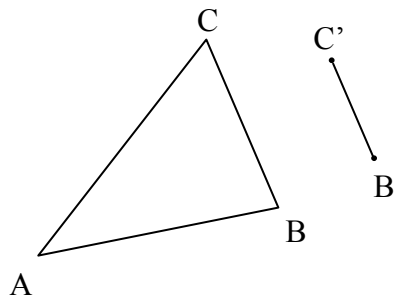


A CSOPORT

1. Egy háromszög oldalainak hossza 7 cm, 8 cm és 12 cm. Egy hozzá hasonló háromszög leg-hosszabb oldala 20 cm. Milyen hosszú a háromszög hiányzó két oldala? Mekkora a két háromszög kerületének, illetve területének aránya?
2. Az ABC háromszögből középpontos hasonlósággal kapjuk az $A'B'C'$ háromszöget, melynek $B'C'$ oldalát megadtuk. Szerkeszd meg a háromszög A' csúcsát! Indokold is a szerkesztésedet!



3. Egy derékszögű háromszög magassága az átfogót 6 cm és 8 cm hosszúságú részekre bontja. Milyen hosszúak a háromszög oldalai és mekkorák a szögei?
4. Az iskolai focibajnokságon minden csapat játszik minden csapattal egy mérkőzést, és már mindegyik csapat szerepelt legalább egyszer. A következő táblázat az eddigi meccsek eredményét mutatja.

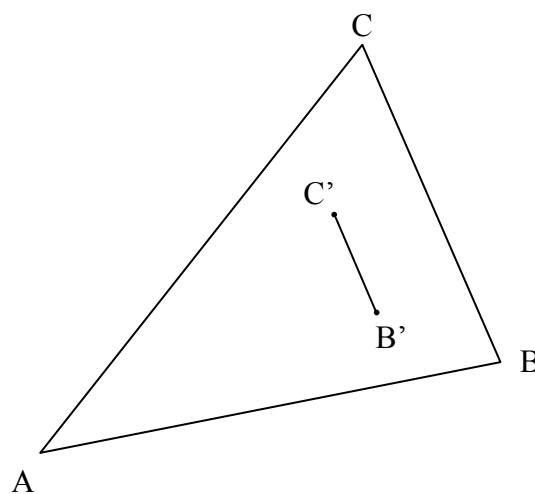
Ballábasok : Kommandósok	1:4	Halálfalók : Sántakutya	6:3
Kommandósok : Sántakutya	2:5	Ballábasok : Zsákosok	5:1
Ballábasok : Bajnokok	1:3	Bajnokok : Zsákosok	8:2
Sántakutya : Zsákosok	2:2		

Ábrázold gráffal, hogy melyik csapat melyikkel játszott! Hány mérkőzés van még hátra a bajnokságból?

5. Egy expedíció a bázisról indulva észak felé haladt 28 km-t, majd északnyugat felé fordult, megtett még 15 km-t és tábort vert. Az északi irányhoz képest milyen szögben induljon el a bázisról az utánpótlást szállító helikopter a táborba, ha a lehető legrövidebb úton akar oda jutni?

B CSOPORT

1. Egy háromszög oldalainak hossza 8 cm, 12 cm és 16 cm. Egy hozzá hasonló háromszög leghosszabb oldala 40 cm. Milyen hosszú a háromszög hiányzó két oldala? Mekkora a két háromszög kerületének, illetve területének aránya?
2. Az ABC háromszögből középpontos hasonlósággal kapjuk az $A'B'C'$ háromszöget, melynek $B'C'$ oldalát megadtuk. Szerkeszd meg a háromszög A' csúcsát! Indokold is a szerkesztésedet!



3. Egy derékszögű háromszög magassága az átfogót 10 cm és 18 hosszúságú részekre bontja. Milyen hosszúak a háromszög oldalai és mekkorák a szögei?
4. Az iskolai focibajnokságon minden csapat játszik minden csapattal egy mérkőzést, és már mindegyik csapat szerepelt legalább egyszer.
A Kutyaütők megverte a Kupaláz csapatát, amelyik megverte az Izgága F.C.-t. A TurboProtein kikapott a Kupaláztól, és a Vadbandától. A Vadbanda megverte még a Kutyaütőket, és megverte a Rettenet S.C. csapatát. Az Izgága F.C. döntetlent játszott a Rettenet S.C.-vel.
Ábrázold gráffal, hogy melyik csapat melyikkel játszott! Hány mérkőzés van még hátra a bajnokságból?
5. Egy expedíció a bázisról indulva dél felé haladt 15 km-t, majd délkelet felé fordult, megtett még 28 km-t és tábort vert. Az északi irányhoz képet milyen szögben induljon el a bázisról az utánpótlást szállító helikopter a táborba, ha a lehető legrövidebb úton akar oda jutni?

Megoldások:

A csoport

1. Egy háromszög oldalainak hossza 7 cm, 8 cm és 12 cm. Egy hozzá hasonló háromszög leg-hosszabb oldala 20 cm. Milyen hosszú a háromszög hiányzó két oldala? Mekkora a két há-romszög kerületének, illetve területének aránya?

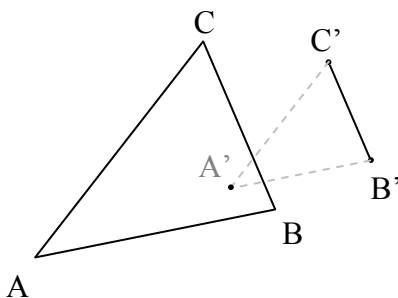
Megoldás:

$$a = 7 \text{ cm}, b = 8 \text{ cm}, c = 12 \text{ cm}.$$

$c' = 20 \text{ cm};$	1 pont
A hasonlóság aránya: $k = \frac{c'}{c} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$	1 pont
A hasonlóság miatt $a' = k \cdot a = \frac{35}{3} \approx 11,67 \text{ cm}.$	1 pont
$b' = k \cdot b = \frac{40}{3} \approx 13,33 \text{ cm}$	1 pont
A kerületek aránya a hasonlóság arányával egyenlő, $\frac{K'}{K} = \frac{5}{3}$	1 pont
A területek aránya a hasonlóság arányának négyzete, $\frac{T'}{T} = \frac{25}{9}$	1 pont
Összesen:	6 pont

Megjegyzés: a pontok az eredményekért járnak. Ha nincs szöveges indoklás, vagy a kerületek kiszámításával kapja meg a helyes eredményt a tanuló, vagy ha mértékegység nélkül válaszol, akkor is jár a pont.

2. Az ABC háromszögből középpontos hasonlósággal kapjuk az $A'B'C'$ háromszöget, mely-nek $B'C'$ oldalát megadtuk. Szerkeszd meg a háromszög A' csúcsát! Indokold is a szer-kesztésedet!



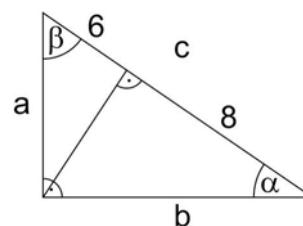
Szerkesztés: 3 pont

Indokolás: 3 pont

Összesen: 6 pont

3. Egy derékszögű háromszög magassága az átfogót 6 cm és 8 cm hosszúságú részekre bontja. Milyen hosszúak a háromszög oldalai és mekkorák a szögei?

Megoldás:

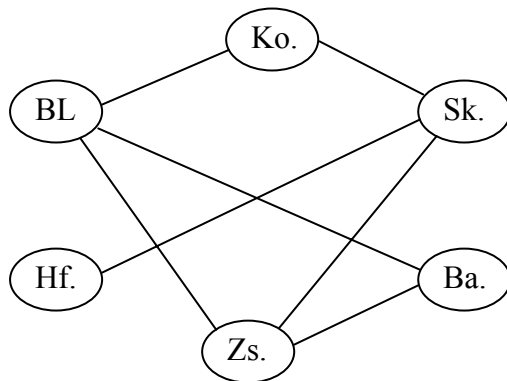


Vázlat készítése	1 pont
$c = 6 + 8 = 14$ cm	1 pont
A befogótétel miatt: $a = \sqrt{c \cdot c_1} = \sqrt{84} \approx 9,17$ cm	2 pont
$b = \sqrt{c \cdot c_2} = \sqrt{112} \approx 10,58$ cm	1 pont
$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\sqrt{84}}{14} \approx 0,6547$	1 pont
$\alpha \approx 40,9^\circ$	1 pont
$\beta = 90^\circ - \alpha = 49,1^\circ$	1 pont
Összesen:	8 pont

4. Az iskolai focibajnokságon minden csapat játszik minden csapattal egy mérkőzést, és már mindegyik csapat szerepelt legalább egyszer. A következő táblázat az eddigi meccsek eredményét mutatja.

Ballábasok : Kommandósok	1:4	Halálfalók : Sántakutya	6:3
Kommandósok : Sántakutya	2:5	Ballábasok : Zsákosok	5:1
Ballábasok : Bajnokok	1:3	Bajnokok : Zsákosok	8:2
Sántakutya : Zsákosok	2:2		

Ábrázold gráffal, hogy melyik csapat melyikkel játszott! Hány mérkőzés van még hátra a bajnokságból?



$$\text{Összesen } \frac{5 \cdot 6}{2} = 15 \text{ mérkőzés van.}$$

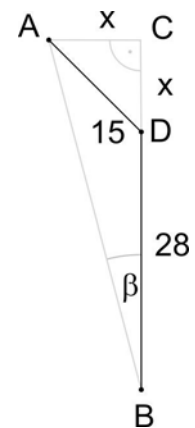
Lejátszottak 7 meccset, még hátra van $15 - 7 = 8$ mérkőzés.

Gráf felrajzolása:	4 pont
8 mérkőzés kiszámítása:	3 pont
Összesen:	7 pont

Az 5. feladatot csak a matematikát magas óraszámban tanulóknak javasoljuk.

5. Egy expedíció a bázisról indulva észak felé haladt 28 km-t, majd északnyugat felé fordult, megtett még 15 km-t és tábort vert. Az északi irányhoz képet milyen szögben induljon el a bázisról az utánpótlást szállító helikopter a táborba, ha a lehető legrövidebb úton akar oda jutni?

Vázlat készítése	2 pont
Az ACD egyenlőszárú derékszögű háromszög,	2 pont
$x = \frac{15}{\sqrt{2}} = \frac{15\sqrt{2}}{2} \approx 10,6 \text{ (km)}$	
Az ACB derékszögű háromszögben	2 pont
$\operatorname{tg}\beta = \frac{x}{x+28} = \frac{10,6}{38,6} \approx 0,2746$	
A keresett szög: $\beta = 15,4^\circ$	1 pont
Összesen:	7 pont



A dolgozat összesen: 5. feladat nélkül 27 pont, 5. feladattal 34 pont.

5. feladat nélküli ponthatárok: Ponthatárok az 5. feladattal:

0 – 8:	elégtelen	0 – 11:	elégtelen
9 – 14	elégséges	12 – 17:	elégséges
15 – 19	közepes	18 – 22:	közepes
20 – 23	jó	23 – 28:	jó
24 – 27	jeles	29 – 34:	jeles

Megoldások:

B csoport

1. Egy háromszög oldalainak hossza 8 cm, 12 cm és 16 cm. Egy hozzá hasonló háromszög leghosszabb oldala 40 cm. Milyen hosszú a háromszög hiányzó két oldala? Mekkora a két háromszög kerületének, illetve területének aránya?

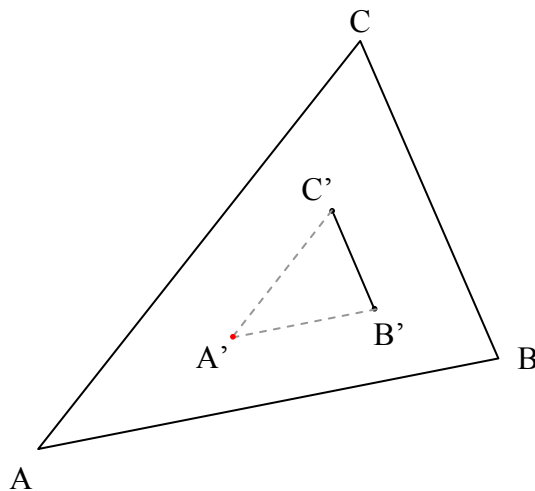
Megoldás:

$$a = 8 \text{ cm}, b = 12 \text{ cm}, c = 16 \text{ cm}.$$

$c' = 40 \text{ cm};$	1 pont
A hasonlóság aránya: $k = \frac{c'}{c} = \frac{40}{16} = \frac{5}{2}$	1 pont
A hasonlóság miatt $a' = k \cdot a = \frac{40}{2} = 20 \text{ cm}.$	1 pont
$b' = k \cdot b = \frac{60}{2} = 30 \text{ cm}$	1 pont
A kerületek aránya a hasonlóság arányával egyenlő, $\frac{K'}{K} = \frac{5}{2}$	1 pont
A területek aránya a hasonlóság arányának négyzete, $\frac{T'}{T} = \frac{25}{4}$	1 pont
Összesen:	6 pont

Megjegyzés: a pontok az eredményekért járnak. Ha nincs szöveges indoklás, vagy a kerületek kiszámításával kapja meg a helyes eredményt a tanuló, vagy ha mértékegység nélkül válaszol, akkor is jár a pont.

2. Az ABC háromszögből középpontos hasonlósággal kapjuk az $A'B'C'$ háromszöget, melynek $B'C'$ oldalát megadtuk. Szerkeszd meg a háromszög A' csúcsát! Indokold is a szerkesztésedet!

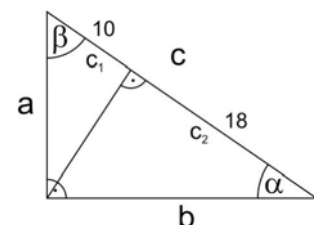


Szerkesztés: 3 pont

Indokolás: 3 pont

Összesen: 6 pont

3. Egy derékszögű háromszög magassága az átfogót 10 cm és 18 cm hosszúságú részekre bontja. Milyen hosszúak a háromszög oldalai és mekkorák a szögei?



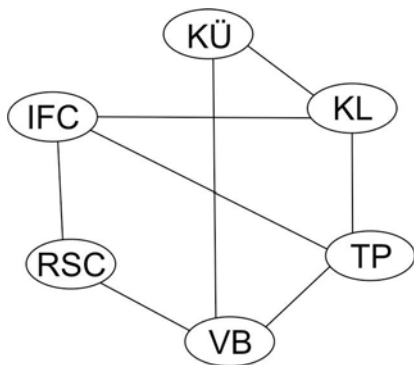
Megoldás:

Vázlat készítése	1 pont
$c = 10 + 18 = 28$ cm	1 pont
A befogótétel miatt: $a = \sqrt{c \cdot c_1} = \sqrt{280} \approx 16,73$ cm	2 pont
$b = \sqrt{c \cdot c_2} = \sqrt{504} \approx 24,45$	1 pont
$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\sqrt{280}}{28} \approx 0,5976$	1 pont
$\alpha \approx 36,7^\circ$	1 pont
$\beta = 90^\circ - \alpha = 53,3^\circ$	1 pont
Összesen:	8 pont

4. Az iskolai focibajnokságon minden csapat játszik minden csapattal egy mérkőzést, és már mindegyik csapat szerepelt legalább egyszer.

A Kutyaütők megverte a Kupaláz csapatát, amelyik megverte az Izgága F.C.-t. A TurboProtein kikapott a Kupaláztól, és kikapott a Vadbandától. A Vadbanda megverte még a Kutyaütőket, és megverte a Rettenet S. C. csapatát. Az Izgága F.C. döntetlent játszott a Rettenet S.C.-vel. A TupoboProtein szintén döntetlent játszott az Izgága F.C.-vel.

Ábrázold gráffal, hogy melyik csapat melyikkel játszott! Hány mérkőzés van még hátra a bajnokságból?



$$\text{Összesen } \frac{5 \cdot 6}{2} = 15 \text{ mérkőzés van.}$$

Lejátszottak 8 meccset, még hátra van
 $15 - 8 = 7$ mérkőzés.

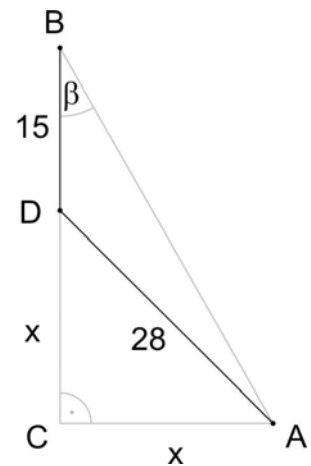
Gráf felrajzolása:	4 pont
<u>7 mérkőzés kiszámítása:</u>	<u>3 pont</u>

Összesen:	7 pont
-----------	--------

Az 5. feladatot csak a matematikát magas óraszámban tanulóknak javasoljuk.

5. Egy expedíció a bázisról indulva dél felé haladt 15 km-t, majd délkelet felé fordult, megtett még 28 km-t és tábort vert. Az északi irányhoz képest milyen szögben induljon el a bázisról az utánpótlást szállító helikopter a táborba, ha a lehető legrövidebb úton akar oda jutni?

Vázlat készítése	2 pont
Az ACD egyenlőszárú derékszögű háromszög, $x = \frac{28\sqrt{2}}{2} \approx 19,8$ (km)	2 pont
Az ACB derékszögű háromszögben $\operatorname{tg}\beta = \frac{x}{x+15} = \frac{19,8}{34,8} \approx 0,5690$	2 pont
A keresett szög: $\beta = 29,6^\circ$	1 pont
Összesen:	7 pont



A dolgozat összesen: 5. feladat nélkül 27 pont, 5. feladattal 34 pont.

5. feladat nélküli ponthatárok: Ponthatárok az 5. feladattal:

0 – 8:	elégtelen	0 – 11:	elégtelen
9 – 14	elégséges	12 – 17:	elégséges
15 – 19	közepes	18 – 22:	közepes
20 – 23	jó	23 – 28:	jó
24 – 27	jeles	29 – 34:	jeles