

## Ajánlott szakmai jellegű feladatok

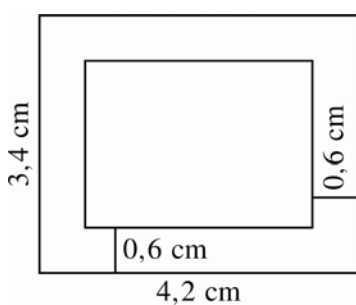
A feladatok szakmai jellegűek, alkalmazásuk mindenképpen a tanulók motiválását szolgálja. Segít abban, hogy a tanulók a tanultak alkalmazhatóságát meglássák. Értsék meg, hogy a matematika tanulása nem öncélú, hanem hasznos tevékenység.

A feladatok nem tartalmaznak kifejezetten szakmai számításokat, bármely szakmát tanuló tanulók számára kitűzhetők.

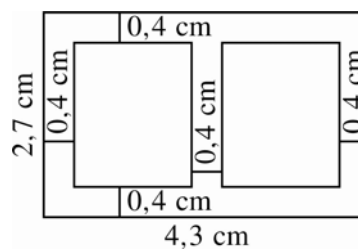
A feladatok feldolgozása nem igényel különösebb szakmai ismereteket a matematikatanártól sem. Ötletadónak is szántuk, hogy a kollégák maguk is készítsenek hasonló feladatokat az ott tanított szakmák ismeretében.

## Hasonlóság

1. Mekkora az alábbi transzformátorlemezek valódi mérete, ha a tervrajz és a valós méret aránya: 1 : 3? Mekkora a lemezek kerülete és területe?



a)



b)

*Megoldás :*

- a) A külső téglalap oldalai:  $3 \cdot 3,4 = 10,2$  (cm) és  $3 \cdot 4,2 = 12,6$  (cm);

a belső téglalapé:  $3 \cdot 2,2 = 6,6$  (cm) és  $3 \cdot 3 = 9$  (cm).

A lemez kerülete:  $2 \cdot (10,2 + 12,6 + 6,6 + 9) = 76,8$ ; azaz 76,8 cm.

A lemez területe:  $10,2 \cdot 12,6 - 6,6 \cdot 9 = 69,12$ ; azaz  $69,12 \text{ cm}^2$ .

- b) A külső téglalap oldalai:  $3 \cdot 4,3 = 12,9$  (cm) és  $3 \cdot 2,7 = 8,1$  (cm);

a belső téglalapoké:  $3 \cdot 1,9 = 5,7$  (cm) és  $3 \cdot 1,55 = 4,65$  (cm).

A lemez kerülete:  $2 \cdot (8,1 + 12,9) + 4 \cdot (5,7 + 4,65) = 83,4$ ; azaz 83,4 cm.

A lemez területe:  $12,9 \cdot 8,1 - 2 \cdot 5,7 \cdot 4,65$ ; azaz  $51,48 \text{ cm}^2$ .

2. Az ábrán látható alátétlemez rajza és a valódi méretének aránya: 1 : 1.

Mekkora az alátétlemez valódi mérete? Mekkora a kerülete és területe?

*Megoldás :*

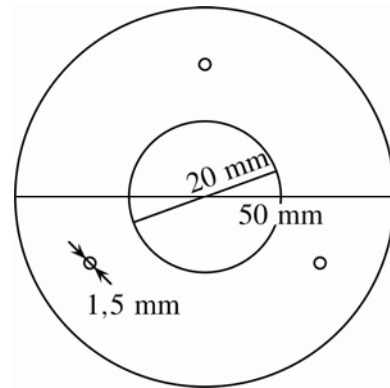
Az alátétlemez valóságos méretei:

$D = 50 \text{ mm}$ ;  $d = 20 \text{ mm}$ ; lyukátmérő:  $1,5 \text{ mm}$ .

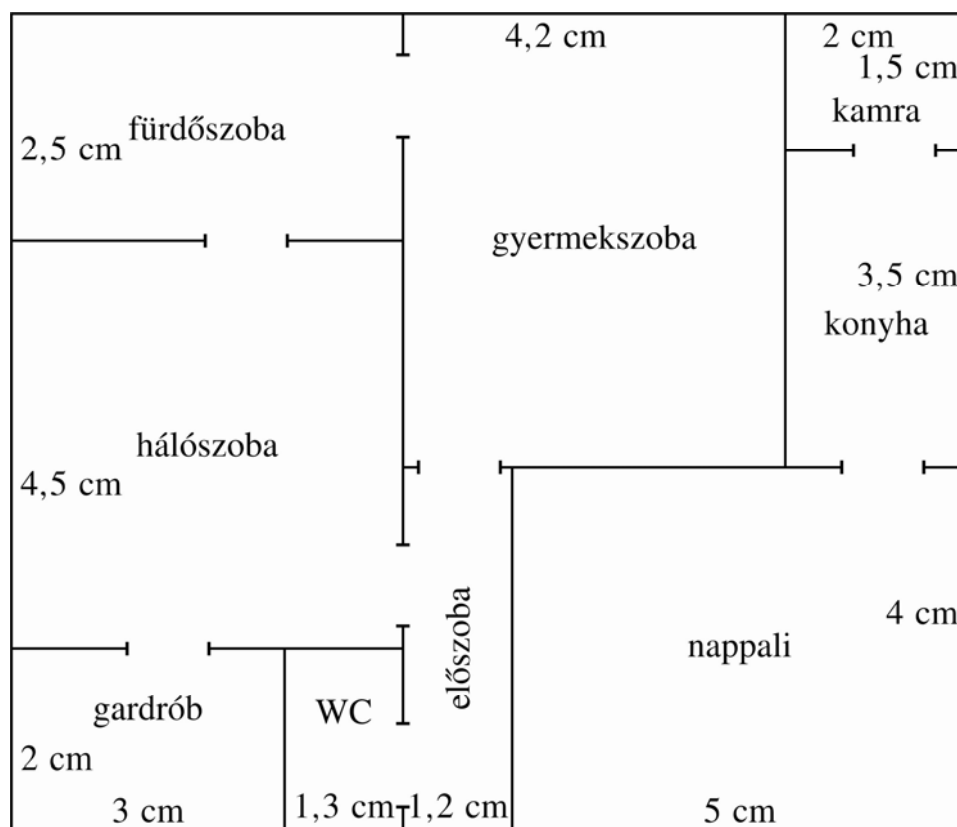
Kerülete:  $(50 + 20) \pi \approx 219,9 \text{ (mm)}$ ;

területe:  $(25^2 - 10^2 - 3 \cdot 0,75^2) \pi \approx 523,31 \text{ (mm}^2\text{)}$ ;

azaz  $\approx 5,233 \text{ cm}^2$ .



3. A tervrajz egy családi ház alaprajza. Mekkora a ház és az egyes helyiségek alapterülete, ha a tervrajz méretaránya 1 : 110?



*Megoldás:* A ház alapjának méretei:  $110 \cdot 10,5 = 1155 \text{ (cm)}$  és  $110 \cdot 9 = 990 \text{ (cm)}$ ,

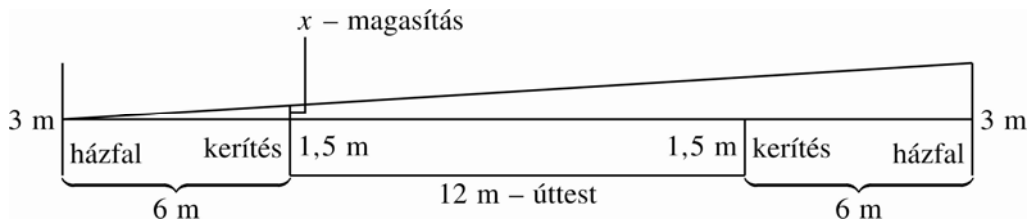
azaz  $11,5 \text{ m}$  és  $9,9 \text{ m}$ . Az alapterülete:  $11,55 \cdot 9,9 = 113,85$ ; azaz  $114,34 \text{ m}^2$ .

Az egyes helyiségek területe:

Nappali:  $5 \cdot 4 \cdot 110^2 = 24,2 \text{ (m}^2\text{)}$ , konyha  $3,5 \cdot 2 \cdot 110^2 = 8,47 \text{ (m}^2\text{)}$ ,  
 ehhez hasonlóan számolva: kamra:  $3,63 \text{ (m}^2\text{)}$ , gyerekszoba:  $25,41 \text{ (m}^2\text{)}$ , hálósoba:  $23,41 \text{ (m}^2\text{)}$ ,  
 fürdőszoba:  $13 \text{ (m}^2\text{)}$ , gardrób:  $7,26 \text{ (m}^2\text{)}$ , WC:  $3,15 \text{ (m}^2\text{)}$ , előszoba:  $5,8 \text{ (m}^2\text{)}$ .

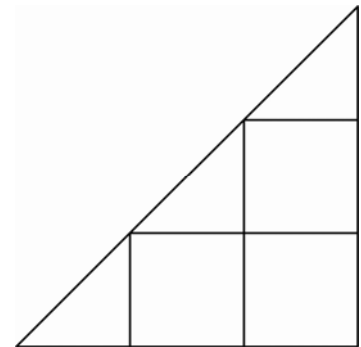
4. Egy 12 m széles út két oldalán, egymással szemközt két kertes ház áll. A házak a kertben az úttesttől, 6–6 méterre állnak. Mind a két kertet az úttesttől 1,5 m magas kerítés választja el. Az egyik ház gazdája azt szeretné, hogy szemközti szomszédja a 3 m magasan végződő ablakából ne lásson be az ő alagsori ablakán, amelynek felső vége 1,5 m magasan van. Hány cm-rel emelje meg a kerítését?

*Megoldás:*



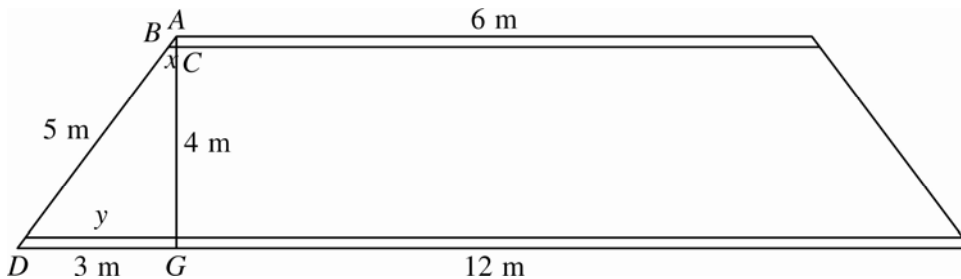
A 6 és  $x$  méter befogójú derékszögű háromszög hasonló a 24 és 1,5 m befogójú derékszögű háromszöghöz, ezért:  $6 : x = 24 : 1,5$ , ebből  $x \approx 0,38$ . A kerítését 38 cm-rel kell megemelnie.

5. Egy egyenlőszárú derékszögű háromszög alakú ablakra, melynek befogói 45 cm-esek, rácsot szerelnek, az ábrán látható módon.  
 Hány méter acélrúd szükséges a rács elkészítéséhez?  
 (A rács kerete is ugyanolyan acélrúdból van, mint a rács többi része.)



*Megoldás:* A keret átfogója:  $\sqrt{2 \cdot 45^2} \approx 63,64 \text{ (cm)}$  A keret hossza:  $2 \cdot 45 + 63,64 = 153,64 \text{ (cm)}$ . A keletkezett kis, egybevágó háromszögek 1 : 3 arányban hasonlóak az eredeti háromszöghöz, oldalhosszuk annak harmada. A keresztrácsok összhossza tehát 6·15 cm. A szükséges acélrúd mennyiség:  $153,64 + 90 = 243,64 \text{ cm}$ ; azaz  $\approx 2,5 \text{ m}$ .

6. Egy szimmetrikus trapéz alakú tetősíkot palával fednek be. Az eresztartó 12 m, a tetőgerinc 6 m hosszú, a tetősík magassága 4 m. A palákat a trapéz alapjaival párhuzamos lécekre szögelik. A tetőgerinc és az eresztartó közt, egyenlő távolságra, 19 léceket helyeznek el. Milyen hosszú a legalsó és a legfelső léce?



*Megoldás:* A trapéz alakú tetősík szárainak hossza:  $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$  (m).

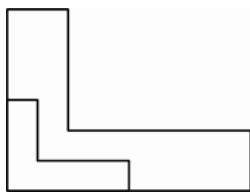
A lécek távolsága  $4 : 20 = 0,2$ , azaz 20 cm. A lécek felfüggesztése az 5 m-es gerendán:

$5 : 20 = 0,25$ , azaz 25 cm. A legfelső léce hosszának kiszámítása:

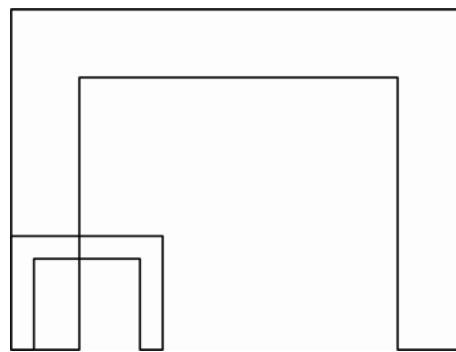
az  $ABC$  háromszög hasonló az  $ADG$  háromszöghöz, ezért  $5 : 3 = 25 : x$ ; ebből  $x = 15$  (cm),

a léce hossza  $630$  cm = 6,3 m. Ugyanígy a legalsó léce:  $5 : 3 = 475 : y$ ; ebből:  $y = 285$  (cm), a léce hossza:  $1170$  cm = 11,7 m.

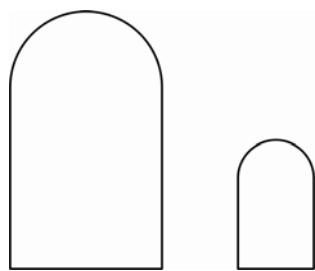
7. Az alábbi rajzon fémlemezek tervrajzát látjuk. Szerkesszük meg a lemezek valódi méret szerinti sablonját az adott arányok szerint!



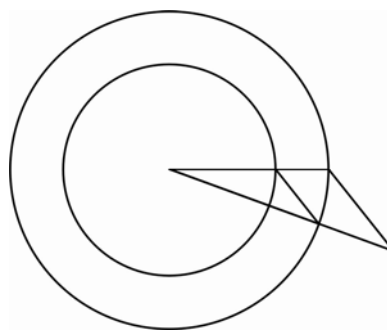
a) 1 : 2



b) 1 : 3



c)

 $2 : 1$ 

d)

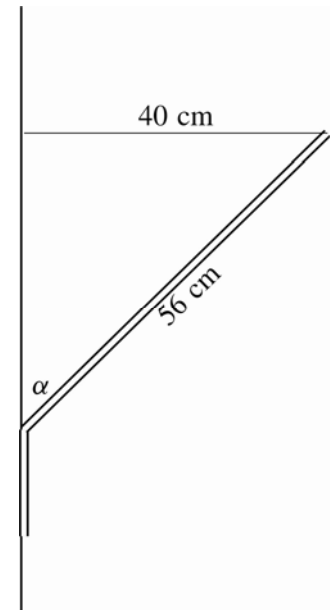
 $3 : 2$

## Szögfüggvények

8. Egy lámpa felszereléséhez egy derékszögben meghajlított vaspántot használnak. A pánt egyik része a falra simul, a másik, 56 cm hosszú részt, amelyre a lámpát függesztik, az eredeti derékszögből tovább hajlítják, hogy a lámpa a faltól 40 cm távol legyen. Hány fokos hajlásszöge lesz így a vaspántnak?

*Megoldás:*  $\sin \alpha = \frac{40}{56} \approx 0,7143$ ,  $\alpha \approx 45,59$ ; azaz  $45,59^\circ$ ;

A vaspánt hajlásszöge  $180^\circ - 45,59^\circ = 134,41^\circ$ . (A derékszögű vaspántot tehát további  $44,41^\circ$ -kal kell elhajlítani.)

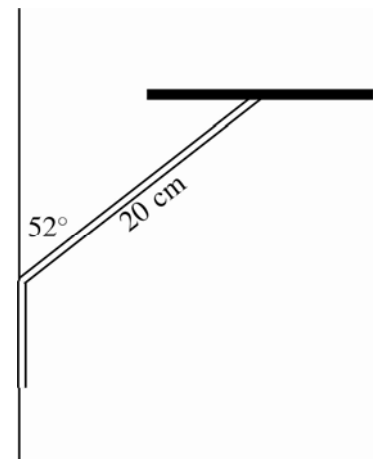


9. Az ábrán látható kovácsoltvas fal virágtartón elfér-e egy olyan virágcserep, amelynek legnagyobb átmérője 30 cm?

*Megoldás:* Akkor fér el a cserép, ha a cserép legnagyobb sugara legfeljebb akkora, mint a tartórúd végének a faltól való távolsága.

Ez a távolság:  $h = 20 \cdot \sin 52^\circ = 20 \cdot 0,788 \approx 15,76$  (cm).

A cserép elfér a fal mellett:  $15 \text{ cm} < 15,76 \text{ cm}$ .



10. Egy daru tartórúdját függőleges falon, a talajtól 2 m magasan rögzítették. A daru csúcsa, legmagasabb állásban, 14 m magasan van a talajtól, és  $6^\circ$ -os szöget zár be függőleges fallal. Hány m-re hajlik el a daru a faltól, amelyhez rögzítették?

*Megoldás:*  $\operatorname{tg} 6^\circ = \frac{x}{12}$ ; ebből  $x = 12 \cdot \operatorname{tg} 6^\circ$ ;  $x = 1,26$  (m).

A daru csúcsa 1,26 m távolságra hajlik el a függőleges faltól.

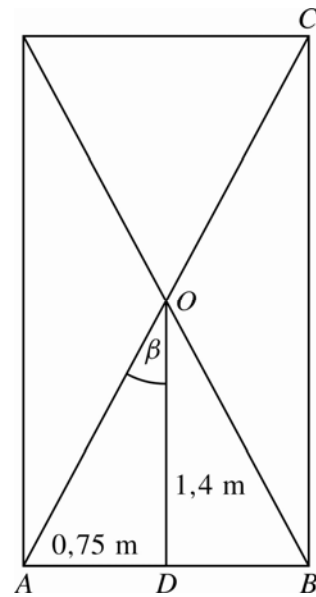


11. Egy téglalap alakú vasajtóra két átlós merevítőt tesznek. Az ajtó 2,8 m magas és 1,5 m széles. Hány fokos szöget zárnak be a merevítők egymással?

*Megoldás:* A téglalap átlói felezik egymást a szimmetriaközéppontjukban, és az  $ADO$  háromszög hasonló az  $ABC$  háromszöghöz. Ezért  $AD$  feleakkora, mint  $AB$ , és  $DO$  is feleakkora mint  $BC$ .

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{0,75}{1,4} \approx 0,5357; \text{ ebből } \beta = 28,18^\circ.$$

Az átlók szöge ennek a kétszerese:  $2\beta = 56,36^\circ$ .



12. Egy egyenlőszárú trapéz alakú fedéllemez alapjai 50 és 70 cm hosszúak. A szárak a rövidebbik alappal  $110^\circ$ -os belső szöget zárnak be. Mekkora a lemez területe?

*Megoldás:*  $m = 10 \cdot \operatorname{tg} 70^\circ \approx 27,47$  (cm).

$$\text{Terület: } \frac{120 \cdot 27,47}{2} \text{ cm}^2 = 1648,2 \text{ cm}^2 \approx 16,5 \text{ dm}^2.$$

13. Milyen magasra ér fel a fogaskerekű vasút egy 500 m-es útszakasz megtételével, ha a pálya emelkedési szöge  $7,5^\circ$ ?

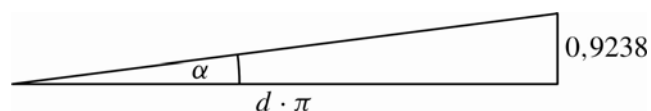
*Megoldás:* A magasság  $m = 500 \cdot \sin 7,5^\circ = 65,26$  (m). A vasút 65,3 m magasra jut fel.

14. Egy M8-as csavar átmérője 7,2 mm. A menetemelkedés 0,9238 mm. Mekkora a menetemelkedés szöge?

*Megoldás:* A csavar keresztmetszetének kerülete:

$$k = d \cdot \pi; k = 7,2 \cdot \pi = 22,62 \text{ (mm)},$$

$$\text{az emelkedési szög, } \sin \alpha = \frac{0,9238}{22,62} \approx 0,0408, \alpha = 2,34^\circ.$$



- 15.** Egy csavar menetemelkedése 2 mm, és menetemelkedési szöge  $3^\circ$ . A csavaron 25 menet van. Mennyi a csavar átmérője, és milyen hosszú a csavarmenet?

*Megoldás:* A csavar keresztmetszetének kerülete:  $d \cdot \pi$ , ahol  $d$  az átmérő.  $\operatorname{tg} 3^\circ = \frac{2}{d \cdot \pi}$ ;

ebből:  $d = \frac{2}{\pi \cdot \operatorname{tg} 3^\circ} \approx 12,15$  (mm). Egy csavarmenet hossza,  $h = \frac{2}{\sin 3^\circ} \approx 38,24$  (mm);

25 menet hossza:  $25 \cdot 38,24 = 956$ , azaz  $956 \text{ mm} = 95,6 \text{ cm}$ .

- 16.** A viharban egy gyaloghíd megrongálódott, ezért a híd szárazföldön lévő pilléreit megtámasztották. A támasztógerenda egyik talajon lévő vége a pillértől 2,5 m távol van, és  $31^\circ$ -os szöget zár be a vízszintes talajszinttel. Milyen hosszú egy ilyen gerenda?

*Megoldás:* A gerenda hossza,  $l = \frac{2,5}{\sin 31^\circ} \approx 2,92$  (m). A megtámasztáshoz 2,92 m hosszú gerenda szükséges.

- 17.** Egy 4 km hosszú csatorna lejtési szöge  $0,98^\circ$ -os. A szennyvízgyűjtő tengerszint feletti magassága 328 m. Milyen magasról indul a csatorna?

*Megoldás:* Jelöljük a csatorna indulási pontja és a szennyvízgyűjtő magassága közti szintkülönbséget  $x$ -szel.  $x = 4000 \cdot \sin 0,98^\circ \approx 68,4$  (m).  $68,4 + 328 = 464,8$  (m).

A csatorna 464,8 m tengerszint feletti magasságból indul.

- 18.** Egy kémény magasságát kívánjuk meghatározni, ami tőlünk 321 m-re van, sík területen. A kémény tetejét egy 1,5 m magas állványon lévő mérőműszerrel  $10,59^\circ$ -os szögben látjuk. Milyen magas a kémény?

*Megoldás:* A mért magasság 1,5 m magasban  $x = 321 \cdot \operatorname{tg} 10,5^\circ$ .  $x = 59,5$  m.

A kémény magassága:  $1,5 + 59,5 = 61$  (m), azaz a kémény 61 m magas.



19. Egy egyenlőszárú trapéz keresztmetszetű vízvezető betonárkot építenek. Az árok alja 60 cm széles. Az 1 m magas oldalfalak  $120^\circ$ -os szöget alkotnak az árok aljával. Milyen mély az árok?

*Megoldás:* Az árok mélysége,  $m = 100 \cdot \cos 30^\circ \approx 86,6$ . Az árok 86,6 cm mély.

20. Egy családi ház garázsába, melynek padlózata 3 m-rel a talajszint alatt van, 2,8 m széles leajtót építenek, amely a garázs szintjével  $22^\circ$ -os szöget zár be. A leajtót 20 cm oldalú, négyzet alakú csúszásgátló lapokkal borítják. Hány lap szükséges a leajtó borításához?

*Megoldás:* A leajtó hossza:  $x = \frac{3}{\sin 22^\circ} \approx 8$  (m). A lejárati területe:  $2,8 \cdot 8 \approx 22,4$  (m<sup>2</sup>);

A kőlapok területe:  $0,2^2 = 0,04$  (m<sup>2</sup>).  $22,4 : 0,04 = 560$ . A lejáróhoz 560 darab csúszásgátló lap szükséges.

21. Egy szék ülőkéje egyenlőszárú trapéz alakú. A párhuzamos oldalak hossza 42 cm és 46 cm. A szárak  $87^\circ$ -os szöget zárnak be a 46 cm-es oldallal. Mekkora szegőfóliával lehet az ülőkéket bekeretezni?

*Megoldás:* A trapéz szára,  $x = \frac{2}{\cos 87^\circ} \approx 40$  (cm). A kerület:  $46 + 42 + 2 \cdot 40 = 168$ , azaz 168 cm szegőfóliára van szükség.

22. Egy szobor talpzatának keresztmetszete szabályos ötszög alakú. Az ötszög oldalai 62 cm hosszúak. Mekkora a keresztmetszet területe?

*Megoldás:*

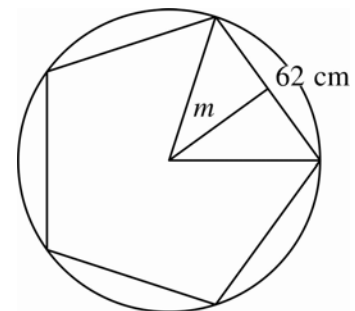
Az öt egyenlőszárú háromszög alappal szemközti szöge az ötöd

körcikk középponti szöge:  $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$ .

Az egyenlőszárú háromszög alapjához tartozó magasság:

$$m = \frac{31}{\operatorname{tg} 36^\circ} \approx 42,67 \text{ (cm)}. \text{ Az ötszög területe: } 5 \cdot \frac{62 \cdot 42,67}{2} =$$

$$= 6613,85; \text{ azaz a keresztmetszet területe } 6613,85 \text{ cm}^2.$$



23. Egy kör keresztmetszetű acélhengerből szabályos hétszög keresztmetszetű idomot reszelnek. A hétszög oldalai 18 mm hosszúak. Mekkora volt az acélhenger átmérője?

*Megoldás:* A 7 egyenlőszárú háromszög alappal szemközti szöge a heted körcikk középponti

szöge:  $\frac{360^\circ}{7} \approx 51,43^\circ$ . A kör sugara:  $r = \frac{9}{\sin 25,71} \approx 20,75$  (mm). Az átmérő tehát 41,5 mm.

24. Egy falra szerelhető asztalt készítenek. Levágnak egy 90 cm átmérőjű körlapból egy körszeletet úgy, hogy az asztalnak a faltól való legtávolabbi pontja 30 cm legyen. Hány  $\text{m}^2$  az asztallap területe?

*Megoldás:* A körszelet területe a körcikk és az egyenlőszárú háromszög területének különbsége.

$\alpha$ -val jelölve a körcikk felének középponti szögét,

a derékszögű háromszögben  $\cos \alpha = \frac{15}{45} \approx 0,3333$ ;

ebből  $\alpha = 70^\circ$ . A derékszögű háromszög másik befogója

a kör húrjának fele:  $h = 15 \cdot \text{tg} 70^\circ$ , a kör húrjának hossza ennek kétszerese:  $2h \approx 82,42$  (cm).

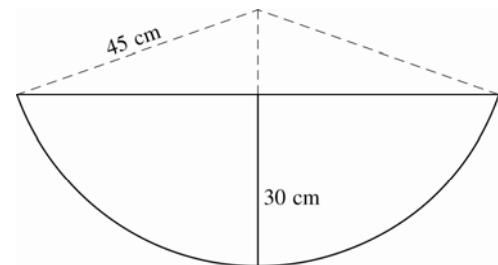
A teljes körcikk szöge:  $2\alpha = 140^\circ$ .

Az egyenlőszárú háromszög területe:  $\frac{82,42 \cdot 15}{2} = 618,18$  ( $\text{cm}^2$ ).

A teljes kör kerülete:  $k = 90\pi = 282,74$  (cm). Mivel  $2\alpha = 140^\circ$ ; és  $360 : 140 \approx 2,57$ , a körcikk ívhossza  $\approx 110$  (cm).

A körcikk területe:  $\frac{110 \cdot 45}{2} = 2475$  ( $\text{cm}^2$ ).

Az asztal területe  $2475 - 618,18 = 1856,82$ ; azaz  $1856,82 \text{ cm}^2 \approx 18,6 \text{ dm}^2$ .

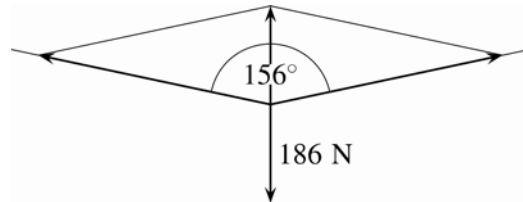


- 25.** Egy textilüzem fonodájában a levegő páratartalmát adott értéken kell tartani, ezért párasító készüléket szerelnek fel. A készülék egy acélsodrony közepén függ, és súlya 186 N. A kötélszárak  $156^\circ$ -os szöget zárnak be egymással. Mekkora erő ébred az egyes kötélszárakban?

*Megoldás:* Készítsünk vektorábrát!

$$\cos 78^\circ = \frac{93}{x}; \text{ ebből } x = \frac{93}{0,2079} \approx 447,33.$$

Mind a két kötélszárban 447,33 N erő ébred.



- 26.** Egy csőbilincsre a két csőszár 80 N és 120 N húzóerőt gyakorol. Mekkora a csőbilincsre ható eredő erő, ha a két csőszár egymással  $60^\circ$ -os szöget zár be? Hány fokos szöget zár be az eredő erő iránya az egyes csőszárakkal?

*Megoldás:* Készítsünk vektorábrát!

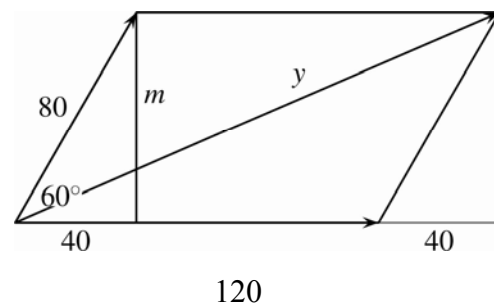
A 80 egység átfogójú  $60^\circ$ -os derékszögű háromszög egy egyenlő oldalú háromszög fele, ezért az egyik befogója 40 egység és  $m = 40 \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = 69,28$ .

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{69,28}{160} \approx 0,433, \text{ ebből } \alpha = 23,4^\circ,$$

$$60^\circ - \alpha = 36,6^\circ.$$

$$y = \frac{160}{\cos 23,4^\circ} = \frac{160}{0,9178} \approx 174,33.$$

Az eredő erő 174,33 N, az erő  $23,4^\circ$ -os szöget zár be a 120 N erő irányával, és  $36,6^\circ$ -os szöget a 80 N erő irányával.



27. Egy vízirakományt a kikötőnek kialakított csatorna két oldalán rögzített csörlőkkel vontatnak ki. Az egyik csörlő 5600 N, a másik 6500 N erővel húzza a rakományt. A két vontatókötél  $68^\circ$ -os szöget zár be egymással. Mekkora a rakományt húzó eredő erő?

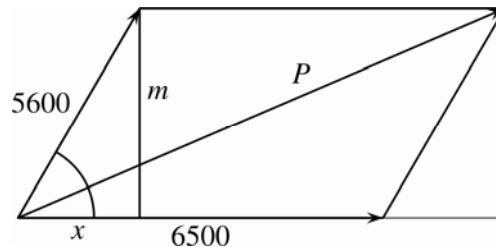
*Megoldás:* Készítsünk vektorábrát!

Az eredő hosszát a  $(6500 + x)$  és  $m$  befogójú derékszögű háromszögből tudjuk kiszámítani.

$$m = 5600 \cdot \sin 68^\circ \approx 5192,23 ;$$

$$x = 5600 \cdot \cos 68^\circ \approx 2097,8.$$

$$(6500 + x) = 8597,8. \quad P = \sqrt{8597,8^2 + 5192,23^2} \approx 10044. \quad \text{Az eredő erő: } 10044 \text{ N.}$$



28. Egy 1500 N súlyú hordót kívánunk egy  $16^\circ$ -os lejtőn felgurítani. Mekkora erő kell ehhez? (A súrlódást nem vesszük figyelembe.)

*Megoldás:*  $p = 1500 \cdot \sin 16^\circ \approx 413,46.$

A hordó gurításához szükséges erő 413,46 N.

