Ajánlott szakmai jellegű feladatok

A feladatok szakmai jellegűek, alkalmazásuk mindenképpen a tanulók motiválását szolgálja. Segít abban, hogy a tanulók a tanultak alkalmazhatóságát meglássák. Értsék meg, hogy a matematika tanulása nem öncélú, hanem hasznos tevékenység.

A feladatok nem tartalmaznak kifejezetten szakmai számításokat, bármely szakmát tanuló tanulók számára kitűzhetők.

A feladatok feldolgozása nem igényel különösebb szakmai ismereteket a matematikatanártól sem. Ötletadónak is szántuk, hogy a kollégák maguk is készítsenek hasonló feladatokat az ott tanított szakmák ismeretében.

Térgeometria

1. Egy 40 mm oldalú, négyzet keresztmetszetű acélrúdból 88 mm hosszú, téglalap keresztmetszetű szögacélt kovácsolnak. A keresztmetszet oldalai 40 és 25 mm hosszúak. Hány mm hosszú acélrudat kell ehhez átkovácsolni? Az átkovácsolás 5% oxidációs anyagveszteséget eredményez.

Megoldás: Jelöljük a felhasznált acélrúd hosszát *x*-szel!

Ekkor $40^2x + (40^2x)\cdot 0{,}05 = 40\cdot 25\cdot 88$; Ebből $x \approx 52{,}38$;

A szögacél készítéséhez 52,38 mm hosszú acélrudat használnak fel.

2. A gázvezetékhez használt acélcső külső átmérője 21,3 mm, a falvastagsága 2,8 mm.

Hány kg a tömege egy 5,5 m hosszú gázvezetéknek? (Az acél tömege $7{,}8\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$.)

Megoldás: A kereszmetszet két sugara: $r_1 = 10{,}65$ mm, $r_2 = 7{,}85$ mm;

a cső térfogata: $5500(10{,}65^2\pi - 7{,}85^2\pi) = 162740$ azaz $162740\ \text{mm}^3 \approx 0{,}163\ \text{dm}^3$.

A cső tömege: $7{,}8\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 0{,}163\ \text{dm}^3 \approx 1{,}27$ kg.

3. Csonkakúp alakú bádogvödör alsó átmérője 23 cm, a felső 30 cm, magassága 35 cm. Mekkora a vödör űrtartalma, és hány cm^2 bádoglemez szükséges az elkészítéséhez?

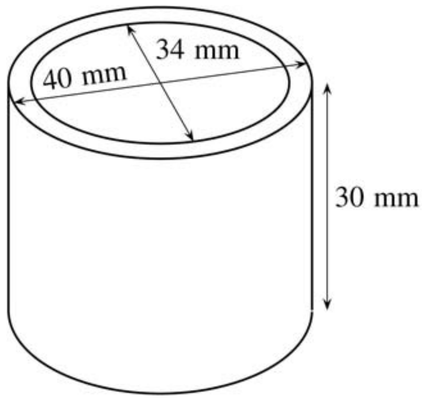
Megoldás: A vödör térfogata $\frac{35\pi}{3}\cdot(15^2+11{,}5^2+15\cdot 11{,}5)\approx 19247{,}58\ (\text{cm}^3)$.

Ez közelítően 19,25 dm^3, ami 19,25 liter.

A vödör alkotója: $a=\sqrt{35^2+3{,}5^2}\approx 35{,}17$ (cm).

A felül nyitott vödör felszíne: $11{,}5^2\cdot\pi+(11{,}5+15)\cdot 35{,}17\pi\approx 3387{,}58\ (\text{cm}^2)$, a vödör elkészítéséhez, a lemezből történő kivágás következtében létrejövő veszteséget nem tekintve, 3387,58 cm^2 bádoglemez szükséges.

4. Mekkora az ábrán látható csapágypersely tömege, ha $7{,}85\ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ sűrűségű acélból készül?



Megoldás: A csapágypersely körgyűrű alapú henger.

Térfogata: $V_1 - V_2$, ebből:

$20^2\pi\cdot 30 - 17^2\pi\cdot 30 \approx 64936{,}72\ (\text{mm}^3)$, azaz 64,9 dm^3.

A persely tömege: $64{,}9\cdot 7{,}85 = 509{,}5$; azaz 509,5 kg.

5. Egy korong alakú lendítőkerék átmérője 532 mm, magassága 65 mm. A közepén lévő furat átmérője 44 mm. A kerék felületét korrózió elleni bevonattal védik. Mekkora felületet kell a védőfolyadékkal kezelni?

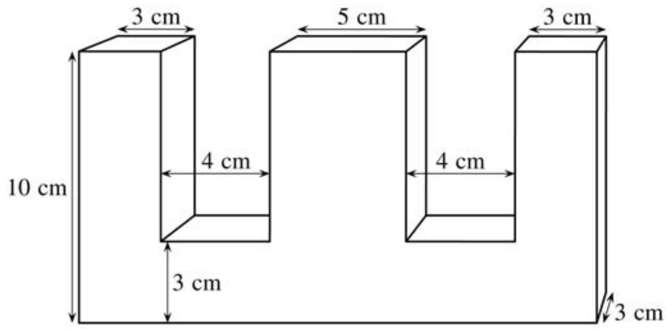
Megoldás: A korong körgyűrű alapú henger. $R = 266$ mm, $r = 22$ mm.

A test felszíne: $A = 2\pi\ (266^2 - 22^2) + 2\cdot 22\cdot 65\cdot\pi + 2\cdot 266\cdot 65\cdot\pi\ (\text{mm}^2)$;

ebből $A\approx 65{,}91\ \text{dm}^2$, ennyi a bevonandó felület.

6. Számítsuk ki az ábrán látható transzformátor-vasmag tömegét!

(A vas sűrűsége 7,85 $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$.)



Megoldás: 3·3·19 + 2·3·3·7 + 3·5·7 =

= 402 (cm^3). 402 cm^3 = 0,402 dm^3.

A vasmag tömege:

0,402·7,85 = 3,156; azaz 3,16 kg.

7. Egy lépcsőkorlátot 4 cm átmérőjű sárgaréz golyókkal díszítünk. Hány kg sárgaréz szükséges 150 golyó öntéséhez? (A sárgaréz sűrűsége 8,6 $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$.)

Megoldás: Egy golyó térfogata: $\frac{4\pi}{3}\cdot 2^3 \approx$ 33,51, azaz 33,51 cm^3 = 0,03351 dm^3.

Egy golyó tömege: 0,03351·8,6 $\approx$ 0,2882 (kg).

150 golyó tömege: 0,2882·150 = 43,23; a golyók kiöntéséhez 43,23 kg sárgaréz szükséges.

8. Egy kúpos csap forgácsolásához hány fokos szögre kell állítani a szánszerkezetet (ez szabja meg, hogy mekkora lesz a kúp félnyílásszöge), ha a kúpos rész (a csonkakúp alakú csap) legnagyobb átmérője 180 mm, a legkisebb120 mm, és a kúpos rész hossza 200 mm?

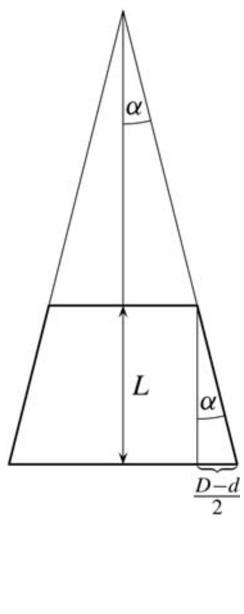
Megoldás: A csap csonkakúp alakú.

A hozzá tartozó kúp félnyílásszöge: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{D-d}{2L}$,

ahol D = 180 mm; d = 120 mm és L = 200 mm.

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{180-120}{2\cdot 200}$ = 0,15, ebből $\alpha \approx 8{,}53^\circ$.

A szánszerkezetet 8,53°-os szögre kell állítani.



9. Egy 85 mm átmérőjű tengely kúpos része 235 mm hosszú és kúpszöge 8°.
Mekkora a kúpos rész legkisebb átmérője?

Megoldás: A kúpos rész legnagyobb átmérője: 85 mm, a félkúpszög: 4°.

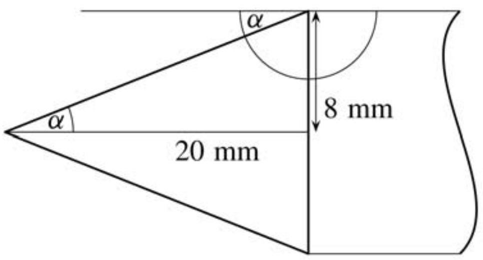
$\mathrm{tg}4^{\circ} = \dfrac{85-d}{2\cdot 235}$, ebből $d = 85 - 0{,}0699\cdot 2\cdot 235 \approx 85 - 32{,}85 = 52{,}15$ (mm). A kúpos rész legkisebb átmérője: 52,15 mm.

10. Egy 75 mm átmérőjű, kör keresztmetszetű tengelyre kúpos csapot marnak, amelynek legkisebb átmérője 70 mm, a kúpossága (a hozzá tartozó kúp félnyílásszöge) 2,5°.
Milyen hosszú a kúpos rész?

Megoldás: $\mathrm{tg}2{,}5^{\circ} = \dfrac{75-70}{2\cdot L}$, ebből $L = \dfrac{5}{2\cdot \mathrm{tg}2{,}5^{\circ}} \approx 57{,}27$ (mm).

A kúpos rész hossza: 57,27 mm.

11. Egy négyzet keresztmetszetű acélrúdra egyenes, négyzet alapú gúla alakú csapot marnak. A csapot lezáró négyzet oldala 16 mm, a csap 20 mm hosszú. Hány fokos szöget zár be a gúla oldallapja az acélrúd oldallapjával?



Megoldás: $\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{8}{20} = 0{,}4$; ebből $\alpha \approx 21{,}8^{\circ}$. Ez a szög az acélrúd oldallapjának meghosszabbításával alkotott szög. A marás beállításához ez kell, de a csap oldallapjának a rúd oldallapjával bezárt szöge $180^{\circ} - 21{,}8^{\circ} = 158{,}2^{\circ}$.

12. Két 1 m hosszú farönköt kell elszállítani. Az egyik közelítőleg henger alakú, keresztmetszetének átmérője 26 cm. A másik farönk csonkagúla alakú, keresztmetszetének legnagyobb átmérője 30 cm, a legkisebb átmérője 24 cm.

Mindkét rönk azonos fából van, melynek sűrűsége $0,68\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$.

Melyik rönk nehezebb és mennyivel?

Megoldás: A henger térfogata: $1,3^2\cdot\pi\cdot 10 \approx 53,09$ (dm^3); a farönk tömege: $53,09\cdot 0,68 =$ $= 36,1$ (kg).

A csonkagúla térfogata: $\frac{10\pi}{3}\cdot(1,5^2+1,2^2+1,2\cdot 1,5) \approx 57,49$ (dm^3); ennek a rönknek a tömege**:** $57,49\cdot 0,68\ 7 \approx 39,1$ (kg).

A csonkagúla alakú rönk nehezebb 3 kg-mal.

13. Acélrúdból 175 darab éket forgácsolnak. Az ékek téglalap alapú gúlák, alapéleik 13 mm, illetve 20 mm hosszúak, magasságuk 70 mm. A forgácsolási veszteség 60%. Hány kg $7,8\ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ sűrűségű acélidomot használnak fel az ékek elkészítéséhez?

Megoldás: Egy ék térfogata: $\frac{0,13\cdot 0,2\cdot 0,7}{3} \approx 0,006067$ (dm^3), 175 darab ék térfogata: $175\cdot 0,006067 \approx 1,06167$ (dm^3). A tömege: $1,06167\cdot 7,8 \approx 8,28$ kg.

A veszteség 60%, ezért az ékek tömege a felhasznált acélidomnak a 40%-a. A szükséges acél mennyisége $\frac{8,28}{0,4} = 20,7$; azaz 20,7 kg.

14. Egy kör keresztmetszetű 920 mm hosszú és 190 mm átmérőjű munkadarabból tengelyt esztergálunk. Hány százalék az anyagveszteség, ha a fogásmélység 4 mm?

(A fogásmélység azt jelenti, hogy hány mm-t forgácsolnak le a munkadarabról.)

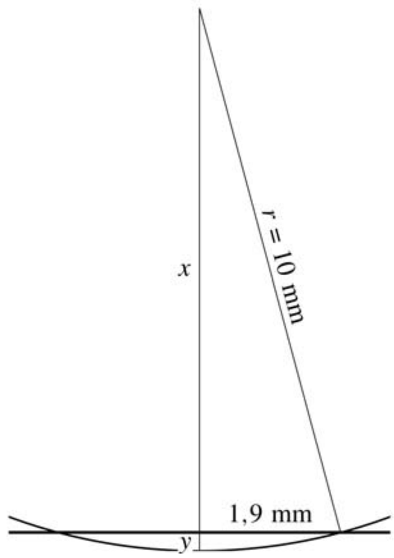
Megoldás: A munkadarab keresztmetszetének sugara 95 mm, a készülő tengely sugara: 91 mm. A tengely térfogata $91^2\cdot\pi\cdot 920 \approx 23934286,46$ (mm^3), ez közelítően. 23,9 dm^3.

A munkaidomé, amiből forgácsolják: $95^2\cdot\pi\cdot 920 \approx 26084643,8$ (mm^3), ez közelítően 26,08 dm^3.

A forgácsolási veszteség: $26,08 - 23,9 = 2,18$ (dm^3), ez $\frac{2,18}{0,2608} \approx 8,36$, azaz 8,36 %.

15. Bizonyos anyagok keménységét úgy vizsgálják, hogy egy 20 mm átmérőjű golyó által benyomott, körkeresztmetszetű benyomódásnak mekkora az átmérője.

Számítsuk ki a benyomódás mélységét, ha a benyomódás átmérője 3,8 mm!



Megoldás: A benyomódás egy „gömbsüveg”.

Nézzük a gömbnek a benyomódás következtében keletkezett kör síkjára merőleges főkörét! Ennek sugara 10 mm = $x + y$, ahol y a benyomódás mélysége.

Az x távolság Pitagorasz-tétellel kiszámítható:

$x = \sqrt{10^2 - 1{,}9^2} \approx 9{,}92$, $y = 10 - 9{,}92 = 0{,}08$;

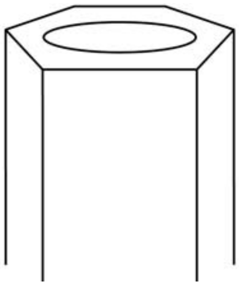
a benyomódás mélysége 0,08 mm.

16. Egy 12 cm élű tölgyfa kockából a lehető legnagyobb golyókat esztergálják. A tölgyfa sűrűsége: $0{,}744 \ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$. Hány kg egy gömb?

Megoldás: A golyó térfogata: $\frac{4\pi}{3} \cdot 6^3 \approx 904{,}78(\text{ cm}^3)$, $904{,}78 \text{ cm}^3 = 0{,}90478 \text{ dm}^3$.

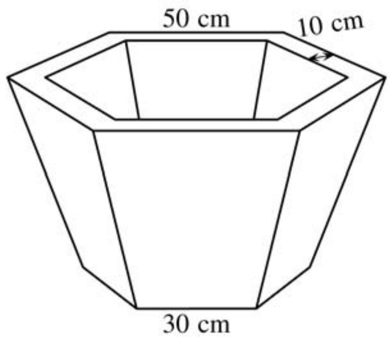
A golyó tömege: $0{,}90478 \cdot 0{,}744 \approx 0{,}67316$ (kg). A golyó tömege 0,67316 kg.

17. Egy műemlék épületen az esővíz elvezető csatornája egy szabályos hatszög alapú beton oszlop belsejében halad lefelé. Az oszlop 4 m magas. A hatszög oldalai 20 cm hosszúak, a csatorna 15 cm átmérőjű henger. A beton sűrűsége 2,4 $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$. Mekkora az oszlop tömege?

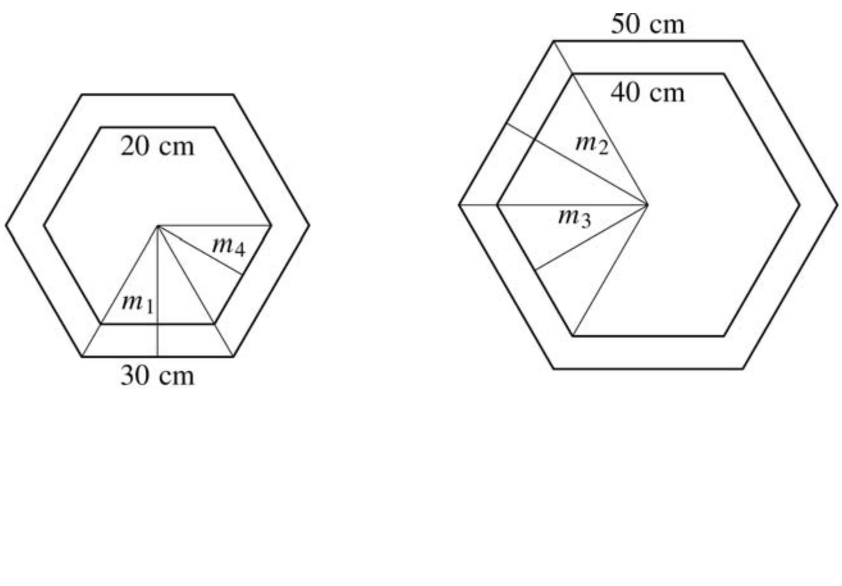


Megoldás: Osszuk fel a hatszöget 6 szabályos háromszögre. Egy ilyen háromszög magassága, $m = \sqrt{20^2 - 10^2} \approx 17{,}32$ (cm),
A hatszög területe, $t = 6 \cdot 10 \cdot 17{,}32$ (cm^2) = 1039,2 (cm^2); ez 10,392 dm^2. A hatszög alapú tömör oszlop térfogata:
$V_1 = 40 \cdot 10{,}392 = 415{,}68$ (dm^3).
A csatorna, azaz a középen levő henger térfogata: $V_2 = 7{,}5^2 \cdot \pi \cdot 400 \approx 70685{,}838$ (cm^3), ez 70,69 dm^3.A betonoszlop térfogata a csatornával: 415,68 – 70,69 = 344,99 (dm^3).
A tömege: 344,99·2,4 = 827,976, azaz kb. 828 kg.

18. Egy szabályos hatszög alapú, csonkagúla alakú virágtartó méretei a következők:
A kisebbik hatszög oldalai 30 cm, a nagyobbik hatszögé 50 cm hosszúak. A virágtartó magassága 80 cm, falai 10 cm vastagok. A virágtartót márványból faragták. A márvány sűrűsége 2800 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Mekkora a virágtartó tömege?



Megoldás: A 30 cm oldalú hatszögben a szabályos háromszögek magassága,
$m_1 = \sqrt{30^2 - 15^2} \approx 25{,}98$ (cm); a hatszög területe: $6 \cdot \frac{30 \cdot 25{,}98}{2} = 2338{,}2$ (cm^2).



Az 50 cm oldalú hatszögben a szabályos háromszögek magassága:

$m_2 = \sqrt{50^2 - 25^2} \approx 43{,}3$ (cm); a hatszög területe: $6 \cdot \frac{50 \cdot 43{,}3}{2} = 6495$ (cm^2).

A hatszögalapú tömör csonkagúla térfogata: $V_1 = \frac{80\pi}{3}(6495 + \sqrt{15186609} + 2338{,}2)$;

$V_1 = 1066482{,}741$ cm^3 = 1,0665 m^3.

Az üres belső részt határoló nagyobbik hatszög oldala 40 cm. A hatszög háromszögeinek magassága: $m_3 = \sqrt{40^2 - 20^2} \approx 34{,}64$ (cm).

A hatszög területe: $6 \cdot \frac{40 \cdot 34{,}64}{2} = 4156{,}8$ (cm^2). Ez 0,41568 m^2

A 20 cm oldalú hatszög területe:

$m_4 = \sqrt{20^2 - 10^2} \approx 17{,}32$ (cm), $t = 6 \cdot 10 \cdot 17{,}32$ (cm^2) = 1039,2 (cm^2); ez 0,1039 m^2.

Az üres rész térfogata: $V_2 = \frac{0{,}7\pi}{3} \cdot (0{,}1039 + \sqrt{0{,}1039 \cdot 0{,}41568} + 0{,}41568)$; ebből:

$V_2 = 0{,}53324$ m^3.

A virágtartó térfogata: $V_1 - V_2 = 0{,}53324$ m^3; a tömege: 0,53324· 2800 = 1493,1 (kg); azaz 1493,1 kg ≈ 1,5 tonna.