>2</td><td>5</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table></td>
<td>A 6325 6 ezres, 3 százas, 2 tízes meg 5 egyes. Például ha ennyi forintom van, ez lehet 6 db ezerforintos, 3 db százforintos, 2 tízforintos és 5 egyes.
Megjeleníti a számot pénzzel.
Például az írószer-boltban lehet kapni nyomtatópapírt ezres, százas és tízes csomagokban is. Ha 6 ezerdarabos, 3 százdarabos, 2 tízes csomag van a polcon és még 5 lap, akkor ez 6325 nyomtatópapír.
Vagy pl. egy dobozban 1000 db gemkapocs van. A másik, kisebb dobozokban csak 100. Ha 6 ezres csomagot és 3 százas csomagot veszek, aztán még kiszámolnak 2 tízes kupacot és még 5 darabot, akkor 6325 gemkapocs van előttem.
Például az autóval a 0-s kilométerkőtől indultam. Ha elhagytam a 6. kilométerkövet, aztán a 3. száz métert jelző követ, még kétszer 10 métert és még 5 métert, akkor 6325 m-t tettem meg.
Jó, ha többféle ötletet mondanak el, ahogyan a számot és annak helyiérték szerinti felbontását el tudják képzelni. Amit tudnak, képileg is bemutathatják.

A kiszólított tanuló beírja a táblázatba a számjegyeket.
A füzetbe lerajzolják a táblázatot, és beleírják a 6325-öt.</td></tr>
<tr><td>10. Százasokkal növekvő és csökkenő számsorozatok képzése nem 0-ra végződő számoktól indulva
Jól tagoltan, egyenként hozzátesz a pénzhez százforintosokat.
„A táblázatba egymás alá írjátok be az egymás után megjelenő számokat!”

Amikor a 6925-höz is hozzátesz egy százast, megáll, várva, hogy rászóljanak a gyerekek: be kellene váltani a 10 százast 1 ezresre. Ezt akkor teszi meg, amikor már elhangzott a felszólítás.
„Folytassátok még néhány számmal a sorozatot a füzetben!”</td>
<td>Figyelik a változást,
és egymás alá írják a százasával növekvő számsorozatot.
6 3 2 5
6 4 2 5
6 5 2 5
…</td></tr>
</table>

Ellenőrzésként előbb felolvastatja a sorozat számait (hogy a számnevek kimondását is gyakoroltassa a lassabban fejlődő gyerekekkel), aztán várja (ha kell, kérdezi) a megfigyelések megfogalmazását.	„Azért könnyű ez a sorozat, mert csak a százasok számát kell növelni, amíg össze nem gyűlik 10 db. A 10 százast 1 ezresre váltjuk, a százasok helyére 0 kerül, aztán újra csak a százasok számát kell egyenként növelni. A tízesek és egyesek száma nem változik, akármeddig folytatjuk a sorozatot." – fogalmazhatják meg a gyerekek.
„Nehezebb sorozatot indítok. Most is azt kérem, hogy egymás alá kerüljenek a számok, de már nem kell táblázatba írni. Kezdjétek a helyiérték-táblázat mellett, a 6325-tel egy sorban! Diktálom az első számokat: 7581, 7381, 7181…" Ellenőrzésként felolvastatja a sorozat számait, ezt a diktálásnak megfelelően fel is írja a táblára, aztán kéri a megfigyelések megfogalmazását.	Leírják egymás alá a három számot. Ha van olyan tanuló, akinek szüksége van rá, valaki kimondja, hogy 200-asával csökkenő számsorozatot képeznek, aztán folytatják egyénileg 2-3 percig (amíg mindenki legalább még 4-5 számot le tudott írni). Ismét tudatosítják, hogy a tízesek és egyesek száma nem változott. Vagy csak a százasok száma csökkent kettesével, vagy, amikor 1 százas szerepelt már a számban, akkor egy ezrest 10 százasra váltva vettek el 2 százast. Tehát 1 ezressel lett kevesebb és 9 került a százasok helyére. (Szükség szerint el is játszhatja valaki, akinek ez a lépés nehezen járható be csupán képzeletben.)
„Arra vagyok kíváncsi, hogy hogyan kellene változtatnom ezeket a számokat, ha nem 7581-től indultunk volna a 200-asával csökkenő sorozattal, hanem 8581-től!"	Megfogalmazzák,(csak szóban), hogy az utolsó három számjegyen semmit nem kellene változtatni, csak mindegyik számban 1-gyel meg kellene növelni az ezresek számát. (Más ötlet lehet, hogy semmit ne változtassanak, hanem készítsenek az első szám elé fölfelé még ötöt: 7781, 7981, 8181, 8381, 8581 – és ismét fentről lefelé lépegetve megkapták az új sorozatot.)
11. Számok tulajdonságai, számkapcsolatok. Számtulajdonságokhoz megfelelő halmazábrák keresése. „A két számsorozat számai közül válogassunk! Jelöljétek a kiválasztott számokat színessel! • Az első két szám eltérése 1000. Lehet-e már tudni, melyik számokra gondoltam? Az egyik számban 8 tízes van. Van két egyenlő számjegy mindkét számban. Felírja a táblára a két megtalált számot: 7181 6181	Több ilyen számpár lehet mindkét sorozatban (attól függően, hogy meddig folytatták); néhányat felsorolnak közülük. Akkor persze a másikban is – állapíthatják meg. A két szám a második sorozatból való. Ilyen a 7181 és a 6181 (vagy később az 5181 is).

- A következő számról elárulom, hogy a számjegyeinek összege 21; ...

Elárulom, hogy a szám öttel osztható,
…és százasainak és tízeseinek összege 10.
6825

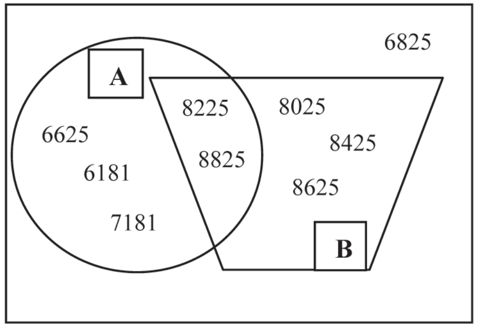
- Mely számra gondolhattam, ha elárulom, hogy csak egy páratlan alaki értékű számjegye van?

Írjátok le a 10 000-nél kisebb összes ilyen számot!"
6425, 6625, 6825, 8025, 8225, 8425, 8625, 8825
„Ezt a tíz számot kell elhelyeznetek a 2. feladatlap ábráin (4. melléklet): 7181, 6181, 6825, 6425, 6625, 6825, 8025, 8225, 8425, 8625, 8825

Kíváncsi vagyok, hogy mely ábrákon találtok jó helyet mind a tíz számnak! Arra kell ügyelnetek, hogy *minden* számot beleírjatok a megfelelő részbe, de *csak olyan tulajdonságúak* kerüljenek bele, amit a címke mond! Amelyik ábrán nincs helye minden számnak, abba egyáltalán ne írjatok számokat: az rossz ábra ehhez a feladathoz!
Azt kérem, hogy először mindenki gondolkodjon egy-egy ábráról, aztán beszéljétek meg a csoportban, hogy mi lesz a helyes megoldás! Segítsetek egymásnak a megértésben!"
Közös ellenőrzésnél döntéseik okát kéri a tanulóktól, miközben a fóliára beíratja a számokat a megfelelő részbe..

1.
A: Vannak egyenlő számjegyei
B: 8000-nél nagyobb

Itt mindegyik számnak van helye: a 8000-nél nagyobb és nem nagyobb számoknak is, azoknak, amelyekben minden számjegy különbözik, és azoknak, amelyekben vannak egyező számjegyek.



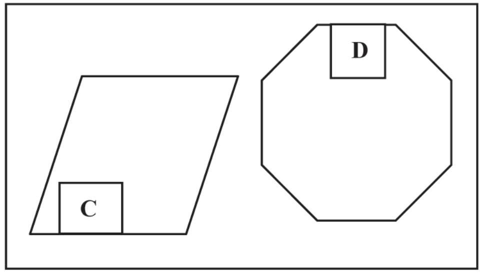
Mindkét sorozatban megfigyelik a számjegyek összegének alakulását.
Az elsőben azt tapasztalják, hogy egyesével növekszik addig, amíg át nem lépik a következő ezrest (a 6925 után 7025-re lépnek), tehát közben csak egyszer lesz a jegyek összege 21, a 6825-nél. Ha tovább folytatják a sorozatot, akkor a következő ezres intervallumokban is egy-egy ilyen tulajdonságú számot találnak: ahol az ezresek és százasok számának összege 21. Ilyen a 7725, 8625 és 9525.
A második sorozatban kettesével csökken a számjegyek összege az ezres-váltások között. Az ezresek átlépésénél ismét megnő ez az összeg. Ebben a sorozatban a 7581 és az 5781 (és később: a 3981) számjegyeinek összege 21.
Így csak az első sorozatban talált számok jöhetnek szóba.

A gondolt szám: 6825.
Minthogy az egyesek helyén mindkét sorozatban páratlan szám áll, és a második sorozat százasainak száma mindig páratlan, ezért a gondolt szám az első sorozatból való. Ilyen számok a 6425, 6625, 6825, 8025, 8225, 8425, 8625, 8825...
És 10 000 alatt nincs is több ilyen tulajdonságú szám a sorozatban.

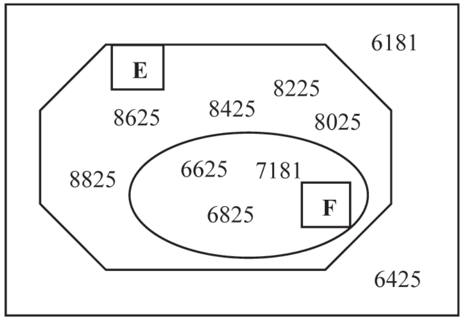
A 2. feladatlap egy-egy ábráján egyénileg megpróbálják elhelyezni a tíz számot, aztán a csoportokban megbeszélik a gondolataikat.

Lehetőleg olyan tanuló magyarázza el a megoldásukat, akinek a csoportból nehezebben megy ez a gondolkodás, de sikerült megértenie a megbeszélés során.

2.
C: Százasainak száma kisebb 5-nél
D: Ezresekre kerekített értéke 7000
Nem helyezhető el a 7181, mert ha C-be írjuk, akkor a D-n kívül kerül, és ott azok a számok vannak, amelyeknek az ezresekre kerekített értéke nem 7000.
(Mondjuk ki, hogy ez az ábra *rossz*, a többi számot sem írjuk be!)



3.
E: Ezresekre kerekített értéke nagyobb 6000-nél
F: Ezresekre kerekített értéke 7000
Itt minden számnak van helye, mert azok a számok, amelyeknek az ezresekre kerekített értéke 7000, mind beletartoznak az E részbe is. (Hiszen 7000 nagyobb 6000-nél.)



12. Házi feladat: a halmazábrákban szereplő számok közül mindenki válasszon magának egyet titokban, és arról írjon le minél több és minél érdekesebb tulajdonságot.	

3. óra

13. Tulajdonságok alapján számok keresése. 2-3 tanulót meghallgatnak a leírt számtulajdonságaikról, és a többiekkel kitaláltatja, hogy mely számot választhatta a társuk.	Csoportos munkára is készülnek. Egy-egy tanuló a saját számáról mond tulajdonságokat, a többiek megpróbálnak minél előbb ráismerni.
14. Halmazszűkítéssel számok meghatározása „Én is hoztam két számot nektek. Találjátok ki, melyek ezek! Az elsőnek sorban fogom mondani néhány tulajdonságát. Nem kell az elejétől kezdve felsorolni a lehetséges számokat, csak akkor, amikor már nem nagyon sokra igazak az elmondottak. A tulajdonságot azonban lejegyezhetitek ügyesen:	

• – Ezresekre kerekített értéke 4000. – Hogyan jegyezhetjük ezt le? Soroljatok néhány számot, amire ez igaz! Százasokra kerekített értéke nagyobb az ezresekre kerekített értékénél. Mondjatok ilyen számokat! Tudunk-e valamelyik számjegyéről valami egészen biztosat?	Szükség szerint felírhatja valaki a táblára is a tanult jeleket: $\square \approx 4000$ Sorolnak 4000-nél kisebb és nagyobb számokat is. Ismét az a jó, ha először példákat tudnak sorolni a gyerekek, mindegyiknek megállapítva és összehasonlítva az ezresekre és a százasokra kerekített értékét. Az sem baj, ha nem jót mondanak, mert a kipróbálás közben saját esetleges hibájukra is rájöhetnek. Ha a százasokra kerekített értéke nagyobb 4000-nél, akkor az eddigi számok közül csak olyanok lehetnek, amelyek százasokra kerekített értéke 4100, 4200, 4300, 4400 vagy 4500. (A legutóbbit vitathatják; példák adásával igazolhatja igazát, aki erre is gondolt; pl. 4499. 4456...) Tehát biztosan 4-es a szám első számjegye, és a százasainak a helyén nem állhat 4-nél nagyobb számjegy. (Már 5 sem, mert akkor az ezresekre kerekített értéke 5000 lenne. 0 még lehet, ha a szám legalább 4050. Ez a két utóbbi dolog azonban nem biztosan derül ki minden gyerek számára ebben a lépésben.)
– A szám benne van a 4001-től 50-esével növekvő számsorozatban. Hány szám felel meg az összes eddig elmondott tulajdonságnak? – A szám számjegyeinek összege 10.	Most már felírhatják az összes számot, amire ez is igaz: 4051, 4101, 4151, 4201, 4251, 4301, 4351, 4401, 4451 Az egyetlen jó szám a 4051. Ezresekre kerekített értéke 4000, százasokra kerekített értéke ennél nagyobb: 4100, benne van a mondott sorozatban, és számjegyeinek összege: $4+0+5+1=10$.
• A második szám tulajdonságait leírtam a fóliára. (5. melléklet) Azt kérem, hogy előbb olvassátok végig őket, hátha találtok olyat köztük, amivel érdemesebb elkezdeni a gondolkodást, mint amit elsőnek olvastok. Kíváncsi leszek a követett sorrendre!” Az 5. melléklet írásvetítő fóliájának kivetítése 1. A négyjegyű számban van három azonos számjegy. 2. $2000 < \square < 7000$ 3. $\square \approx 6000$ 4. $\square \approx 6200$ 5. Számjegyei között van páratlan szám.	Először egyénileg elolvassák az információkat, és megpróbálnak ügyes sorrendet keresni. Ezt követve megkeresik a megfelelő számot. Ezután a csoportjukban megbeszélik, hogy ki mely sorrendet követte, volt-e olyan információ a választott sorrendben, amelyet már nem is kellett figyelembe vennie, és megállapodnak abban, hogy a csoportban szerintük melyik a legügyesebb sorrend. A közös megbeszélés során meghallgatják a különféle „legjobb” utakat, vagy azt az egyet, amelyet minden csoport kiválasztott. Indokolják, hogy miért az volt a legügyesebb sorrend. Ha a 4. tulajdonsággal kezdik a gondolkodást, akkor a 2.-ra és a 3.-ra már nincs is szükség. A 4. információ alapján csak 6150-től 6249-ig kell a számokra gondolni. Ha ezután figyelembe vesszük az 1. tulajdonságot, akkor két szám jöhet szóba: a 6166 és a 6222. Közülük az 5. tulajdonság kiválasztja a 6166-ot.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
15. Számok jellemzése valóságtartalmukkal és ismert tulajdonságaikkal „Két számot határoztatok meg az előbb: a 4051-et és a 6166-ot. Jellemezzük a két számot először azzal, hogy miknek lehet ez az értéke, ha darabszám, ha Ft, ha kg, ha g, ha méter, km, cm, mm, liter, cl…!"	A két szám lehetséges valóságtartalma: Pl.: lehet bármelyik egy kis község lakóinak a száma, bár akkor valószínűleg inkább a százasokra kerekített értéküket adnák meg; lehet egy kis gazdaságban élő valamilyen állatok száma; egy vers betűinek száma, egy család könyveinek száma… Szép kiállítású könyv kerülhet ennyi Ft-ba, CD-lemezen egy operafelvétel; 1 méter szép szövet vagy más textília, egy rúd pick szalámi, egy pár gyerekcipő… 4051 kg sertéshúst eladhatnak a hentesüzletben egy hét végén; 6166 kg lehet a 6 alsó tagozatos osztály tanulóinak a tömege együtt… Aszerint gyűjthetnek sok reális adatot a számok lehetséges tartalmáról, hogy eddig mifélékről volt már szó, és otthonról, családi környezetükből milyen információkat ismernek.
Helyes arra serkenteni a gyerekeket, hogy gyűjtsenek környezetükben további információkat ilyen nagyságú számokról. A két szám nagysága, ezres, százas, tízes szomszédai, kerekített értékei, egyéb tulajdonságok szerinti összehasonlítása.	Vállalkozó gyerekek sorolnak megismert számtulajdonságokat. A 6166 kb. 2000-rel nagyobb a 4051-nél. A nagyobb szám kb. egy és félszer akkora, mint a kisebb. (Megmutathatják a számegyenesen a két szám közelítő helyét.) A 6166 nagyobb 5000-nél, a 4051 kisebb. A kettő összege kb. 10 000. Mindkettő a kisebb ezres szomszédjához van közelebb. Mindkét szám kisebb a százasokra kerekített értékénél. A 6166 tízesekre kerekített értéke 6170, a 4051 tízesekre kerekített értéke 4050; az előbbit felfelé, az utóbbit lefelé kerekítjük. Az előbbi páros, az utóbbi páratlan. Egyik sem osztható 10-zel, 5-tel, (3-mal, 6-tal… – Ez utóbbiakat pl. zsebszámológéppel végzett művelet után dönthetik el.)
16. Kerek tízesekkel növekvő és csökkenő számsorozatok képzése Hat sorozatot kezd a táblánál, egymás alá írva az egy-egy sorozat számait: 4051 6051 7251 6166 2166 3966 4061 6061 7221 6156 2266 4076 4071 6071 7191 6136 2356 4196 4081 6081 7161 6106 2436 4326	A gyerekek figyelik az alakuló sorozatokat, de még nem beszélik meg egymással, hogy mit vesznek észre bennük.

„A csoporton belül beszéljétek meg, hogy melyik sorozatnak mi lehet a szabálya, mit lehet megfigyelni a sorozat számainak alakulásában! Döntsétek el, hogy szerintetek melyek az egyszerűen folytathatók, melyek nehezebbek, s eszerint döntsetek arról, hogy ki melyiket folytassa, kinek melyik való!”

Minthogy a gyerekekre bízta a választást, helyes, ha elfogadja döntésüket. Természetesen ismeretükben helyes az önbizalomhiányos tanulókat biztatni, hátha megbirkóznak nehezebb feladattal is, a kényelmesebbeket keményebb munkára serkenteni, de a túl nehéz teendőkre vállalkozóknak érdemes esetleg több segítséget kérni, adni.
Helyes, ha a lényegesen előbbre járók kidolgozhatnak több feladatrészt is, és odafigyelnek társaik munkájára.

Érdemes engedni, hogy elég sok lépésben folytassák a gyerekek a sorozatokat; a legegyszerűbbeknél 20-25 szám is kerülhet egymás alá.
Közös ellenőrzésnél írassa fel a táblára mindegyik sorozatnak legalább további 6-7 tagját, aztán írassa színessel melléjük a különbségsorozatot is:

„Minden sorozatot egy tanuló folytasson a táblánál további 6-7 számmal!”

Jó, ha mindenkinek alakul az önismerete, de ebben segíthetik egymást a csoporttagok.

A megbeszélés során kiderülhet, hogy az első két sorozat egyaránt tízesével növekszik, és csak az első számjegyükben lesz eltérés. (Ha nagyon lassan fejlődő két tanuló van a csoportban, ügyes az első két sorozat folytatását köztük osztani meg.) Itt a tízesek helyiértékén nőnek egyesével a számjegyek a következő százasig, aztán 0-tól elölről kezdődik a növekedés. A harmadik sorozat is egyenletesen változik: 30-asával csökken. Az ezresek és az egyesek számát letakarva egyszerű hármasával csökkenő számsorozat látszik a százas és tízes helyiértékeken látható kétjegyű számok sorozatában (25, 22, 19, 16, 13, 10...).
A másik három sorozat nehezebb, ezekben nem egyenletesen lépegetünk. A 4. sorozat csökkenő: előbb 10-zel, aztán 20-szal, utána 30-cal... kisebb számra lépünk. Ezt lehet úgy is folytatni, hogy ez után is 10-zel, 20-szal, 30-cal, 10-zel, 20-szal, 30-cal... csökkentjük a számokat, meg úgy is, hogy a csökkenés mértéke folyamatosan 10-zel – 10-zel nő. Tehát a következő szám 40-nel lesz kisebb az előzőnél, aztán 50-nel csökkentjük...
Az 5. sorozat növekszik (itt az elején): előbb 100-zal, aztán 90-nel, utána 80-nal. Lehet egyre kisebb számokkal növelni a számokat (és persze akkor lesz olyan lépés, amikor 0-val növeljük, aztán 10-zel már csökkentjük... és akkor „visszafordul” a sorozat, onnan kezdve csökkenővé válik, és egyre gyorsabban csökken). Persze az is jó sorozat, ha a növekedés három tagonként újra és újra 100-zal, 90-nel, 80-nal történik.
A 6., növekvő sorozatban a különbség is nő tízesével. Előbb 110-et lépünk fölfelé, aztán 120-at, 130-at... A sorozat folytatható állandóan növekvő különbséggel, és e különbségek periodikus ismétlődésével.

Saját sorozatát írhatja egy-egy tanuló a táblára.

„Írjuk le azt is a sorozatok mellé színessel, hogy hogyan lépegettetek!”

4051	+10	6051	+10	7251	–30	6166	–10	2166	+100	3966	+110
4061	+10	6061	+10	7221	–30	6156	–20	2266	+90	4076	+120
4071	+10	6071	+10	7191	–30	6136	–30	2356	+80	4196	+130
4081	+10	6081	+10	7161	–30	6106	–40	2436	+70	4326	+140
4091	+10	6091	+10	7131	–30	6066	–50	2506	+60	4466	+150
4101	+10	6101	+10	7101	–30	6016	–60	2566	+50	4616	+160
4111	+10	6111	+10	7071	–30	5956	–70	2616	+40	4776	+170
4121	+10	6121	+10	7041	–30	5886	–80	2656	+30	4946	+180
4131	+10	6131	+10	7011	–30	5806	–90	2686	+20	5126	+190
4141	+10	6141	+10	6981	–30	5716	–100	2706	+10	5316	+200
4151	+10	6151	+10	6951	–30	5616	–110	2716	+0	5516	+210
4161	+10	6161	+10	6921	–30	5506	–120	2716	–10	5726	+220
4171		6171		6891		5386		2706		5946	

(Itt csak az egyenletesen változó különbségsorozat szerint folytatódó sorozatokat mutattuk be, de ha valaki nem eszerint lépegetett, azt is el kell fogadnunk!)

Közlés: „A piros számokkal írt sorozatot, amely az eredeti sorozat változását írja le, **a sorozat különbségsorozatának** hívjuk.
Írjátok le a ti sorozatotok különbségsorozatát is!”

Feljegyzik a saját sorozatuk különbségsorozatát.

17. Szöveges feladatok 1 és 2 művelettel; a műveletek megválasztása; eredményük becslése százasokra kerekített értékükkel.

„Ismét az adatok nélkül mondom el a következő két történetet. Betűkkel fogom helyettesíteni a számokat. Próbáljátok ügyesen leírni azokat a műveleteket, amelyekkel majd meghatározhatjátok a kérdésre adható választ!

- Egy baromfitelepen c számú kiscsirke kelt ki az első keltetéskor. 8 hetes korukban kiszállították a megrendelt j számú jércét. Hány tyúkocska maradt a telepen ezután?
- Egy másik telepen libákkal foglalkoznak. Ott az l számú libából megrendeltek r számút, de aztán ennél a múlt héten t számú libával többet szállítottak ki. Mennyi jószág maradt erre a hétre?

A gyerekek leírják a műveletet a betűkkel: $c - j$. (Még nem jeleznek vissza.)

Leírják a műveleteket, amellyel a választ kereshetik: $l - (r + t)$

Ellenőrzésként visszakérdezi a két történetet, és hozzájuk egyenként kéri a jelsorozatot, amellyel a választ akarják megkeresni.
A jelsorozat magyarázataként sorra tudatosíttatja:
– Mit jelent a c betű? – Tudatosítsuk, hogy nem a csirkéket, hanem a csirkék számát!

A csirkéket, amik kikeltek – mondhatják.

– Mit jelöltünk j-vel?

Az elszállított fiatal tyúkok, jércék (megnőtt csibék) számát.

– És mit jelent a $c - j$? (c-ből j)

A telepen maradó tyúkocskák száma.

„Most elárulom, hogy a telepen 7248 kiscsirke kelt ki; elszállítottak közülük 5752-t. Írjátok le előbb külön-külön a betűk értékét, aztán azt a műveletet, amellyel a választ majd megkereshetjük!”	Feljegyzik az adatokat: $c = 7248$ $j = 5752$ $c – j = 7246 – 5752$
Becslést kér előbb ezresekre kerekített értékekkel, aztán finomítva: százasokra kerekített értékekkel.	$7246 – 5752 \approx 7000 – 6000 = 1000$ $7246 – 5752 \approx 7200 – 5800 = 1400$
Ellenőrizteti a becsült különbséget zsebszámológéppel.	$7246 – 5752 = 1494$; megállapítják, hogy elég nagy az eltérés a pontos eredménytől még a százasokra kerekített értékekkel végzett számítás esetén is.
Felírják a táblára is a három számítást.	
Hasonlóan tudatosíttatja a másik feladat jelöléseinek értelmét:	
– Mit jelöltünk l-lel?	A telepen élő libák számát.
– Mit jelöltünk r-rel?	A megrendelt libák számát.
– Mit t-vel?	Amennyivel többet szállítottak a megrendeltnél.
– Milyen műveletsorozattal keressük a telepen maradt libák számát? (Ha hibás a felírás, akkor is érdemes azzal úgy foglalkozni, mintha elfogadnánk.)	Esetleg $l – r + t$-t írtak, amit vitathatnak mások, helyette a zárójeles $l – (r + t)$-t javasolva.
– Mit kell tudnunk ahhoz, hogy kifejezhessük a telepen maradó libák számát?	Azt, hogy mennyi volt, és azt, hogy mennyit szállítottak el.
– Ki tudjuk-e fejezni, hogy mennyit szállítottak el?	$r + t$ számút, hiszen a rendeltnél t számúval többet.
– De hát mindkét felírásban a telepen élő libák és az elszállított libák számának különbségét látjuk! Nem? – provokálja a gyerekeket, és sarkallja vitára őket.	Nem! Csak a második felírásban vesszük el a ténylegesen elszállított libák számát az összes liba számából. Az első felírásban elvesszük a megrendelt libák számát – mintha csak ennyit szállítottak volna el –, aztán visszaadjuk a t-t, mintha ennyi kisliba még kikelt volna, vagy ennyit a telepre hoztak volna még.
– És ez a két számítás nem ugyanarra az eredményre vezet? Lehet, hogy tanácstalanságot fejeznek ki a gyerekek néhányan. Ez esetben célszerű a szövegtől elszakítva, kisebb számokon tenni próbákat. – Próbáljuk ki kicsi számokon:	
Mennyi $10 – 6 + 1$, és mennyi $10 – (6 + 1)$?	$10 – 6 = 4$, és $4 + 1 = 5$; a második műveletsorban a 10-ből a 6+1-et, a 7-et vesszük el, marad 3.
Mennyi $18 – 10 + 7$, és mennyi $18 – (10 + 7)$?	A zárójeles esetben 1 marad (hiszen 17-et veszünk el), a másik esetben pedig 10-et elveszünk, marad 8, de 7-et visszaadunk, így lesz 15.

– Példánkban melyik felírás fejezi ki, hogy a rendeltnél több libát szállítanak el? – Hogyan szólhatna a történet, ha a zárójel nélküli felírás felelne a kérdésre? – Ez utóbbi feladatot is ki lehetne fejezni zárójeles felírással? – vethetjük fel érdeklődőbb gyerekeknek. Most árulom el, hogy mely számokat képviselik a számok: $l = 4377$; $r = 2620$; $t = 577$. Írjátok le számokkal is a műveletsort, amely megadja a telepen maradó libák számát! Becsléseket kér ezresekre és százasokra kerekített értékekkel. Ellenőrizteti a zsebszámológéppel.	A zárójeles. Például úgy, hogy *r* számút rendeltek, azt elszállították, aztán *t* számút kaptak, vagy ennyi kikelt a tojásokból. Lehet, hogy *t* számú nem felelt meg a megrendelőknek, és ennyit visszahoztak. Igen. Ha azt tesszük ismét zárójelbe, hogy mennyit szállítottak el, de akkor r – t kerül zárójelbe, nem r + t. Akkor l – (r – t) liba marad. Felírják a füzetükbe, aztán feldiktálják a táblára is: 4377 – (2620 + 577) 4377 – (2620 + 577) ≈ 4000 – (3000 + 1000) = 0 4377 – (2620 + 577) ≈ 4400 – (2600 + 600) = 1200 4377 – (2620 + 577) = 1180 Megállapítják, hogy az ezresekre kerekített értékekkel való számolás nagyon pontatlan eredményre vezetett, de a százasokra kerekített számok jó közelítést adtak.
18. A különbség és az összeg becslésének más lehetősége: a kisebbítendő és a kivonandó nagyjából egyenlő változtatása; a tagok ellentétes irányú, de kb. azonos mértékű változtatása. „Az első szöveges feladat kiszámításánál azt mondtátok, hogy mindkét közelítés elég pontatlan eredményre vezetett. Mit gondoltok, miért tért el ilyen nagyon még a százasokra kerekített számokkal végzett kivonás eredménye is a pontos különbségtől? – mutatja a táblán a közelítéseket és a pontos kivonást. 7246 – 5752 ≈ 7000 – 6000 = 1000 7246 – 5752 ≈ 7200 – 5800 = 1400 7246 – 5752 = 1494 Tudnánk-e úgy változtatni a számokat, hogy a kivonás eredménye ne változzon?" „Tegyük ezt! Amikor ezresekre kerekítjük az 5752-t, kapunk 6000-et. Kb. mennyivel nagyobb számra cseréltük a kivonandó számot? Növeljük meg az első számot, a kisebbítendőt is kb. 250-nel! Így végezzük el a kivonást! Mit tudunk: hogyan lehet egy összeadás eredményét változatlanul hagyni: hogyan szabad a tagokat változtatni hozzá? Aki tudja, a második számítást otthon megpróbálhatja hasonlóan közelíteni."	Azért, mert eléggé messze kerültünk a számoktól a kerekítés során: 7246 ≈ 7200 – mondtuk, és így 46-tal kisebb számra cseréltük a számot. Az 5752 helyett pedig 48-cal nagyobb számot vettünk el. Ha mindkettőt ugyanúgy változtatjuk: amiből elveszünk, és amit elveszünk. Ha pl. 100-zal nagyobb számból 100-zal nagyobb számot veszünk el. Vagy 50-nel kevesebből veszünk el 50-nel kevesebbet. Kb. 250-nel nagyobbra. Akkor 7500-ból vesszük el a 6000-et, 1500 marad. Ez tényleg nagyon közel van a pontos 1494-hez. Egyenlően, de ellenkező irányban. Ha pl. 100-zal megnöveljük az első számot, akkor 100-zal kevesebbet kell hozzáadni, így marad változatlan az összeg

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
19. Házi feladat: gondolj egy négyjegyű számra, és add meg néhány tulajdonságát úgy, hogy az alapján kitalálhassuk, hogy mire gondoltál! Esetleg ügyesen elrejthetsz felesleges információt is a fontosak között!	

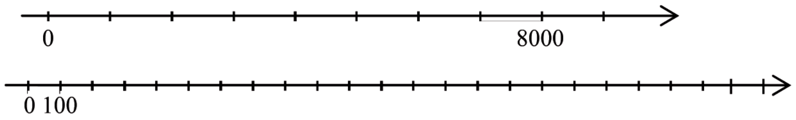
4. óra

20. Számok jellemzése valóságtartalmuk szerint, nagyságukra vonatkozó tulajdonságaikkal Öt tanuló számának kitaláltatása: „Akit felszólítok, sorolja lassan azokat a tulajdonságokat, amiket összegyűjtött a számáról, mi pedig megpróbáljuk kitalálni, mely számról szólnak.” (Összefüggő, több mondatos jellemzést vár a gondolt számról.) Értékeli a „felelők” munkáját: valóban annyi tulajdonságot gyűjtött-e, amiből ki lehet találni a számot, hozott-e érdekes tulajdonságokat, elrejtett-e olyan információt, ami már fölösleges volt korábbi közlés után. Értékeli a többiek munkáját is: kik találták meg a gondolt számot. Mondjunk el sok mindent ezekről a számokról! Először azt, hogy mit jelenthetnek, aztán összehasonlítva őket mondjunk róluk közös tulajdonságokat és az eltérőket is. (Persze főképpen olyanokat, amik még nem hangzottak el.)	A felszólított öt tanuló „feladja” társainak a saját számát kitalálásra. Felsorolja azokat a tulajdonságokat, amiket összegyűjtött róla, és amelyeket elegendőnek gondolt ahhoz, hogy egyértelmű legyen, mely számot választotta. Mindenki feljegyzi az öt kitalált számot. A számok valóságtartalma szólhat darabszámként és mérőszámként a gyerekek környezetében gyűjtött adatokról és megismert statisztikai adatokról. Összehasonlítás során beszélhetnek a nagyságukat jellemző tulajdonságokról. (Mely kerek ezres szakaszokon, mely kerek százas szakaszokon vannak, milyen távol vannak az 5000-től, 10 000-től, melyek összege kb. 10 000, melyik kb. hányszorosa egy másiknak, mik a kerekített értékeik, hol helyezkednek el a 0 – 10 000-es számegyenes-darabon…) Szólhatnak oszthatósággal kapcsolatos tulajdonságokról (párosság, 10-zel, 5-tel, 3-mal való oszthatóság…). De beszélhetnek formai tulajdonságokról is (pl. számjegyeik száma; egyező számjegyek száma; van-e adott számjegyük…).
21. Számtulajdonságok, kerekített értékek „Én három számra gondoltam. Az elsőről szavakban adok információkat, a másodikat írás alapján kell kitalálni, a harmadikat ábra alapján. • – Az első szám ezresekre kerekített értéke 9000. – Százasokra és tízesekre kerekített értéke megegyezik. – Kérek olyan számot, amelyre igaz ez a tulajdonság! (Az első tulajdonsággal most ne törődjetek!) – Rajta van a 8600-tól 8700-ig tartó számegyenes-darabon. – Írjátok le az összes számot, amely még szóba jöhet! – A szám páratlan és 5-tel osztható.	Feljegyezhetik a füzetükbe: $\boxed{} \approx 9000$ Ilyen pl. a 2501, mert százasokra és tízesekre kerekített értéke egyaránt 2500. Ilyen a 7397 is, mert mindkét kerekített értéke 7400. Már csak a 8600, 8601, 8602, 8603, 8604, 8695, 8696, 8697, 8698, 8699 és 8700 számok egyike lehet a gondolt szám. Közülük csak a 8695-re igaz ez az összetett tulajdonság is. – Kijelölik a füzetükben, és ellenőrzik a mondott tulajdonságok teljesülését.

Felíratja a táblára a 8695-öt.

- A második számot a 6. melléklet a) részén (írásvetítő fólia) leírt tulajdonságok szerint lehet megtalálni.

A gyerekek önálló munkája közben két számegyenes-darabot rajzol a táblára:

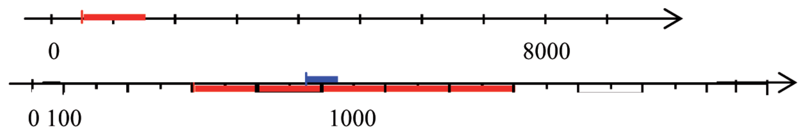


Önállóan keresik a számot. Ügyes sorrend lehet, ha először azt veszik figyelembe, hogy a százasokra kerekített érték 900, hiszen akkor az első információ feleslegessé válik. A másodiknak sorolt tulajdonság szerint a szám utolsó számjegye 0. A 4. tulajdonság szerint az első két számjegy összege 15, ami a 850 és 940 közötti 0-ra végződő számok közül már csak a 870-re teljesül.

Ellenőrzés során egyenként meggondoltatja a tulajdonságokat, és a két, kerekített értékre vonatkozó tulajdonság értelmét a két számegyenes-darab megfelelő szakaszának jelölésével értelmezteti:

„Mit jelent, hogy a szám ezresekre kerekített értéke 1000? Mutassátok meg a két számegyenesen!

Ezresekre kerekített értéke 1000, ez azt jelenti, hogy a pirossal jelölt szakaszon található a két számegyenesen:



Mit jelent, hogy a százasokra kerekített értéke 900?

Az pedig, hogy százasokra kerekített értéke 900, azt jelenti, hogy a 850 és 950 közötti szakaszon van a helye (a 850 még lehet, a 950 már nem, ennél kisebb a szám). Ezt jelölik kék szakasszal már csak az alsó számegyenesen.

Hogyan mutatja meg a rajz, hogy ha tudjuk a számról, mi a százasokra kerekített értéke, akkor már az ezresekre kerekített értékét is tudjuk?”

Számpéldákat kér ez utóbbi megállapítás megerősítésére.

870

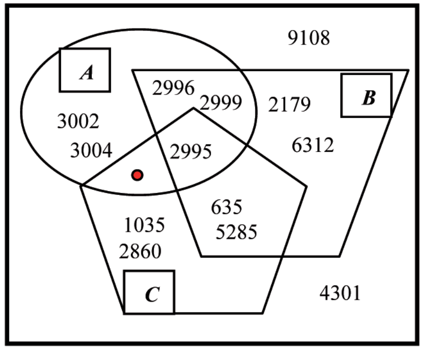
Azt is értelmezhetik a kék szakasz bejelölése után, hogy ha a szám százasokra kerekített értéke 900, akkor az ezresekre kerekített értéke csak 1000 lehet, hiszen a kék szakasz a piros belsejében van.

Pl. a 869 százasokra kerekített értéke 900, ezresekre kerekített értéke 1000. A 945 a százas szomszédai közül a 900-hoz, ezres szomszédai közül az 1000-hez van közelebb…

- A harmadik számot a 6. melléklet b) részén található ábra határozza meg. Az ábra értelmezését közösen végzik.

Megállapítják, hogy az *A* részbe kell elhelyezni minden olyan számot, amelynek tízesekre kerekített értéke 3000. A piros pöttyel jelölt szám tehát a 2995-től 3004-ig felsorolható számok egyike.

A *B* részbe kell tenni minden olyan számot, amelynek a számjegyei között nincs 0. A piros pöttyel jelölt szám nincs benne a *B* részben, tehát ez nem ilyen.

„Ha nem ilyen, akkor mit állapíthatunk meg róla? Milyen számok kerülnek a *C* részbe? Kérek az ábra minden részébe néhány odaillő számot, csak abba a részbe nem, amelyben a pirossal jelölt számnak van a helye! Soroljátok fel a piros pöttyel jelölt szám tulajdonságait, amelyek az elhelyezését megszabják!” 3000	Tehát a jelölt számnak van 0 számjegye. Az 5-tel osztható számok. Ezek azok, amelyek 0-ra, vagy 5-re végződnek. Sorolnak, és a fólián beírnak számokat a különféle részekbe. (Esetleg egymásnak javasolhatnak számokat, amelyeket el kell helyezniük.) Az ábra ilyenféleképpen alakul: Tízesekre kerekített értéke 3000, van 0 a számjegyei között, és 5-tel osztható. Ilyen szám csak a 3000. 
22. Számok kiválasztása adott összegekhez és különbségekhez *Szervezés:* a három megtalált szám mellé kerüljön fel az öt a 20. lépésben a házi feladatot bemutató „felelő” tanuló száma is, vagy ha azok nagyon nem illeszkednek az elgondolásunkhoz, akkor írja a tanító a következőket: 8695 870 3000 6899 1205 5072 2463 7535 „A nyolc számból számokat, számpárokat, számegyütteseket kell majd válogatnotok. Ha jól meggondoljátok, egy-egy esetben találhattok több megoldást is. Négy állítás szerint kell válogatni, ezért álló vonalakkal osszátok négy részre a papírt.” – Mutatja a fólián megtervezett elrendezést. (7. melléklet) „Egy-egy számot egy számcsoportba csak egyszer írhattok be. Szeretném, ha úgy szerveznétek a teendőket, hogy mind a négy tulajdonsághoz tudjatok összekeresni megfelelő számcsoportokat.”	Csoportokba rendeződnek. Nagy ív csomagolópapírt készítenek elő csoportonként, és tanulónként vastag filctollat. Felírják a nyolc számot, amelyből majd válogathatnak. A csoportok sorra veszik az egyes, számcsoportokra vonatkozó tulajdonságokat, és közösen megbeszélve, vagy maguk közt megosztva a teendőket (ki-ki másik tulajdonság szerint keresi a megfelelő számcsoportokat), kidolgozzák a feladatot.

Az ellenőrzést a csoportok által készített és táblára kitett gyűjtemények alapján végzik, megvitatva a megoldások helyességét, gazdagságát. Nem kell feltétlenül minden megoldást hangosan újból végigjárni, de azokat igen, ahol nem mindenki ért egyet egy választással, illetve néhány olyat, ami másoknál nem szerepel.
Jó, ha az értékelést is a tanulókkal végezteti. (A „között” szót érthetik úgy, hogy a határszámot is hozzáveszik a mondott intervallumhoz.)

Összegük ezresekre kerekített értékekkel 10 000	**Összegük százasokra kerekített értékekkel 2000 és 6000 között van**	**Kettőjük különbsége ezresekre kerekített értékekkel 6000**	**Különbségük százasokra kerekített értékekkel 6200**
8695+1205 2463+7535 7535+1205+870 8695+870 3000+6899 3000+5072+2463 6899+1205+2463 3000+870+1205+ +5072	1205+870 3000+1205+870 5072+870 2463+870+1205 2463+870 2463+3000 3000+1205	8695–3000 7535–2463 6899–870 6899–1205	8695–2463

23. Közelítő számítás az összetevő számok célszerű változtatásával
„Néhány közelítő számítást ellenőrizzetek zsebszámológéppel! Írjátok le a füzetbe a következő összeadásokat, kivonásokat a zsebszámológépen számított eredményekkel, aztán az előbb elvégzett közelítő eredményekkel is!”

5072 + 870 = 5942 5072 + 870 ≈ 5100 + 900 = 6000
2463 + 870 = 3333 2463 + 870 ≈ 2500 + 900 = 3400

7535 – 2463 = 5072 7535 – 2463 ≈ 8000 – 2000 = 6000
vagy százasokra kerekített értékekkel számolva:
7535 – 2463 ≈ 7500 – 2500 = 5000
8695 – 2463 = 6232 8695 – 2463 ≈ 9000 – 2000 = 7000
vagy százasokra kerekített értékekkel számolva:
8695 – 2463 ≈ 8700 – 2500 = 6200
„Melyik számítást tartjátok elég jó közelítésnek?”

Csoportosan számolnak a zsebszámológéppel, aztán leírják a százasokra, illetve az ezresekre kerekített értékekkel való számításokat is. Feldiktálják a táblára egy-egy társuknak.

Az ezresekre kerekített értékekkel számolt különbségek nagyon pontatlanok. Ha ugyanezeket százasokra kerekített számokkal közelítjük, akkor a második jónak mondható (csak 32-vel tér el a pontos értéktől), de az első elég pontatlan: 72 az eltérés. A két összeadás szintén pontatlan (az első összeg százasokra kerekített értéke 5942 ≈ 5900, a második 3333 ≈ 3300; ezek 100-zal térnek el a közelítő összegtől). A negyedik feladatban ezresekre kerekített értékekkel kellett számolni; ez a különbség nagyon pontatlan lett. A százasokra kerekített számokkal végzett kivonás azonban jó közelítésre vezetett.

„Mitől lesz rossz az összeg közelítése?”

Amikor az összeadásban szereplő számokat (a tagokat) mind felfelé kerekítjük, akkor kétszeresen is növeljük az összeget. Pl. az első összeadásban az 5072-t kb. 30-cal növeljük, amikor 5100-ra cseréljük, a 870-et ismét 30-cal, az összeg tehát kb. 60-nal lesz nagyobb a pontos eredménynél. A második összeadásban a 2463-at kb. 40-nel, a 870-et 30-cal növeljük, tehát a közelítő összeg kb. 70-nel lesz nagyobb a pontos összegnél.

„Tudnál olyan összeadást mondani, ahol jó közelítést ad a százasokra kerekített számokkal való számítás?”

Ha az egyik számot felfelé, a másikat lefelé kell kerekíteni, akkor jobb a közelítés. Pl. ha a 2463 + 7535 összeget közelítjük százasokra kerekített számokkal, a 2500 + 7500 = 10 000, a pontos összeg pedig (zsebszámolóval kiszámítja): 9998. Csak 2-vel tér el a közelítés ettől.

„Mi lenne, ha akkor is a két szám közül az egyiket a nagyobb, a másikat a kisebb százas szomszédjával helyettesítenénk, ha ugyanabba az irányba változnának a kerekítéssel? Próbáljuk ezt megtenni pl. a második összeg közelítésénél!”

2463 + 870 ≈ 2500 + **800** = 3300, ez közelebb van a pontos 3333-hoz. Így az első számot kb. 40-nel növeltük, a másodikat 70-nel csökkentettük, tehát az összeg kb. 30-cal kisebb a pontos értéknél.

„Hogy gondolkodhatunk akkor, ha pl. ezt az összeget akarjuk közelíteni: 2754+1673+864+3016?”

Itt három olyan szám van, amelynek a százasokra kerekített értéke nagyobb, mint maga a szám, egy olyan, amelynek a százasokra kerekített értéke kisebb a számnál. Az első számot a kisebb, a másodikat a nagyobb százas szomszédjával helyettesítsük, a harmadik és negyedik számot pedig a szokásnak megfelelően kerekítsük.

„Csoportotokban osszátok meg a kipróbálást! Valaki zsebszámológéppel számoljon pontosan, valaki ezresekre, valaki százasokra kerekítsen szabályosan, és valaki számoljon eszerint az ötlet szerint!”

2754+1673+864+3016=8307
2754+1673+864+3016≈3000+2000+1000+3000=9000
2754+1673+864+3016≈2800+1700+900+3000=8400
2754+1673+864+3016≈2700+1700+900+3000=8300

Megállapítják, hogy az ezresekre kerekített értékekkel való számolás nagyon pontatlan közelítést eredményezett, a százasokra kerekített értékekkel ezt jelentősen javították, de a legjobb közelítést ez az új módszer jelenti.

„Válasszatok az első oszlopból három összeadást, és **házi feladatként** végezzétek el a háromféle közelítést. Aki tudja (pl. zsebszámológéppel), ellenőrizze a közelítések jóságát a pontos összeg kiszámításával.”

„Nézzük meg azt is, hogy mitől jó és mitől elég pontatlan egy különbség megbecslése! Azt mondtátok, hogy a második különbséget elég jól közelíti a százasokra kerekített számokkal való számítás:
8695 – 2463 = 6232 8695 – 2463 ≈ 8700 – 2500 = 6200
Hogyan változtak a számok a kerekítés során?”

Az első számot 5-tel növeltük, a másodikat majdnem 40-nel. Megnöveltük azt is, amiből elvettünk, és azt is amennyit elvettünk, ezért nem nagyon tér el a pontos eredménytől a közelítés.

„Tudnátok-e szemléletes példát mondani arra, hogy ha mindkét számot nagyobbra cseréljük, akkor nem, vagy kevéssel változik a különbség?” – Szükség szerint előkészít két egyforma méretű poharat; az egyiket teletöltve, a másikat kb. háromnegyedéig. Ezzel majd megmutathatják a gyerekek, hogy közel ugyanannyi két pohárban lévő víz különbsége, ha mindkettő pohárból köel ugyanannyit öntenek ki. Előkészíthet egy hosszabb és egy rövidebb ceruzát, amelyen megmutathatják, hogy a két ceruza hossza közti különbség úgy marad ugyanannyi, ha ugyanannyit faragnak le mindkettőből…	Mondhatnak, mutathatnak példákat papírcsíkokkal, rajzolt süteményekkel..., de mondhatnak számpéldákat is a kis számok körében.
„Vizsgáljuk meg, mitől lett elég pontatlan a másik különbség közelítése!	$7535 - 2463 = 5072$ $7535 - 2463 \approx 7500 - 2500 = 5000$ Itt a kerekítés során kisebb lett az első szám, de nagyobb a másik. Tehát kevesebből kellett elvenni többet: ettől lett lényegesen kevesebb a maradék. (Pl. ha a rövidebb szál kolbászból többet fogyasztunk, mint a hosszabbikból, akkor megnő a különbség a két szál kolbász között.)
Hogyan tehetnénk pontosabbá a közelítést?”	Pl. úgy, hogy mindkét számot a kisebb százas szomszédjára cseréljük: $7535 - 2463 \approx 7500 - 2400 = 5100$ Vagy úgy – mondhatja, aki már az elmúlt órán megértette a kínált eljárást –, hogy akár ezresekre kerekítjük a kivonandó számot, és kb. ugyanúgy (ugyanarra és ugyanannyival) változtatjuk a kisebbítendőt is. $2463 \approx 2000$; a 2000 kb. 460-nal kisebb a 2463-nál. Kb. 460-nal csökkentem az első számot is: $7535 - 2463 \approx 7070 - 2000 = 5070$, és ez még jobb közelítés.
24. Számsorozatok folytatása, kiegészítése; hibás tag javítása; távolabbi tag „jóslása”, a becslés ellenőrzése „A műveletek eredményének közelítésében, a becslés finomításában arra figyeltünk, hogy a számok megváltozása hogyan befolyásolja az összeget, különbséget. A következő feladatban is a változást fogjuk figyelni. Számsorozatokat folytatunk, és a változást figyelembe véve megpróbáljuk kitalálni, hogy egy-egy adott, távolabbi helyre milyen szám kerülhet.” Kivetíti a 8. melléklet oszlopokba írt sorozatait. Csoportonként más-más sorozat folytatását, kiegészítését kéri, míg eljutnak a 15. számig. (A 6. sorozatot lehetőleg a könnyebben számoló, gyorsabb csoportnak javasoljuk.)	A csoportok egymás után megválasztják, hogy melyik sorozattal foglalkoznak, hogy mindegyikről legyen tapasztalat. A választott sorozatot a csoport minden tagja folytatja, kiegészíti, feljegyzik a különbség-sorozat számait, aztán ellenőrzik egymás munkáját.

Kéri a különbségsorozat feljegyzését is.

370	280	430	430	250	370	20
740	560	860	800	530	740	450
1100	840	1290	1170	810	1100	880
					1450	
		2580				
2590				1930		
	2240					
			3390			3460

Az egyenletesen változó sorozatban annak megfigyelése, hogy 2 lépés alatt 2-szer akkora a változás, 3 lépés alatt 3-szor akkora, 10 lépés alatt 10-szer akkora...

„Most a csoportok egymásnak adhatnak kitalálni valót. Szeretném én szólítani a válaszoló csoportot. Kérdezhetitek a felszólított csoporttól, hogy valamely sorszámú helyen milyen szám állhat a sorozatukban, hogy 2, 3... lépés alatt mennyivel változik a sorozat, hogy a sorozat adott két számának összege, különbsége benne van-e a sorozatban, s ha igen, akkor hányadik helyen... Persze olyan számra is szabad kérdést feltenni, amely a 15. hely után van, de csak akkor, ha a kérdezők tudnak dönteni a válasz helyességéről.

Az 1. és a 4. sorozat képezzen párt, a 2. és az 5., a 3. és a 7.

Egy-egy kérdés után a két csoport szerepet cserél, s így 3-3 kérdés-felelet történhet. Aztán másik sorozat-pár következik.”

A feladványok megfejtésébe bevonja a többi csoportot is.

A 6. sorozatot választó csoportnak a tanító tegyen fel kérdéseket:

„– Igaz-e, hogy a 10. helyen az 1. szám tízszerese áll a sorozatotokban?

– A különbségsorozatban mi áll a 8. helyen?

– Kb. hány lépés után lépi át a sorozat az 5000–et?

– Kb. hány lépés után lépi át a sorozat a 10 000–et?” (Ezt valószínűleg még nem sokan sejtik meg, hogy soha, mert a különbség tízesével csökken, és a sorozat 38. száma, a 7500 után 0, aztán $^{-}10$, $^{-}20$... lesz a különbség. Ez a sorozat csökkenéséhez vezet. Érdemes nyitva hagyni a kérdést, hátha lesz, aki kíváncsiságból folytatja otthon a sorozatot.)

A feladványt adó csoport megmondja, melyik az ő sorozata (amely a fólián látható kiegészítés nélkül), aztán a tanító által javasolt típusú kérdéseket ad a kijelölt csoport tagjainak. (Pl. Mit gondoltok, mely szám áll a sorozatunkban a 10. helyen? Mennyivel nagyobb a 11. szám, mint a 10.? Mit gondoltok, benne van-e a sorozatunkban a 3. és 4. szám összege?...) Ők megbeszélhetik a választ egymással, aztán a két csoport szerepet cserél.

Nem, mert egyre csökkent a különbség.

300.

A 17. szám már nagyobb.

?

Megjegyzés: még nem feltétlenül kell megbeszélnünk, hogy csak akkor biztos, hogy az első szám többszörösei alkotják a sorozatot, ha a különbségsorozat ugyanebből az állandóan ismétlődő, első számból áll. Ha azonban láthatóan többen próbálják megfejteni ezt a kérdést, akkor pl. az 1. és 4., vagy a 2. és 5. sorozat összehasonlítása során felvethető a kérdés: miért nem számítható ugyanolyan egyszerűen mindkettőben az adott helyen álló szám, ha ugyanolyanok a különbségek. Emlékeztet a házi feladatra.	

5. óra

25. Szöveges feladatok összeg, különbség többszörözésére; a műveletek megválasztása; közelítő érték számítása *A házi feladatokra tartalmában csak akkor (és olyan tanulóknál) tér ki, ha láthatóan gondot okozott. Egyébként a csoporttársakra bízza, hogy felelősséget vállaljanak egymásért.* A 3. feladatlap (9. melléklet) szöveges feladatát oldatja meg egyénileg. Szükség szerint egyénileg segít a feladat értelmezésében, elemzésében.	A 3. feladatlap 1 feladatát önállóan végigolvassák, értelmezik, felírják a megválasztott műveletsort. A közelítést is feljegyzik, s végül – esetleg a zsebszámológépekkel – elvégzik a pontos számítást.
Ellenőrzés során előbb elmondatja a kigyűjtött...	A szövegből kapott adatok: **Flóráék lakásában** az 1. szoba parkettáinak száma: 1388 a 2. szoba parkettáinak száma: 1256 a 3. szoba parkettáinak száma: 1567
és a rájuk épülő adatokat, ...	A kifejezhető adatok: a három szoba parkettáinak száma: 1388 + 1256 + 1567 **A két lakás parkettáinak száma:** (1388 + 1256 + 1567) · 2
a gondolkodás menetét, ...	Elmagyarázzák, hogy a három-három szobában ugyanannyi db. parkettalap került a lakásokba, ezért kétszerannyi került felhasználásra, mint Flóráéknál külön.
aztán járják végig a közelítő számításokat és a pontos számítást. (Itt kerüljön sor az új közelítő eljárás gondolatának felelevenítésére!)	(1388 + 1256 + 1567) · 2 ≈ (1000 + 1000 + 2000) · 2 = 8000 (ezresekre kerekített számokkal) (1388 + 1256 + 1567) · 2 ≈ (1400 + 1300 + 1600) · 2 = 8600 (százasokra kerekített számokkal) (1388 + 1256 + 1567) · 2 ≈ (1400 + 1300 + 1500) · 2 = 8400 (a változások figyelembevétele alapján, az 1567-ez a kisebb százas szomszédjára cserélve) Pontosan: (1388 + 1256 + 1567) · 2 = 8422 A választ is felolvassa egy tanuló.

<table>
<tr><th>Tanítói tevékenység</th><th>Tanulói tevékenység</th></tr>
<tr><td>

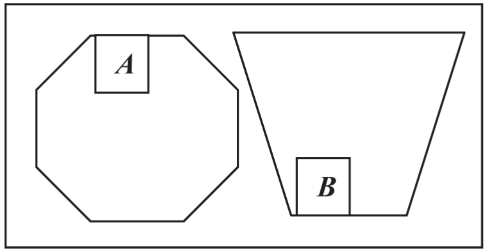
26. Számok alkotása adott tulajdonságok szerint
„A 8422 mellé válasszunk további számokat a következő tulajdonságok szerint:
– Ezresekre kerekített értéke 8000.
– Ezresekre kerekített értéke kisebb, mint a százasokra kerekített értéke.
– Két 0-s számjegy szerepel a számban.
Az összes ilyen számot keressétek meg, amelyre mindhárom tulajdonság igaz!”

</td><td>

Egyéni munkában keresik a számokat:
$7499 < \square < 8500$
$8050 \leq \square < 8500$
8050, 8060, 8070, 8080, 8090, 8100, 8200, 8300, 8400 az összes ilyen három tulajdonsággal rendelkező szám.

</td></tr>
<tr><td>

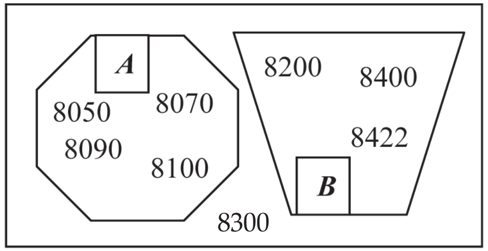
27. A megalkotott számok elhelyezése különféle halmazábrákon egy-egy „rossz” ábra hibájának keresése (milyen tulajdonságú számoknak nincs sehol sem helye?)
Táblai munkával kezdik, tanítói irányítással:
„Ezt a tíz számot kellene elhelyezni a táblai két ábrán:
8422, 8050, 8060, 8070, 8080, 8090, 8100, 8200, 8300, 8400.
Ha valamelyik ábra rossznak bizonyul, ahhoz mondjuk el, hogy mely számoknak nincs jó helyük rajta!
Az első ábra:
A: Százasokra kerekített értéke 8100
B: Csak páros számjegye van



Igen fontos tudatosíttatni, hogy miért nincs jó helye a 8060-nak és a 8080-nak: hiszen amikor az egyik halmazban elhelyezzük őket, akkor a másikat meghatározó tulajdonság szerint döntünk hibásan!

</td><td>

Füzetükbe a gyerekek is elkészítik a rajzokat, felírják a tíz számot.
Az első ábrán el lehet helyezni a következőket: 8050, 8070, 8090, 8100, 8200, 8300, 8400, 8422.

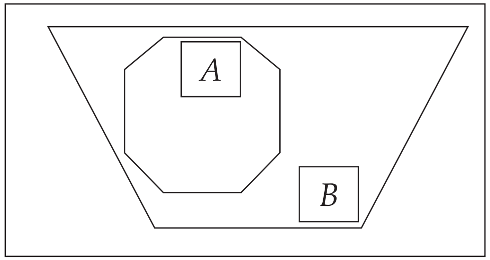


Nincs jó helye a 8060-nak és a 8080-nak. Ha ezt a két számot beleírjuk az A részbe, akkor a B-n kívülre kerülnek, azaz olyan számok közé, amelyeknek nem csak páros számjegyük van (hanem páratlan is). Ha a B részbe írjuk őket, akkor e szerint a tulajdonság szerint jól döntünk, de az olyan számok közé (az A-n kívülre), amelyeknek nem 8100 a százasokra kerekített értéke.

</td></tr>
</table>

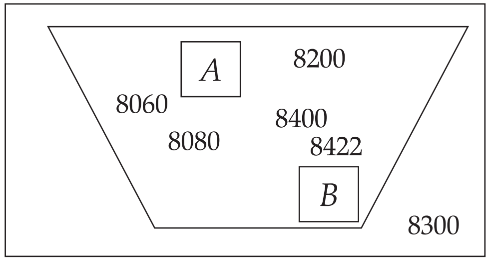
A másik ábra:

A: Százasokra kerekített értéke 8100
B: Csak páros számjegye van

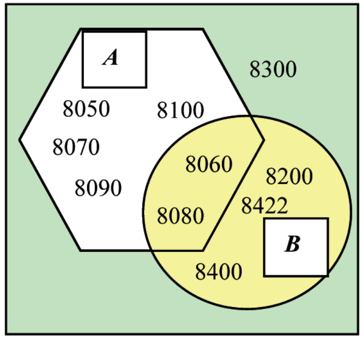


A megbeszélés után önálló munkára, majd csoportos megbeszélésre jelöli ki a 3. feladatlap 2. feladatát. (9. melléklet)
Szükség szerint segít egyénileg, és figyeli a csoportos munkát. Arra biztatja a csoportok vezetőit, hogy lehetőleg azoknak adjanak szót az indoklásban, akiknek több segítségre volt szükségük.

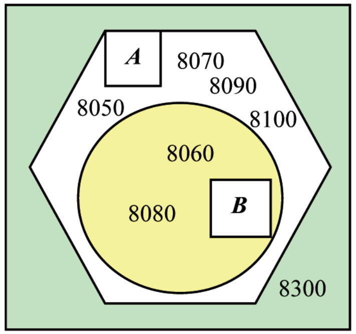
Itt ugyanazokról a tulajdonságokról kell dönteni. Elhelyezhető a 8060, 8080, 8200, 8300, 8400, 8422:



Nincs helye az ábrán azoknak a számoknak, amelyek az A-hoz hozzátartoznak, de a B-hez nem, ilyenek a 8050, a 8070, a 8090, és a 8100. Ezek százasokra kerekített értéke 8100, de nemcsak páros számjegyük van.
Önállóan megoldják a 3. feladatlap 2. feladatát, aztán a csoportokban egymásnak indokolják, hogy az első ábra jó, és miért rossz a második.
A bal oldali ábrán mindenféle tulajdonságú számnak van helye:



A jobb oldali ábrán azoknak a számoknak nincs helye, amelyek minden számjegye páros, de százasokra kerekített értéke nem 8100: tehát a 8200-nak, a 8400-nak és a 8422-nek.



Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
28. Egyenletek és egyenlőtlenségek értelmezése szöveges információkkal; megoldás-halmazok keresése 8422, 8050, 8060, 8070, 8080, 8090, 8100, 8200, 8300, 8400. „Ugyanebből a tíz számból válogatunk. A számokat képviselhetik olyan különféle alakú keretek, amelyekbe majd utólag belepróbálhatjuk a számokat, de képviselhetik különféle betűk is, amelyekről később eldöntjük, hogy mi lehet az értékük. A számokról, számpárokról nem igazi történeteket fogok elmondani, hanem inkább szavakkal jellemzem őket. Ezeket az állításokat kell lejegyeznetek valahogyan a matematika nyelvén, nyitott mondatokkal. Nézzünk egy példát! „A gondolt szám fele kisebb 4050-nél.” – hogyan írhatjuk le?	Így: $\square$ / 2 < 4050, vagy így: g / 2 < 4050
Adjuk meg azt is, hogy a tíz szám közül melyek teszik igazzá! *Közlés:* így szoktuk lejegyezni a nyitott mondat megoldását (azaz, ha a kiszemeltek közül felsoroljuk az összes számot, amely igazzá teszi): $\square$: 8090, 8080, 8070, 8060, 8050 vagy, ha g betűvel jelöltük a számot, akkor: g: 8090, 8080, 8070, 8060, 8050. (Szokás ún. kapcsos zárójelbe is tenni ezeket a számokat, amivel kifejezzük, hogy ez az összes jó szám, nincs több: g: {8090, 8080, 8070, 8060, 8050}.)	Azok, amelyek kisebbek 8100-nál: 8090, 8080, 8070, 8060, 8050
Írjátok le a következő állításokat is nyitott mondattal:	Leírják a nyitott mondatokat:
• Ha a gondolt számból elveszünk 3700-at, akkor még mindig több marad, mint 4300.	$c - 3700 > 4300$
• Két szám különbsége nagyobb, mint 340. (A két számot különböző kerettel, illetve különböző betűkkel jelöljétek, mert nem tudjuk róluk, hogy egyenlők lennének!)	$b - a > 340$
• Két szám különbségének 10-szerese 100.	$(c - d) \cdot 10 = 100$
• A gondolt szám százasokra kerekített értéke 8400.	$8349 < s < 8450$; vagy: $8350 \leq s < 8450$
Ellenőrzik a felírásokat, felidézve a tulajdonságot kifejező állítást. Ezután először megkeresteti az első nyitott mondat megoldását, és fel is íratja a táblára: $c - 3700 > 4300$, c: 8100, 8200, 8300, 8400, 8422 A második nyitott mondat megoldása előtt megmutat kétféle jegyzési módot:	

„A jó *b,a* párokat kétféleképpen is jelölhetjük. Készíthetünk egy táblázatot, amelyben az összetartozó számok egymás alá kerülnek:

b								
a								

Úgy is szokták leírni a megoldást, hogy az összetartozó számpárokat egyszerű zárójelbe teszik, közéjük pontosvesszőt írva. Pl. ha jó lenne a 8200, 8050 pár, akkor ezt így jelölhetnénk:
(*b;a*): (8200;8050), ...
A második nyitott mondat megoldását is felíratja kétféleképpen is:

b	8400	8422	8422	8422	8422			
a	8050	8050	8060	8070	8080			

(b;a): (8400;8050), (8422;8050), (8422;8060), (8422;8070), (8422;8080)
Az utolsó két nyitott mondat felírását ellenőrizték, de a megoldás megkeresését **házi feladatnak** jelöli ki (a rendelkezésre álló idő rövidsége szerint).

29. Kukás játék: 3 négyjegyű szám jegyei helyének kijelölése. Dobás 12-szer dobókockával; a három szám növekvő sorrendbe kerüljön; győz az a három szám,
- amelyek összege a legkisebb
- amelyek legszorosabban vannak (legrövidebb szakaszon helyezkednek el)
- amelyeknek ugyanaz az ezresekre kerekített értéke...

A játékot a hátralevő idő szerint többször játszhatják különféle célok szerint. Követhetik a tanító ötleteit, de választhatnak maguk is, milyen tulajdonságú számmal lehessen nyerni.

6. óra

30. Számok gyűjtése számegyeneseken való helyük szerint
Szervezés: négy számegyenes-darabot vetít ki az írásvetítőn: (10. melléklet). Előkészítteti a 4. feladatlapot (11. melléklet).

Csoportok alkotása; füzet, ceruza, a 4. feladatlap

„Most a csoportok nem feltétlenül ugyanazokkal a számokkal fognak dolgozni, de egy-egy csoporton belül közösen válasszátok majd meg a számokat!"
Leolvastatja, hogy mely két szám közötti szakaszt jelzi az első csík. Fel is íratja a táblára azt az egyenlőtlenséget, amellyel ezt ki szoktuk fejezni:

$$5500 \le \boxed{} < 6500$$

Az első csík az 5500 és 6500 közti számokat fedi (a 6500 kivételével); ezek azok, amelyeknek az ezresekre kerekített értéke 6000

Minden csoporttól kér egy-egy számot, amely ezen a szakaszon helyezkedik el, aztán a további számokat a csoportokon belüli megbeszélés alapján íratja le a feladatlapon. Biztatja a gyerekeket, hogy olyan számokat írjanak, amelyeket majd be tudnak mutatni a többieknek.

Mindegyik esetben meg kell beszélniük, hogy hányasával van beosztva az adott számegyenes.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
31. Számok jellemzése rendszerezett tulajdonságok szerint „Először beszéljük meg, hogy az egyes szakaszokról választott számok milyen közös tulajdonságokkal rendelkeznek. Csak olyan tulajdonságokat mondjatok el a saját számotokról, amit a többi csoport is elmondhatna az övéről, hiszen a szakasz minden számára igaz.” (10. melléklet)	
Sorra veszik a 7 szakaszt, és az adott szakaszban kiválasztott számukról egy-egy tulajdonságot mondanak a csoportok választott (vagy sorsolt) sorrendjében. Arra kell ügyelniük, hogy a tulajdonság a többi számra is igaz legyen. Előfordulhat, hogy olyan tulajdonságokat is kezdenek sorolni, amik lényegesen hosszabb – a választottat lefedő – szakasz számaira is igazak. Eleinte nyugtázhatjuk: ez is igaz. Később azonban érdemes korlátozni az elfogadható tulajdonságokat: a szakasz minden számára legyen igaz, de nem a 0–10 000-es szakasz minden számára. (Azt még ne kössük ki, hogy csak ezekre a számokra legyen igaz a mondott tulajdonság, hiszen akkor esetenként igen összetett tulajdonságokat kellene fogalmazniuk a gyerekeknek.)	Kisorsolják, vagy megválasztják a csoportok sorrendjét, és ebben a sorrendben egy-egy tulajdonságot mondanak a saját számukról. Addig jár körbe a lehetőség, amíg van új mondanivaló. Amelyik csoport olyan tulajdonságot mond, ami nem igaz valamely másik, ugyanebből az intervallumból való számra, vagy már nem tud újat mondani, kiesik a körből. (Lehet zsetonokat gyűjteni: annyi zsetont, ahány „jó” tulajdonságot mondott a csoport.) A következő szakaszról választott szám jellemzését most a 2. (majd a 3., 4.…) számú csoport kezdi, hogy egyezőek legyenek a zsetongyűjtés esélyei. (Pl.: az első szakasz számainak ezresekre kerekített értéke 6000, 5500-nál nem kisebb, 6500-nál kisebb, közelebb van a 6000-hez, mint a 7000-hez, távolabb van a 10 000-től, mint 3500 egység, közelebb van az 5000-hez, mint a 10 000-hez… A második számegyenes első szakaszának számáról ilyenek: 2000-nél nem kisebb, 2200-nál nem nagyobb, a 2000 és 3000 közti szakasz első negyedében van, százasokra kerekített értéke 2000, vagy 2100, vagy 2200; ezresekre kerekített értéke 2000, távolabb van az 5000-től, mint a 0-tól, az első számjegye 2, a második számjegye kisebb 3-nál… Felfigyelhetnek arra, hogy a 2. és 3. számegyenes beosztása azonos, és így az egymás alá kerülő számok csak az ezresek számában térnek el. A második és a harmadik számegyenes számairól tehát valamiben nagyon hasonló tulajdonságokat gyűjthetnek.
Az ilyen, adott szakaszon belüli számokra általánosan jellemző tulajdonságok gyűjtögetése után következzen egy-egy szám rendezett jellemzése! *Szervezés:* minden csoport csomagolópapírt és filctollat kap. „Most minden csoport válassza ki, hogy mely számát mutatja be társainak. Olyan szép, rendszerezett bemutatást szeretnénk hallani, ami alapján ki tudjuk találni, hogy melyikről beszéltek, de ezentúl sokféle tulajdonságáról is tudomást szerezhetünk. A jellemzés tartalmazhat olyan ismereteket, hogy mit jelenthet az a szám darabszámként, mérőszámként, hogy milyen nagyságú a szám, hol a helye a többi szám között, milyen külsővel rendelkezik… Kérem, hogy a csoportok készüljenek fel a bemutatásra úgy, hogy a lapjukra írt és rajzolt információk is segítsenek bennünket a szám megismerésében! Munkátokat a következő szempontok szerint fogjuk közösen értékelni (a 12. melléklet fóliájának kivetítése):	

• az állítások igazsága, • a bemutatás sokszínűsége (a tulajdonságok száma), • a bemutatás rendezettsége, • és a szemléletesség” (Esetenként adhat tanácsot, hogy mikről beszéljenek majd a gyerekek, de lehetőleg már érdemes rájuk bízni ezt is.) A csoportok bemutatása után következzen a közös értékelés, amelyben az előre kivetített szempontsort vehetik alapul a gyerekek.	A csoport tagjai megbeszélik és feljegyzik a jellemző tulajdonságokat; készíthetnek számegyenes-darabokat, amelyeken bemutatják a szám közelítő vagy pontos helyét, kerekített értékeit, készíthetnek egyszerű rajzokat a szám értékéről pénzben, darabszámban, mérőszámban... Végül sorszámozzák az elmondandó információkat, és megbízzák a csoport egyik tagját, hogy legyen a szóvivő. Minden csoport bemutatja a saját számát, a többiek nevezik meg. Értékelik egymás munkáját az adott szempontok figyelembevételével.
32. Számsorozatok képzése (öndifferenciálás); **jellemzése** (növekedés vagy csökkenés; állandó vagy változó különbség; annak vizsgálata, hogy melyik növekszik 1000, 5000, 10 000 fölé leghamarabb) *Szervezés:* kivetíti a 13. melléklet sorozatait „Nyolc számsorozatot indítok. Vizsgáljátok meg figyelmesen mindegyiket, beszéljétek meg, amit meg tudtok állapítani róluk, s mielőtt a folytatásukat elkezdenétek, próbáljátok meg kitalálni, hogy melyik éri el, vagy lépi át legelőbb (a legkevesebb lépés után) az 5000-et, és melyik a 10 000-et! Ez után a csoporttagok osszák meg maguk között, hogy ki melyik kettőt szeretné folytatni! Próbáljátok addig folytatni, hogy mindkét kérdésre biztosan tudjátok már a választ!” *1.* 2100 2200 2400 2700... *2.* 2100 3100 4050 4950... *3.* 620 1240 1860 2480... *4.* 700 1320 1940 2560... *5.* 3100 3110 3130 3170... *6.* 4100 4200 4290 4370... *7.* 3260 3530 3800 4070... *8.* 1940 2430 2920 3410...	4-fős csoportokban figyelik meg a sorozatokat, megbeszélve a változás irányát, mértékét, egyenletességét vagy éppen a „változó sebességét”. Megbecsülik, hogy melyik éri el vagy lépi át legelőbb az 5000-et, a 10 000-et. *1.* 2100 2200 2400 2700... *100 200 300* *2.* 2100 3100 4050 4950... *1000 950 900* *3.* 620 1240 1860 2480... *620 620 620* *4.* 700 1320 1940 2560... *620 620 620* *5.* 3100 3110 3130 3170... *10 20 40*

A döntések meghallgatása után kéri az egyes sorozatok jellemzését: melyek nőttek egyenletesen, azaz melyeknek áll a különbségsorozata ugyanabból a számból. (Ilyen a 3., 4., 7. és 8.) Melyik növekszik gyorsulva, és miféle gyorsulással? (Az 1. sorozat egyenletesen gyorsul: a különbségsorozat elemei 100-asával növekednek: 100. 200, 300, 400… Az 5. sorozatban a különbség mindig kétszereződik: 10, 20, 40, 80, 160…) Mi igaz a többi sorozatra? (Ezek növekszenek az elején, de a növekedés egyre lassul. A 2. sorozat különbségsorozata 50-esével csökkenő sorozat: 1000, 950, 900, 850, 800… A 6. sorozat különbségsorozata 10-esével csökken: a különbség 100, 90, 80, 70…; ez az a sorozat, amely még az 5000-et sem éri el, hiszen a 11. számig egyre lassabban nő, ott 0 lesz a különbség, aztán visszafordul, és csökkenővé válik.

(Az éppen jellemzett sorozatot a folytatásával kivetítheti, hogy könnyebben beszéljenek róla.)

(Megjegyezzük, hogy természetesen más szabályok szerint is lehetett folytatni a sorozatokat. A fentiektől eltérő, de bemutatott szabály szerint helyesen folytatottakat is el kell fogadni. Érdemes azonban az itt leírt szabály szerint folytatott sorozatokról beszélgetnünk, hogy előkerüljenek különféle típusú számsorozatok és különbségsorozataik.)

6. 4100   4200   4290   4370…
100   90   80

7. 3260   3530   3800   4070…
270   270   270

8. 1940   2430   2920   3410…
490   490   490

Mindenki folytatja a neki szánt két sorozatot, figyelve egymás munkáját, hogy mikor tudnak már biztonságosan dönteni a felvetett kérdésekről.

Amikor megállapították, hogy mely sorozatnak hányadik tagja éri el vagy lépi át a két határszámot, akkor következik a közös megbeszélés az osztályban. Mindegyik csoport beszámol arról, hogy szerintük mely sorozat a győztes, ha az 5000 a határszám, és melyik, ha a 10 000. (Vita esetén ellenőrzik a vitatott sorozatok folytatását.)

33. Egyenletek és egyenlőtlenségek értelmezése szöveges szituációkkal; megoldáshalmazok keresése

Először a házi feladatot ellenőrzik, és magyaráztatja a megoldást egy-egy tanulóval.

A felelő tanuló elmondhatja, hogy azok a számpárok tették igazzá ezt az egyenlőséget: $(c - d) \cdot 10 = 100$, amelyek különbsége éppen 10. Felsorolja és fel is írja a megoldást képező számpárokat.
A másik nyitott mondatnak két szám alkotja a megoldáshalmazát: a 8400 és a 8422.

„Most helyzeteket, rövid történeteket mondok el, próbáljátok nyitott mondattal leírni, amit megtudtatok a szövegből. A kérdezett számot jelöljétek kerettel!

• Egy elmúlt alkalommal az eurót 248 Ft-ért lehetett beváltani (vásárolni). Hány eurót vehettem volna akkor, ha 6000 Ft-om volt?

$248 \cdot \boxed{} \le 6000$

• Aki a 100 métert 13 másodperc alatt futja, vajon mennyi idő alatt futja meg a 4000 métert? (A kérdés megfogalmazása pillanatában még nem hívjuk fel a gyerekek figyelmét arra, hogy természetesen nem tud 40-szer nagyobb utat ugyanolyan sebességgel végigfutni!)

Lehet, hogy azt írják: $= 13 \cdot 40$. Pedig csak ezt lehet tudni: $> 13 \cdot 40$.

• Feri a 2509 m magas hegyen nyaral egy turistaházban. Egy alkalommal felkapaszkodott a 3772 m magas csúcsra. Hány métert kellett megtennie oda-vissza?

Most sem az az igazság, hogy a két magasság közti távolságot tette meg kétszer, hiszen nem vezet nyílegyenes út két ilyen hegycsúcs között. Ennél biztosan többet kellett gyalogolnia:

$(3772 - 2509) \cdot 2 <$

• Végül egy nyitott mondatot adok – a 4. feladatlap 2. feladata –, amelyhez nektek kell kitalálnotok egy hozzáillő történetet vagy helyzetet:

$7566 - (5576 - \boxed{}\,) > 2000$

(A történet leírása lehet házi feladat)
„Állapítsátok meg, hogy mely számok teszik igazzá a nyitott mondatot! A számoláshoz használhattok zsebszámológépet.”

Ezután térnek vissza a megbeszélésre.
Az egyenlőtlenség-jelek értelmezésére tetet hangsúlyt.

Felidézik a történeteket, bemutatják a felírt nyitott mondatot. Megvitatják, hogy az adott nyitott mondatban miért nem az = jel a helyes. Kiemelik azt a fogalmazást, amely ezt indokolja. (Pl. az első esetben nem azt kérdeztük, hogy 6000 Ft-ért legfeljebb hány eurót kapok, csak azt, hogy ha 6000 Ft-om van, mennyit kaphatok.)

Mindegyik nyitott mondatnak megkeresteti a megoldását is. Először becslést vár mindegyik esetben, aztán engedi használni a zsebszámológépet, akinek erre van szüksége. A már ismertetett módon jegyezteti le. (A keret után kettőspont, s aztán a „jó” számok felsorolása. A második esetben az első 2-3 szám után három ponttal jelezteti, hogy ettől kezdve „akármeddig” jók a számok. Persze ha valaki „fut”, azért kereshetnek hozzá reális felső határszámot arra, hogy mennyi időt használ fel a 4000 m megtételéhez.)

Ezután megkeresik a nyitott mondat megoldását. (Becslés, számolás, lejegyzés.)

34. Dobókockás játék összeg, különbség becslésére
a) Három négyjegyű szám helyét rajzoltatja fel egymás alá a füzetbe, amelyeket majd össze kell adni. Elmondja, hogy 12-szer fog dobni egy dobókockával, s a kidobott számokat a következő dobás előtt be kell írni a 12 hely valamelyikébe. Az a gyerek nyer, akinél a három szám összege 4000 és 7000 közé esik:

					+										
	4	0	0	0	<					<	7	0	0	0	

(Természetesen nem kell pontos számolást kérni, hanem becsléssel, közelítéssel igazolhatják, akik nyertek.)

A következő menetben választhatunk más határszámokat is, pl. 3500 és 6500, vagy 5000 és 10 000…

b) Két négyjegyű szám helyét jelölteti ki egymás alatt, amelyek különbségét kell majd képezni. (A nagyobb számból kell elvenni a kisebbet akkor is, ha úgy sikerült, hogy a nagyobbik került alulra!) A nyolc dobás után azok nyernek, akiknél a különbség az 1000 és 2000 közé esik.

	1	0	0	0	<					<	2	0	0	0	

c) Végül érdemes úgy is játszani, hogy a legnagyobb különbség nyer, meg úgy is, hogy a legkisebb különbség tulajdonosa a győztes.

Mindvégig a jó közelítések, becslések az igazolás módja; legfeljebb nagyon vitás esetben használják a zsebszámológépet.