

A CSOPORT

1. A négyzetgyökre vonatkozó azonosságok felhasználásával állítsd növekvő sorrendbe a következő számokat!

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}; \quad \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}; \quad 2\sqrt{3}; \quad \frac{5}{\sqrt{5}}; \quad \frac{1}{\sqrt{2}-1}$$

2. Oldd meg a $2x^2 - 2x = 15x - 30$ egyenletet!

3. Egy téglalap alakú függöny egyik oldala 95 cm-rel rövidebb, mint a másik. Készítésekor $3,29 \text{ m}^2$ anyagot használtak fel. Mekkora az oldalai?

4. Egy körben a 150° -os középponti szöghöz 12 cm hosszúságú ív tartozik.

- A kör területének hány százaléka a körívhez tartozó körcikk területe?
- Hány cm^2 a körcikk területe?
- Mekkora középponti szög tartozik a 22 cm-es ívhez?
- Mekkora ívhossz tartozik a 140° -os középponti szöghöz?

5. Válaszd ki a helyes állításokat:

- Minden trapézba írható olyan kör, amelyik a trapéz minden oldalát érinti.
- Van olyan rombusz, amelynek csúcsai egy kör kerületén vannak.
- Minden deltoid köré írható kör.
- Egy tetszőleges téglalap köré írható kör és e téglalap oldalai érintenek egy másik kört.

(Ha az iskola helyi tantervében szerepel az érintőnégyyszög és a húrnégyszög, akkor az 5. feladat egyszerűbb módon is fogalmazható:

- Minden trapéz érintőnégyyszög.
- Van olyan rombusz, amelyik húrnégyszög.
- Minden deltoid köré írható kör.
- A téglalap érintőnégyyszög és húrnégyszög is.)

B CSOPORT

1. A négyzetgyökre vonatkozó azonosságok felhasználásával állítsd növekvő sorrendbe a következő számokat!

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{18}; \quad \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}; \quad 5 \cdot \sqrt{3}; \quad \frac{3}{\sqrt{3}}; \quad \frac{1}{\sqrt{3}+1}$$

2. Oldd meg a $2x^2 + 3x = 21 + 14x$ egyenletet!

3. Egy téglalap alakú ágytakaró egyik oldala 40 cm-rel hosszabb, mint a másik. Készítésekor $3,96 \text{ m}^2$ anyagot használtak fel. Mekkora az oldalai?

4. Egy körben a 100° -os középponti szöghöz 18 cm hosszúságú ív tartozik.

- A kör területének hány százaléka a körívhez tartozó körcikk területe?
- Hány cm^2 a körcikk területe?
- Mekkora középponti szög tartozik a 15 cm-es ívhez?
- Mekkora ívhossz tartozik a 260° -os középponti szöghöz?

5. Válaszd ki a helyes állításokat:

- Minden téglalap köré írható kör.
- Minden paralelogrammába írható olyan kör, amelyik a paralelogramma minden oldalát érinti.
- Minden szimmetrikus trapézba írható kör.
- Van olyan rombusz, amelynek oldalai egy kört érintenek és csúcsai egy másik kör területén vannak.

(Ha az iskola helyi tantervében szerepel az érintőnégyyszög és a húrnégyszög, akkor az 5. feladat egyszerűbb módon is fogalmazható:

- Minden téglalap húrnégyszög.
- Minden paralelogramma érintőnégyyszög.
- Minden szimmetrikus trapézba írható kör.
- Van olyan rombusz, amelyik érintőnégyyszög és húrnégyszög is.)

Megoldások:

A csoport

1. A négyzetgyökre vonatkozó azonosságok felhasználásával állítsd növekvő sorrendbe a következő számokat!	
$\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}; \quad \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}; \quad 2\sqrt{3}; \quad \frac{5}{\sqrt{5}}; \quad \frac{1}{\sqrt{2}-1}$	
$\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$	1p
$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{27}{3}} = \sqrt{9} = 3$	1p
$2\sqrt{3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{12}$	1p
$\frac{5}{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5}$	1p
$\frac{1}{\sqrt{2}-1} \cdot \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}+1$	2p
$\sqrt{5} < \sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$	1p
Eldöntendő: $\sqrt{5} > \sqrt{2}+1$ vagy $\sqrt{5} < \sqrt{2}+1$ négyzetre emelés és rendezés után $2 < 2\sqrt{2}$ miatt $\sqrt{5} < \sqrt{2}+1$	2p
Jó a sorrend: $\frac{5}{\sqrt{5}} < \frac{1}{\sqrt{2}-1} < \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} < 2\sqrt{3} < \sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$	1p
Összesen a feladat	10 p

2. Oldd meg a $2x^2 - 2x = 15x - 30$ egyenletet!	
Jól rendezzi az egyenletet: $2x^2 - 17x + 30 = 0$	1p
Jól alkalmazza a megoldóképletet: $x_{1,2} = \frac{17 \pm \sqrt{(-17)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 30}}{2 \cdot 2}$	2p
Jó a megoldás: $x_1 = \frac{5}{2} = 2,5 \quad x_2 = 6$	2p 2p
Ellenőrzés	2p
Összesen a feladat	9 p

3. Egy téglalap alakú függöny egyik oldala 95 cm-rel rövidebb, mint a másik. Készítésekor 3,29 m² anyagot használtak fel. Mekkora az oldalai?	
Jól értelmezi a szöveget: A függöny egyik oldala x cm, másik oldala x – 95 cm	1p
Jó a mértékegység átváltás: T = 32900 cm ²	1p
Jól írja fel az egyenletet: $x(x - 95) = 32900$	2p
Jól rendezzi az egyenletet: $x^2 - 95x - 32900 = 0$	1p
Jól alkalmazza a megoldóképletet: $x_{1,2} = \frac{95 \pm \sqrt{(-95)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-32900)}}{2 \cdot 1}$	2p
Jó a megoldás: $x_1 = 235$ $x_2 = -140$	2p
A szövegnek megfelelően az eredményt: Csak az $x_1 = 235$ lehetséges, ekkor a másik oldal $235 - 95 = 140$.	2p
Ellenőrzés: $235 \cdot 140 = 32900$ (cm ²)	1p
Szöveges válasz: A függöny oldalai: 235 cm és 140 cm hosszúak.	1p
Összesen a feladat	13p

4. Egy körben a 150°-os középponti szöghöz 12 cm hosszúságú ív tartozik.	
a) A kör területének hány százaléka a körívhez tartozó körcikk területe?	
A középponti szög, az ívhossz és a körcikk területe egyenesen arányos,	1p
ezért a kör területének a $\frac{150}{360} \cdot 100 = 41,67\%$ -a a körcikk területe.	2p
b) Hány cm ² a körcikk területe?	
A körcikk területe az egész kör területének 41,67%-a,	1p
ami $0,4167 \cdot r^2 \pi$.	1p
A kör sugarának kiszámításához a középponti szög és az ívhossz egyenes arányosságát használjuk.	1p
A kör kerülete $2r\pi = \frac{360}{150} \cdot 12$, amiből a sugár $r = \frac{360}{2 \cdot \pi \cdot 150} \cdot 12 = 4,6$ cm.	2p
Így a keresett terület $27,7$ cm ² .	1p
c) Mekkora középponti szög tartozik a 22 cm-es ívhez?	

A középponti szög az egyenes arányosság miatt $\frac{22}{12} \cdot 150 = 275^\circ$	1p
d) Mekkora ívhossz tartozik a 140° -os középponti szöghöz?	
Az egyenes arányosság miatt az ívhossz a kör kerületének $\frac{140}{360}$ -ad része,	1p
vagyis $\frac{140}{360} \cdot 2r\pi = 11,2$ cm.	1p
Összesen a feladat	12 p

5. Válaszd ki a helyes állításokat:		
a) Minden trapézba írható olyan kör, amelyik a trapéz minden oldalát érinti. (Minden trapéz érintőnégszög.)	hamis	1p
b) Van olyan rombusz, amelynek csúcsai egy kör kerületén vannak. (Van olyan rombusz ami húrnégyszög.)	igaz	1p
c) Minden deltoid köré írható kör.	hamis	1p
d) Egy tetszőleges téglalap köré írható kör és e téglalap oldalai érintenek egy másik kört. (A téglalap érintőnégszög és húrnégyszög is.)	hamis	1p
Összesen a feladat		4p

Elérhető pontszám: 48p

Javasolt minősítés:

5: 41p – 48p; 4: 32p – 40p; 3: 24p – 31p; 2: 15p – 23p; 1: 0p – 14p.

Megoldások:

B csoport

1. A négyzetgyökre vonatkozó azonosságok felhasználásával állítsd növekvő sorrendbe a következő számokat!	
$\sqrt{2} \cdot \sqrt{18}; \quad \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}; \quad 5 \cdot \sqrt{3}; \quad \frac{3}{\sqrt{3}}; \quad \frac{1}{\sqrt{3}+1}$	
$\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{36} = 6$	1p
$\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{48}{3}} = \sqrt{16} = 4$	1p
$5\sqrt{3} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{75}$	1p
$\frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$	1p
$\frac{1}{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$	2p
$\sqrt{3} < \sqrt{16} < \sqrt{36} < \sqrt{75}$	1p
$\frac{\sqrt{3}-1}{2} < 1$ miatt a helyes sorrend:	2p
$\frac{1}{\sqrt{3}+1} < \frac{3}{\sqrt{3}} < \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} < \sqrt{2} \cdot \sqrt{18} < 5 \cdot \sqrt{3}$	1p
Összesen a feladat	10 p

2. Oldd meg a $2x^2 + 3x = 21 + 14x$ egyenletet!	
Jól rendezzi az egyenletet: $2x^2 - 11x - 21 = 0$	1p
Jól alkalmazza a megoldóképletet: $x_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-21)}}{2 \cdot 2}$	2p
Jó a megoldás: $x_1 = -\frac{3}{2} = -1,5 \quad x_2 = 7$	2p
Ellenőrzés	2p
Összesen a feladat	9 p

3. Egy téglalap alakú ágytakaró egyik oldala 40 cm-rel hosszabb, mint a másik. Készítéskor 3,96 m² anyagot használtak fel. Mekkora az oldalai?	
Jól értelmezi a szöveget: Az ágytakaró egyik oldala x cm, másik oldala x + 40 cm	1p
Jó a mértékegység átváltás: T = 39600 cm ²	1p
Jól írja fel az egyenletet: $x(x + 40) = 39600$	2p
Jól rendezzi az egyenletet: $x^2 + 40x - 39600 = 0$	1p
Jól alkalmazza a megoldóképletet: $x_{1,2} = \frac{-40 \pm \sqrt{40^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-39600)}}{2 \cdot 1}$	2p
Jó a megoldás: $x_1 = 180$ $x_2 = -220$	2p
A szövegnek megfelelően az eredményt: Csak az $x_1 = 180$ lehetséges, ekkor a másik oldal $180 + 40 = 220$.	2p
Ellenőrzés: $180 \cdot 220 = 39600$ (cm ²)	1p
Szöveges válasz: Az ágytakaró oldalai: 180 cm és 220 cm hosszúak.	1p
Összesen a feladat	13p

4. Egy körben a 100°-os középponti szöghöz 18 cm hosszúságú ív tartozik.	
a) A kör területének hány százaléka a körívhez tartozó körcikk területe?	
A középponti szög, az ívhossz és a körcikk területe egyenesen arányos,	1p
ezért a kör területének a $\frac{100}{360} \cdot 100 = 27,78$ %-a a körcikk területe.	2p
b) Hány cm ² a körcikk területe?	
A körcikk területe az egész kör területének 27,78%-a,	1p
ami $0,2778 \cdot r^2 \pi$.	1p
A kör sugarának kiszámításához a középponti szög és az ívhossz egyenes arányosságát használjuk.	1p
A kör kerülete $2r\pi = \frac{360}{100} \cdot 18$, amiből a sugár $r = \frac{360}{2 \cdot \pi \cdot 100} \cdot 18 = 10,3$ cm.	2p
Így a keresett terület $92,6$ cm ² .	1p
c) Mekkora középponti szög tartozik a 15 cm-es ívhez?	
A középponti szög az egyenes arányosság miatt $\frac{15}{18} \cdot 100 = 83,33^\circ$,	1p

d) Mekkora ívhossz tartozik a 260° -os középponti szöghöz?	
Az egyenes arányosság miatt az ívhossz a kör kerületének $\frac{260}{360}$ -ad része,	1p
vagyis $\frac{260}{360} \cdot 2r\pi = 46,9$ cm.	1p
Összesen a feladat	12 p

5. Válaszd ki a helyes állításokat:		
a) Minden téglalap köré írható kör. (Minden téglalap húrnégyszög.)	igaz	1p
b) Minden paralelogrammába írható olyan kör, amelyik a paralelogramma minden oldalát érinti. (Minden paralelogramma érintőnégyyszög.)	hamis	1p
c) Minden szimmetrikus trapézba írható kör.	hamis	1p
d) Van olyan rombusz, amelynek oldalai egy kört érintenek és csúcsai egy másik kör kerületén vannak. (Van olyan rombusz, amelyik érintőnégyyszög és húrnégyszög is.)	igaz	1p
Összesen a feladat		4p

Elérhető pontszám: 48p

Javasolt minősítés:

5: 41p – 48p; 4: 32p – 40p; 3: 24p – 31p; 2: 15p – 23p; 1: 0p– 14p.