Ajánlott szakmai jellegű feladatok

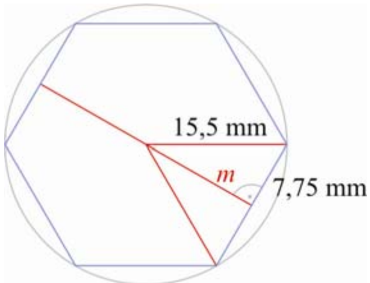
A feladatok szakmai jellegűek, alkalmazásuk mindenképpen a tanulók motiválását szolgálja. Segít abban, hogy a tanulók a tanultak alkalmazhatóságát meglássák. Értsék meg, hogy a matematika tanulása nem öncélú, hanem hasznos tevékenység.

A feladatok nem tartalmaznak kifejezetten szakmai számításokat, bármely szakmát tanuló tanulók számára kitűzhetők.

A feladatok feldolgozása nem igényel különösebb szakmai ismereteket a matematikatanártól sem. Ötletadónak is szántuk, hogy a kollégák maguk is készítsenek hasonló feladatokat az ott tanított szakmák ismeretében.

Pitagorasz-tétel

1. Egy 31 mm átmérőjű, kör keresztmetszetű acélrúdból M12-es hatlapfejű (azaz szabályos hatszög fejű) csavarokat esztergálnak. Mekkora lesz a csavarfej laptávolsága (a hatszög két szemközti oldalának távolsága?



Megoldás: A kör sugara: $r = 15{,}5$ mm.

$m = \sqrt{15{,}5^2 - 7{,}75^2}$ mm $\approx 13{,}4$ mm.

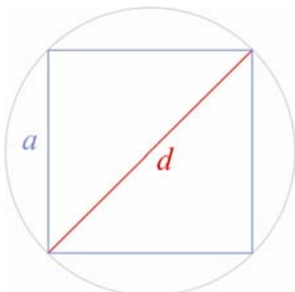
A laptávolság $2m$, tehát 26,8 mm.

2. Kör keresztmetszetű acélrúdból olyan csavarokat esztergálnak, amelyek 16 mm-es kulcsnyílású csavarkulccsal nyithatók. Legalább mekkora átmérőjű acélrúd kell a (szabályos hatszög fejű) csavarok elkészítéséhez?

Megoldás: Ez esetben a hatszög laptávolsága adott: 16 mm. A kör sugarát kell kiszámítani:

$r^2 = \left(\frac{r}{2}\right)^2 + 8^2$, ebből: $r = \sqrt{289} \approx 9{,}24$ mm. Az acélrúd átmérője $\approx$ 18,5 mm.

3. Egy kör keresztmetszetű tengely egyik végére a lehető legnagyobb négyzet keresztmetszetű csapot marunk. Mekkora átmérőjű a tengely, ha a csap keresztmetszete 289 cm^2 területű?



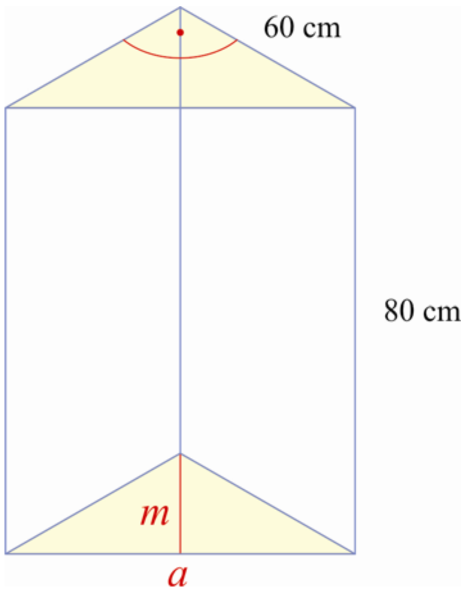
Megoldás: $a = \sqrt{289} = 17$; $d = \sqrt{2 \cdot 17^2} \approx 24{,}04$. A tengely átmérője: kb. 24 cm.

4. Egy múzeum bejáratának kapuja kétszárnyú. A kapu magassága 2,8 m, az egyes ajtószárnyak 2 m szélesek. Az ajtószárnyakat 2-2 kovácsoltvas merevítő díszíti, amelyek átlósan helyezkednek el az ajtószárnyakon. Összesen hány m hosszú kovácsoltvas szükséges a merevítők elkészítéséhez?

Megoldás: 4 átló van, ezek hossza: $d = \sqrt{2^2 + 2{,}8^2} \approx 3{,}44$. A 4 átló ennek négyszerese, így 13,76 m (14 m) hosszú vaspánt szükséges a merevítők elkészítéséhez.

5. Az asztalosműhelyben sarokba helyezhető tékát (egyenlőszárú derékszög alapú hasáb alakú kis faliszekrényt) készítenek. A téka két oldallapja 60 cm széles és 80 cm magas téglalap. Milyen széles a téka ajtaja (előlapja)? Hány cm^2 bútorlapot használnak fel a téka elkészítéséhez?

Megoldás: A téka alap- (és fedő-) lapjának két szára 60 cm, alapja: $a = \sqrt{2 \cdot 60^2} \approx 84{,}85$ (cm).



A lap magassága: $m = \sqrt{60^2 - 42{,}425^2} \approx 42{,}425$.

A lap területe: $t = \dfrac{84{,}85 \cdot 42{,}425}{2} \approx 1800$ (cm^2).

Megjegyzés: Egyszerűbben is kiszámítható az alaplap területe: mivel a 60 cm oldalú derékszögű háromszög egy 60 cm oldalú négyzet fele. Ezért a területe:

$\dfrac{60^2}{2} = 1800$ (cm^2).

A téka oldallapjainak területe: $60 \cdot 80 = 4800$ (cm^2).

Az ajtó szélessége: 84,85 cm. Az ajtó területe:

$84{,}85 \cdot 80 = 6788$ (cm^2). A szekrény elkészítéséhez:

$2 \cdot 4800 + 2 \cdot 1800 + 6788 = 19988$,

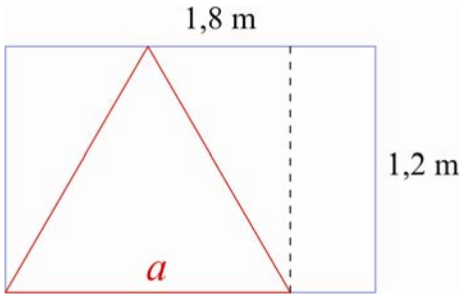
azaz 19988 cm^2 $\approx$ 2 m^2 bútorlap szükséges.

6. Egy régi típusú falusi ház padlására létrán lehet felmenni. A létra alját a faltól 1,2 m-re a talajhoz, a tetejét 2,8 m magasan a falhoz rögzítették. Milyen hosszú a létra?

Megoldás: A létra hossza: $h = \sqrt{1{,}2^2 + 2{,}8^2} \approx 3{,}046$; azaz ≈ 3 m.

7. Egy téglalap alakú bútorlap oldalai 1,2 m és 1,8 m hosszúak. Ebből egy egyenlő oldalú háromszög alakú asztallapot vágnak ki, amelynek magassága pontosan 1,2 m. A fennmaradó anyag két darabjából még összeállítanak egy ugyanekkora asztallapot, hogy ne legyen olyan nagy az anyagveszteség.
Hány százalék ezután az anyagveszteség?

Megoldás: A háromszög oldala: $a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 1{,}2^2$;



ebből $a = 1{,}38$ m.

A két háromszög leszabása után $1{,}8 - 1{,}38 = 0{,}42$ (m), azaz egy $0{,}42 \cdot 1{,}2 = 0{,}504$ (m^2) darab marad. A bútorlap területe $1{,}2 \cdot 1{,}8 = 2{,}16$, azaz 2,16 m^2.

A veszteség százalékban $\frac{0{,}504}{0{,}0216} \approx 23{,}33$; azaz a veszteség 23%.

8. Egy farönkből, amelynek keresztmetszete 25 cm átmérőjű kör, a lehető legnagyobb, négyzet-keresztmetszetű gerendát vágnak ki. Hány cm^2 a gerenda keresztmetszete?

Megoldás: A kör átmérőjének hossza megegyezik a négyzet átlójának hosszával.

A négyzet oldala: $a = \sqrt{2 \cdot 12{,}5^2} \approx 17{,}68$ (cm). A gerenda keresztmetszetének területe: $17{,}68^2 = 312{,}5$, azaz 312,5 cm^2.

9. Egy teherautóra hordókat gurítanak fel. A teherautó rakodófelülete 1,5 m magasan van. Egy 3 m-es palló áll a rendelkezésükre. Közelítőleg milyen messze lesz a palló földre támaszkodó része a teherautótól?

Megoldás: A teherautótól való távolságot jelöljük x-szel. $x = \sqrt{3^2 - 1{,}5^2} \approx 2{,}598$ (m).

A palló vége $\approx$2,6 m távolságban lesz a teherautótól.

10. A konyhai dolgozó nőknek fejkendőt kell hordaniuk. A fejkendők egyenlőszárú derékszögű háromszög alakúak. A leghosszabb oldaluk 84 cm hosszú (beleszámítva a szegést is), hogy hátul a nyakon meg lehessen kötni. Hány méternyi 120 cm széles fehér vásznat kell venni 8 fejkendő elkészítéséhez?

Megoldás: Két fejkendőt úgy szabhatunk ki, hogy egy olyan négyzetet szabunk, amelynek átlója 84 cm, majd a négyzetet az átló mentén kettévágjuk. A négyzet oldalának kiszámítása: $84^2 = 2a^2$, ahol a négyzet oldala: a. Ebből a = 59,4 (cm). A 120 cm széles anyagból 59,4 cm-es sávot levágva 4 kendőt készíthetünk.

A 8 fejkendőhöz 118,8 cm $\approx$ 1,2 m anyagot kell vennünk.

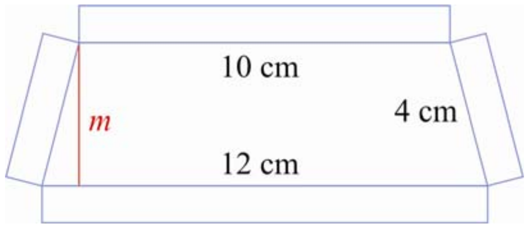
11. Egy sikeres futballistát pályafutása végén aranyozott futball-labdával ajándékoznak meg. Az ajándékhoz kocka alakú díszdobozt készítenek, amit kívülről bőrrel vonnak be. Ehhez 1014 cm^2 bőrt használnak el. Belefér-e a dobozba a 9,5 cm átmérőjű labda?

Megoldás: A kocka 1 lapjának területe $\frac{1014}{6} = 169$ (cm^2). ebből a kocka éle:

$a^2 = 169$, így $a = 13$. A kocka éle 13 cm,ebbe belefér a 9,5 cm átmérőjű labda.

12. Egy kabátra egyenlőszárú trapéz alakú zsebdíszeket varrnak. A trapéz párhuzamos oldalai 12 és 10 cm hosszúak, a két szára 4 cm hosszú. A szegéshez minden oldalon 1 cm-t kell még hozzászámítani. Hány cm^2 anyag szükséges két zsebdíszhez?

Megoldás: A trapéz magassága:



$m = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15}$ (cm).

Területe: $\frac{10+12}{2} \cdot 3{,}9 = 3{,}9 \cdot 11 \approx 42{,}6$ (cm^2).

A szegéshez szükséges anyag:

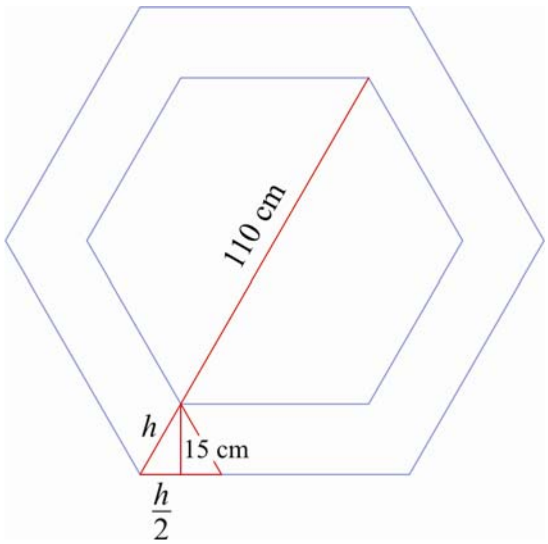
(12+10+2 · 4)·1 = 30 (cm^2).

A zsebdíszhez 42,6 + 30 =72,6, azaz ≈ 73 cm^2 anyag szükséges.

13. Egy szabályos hatszög alakú asztal kerülete 330 cm. Az asztalhoz hatszög alakú asztalterítőt varrnak, amely körben az asztalról 15 cm-rel lejjebb ér. Kiszabható-e az abrosz egy 1,5 m oldalú négyzet alakú anyagból?

Az eredeti feladat hibásan jelent meg, 1,5 m helyett 1 m-rel: 1 m oldalú négyzetből nyilvánvalóan nem szabható ki!

Megoldás: Akkor szabható ki az abrosz, ha a hatszög alakú abrosz szimmetriaátlója (beleszámítva 15 cm-es ráhagyást) legfeljebb 1,5 m hosszú.



Az asztal egy-egy oldalának hossza 55 cm, a szimmetriaátlója 110 cm. Az ábrán látható, hogy a sarkoknál 15 cm-nél hosszabban lóg le a terítő, ha az oldalaknál 15 cm a ráhagyás.

A kis egyenlő oldalú háromszögekből látható,

hogy $h^2 = 15^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2$; $h = \sqrt{\frac{4 \cdot 15^2}{3}} \approx 17{,}3$ (cm).

A terítő szimmetriaátlója: 110 + 2 · 17,3 $\approx 144{,}6$ (cm), tehát az abrosz kiszabható az 1,5 m oldalú négyzetből.

14. Egy többszemélyes sátor első lapja egyenlőszárú trapéz alakú. A két párhuzamos oldal 2 m és 4 m hosszú, a trapéz kerülete: 11 m. A sátor bejárata 2 m széles téglalap alakú, magassága megegyezik a sátor magasságával. A bejáratot tépőzáras szúnyogháló fedi. Hány m^2 szúnyogháló anyagot kell felhasználni a bejárathoz?

Megoldás: A sátor magassága: $m = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3} \approx 1{,}73$ (m);

a bejárathoz $2 \cdot 1{,}73 = 3{,}46$, azaz 3,46 m^2 szúnyogháló szükséges.

15. A televíziós képcsöveket a képernyő átmérőjével adják meg. A képernyők szélességének és magasságának aránya általában kétféle lehet: 4 : 3 és 16 : 9.

Hány cm széles és magas az a képernyő,

a) amelynél ez az arány 4 : 3, és átmérője 70 cm?

b) amelynél ez az arány 16 : 9, és átmérője 90 cm?

Megoldás: Az átmérő itt, a szakmában, a közelítően téglalap alakú képernyő átlóját jelenti.

a) A képernyő oldalai: $4a$ és $3a$ cm hosszúak. $70^2 = (4a)^2 + (3a)^2$, ebből $a = 14$.

A képernyő oldalai: $4 \cdot 14 = 56$; $3 \cdot 14 = 42$, azaz 56 cm és 42 cm hosszúak.

b) Az előzőhöz hasonlóan: $90^2 = (16b)^2 + (9b)^2$, amiből $b \approx 4{,}9$; a képernyő oldalai: 78 cm és 44,1 cm hosszúak.

16. Ha a 2,5 m magas kétágú festőlétrát szétnyitjuk, lábai a padlón 85 cm távol lesznek egymástól. Milyen magas a létra kinyitva?

Az eredetileg kitűzött példa második felét itt elhagytuk, mivel ahhoz a hasonlóság alkalmazása szükséges.

Megoldás: A létra kinyitva: $m = \sqrt{2{,}5^2 - 0{,}425^2} \approx 2{,}464$; azaz 246,4 cm magas.

17. Hány m hosszú korlátot szerelnek fel ahhoz a lépcsőhöz, ami 2,7 m vízszintesen mért távolságra és 2 m magasra visz fel?

Megoldás: A korlát hossza: $k = \sqrt{2{,}7^2 + 2^2} \approx 3{,}36$, azaz 3,36 m.

18. Hány négyzetméter lambéria szükséges egy egyenlőszárú háromszög alakú oromfal beborításához, amelynek alapja 6,5 m és szárai 4,3 m hosszúak?

Megoldás: Az oromfal magassága: $m = \sqrt{4{,}3^2 - 3{,}25^2} \approx 2{,}82$, azaz 2,82 m. Az oromfal területe: $\frac{6{,}5 \cdot 2{,}82}{2} = 9{,}165$ (m²). A befedéséhez $\approx 9{,}17$ m² lambéria szükséges.

19. Egy vízelvezető csatorna keresztmetszete egyenlőszárú trapéz. A csatorna alul 1,3 m széles, fent 1,6 m és az oldalfalak magassága 1,2 m. Mekkora a csatorna keresztmetszete?

Megoldás: A csatorna mélysége $m = \sqrt{1{,}2^2 - 0{,}15^2} \approx \sqrt{1{,}42} \approx 1{,}19$ (m).

A csatorna keresztmetszetének területe: $\frac{1{,}3 + 1{,}6}{2} \cdot 1{,}19 = 1{,}725$; azaz közelítőleg 1,7 m².

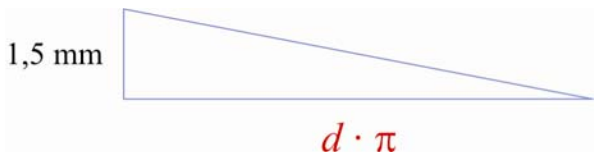
20. Egy egyenletesen emelkedő lejtő aljától, a hegy tetejéig tartó út 6100 m. Ugyanez az út a turista térképen 6000 m vízszintes irányú elmozdulás. Hány méter a szintkülönbség az indulási pontunktól a hegy tetejéig?

Az eredeti feladat adatait a reális végeredmény kedvéért megváltoztattuk!

Megoldás: A szintkülönbség, $h = \sqrt{6100^2 - 6000^2} = \sqrt{1210000} \approx 1100$, azaz 1100 m.

21. Mekkora egy 14 menetes csavarmenet hossza, ha a menetemelkedés 1,5 mm, és a csavar átmérője 4 mm?

Megoldás: Ha hengerfelületen haladó csavarmenetet a síkban kiterítjük, derékszögű háromszöget kapunk, amelynek egyik befogója a csavar keresztmetszetének kerülete, a másik a menetemelkedés.



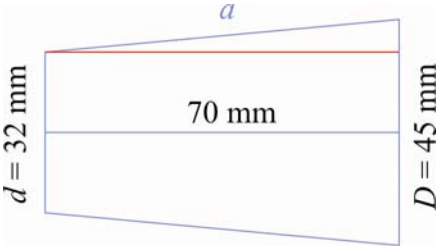
A csavarmenet hossza, $k = \sqrt{1{,}5^2 + (4 \cdot \pi)^2} \approx \sqrt{160{,}164} \approx 12{,}66$ (mm). A 14 menetes csavarvonal hossza ennek 14-szerese: 177,24 mm.

22. Egy csavar átmérője 5 mm. A csavarmenet hossza 16,8 mm. Mekkora a menetemelkedés?

Megoldás: $h = \sqrt{16{,}8^2 - (5\pi)^2} \approx \sqrt{35{,}5} \approx 5{,}96$ (mm). A menetemelkedés 5,96 mm.

23. Egy 70 mm hosszú kúpos csap legnagyobb átmérője 45 mm, a legkisebb átmérője 32 mm. Mekkora a kúpos felület alkotója?

Megoldás: $a = \sqrt{70^2 + 6{,}5^2} = \sqrt{4942{,}25} \approx 70{,}3$; az alkotó 70,3 mm.

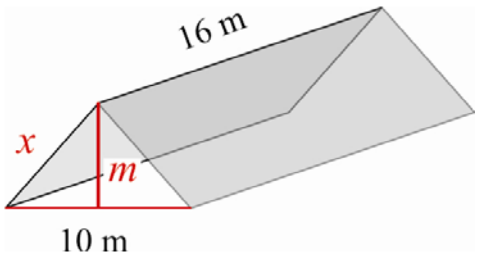


24. Egy nyeregtetős épület tetőszerkezete 4,5 m magas, 10 m széles és 16 m hosszú. Hány négyzetméter pala szükséges a födém beborításához?

Megoldás: A födém oldala x hosszúságú.

$x = \sqrt{5^2 + 4{,}5^2} = \sqrt{45{,}25} \approx 6{,}73$ (m).

A födém területe $2 \cdot 16 \cdot 6{,}73 = 215{,}36$, azaz 215,36 m^2.

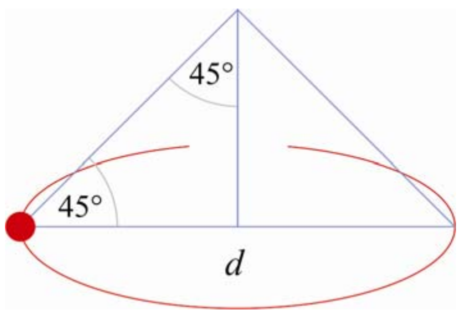


25. Egy 8 cm hosszú fonalingán lévő tárgyat kilendítünk, úgy, hogy a tárgy körpályán mozogjon, és az inga szára eközben 45°-os szöget zárjon be a függőlegessel. Mekkora átmérőjű kört fog leírni a tárgy? Ez a kör milyen messze lesz az inga felfüggesztési pontjától?

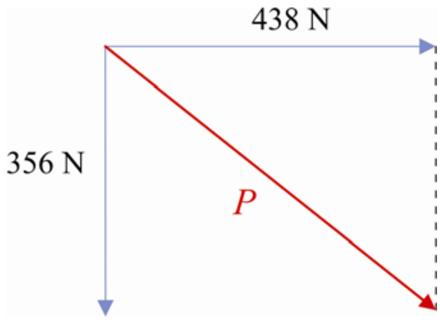
Megoldás: A kör átmérője egy 8 cm oldalú négyzet átlója:

$d = \sqrt{2 \cdot 8^2} = \sqrt{128} \approx 11{,}3$, azaz 11,3 cm.

A felfüggesztési ponttól való távolság ennek a fele: 5,66 cm.



26. Egy téglalap alakú kert kerítésének sarokoszlopaira 356 N és 438 N húzóerők hatnak. Mekkora a sarokoszlopokra ható húzóerő eredője?



Megoldás: $p = \sqrt{356^2 + 438^2} = 560{,}56$, azaz 560,56 N.

Az eredeti példa szövege javítva:

27. Egy tartóhorog egy, a terem két szemközti falára, ugyanolyan magasan rögzített sodronykötélre van felakasztva. A horog 200 N erővel húzza a kötelet. Mekkora erő ébred az egyes kötélszárakban, ha a kötélszárak derékszöget alkotnak?

Megoldás: A kötélszárakban egyenlő erő ébred.

A vektorábráról látható, hogy $2p^2 = 200^2$,

ebből: $p^2 = \dfrac{200^2}{2}$; $p = 141{,}42$.

A kötélszárakban 141,42 N erő ébred.