

MATEMATIKAI KOMPETENCIATERÜLET „A”

Programtanterv
6. évfolyam

A kiadvány az Educatio Kht.
Kompetenciafejlesztő oktatási program kerettanterve alapján készült.

A kiadvány a Nemzeti Fejlesztési terv Humán erőforrás-fejlesztési Operatív Program 3.1.1. központi program
(Pedagógusok és oktatási szakértők felkészítése a kompetencia alapú képzés és oktatás feladataira) keretében készült, a sulinova oktatási
programcsomag részeként létrejött tanulói információhordozó. A kiadvány sikeres használatához szükséges a teljes oktatási programcsomag ismerete
és használata. A teljes programcsomag elérhető: www.educatio.hu címen.

Educatio Kht. 2008.

PEDAGÓGIAI–SZAKMAI KONCEPCIÓ

1.1 A PROGRAM CÉLJA

A programcsomag kidolgozásának célja azoknak az előre mutató szemléleti, tartalmi és módszertani gondolatoknak a jobb megvalósítása, amelyek több éve megfogalmazódtak elsősorban Varga Tamás munkássága során, s amelyek továbbfejlesztésére, részleteinek kidolgozására azóta is folyamatos erőfeszítéseket tesz számos pedagógus és más szakmai közösség.

Ebben a folyamatban most **négy lényeges területen** próbálunk előbbre lépni.

- Határozottan, sőt az egyes területeket jobban konkretizálva akarjuk szolgálni a **fejlesztés-központúság** megvalósulását. Ehhez szeretnénk azzal hozzájárulni, hogy a NAT 2003-ban megfogalmazott fejlesztési feladatokhoz jól illeszkedő tananyag-rendszert írunk le a fejlesztést szolgáló tevékenységekkel együtt. Elsőként hat kiválasztott kompetenciakomponens fejlesztését próbáljuk megtervezni a természetes fejlődési törvényekkel szinkronban és hozzáilleszteni a matematikai tevékenységekhez. Ezek: a számlálás, számolás; a mennyiségi és valószínűségi következtetés; a mérés, mértékváltás; a rendszerezés, kombinativitás; a szöveges feladatok, probléma, metakogníció; és az induktív és deduktív folyamatok, induktív és deduktív következtetés.
- Sürgető szükség az **esélyegyenlőtlenség csökkentése**. A programcsomagban nagy gondot szeretnénk fordítani a különböző adottságokhoz, képességekhez és nehézségekhez, a különféle tanulási módokhoz, érdeklődéshez való alkalmazkodásra. A nehézségek leküzdéséhez alternatív megoldási javaslatokkal kívánunk segítséget adni.
- Nemzetközi mérésekből is kaptunk jelzéseket arra vonatkozóan, hogy az elméleti ismeretek elsajátíttatása mellett lényegesen **nagyobb figyelmet kell szentelnünk a köznapi életben és más műveltségterületeken való alkalmazásokra**. Anélkül, hogy lemondhatnánk a fogalmi rendszer megértett építéséről, a programban a korábbiaknál lényegesen több olyan probléma feldolgozására kívánunk alkalmat és lehetőséget teremteni, amely a gyakorlati gondolkodás fejlődését, gyakorlati problémákban való jobb eligazodást szolgálja.
- Igen fontosnak tartjuk, hogy – a programcsomag segítségével – megismerhetővé és hozzáférhetővé váljon az a sok, igen értékes, hasznos tanulási–tanítási gyakorlat, ami a gyakorló pedagógusok eszköztárában az utóbbi évtizedek alatt kitermelődött. A kidolgozott modulok eszköztárában fognak megjelenni az eddig már összegyűjtött „jó gyakorlatok”, amelyek folyamatos gazdagítását ezután is feladatnak tekintjük.

1.2 PROGRAMUNK TARTALMA

Programunk az 1–12. osztályos tanítói-*tanári* munka matematikai tartalmának, ismereteinek, a fejlesztendő képességeknek, kompetenciáknak és a tevékenységeknek átfogó rendszerét tervezi meg. Egységnek tekintjük azoknak az ismereteknek a rendszerét, amelyeket a tanuló kisgyermekkorától tanulmányainak végéig kiépít a fejében. Egységnek szeretnénk kezelni azoknak a képesség – készség – kompetencia területeknek a rendszerét, amelyek a matematikai tevékenységek segítségével fejleszthetők. Harmadsorban egységbe szeretnénk fogni ezeket az ismeret- és fejlesztési tartalmakat a gyerekek tárgyi és szellemi tevékenységeivel.

Minthogy a matematikai ismereteknek bizonyos értelemben igen szigorú épülési rendje van: az egyes témák egymásra és összeépülnek, egymást feltételezik és egymást szolgálják, ezért ezek felépülésére fűzzük fel a pedagógus munkáját. A fejlesztés különféle területei szintén illeszkednek egymáshoz, de általában nem egészen szigorúan kötött a sorrendjük. A fejlődés a fogalmi rendszer épüléséhez hasonlóan hosszú időn át tart, sőt a tanulás helyes szervezésével, módszereivel szolgálhatjuk felerősödését, hatékonyságát, ezért a fejlesztő munkát a matematikai tevékenységek rendszerébe építve tervezhetjük. A tevékenységek rendjét döntően a gyerekek életkori és egyéni sajátosságai szerint választhatjuk meg helyesen; ezáltal könnyen alkalmazkodunk a tartalmakhoz.

Programunk alapul veszi egyfelől a NAT 2003. dokumentumot, amely a fejlesztési feladatokat körvonalazza, másrészt a Kerettantertvet.

1.3 „BEMENET-VEZÉRLÉSŰ” ÉPÍTKEZÉS

A fejlesztő pedagógiai munka csak a diákok személyes és az életkori sajátosságok általános ismeretéből indulhat ki. Nemcsak a fejlesztés-nevelés módszereit, eszközeit szükséges az adott korosztálynak, az adott konkrét gyermekcsoportnak és az adott konkrét személyeknek megfelelően választani meg. A fejlesztés tartalmát is elsődlegesen az határolja körül, hogy ki-ki honnan indul. Bár természetesen nem téveszthetjük szem elől, hogy milyen célok felé akarunk haladni, ezért nem fogalmazhatunk meg egy nagyon határozottan körvonalazott, egységes követelményrendszert. Az irányt tudhatjuk, amerre haladni kívánunk, és a fejlesztés várható (de nem feltétlenül elvárható) eredményeit. A kezdő szakaszban tehát sokkal hitelesebbnek tartjuk a pedagógus számára kijelölni a feladatokat, mint a gyerekek számára az elvárásokat.

Ennek megfelelően programunk – ugyanakkor, amikor az általános korosztály-ismeretre építve határozottan állást foglal fejlesztési-nevelési-oktatási tartalmakról, módszerekről – **meghagyja a pedagógus alapvető felelősségét annak megítélésében, hogy csoportjában és egyénileg tanítványaival honnan indul, milyen tempóban halad, milyen speciális eljárásokat, módszereket követ.** Ehhez segítséget kívánunk adni folyamatosan bővíthető, gazdagítható háttér-pedagógiai szakanyagokkal és olyan nyomtatott és manuális és elektronikus eszközökkel, amelyek a differenciált igények figyelembevételét támogatják.

Az egyes szakaszok végére azonban megfogalmazzuk az elérendő minimális szinteket ahhoz, hogy a következő szakasz munkája biztonságosan elkezdhető legyen. Kezdő szakasznak tekintjük az 1–4. korosztályt, következők az 5–6., 7–10. és 11–12. évfolyamok. Megfogalmazzuk a tartalom egyes területeinek ismeret- és készségszintjeit, amelyekre a következő szakaszban már építenünk kell. A képességek területén a matematikatanulás folytathatóságának feltételét csak körvonalazni lehet, hiszen például a 6 éveseknél a mentális kor szórása 1–1,5 év, a 10 éveseknél a 4 évet is eléri.

Tudjuk, hogy a fogalmi rendszer alakulása nem egyenletes és nem egységes. Tudjuk, hogy a fejlődés sok szakasza „lappangó”, néha hosszabb időn át mintha semmi nem változna a gyerek tudatában, s aztán egyszerre történik a nagy „ugrás”, egyszerre lesz láthatóvá a végbement fejlődés esetenként több területen. Ezért arra van szükség, hogy időről időre még a minimális szintek tekintetében is pontos, szöveggel megfogalmazott tájékoztatást adjunk a gyerek fejlődésének pillanatnyi helyzetéről és menetéről, az elért eredményekről, hogy a hiányok pótlását tervezni lehessen.

1.4 AZ EGYES SZAKASZOK MUNKÁJÁRÓL

- Az óvodás és kisiskolás gyereket általában érdekli a környezete, a világ, amelyben él. Megismerése vonzó a számára, ha a saját természetes módján, saját tempójában foglalkozhat vele. A matematika a valóság megismerésének, s ezáltal a megismerő képességek fejlesztésének is eszköze. Ezért **kettős öröm forrása lehet, ha a gyerekek átélhetik a világ egyre jobb megértésének izgalmát és a saját szellemi gyarapodásuknak élményét.** Az a kívánatos, ha ez a kettős motívum a matematikával való foglalkozás legfőbb mozgatója.
- Az első szakaszba tartozó tanulók matematikatanulása a **cselekvő, személyes tapasztalatszerzéssel kezdődik, és sok esetben még nem is léphet túl rajta.** Ha a kisgyerekek megtanul helyzeteket, képeket, történéseket megfigyelni, ezeket rekonstruálni, eljátszani, lerajzolni, elmondani, leírni, jelekkel kifejezni, akkor megtette az első lépést a megismerés útján. Az absztrakció alapja a sokszínű, sokféle konkrétum megismerése. Hasonlóan: **a problémák manipulatív, tárgyi tevékenységgel való, cselekvő megoldása lesz alapja a gondolati problémamegoldásnak, s ezáltal a világ megértésének és a gondolkodás fejlődésének is.**
A tapasztalatok egy részét a tanulók megszerezhetik saját környezetükben. Az eligazodást segíti ezek felidézése, bekapcsolása a friss élmények közé. **A tapasztalatok más részének biztosítása azonban a pedagógus dolga.** Főként az ingerszegény környezetben élő tanulók számára elengedhetetlen a kellően változatos megjelenésű és tartalmú tapasztalat biztosítása az iskolában, hiszen az ő hátrányuk azáltal is növekszik, hogy a hiányzó élményeket pótlólag sem tudják önállóan megszerezni.
A felsőbb évfolyamokon is ügyelni kell arra, hogy a tanulás-tanítás ne szakadjon el a valóságtól, a személyes tapasztalatszerzésből induljon. Mindvégig legyen nyitott a gyakorlat és elmélet közötti kétirányú út, valamint az egyedi és általános, a konkrét és az absztrakt közötti is. Ennek során a korábbi absztrakt fogalmak fokozatosan válnak egy-egy későbbi absztrakció konkrétumaivá.
- Még az alkalmasan kimunkált eszköz sem fejleszt azonban önmagában. **A problémamegoldó gondolkodást problémák megoldása fejleszti, az alkotó gondolkodásra csak alkotások létrehozásával nevelhetünk.**
A gyereket érdeklő probléma a megoldás keresésére indítja őt. Ha azonban a problémát apró lépésekre bontjuk, s a gyerekek dolga csak az utasítások végrehajtása, akkor éppen azt a lehetőséget vesszük el tőlük, hogy gondolkodásuk fejlődjön. Ha az alkotás létrehozása helyett a kész alkotás szemlélése, „elemzése, értelmezése” a gyerekek dolga, akkor kreativitásukat, alkotó képességeiket sorvasztjuk el.
- **A pedagógus szerepe** a tanulási helyzetek megteremtése, megszervezése, a megfelelő problémafelvetés, a megoldásához használható eszközök, és esetenként a megfelelő támogatás biztosítása. Az ő feladata a nyugodt munkalétkör és a megfelelő motiváció kialakítása is. Ehhez járul hozzá a munka szükséges mértékű irányítása, ellenőrzése.
- A tanulás igen alkalmas motivációs lehetőségét is jelenti a játékba ágyazás. Ez azonban nem az egyetlen, hiszen a tárgy, a tevékenység érdekessége, szépsége a kitalálás izgalma, a felismerés, megértés öröme, az alkotás szépsége a kisgyereket éppúgy magával ragadhatja, mint az alkotó felnőttest. A belső motivációt szolgálhatjuk például matematikatörténeti érdekességek megismertetésével, önálló vagy csoportos kutatómunkák szervezésével, interaktív számítógépes matematikai programok alkalmazásával.
Néha szükség lehet a tárgytól független motivációra is. Célszerű azonban ezt a formát legfeljebb átmeneti megoldásként alkalmazni, mert könnyen válhat a belső motiváció alakulásának gátlójává, ha a tevékenység helyett az érte „járó” jutalom vagy büntetés kerül az érdeklődés középpontjába.
- A jó munkalétkör egyik feltétele a **tévedés és a vita szabadsága.** Ha téves gondolataikat is nyugodtan kimondják a gyerekek, mert senki nem marasztalja el őket érte, akkor kellemesebbé válik a tanulás, és a pedagógus is könnyebben megérti, mi okoz gondot. A tanár számára a hibák elemzése kijelöli a továbbhaladás útját. Így a téves gondolat tisztázásához újabb problémákat vehet fel, újabb eszközöket adhat, vagy visszatérhet egy meg nem értett összefüggés újragondolásához, bevonhatja a többi tanulót is, akik érveléssel, példákkal, saját gondolataik kimondásával segíthetnek.

A matematikában viszonylag kevés olyan konvención alapuló ismeret van, amelyben a gyerekek külső tekintélyre szorulnak. **Az igazság kritériuma a valósággal való egyezés.** Ez teszi olyan alkalmassá e tárgyat arra, hogy a gyerekek megtanulják benne ellenőrizni, értékelni saját gondolataikat és egymás munkáját.

- A tanulók **tudásában és képességeiben egyaránt nagy különbségek vannak.** Az ehhez való alkalmazkodás célja minden tanítványunk optimális fejlesztése, s nem egy adott tudásszinten való megtartásuk vagy a különbözőségek állandósítása. Differenciálni lehet direkt módon: különböző tennivalók, problémák kiosztásával. Ennél sokszor hasznosabb az olyan feladatok kitűzése, amelyekben mindenki képessége szerint teljesíthet. A különféle szintekhez való alkalmazkodás azonban nem merül ki a problémák differenciálásában. A munka szervezése, a probléma megoldásának módja, eszköze, absztrakciós szintje, a szükséges idő, a megoldási tevékenység önállósága, az ellenőrzés és értékelés mind hozzáigazítható a különféle adottságokhoz és igényekhez. Ezek a lehetőségek hozzájárulhatnak az esélyegyenlőtlenségek mértékének csökkentéséhez.
- **A kisiskolás gyerekeknek nem az egyetlen és nem a legtermészetesebb kifejezési módjuk a nyelv,** főként, ha valami újszerű közölni valójuk van. A megmutatást, eljátszást, lerajzolást éppúgy alkalmas kifejezésnek tekinthetjük kezdetben, mint a szituációhoz kötött beszédet. Azonban nemcsak a 6–10 éveseknél, hanem minden korosztályban igaz, hogy a fejlődő fogalmak egy – gyakran nagyobb – része nem verbalizált. A nem verbalizált fogalmak nem ritkán rosszul épülnek ki, és ez súlyosan gátolhatja a matematika megértésének és tanulásának folyamatát. Így igen fontos, hogy ezekhez „legyen a tanárnak hozzáférése”. E területeket leghatékonyabban a tanulók tevékenysége által tudjuk megismerni és jó irányba fejleszteni.

Tehát a további tanulási szakaszokban is szükséges kifejezési forma az eljátszás, megjelenítés, modellezés, rajzolás, amely fokozatosan vezethet el szakszavakhoz, szakmai megfogalmazásokhoz, jelölésekhez, jelölés-rendszerekhez.

A gondolkodás fejlődésében nagy szerepe van a szavaknak, a nyelvnek. A gondolatok önálló megfogalmazása azonban akkor is jobban járul hozzá a fejlődéshez, ha kezdetben pontatlan, mint ha a gyerekek a felnőttek szavait próbálnák utánozni.

A **szakszavak használatát** a megfelelő **fogalom kialakulásához célszerű kötni.** Amíg csak a konkrét tartalmakról képes a kisgyerek gondolkodni, addig a megnevezés gátolhatja is a fogalomalakulást. Engedjük ezen a szinten a köznapi kifejezéseket használni. Későbbi tanulási szakaszokban fokozatosan bővítse a tanár a szakmai nyelvet, használjon matematikai kifejezéseket – hiszen ez támasza, segítője is a fogalom kialakulásának –, de a gyerekektől nehezebb, nagyon absztrakt vagy összetett fogalmak esetében csak később várja el ugyanezt.

AJÁNLÁS

A fejlesztési folyamatot témakörönként, évfolyamokra bontva fogalmazzuk meg. Ugyanakkor itt is kiemeljük a program koncepciójában megjelenő felfogást, miszerint:

„A fejlesztés tartalmát elsődlegesen az határolja körül, hogy ki-ki honnan indul. Az irányt tudhatjuk, amerre haladni kívánunk, és a fejlesztés várható (de nem feltétlenül elvárható) eredményeit.

A pedagógus alapvető felelőssége annak megítélése, hogy csoportjában és egyénileg tanítványaival honnan indul, milyen tempóban halad, milyen speciális eljárásokat, módszereket követ.”

Megfogalmazzuk a tartalom egyes területeinek ismeret- és készségszintjeit, amelyekre a következő évfolyamon már építenünk kell. „A fejlesztő munkát a matematikai tevékenységek rendszerébe építve tervezhetjük”, ezért „a fejlesztési feladatokhoz illeszkedő tananyag-rendszert írunk le a fejlesztést szolgáló tevékenységekkel együtt”.

„Ajánlott tevékenységek” és „Ismeretek, tananyagtartalmak”:

- *dőlt betűvel szedett megfogalmazások*: kitekintés a tehetséges tanulók számára.
- *nem dőlt betűvel szedett megfogalmazások*: azok a tevékenységek, illetve tananyagtartalmak, amelyek minden tanuló számára fontosak, ezért ezeket mindenki számára biztosítanunk kell.
 - **vastag betűtípussal kiemelt megfogalmazások**: **kiemelten fontos** területek, amelyek nélkülözhetetlenek a továbbhaladáshoz. Az ilyen tevékenységek végzését minden tanuló fejlesztéséhez biztosítanunk kell, az ilyen ismereteket alapszinten, minden tanulónktól el kell várnunk.

„A képességek területén a matematikatanulás folytathatóságának feltételét csak körvonalazni lehet.” Az egyes fejezetek végén körvonalaztuk, hogy legalább meddig kell eljuttatnunk az osztály minden tanulóját az adott területen ahhoz, hogy a következő évfolyamon a fejlesztés törésmentesen folytatható legyen. Fejlesztést csak megértett, tudatosan végrehajtott tevékenységekkel végezhetünk. Ezek a tevékenységek szolgálják az ismeretközvetítést is.

6. évfolyam

Óraszám: 111 óra, 37 hét, 3 óra/hét

	témakörök	javasolt óraszám	modulszám
061.	GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK	2 óra	0611.
062.	EGÉSZ SZÁMOK	16 óra	0621–0625.
063.	TENGELYES TÜKRÖZÉS	13 óra	0631–0632.
064.	SZÁMELMÉLET	13 óra	0641–0645.
065.	TÖRTEK	20 óra	0651–0655.
066.	SÍKIDOMOK	13 óra	0661–0665.
067.	ARÁNY, ARÁNYOSSÁG, STATISZTIKA	14 óra	0671–0675.
068.	GEOMETRIAI SZÁMÍTÁSOK	8 óra	0681–0683.
069.	EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK	12 óra	0691–0693.
Ismétlés, összefoglalás, prezentációk, a differenciálást lehetővé tevő szintfel- mérések, ellenőrzés, értékelés		Beépítettük a modulokba	

Kövér betűtípus jelzi a kulcsfontosságú részleteket, a normál betűtípussal szedett részletek még mindig a törzsanyaghoz tartoznak, feltétlenül tanítandók, de kevésbé hangsúlyosak az előzőeknél. Időhiány vagy gyenge képességű osztály esetén ezeken a részeken haladhatunk át gyorsabban. Dőlt szedéssel a kitekintések anyagát jelöljük.

1. FEJEZET	<i>Cím</i>	061. GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	2 óra
KÉPESSÉG- FEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számlálás, számolás	
	Mennyiségi következtetés, valószínűségi következtetés	
	Becslés, mérés	
	Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	
	Rendszerezés, kombinativitás	Rendszeres próbálgatás, összes eset számbavétele.
	Deduktív következtetés, induktív következtetés	Általános módszer keresése, az eredmények általánosítása, különbözőképpen megfogalmazott feladatokban a közös matematikai gondolat felfedezése.
AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK	<p>Kombinatorikai kérdések megfogalmazása. A lehetséges esetek számának előzetes megbecsülése. Kombinatorikai feladatok megoldása az összes esetek leszámolásával – kirakosgatással, eljátszással...</p> <p>Az összes esetek rendszerbe állítása, kitekintés az általánosítás felé. A megoldott feladatok átfogalmazása, hozzájuk hasonló kérdések gyűjtése más műveltségterületekről, a gyerekek életéből. A rokon feladatok összegyűjtése, megjelenítése poszteren vagy más egyéb módon.</p>	

ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK	
Tartalmi fókuszok	Tartalom részletezése
<p>Folyamatos Ez a fejezet egy folyamatos a kombinatorikus gondolkodás fejlesztésének egy állomása, elsősorban tudatosítás, rendszerezés, összefoglalás. Kulcsfontosságú, hogy egy-egy feladattípusnál a kirakosgatás vagy eljátszás összekapcsolódjon a rendszerezéssel, szabályosságok megfogalmazásával, és – az osztály képességeitől függő mértékben – az általánosítással.</p>	Egyszerű kombinatorikai feladatok megoldása próbálgatással és következtetéssel.
<p>MODULOK (A fejezet részegységei, a modulok feldolgozási sorrendje)</p>	<p>0611. Hány eset van? Független esetek összeszámlálása logikai rend szerint, fadiagrammal, útdiagrammal. n elem összes permutációja számának meghatározása konkrét feladatok kapcsán, fadiagrammal. A „szorzási szabály” felfedeztetése, alkalmazása nagyobb elemszámú halmazok esetén. <i>Az $n!$ faktoriális fogalmának ismertetése. Események relatív gyakoriságának kiszámítása a kísérleti eredmények alapján. Események valószínűségének kiszámítása egyszerű esetekben. A számított valószínűség és a relatív gyakoriság összehasonlítása egy adott kísérlet elvégzése után. A kísérleti jegyzőkönyv eredményeiről grafikonok készítése, olvasásának az általános iskola 6. évfolyamán.</i></p>
<p>KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK</p>	<p><i>Kapcsolódó keresztntantervi modulok</i></p> <p>Minden modul tartalmazhat kapcsolódó feladatokat.</p>
	<p><i>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</i></p> <p>A reáltárgyak mellett a nyelvtannal szoros a kapcsolata, de természetes módon kapcsolódhat irodalom, ének-zene és testnevelés tanításához is.</p>
<p>MÓDSZERTANI ORIENTÁCIÓ</p>	<p><i>Tanítási eljárások</i></p> <p>Feladatok játékos megjelenítése csoportos vagy osztálymunkában, kirakosgatás, leszámolás egyénileg vagy csoportban, általánosítás, ellenőrzés csoportban és/vagy frontálisan.</p>
	<p><i>Módszertani eszköztár</i></p> <p>Bármilyen eszköz a feladatok konkrét megjelenítésére – a feladatok eljátszása, korongok, számkártyák, gyöngyök, dobókockák...</p>
	<p><i>Értékelés módja</i></p> <p>A gyerekek munkájának megfigyelésével.</p>
	<p><i>Az esélyegyenlőség kezelése</i></p> <p>Különböző képességű gyerekekből összeállított csoportmunka és játék által.</p>
<p>KÖVETELMÉNYEK</p>	<p>A gyerekek legyenek képesek arra, hogy egyszerű kombinatorikai kérdéseket módszeres próbálgatással megoldjanak. Legyenek képesek néhány elem összes lehetséges sorrendjének összeszámlálására fadiagram segítségével. Tudják az összes lehetőséget leolvasni egyszerű útdiagramokról.</p>

2 óra

2. FEJEZET	<i>Cím</i>	062. EGÉSZ SZÁMOK
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	16 óra
KÉPESSÉG- FEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számlálás, számolás	Szorzás, osztás kiterjesztése a negatív számmal való szorzás-osztásra. Az egész számok körében végzett számolási készség továbbfejlesztése nagyobb abszolút értékű számok esetére is.
	Mennyiségi következtetés, valószínűségi következtetés	
	Becslés, mérés	Az egész számok összeadása-kivonása nagyobb számok körében fokozottan megkívánja az eredmény előjelének és az abszolút érték nagyságának előre elképzelését. Többtényezős szorzás-osztás előjelének előzetes megállapítása.
	Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Negatív számok valóságtartalma, a modellek értelmezése, szöveges feladatok megoldása, ellenőrzés.
	Rendszerezés, kombinativitás	A szorzás és osztás műveletének megfigyelése különböző sorozatokban, és a tapasztalatok, megfigyelt analógiák felhasználása a műveletek fogalmának kiterjesztésére.
	Deduktív következtetés, induktív következtetés	Negatív számmal való szorzás értelmezésekor a természetes számok körében megismert műveleti szabályok általánosítása.
AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK		<p>A műveletek értelmezése, eljátszása az adósság-vagyon modellben, a „számegyenesen sétálós” modellben, és esetleg még más modellekben.</p> <p>A műveletvégzés gyakorlása játékos feladatokon, fejben és írásban – dominó, memória, láncszámolás. ...</p> <p>Negatív számok gyűjtése a körülvevő világból. Egy szám előállítása sokféleképpen pozitív és negatív számok összegeként. Történet készítése műveletsorhoz, nyitott mondathoz és fordítva, szöveg lefordítása a matematika nyelvére.</p> <p>Az összeadás és kivonás műveletek, valamint az előjelek kapcsolatának, felcserélhetőségének mélyebb megértése a piros-kék korongos játékokkal.</p> <p>Szöveges feladat tartalmának eljátszása.</p> <p>A szorzás és osztás műveletének megfigyelése különböző sorozatokban, és a tapasztalatok, megfigyelt analógiák felhasználása a műveletek fogalmának kiterjesztésére.</p>

ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK	
Tartalmi fókuszok	Tartalom részletezése
<p>Folytatás, befejezés A negatív számok, a velük végzett alpműveletek tanítása itt befejeződik. A továbbiakban ezeket az ismereteket gyakoroljuk, fenntartjuk, használjuk.</p> <p>Nagyon fontos, hogy visszatérjünk a negatív számok értelmezésére, ne elégedjünk meg a műveleti szabályok felidézésével. Fontos, hogy a gyakorlás mellett minél több alkalmat adjunk arra, hogy megértsék, miért úgy végezzük a műveleteket negatív számokkal, ahogy bevezettük.</p> <p>Térjünk ki a műveletvégzés sorrendjére is.</p> <p>A nagyobb számokkal való műveletvégzés kevésbé fontos, ha szükséges, gyenge osztályban, elégedjünk meg azzal, hogy kis számokkal – százas számkörben – biztonsággal dolgoznak.</p> <p>Kulcsfontosságú:</p> <ul style="list-style-type: none"> – az ellentett és abszolút érték fogalmának felelevenítése, elmélyítése a műveletvégzés ismétlése előtt, – egész számok összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen, – annak elmélyítése, hogy a 0-tól távolodva a számok csökkennek, abszolút értékük nő. 	<p>Egész számokról tanultak ismétlése Negatív számok fogalma, modelljei ellentett, abszolút érték, ábrázolás számegyenesen.</p> <p>Egész számok összeadása-kivonása nagyobb számok körében egész számok szorzása osztása negatív számmal is, többszörös szorzat paritása.</p> <p>Műveletek sorrendje. Nyitott mondatok megoldása.</p>

<p>MODULOK (A fejezet részegységei, a modulok feldolgozási sorrendje)</p>	<p>0621. Mit tudunk az egész számokról? Negatív számok értelmezése, modelljei. Egész számok helye a számegyenesen, számok összehasonlítása, ellentett, abszolút érték (ismétlés). Egyszerű nyitott mondatok igazsághalmazának ábrázolása számegyenesen, megadása egyenlőséggel, egyenlőtlenséggel (ismétlés). Számok alakja különböző számrendszerekben.</p>		2 óra
	<p>0622. Egész számok összeadása és kivonása Az ötödik osztályban tanultak átismétlése, kibővítése: természetes számok összeadása, kivonása nagyobb számok körében. Negatív számok kivonása, hozzáadása (ismétlés), műveletvégzés nagyobb számok körében. Több tag összege és különbsége. Nyitott mondatok Egyszerű összefüggések megjelenítése koordináta-rendszerben</p>		5 óra
	<p>0623. Szorzás és osztás egész számokkal Egész számok szorzása, osztása természetes számmal (ismétlés). Egész számok szorzása negatív egésszel. Egész számok osztása negatív egésszel. Nyitott mondatok. Több előjeles szám szorzása és osztása. Egyszerű összefüggések megjelenítése koordináta-rendszerben.</p>		4 óra
	<p>0624. Műveletek sorrendje A műveletek sorrendjéről tanultak ismétlése a negatív számokkal végzett műveletek gyakorlása közben (kis számok körében). Nyitott mondatok megoldása (tervszerű próbálgatással, műveletek közti összefüggés alapján).</p>		2 óra
	<p>0625. Gyakorlás, mérés Összefoglalás. Mérőlap (A, B csoport) pontozási útmutatóval.</p>		3 óra
<p>KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK</p>	<p><i>Kapcsolódó kereszttantervi modulok</i></p>	<p>Ötödik osztályból a természetes számokról, egész számokról és törtekről, tizedestörtekről szóló fejezetek, a későbbiekben a törtekről, valamint az egyenletek – egyenlőtlenségekről szóló fejezetek moduljai. 7. osztályban, a hatványozás bevezetése, számokról, műveletekről tanultak összefoglalása.</p>	
	<p><i>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</i></p>	<p>Természetismeret, történelem.</p>	

MÓDSZERTANI ORIENTÁCIÓ	<i>Tanítási eljárások</i>	Közös, páros és egyéni tevékenykedtetés. Irányított játékok. Az összeadás-kivonás eljátszása mozgással is. Felfedeztetés frontális osztálymunkában. Gyakorlás csoportmunkában és egyénileg.
	<i>Módszertani eszköztár</i>	Adósság és vagyon cédulák, demonstrációs számegyenesek, piros-kék korongok, számkártyák, betű-számkártyák, letörölhető koordináta-rendszer.
	<i>Értékelés módja</i>	A gyerekek munkájának folyamatos megfigyelése. Diagnosztizáló és értékelő felmérő. Témazáró dolgozat.
	<i>Az esélyegyenlőség kezelése</i>	A mérésnél mindenki számára megfelelő nehézségi szintű feladatok biztosítása.
KÖVETELMÉNYEK		Legyenek képesek egész számok helyét számegyenesen megtalálni, nagyság szerint sorba állítani. Értsék az ellentett és abszolút érték szavak jelentését. Teljes biztonsággal tudják megállapítani kéttagú összeadás–kivonás, illetve akárhány tagú szorzás–osztás előjelét, szerezzenek jártasságot az eredmény abszolút értékének megbecslésében. Tudjanak műveleteket végezni – egész számokat összeadni, kivonni, szorozni és osztani – eszközök nélkül, viszonylag nagyobb számok körében is. Egyszerű nyitott mondatok megoldásait tudja megkeresni adott alaphalmazon tervszerű próbálgatással, a műveletek tulajdonságai alapján, vagy lebontogatással.

3. FEJEZET	<i>Cím</i>	063. TENGELYES TÜKRÖZÉS
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	10 óra
KÉPESSÉG- FEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számlálás, számolás	
	Mennyiségi következtetés, valószínűségi következtetés	
	Becslés, mérés	
	Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	
	Rendszerezés, kombinativitás	Egymásnak megfelelő részletek keresése. Egy alakzat minél több szimmetriájának a felismerése.
	Deduktív következtetés, induktív következtetés	Egyszerű, a szimmetria tulajdonságokra alapozott deduktív érvelések.

AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK

Játékok a tükörrel, kép és tükörkép megfigyelése. Számok, betűk, hétköznapi tárgyak, épületek összehasonlítása a tükörképükkel. Képek és tükörképek keresése a környező világban.

Egyszerű – gyufásdobozból, színes papírból, testépítő készletekből, színesrúd-készletből készült – testek tükörképének megépítése. Szimmetrikus testek építése a színesrúd-készlet elemeiből.

Adott testek közül a síkra szimmetrikusak kiválasztása. Testek merőleges vetületeinek megrajzolása, merőleges vetületekből testek megépítése. Szimmetrikus testek építése adott számú kockából.

Tükrözés hajtogatással, összehajtott lap átszúrásával, kivágásával és mozgatással, áttetsző papírral.

Tengelyes tükörkép szerkesztése másolópapírral.

Megfelelő részletek keresése alakzaton és tengelyes tükörképén.

A tengelyes tükrözés tulajdonságainak összegyűjtése képek segítségével.

Tengelyes tükrözés koordináta-rendszerben, kockás papíron, illetve ennek eljátszása mozgással, tornateremben, iskolaudvaron, osztályban. Feladatok mozgatógépekkel.

Pont tengelyes tükörképének szerkesztése körzővel-vonalzóval.

Szimmetrikus alakzatok gyűjtése, poszter készítése.

Legegyszerűbb alakzataink – pont, egyenes, félsík, sáv, szögtartomány, kör, körcikk – szimmetriáinak megállapítása a tengelyek meghajtogatásával.

Szimmetrikus alakzatok építése két alakzat együtteseként.

Adott testek közül a síkra szimmetrikusak kiválasztása. Testek merőleges vetületeinek megrajzolása, merőleges vetületekből testek megépítése. Szimmetrikus testek építése adott számú kockából.

Tengelyesen szimmetrikus háromszögek és négyszögek építése
– szimmetrikusan elhelyezkedő pontok segítségével
sávok és szögtartományok közös részeként.

ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK	
<i>Tartalmi fókuszok</i>	<i>Tartalom részletezése</i>
<p>Alapozott bevezető anyag Előkészítették az alsó tagozaton a transzformációkról szerzett tapasztalatokat. Folytatódik a középpontos tükrözés, eltolás és hasonlóság tanításával. A másolópapír használata által a transzformációkat, mint mozgásokat vezetjük be. Ez többek között nagy segítséget ad egy jó egybevágóság fogalom kialakításában.</p> <p>Kulcsfontosságú ebben a részben, hogy a gyerekek biztonsággal tudjanak képen és tükörképén, szimmetrikus alakzatokban egymásnak megfelelő részleteket keresni. Ezekről teljesen természetesen megállapítják, hogy „egyformák” – a megfelelő szakaszok, a megfelelő szögek egyenlő nagyságúak. Ezért a legfontosabb feladat a tengelyesen szimmetrikus háromszögek, négyszögek tanításakor, hogy lássák, milyen tengelyre szimmetrikus az alakzat, továbbá, hogy ebből le tudják olvasni a megfelelő szimmetriatulajdonságokat. Az alakzatok definícióit nem kell memorizálni, de törekedni kell, hogy lássák, hogy ezek a típusok nem kizáróak, hanem átfedik egymást, egyik tartalmazza a másikat. Néhány alapszerkesztést tanítunk itt, törekedjünk ebben is a megértett alkalmazásra.</p>	<p>Tengelyes tükrözés meghatározása előállítása másolópapír segítségével tulajdonságai. Tengelyes tükörkép szerkesztése, merőleges egyenes szerkesztése. Tengelyes szimmetria fogalma. Tengelyesen tükrös háromszögek és négyszögek. kör és egyenes kölcsönös helyzete, érintő, szelő.</p>

<p>MODULOK (A fejezet részegységei, a modulok feldolgozási sorrendje)</p>	<p>0631. Képek és tükörképek, tengelyes tükrözés 6 óra Tapasztalatok felelevenítése, rendszerezések a térbeli, síkra vonatkozó tükrözésről. A tükrözés tulajdonságainak megfigyelése. A sík egyenesre vonatkozó tükrözésének bevezetése mozgatóval. A másolópapír használata. A mozgatóból következő egyszerű tulajdonságok megfogalmazása A tengelyes tükrözés tulajdonságainak összegyűjtése képek segítségével. Megfelelő részletek keresése alakzaton és tengelyes tükörképén. Tengelyes tükrözés pontonként a számegyenesen, ha a tengely merőleges a számegyenesre (számok és ellentettjük). Tengelyes tükrözés pontonként rácson (rácsegyenesekre, rácsegyenesekkel 45 fokos szöget bezáró egyenesekre), a derékszögű koordináta-rendszerben x,y tengelyekre, rácsegyenesekre, rácsegyenesekkel 45 fokos szöget bezáró egyenesekre (elnevezések ismétlése után). Pont tengelyes tükörképének szerkesztése körzővel-vonalzóval. Merőleges egyenes szerkesztése</p> <p>0632. Tengelyesen szimmetrikus alakzatok 7 óra Tengelyes szimmetria keresése és megfigyelése az élet különböző területein. A tengelyes szimmetria fogalma. Tengelyesen szimmetrikus geometriai alakzatok. Szimmetriából következő tulajdonságok. Legegyszerűbb alakzataink – pont, egyenes, félsík, sáv, szögtartomány, kör, körcikk -szimmetriái. <i>Felező merőleges és szögfelező szerkesztése a gömbön</i> Tengelyesen szimmetrikus háromszögek és négyszögek építése – szimmetrikusan elhelyezkedő pontok segítségével – sávok és szögtartományok közös részeként. A deltoid és a húrtrapéz bevezetése. Ismerkedés a szimmetrikus háromszögek, szimmetrikus négyszögek tulajdonságaival, csoportosításuk.</p>	
<p>KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK</p>	<p><i>Kapcsolódó kereszttantervi modulok</i></p>	<p>Elsősorban a 6. fejezet moduljai. A következő osztályokban erre épül a geometriai transzformációk tanítása, valamint a középpontos tükrözés, az eltolás tanítása. Sok gondolat előkészíti a függvények fogalmának kialakítását.</p>
	<p><i>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</i></p>	<p>Elsősorban a rajz, képzőművészetek, zene, biológia, környezetismeret. Kiseb mértékben az összes természettudományok, irodalom, testnevelés</p>

MÓDSZERTANI ORIENTÁCIÓ	<i>Tanítási eljárások</i>	Különbéle kooperációs módszerek. A transzformációk eljátszása mozgással is. A transzformáció-tulajdonságok közös megfogalmazása. Gyakorlás csoportmunkában és egyénileg. Posztterek készítése.
	<i>Módszertani eszköztár</i>	Másolópapír, körző, vonalzó használata, környezetükben szereplő tárgyak, képek megfigyelése, gyűjtése, összevetése a geometriából tanultakkal. Párhuzamos megfigyelések a síkon és a Lénárt-féle gömbön.
	<i>Értékelés módja</i>	A gyerekek munkájának folyamatos megfigyelése. Diagnosztizáló és értékelő felmérő. Témazáró dolgozat.
	<i>Az esélyegyenlőség kezelése</i>	Változatos, érdekes, motiváló feladatok és tevékenységek, sokféle nem-verbális fogalomépítési módszer, a mérésnél mindenki számára megfelelő nehézségi szintű feladatok biztosítása.
KÖVETELMÉNYEK		<p>Legyenek képesek a gyerekek tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerésére, tükörkép előállítására másolópapírral, körzővel-vonalzóval egyszerű esetekben. Legyenek képesek egymásnak megfelelő részleteket – szakaszokat, pontokat, köríveket, szögeket... - találni szimmetrikus alakzatokon, kép és tükörkép között.</p> <p>Ismerjék a tengelyes tükrözés legfontosabb tulajdonságait.</p> <p>Tudjanak egy egyenesre merőleges egyenest szerkeszteni külső pontból is.</p> <p>Tudjon szögfelezőt szerkeszteni</p> <p>Tudják, hogy kör és egyenes, valamint két kör hogyan helyezkedhet el egymáshoz képest. Ismerjék a szimmetrikus négyszögek elnevezéseit, tudjanak a szimmetria alapján a tulajdonságokra következtetni. Ezt a képességet itt kezdjük fejleszteni, fokozatosan érleljük a transzformációk tanítása során.</p>

4. FEJEZET	<i>Cím</i>	064. SZÁMELMÉLET
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	13 óra
KÉPESSÉG- FEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számlálás, számolás	Természetes számok műveleti tulajdonságainak – elsősorban a szorzás-osztás és maradékos osztás – mélyebb megértése.
	Mennyiségi következtetés, valószínűségi következtetés	
	Becslés, mérés	
	Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Oszthatóság, maradékok felismerése változatos – szöveggel, rajzzal, egyéb módon megadott vagy eljátszott – szituációkban.
	Rendszerezés, kombinativitás	Egyszerű kombinatorikai feladatok. Prímtényező felbontás előállítás, prímtényezőkből az összes lehetséges kombináció kirakása, az összes osztó megkeresése.
	Deduktív következtetés, induktív következtetés	Összefüggések keresése, sejtések megfogalmazása, egyszerű számelméleti bizonyítások.

<p>AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK</p>	<p>Gyakorlati példák a maradékok szerepére, játékok a maradékok megállapítására, számlálás – BUMM játék, maradékos osztás ismételt kivonással –, „eldobós” játék, TOTO az oszthatóságról. Nagy számok osztási maradékának megállapítása összegre bontással, szorzótényezőkre való bontással. Összeg, különbség, szorzat adott számmal való oszthatósága összegre bontással, szorzótényezőkre való bontással. <i>Pascal-háromszög színezései adott számmal való osztási maradékok szerint.</i> Korongok, kisautók, egyéb tárgyak 10-es sorokba rendezése, ezzel párhuzamosan a 2-vel, 4-gyel, 5-tel, 25-tel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályának megállapítása. A 3-mal, 9-cel való oszthatósági szabály működése háttérének bemutatása néhány konkrét példán. Valószínűségi játékok. Oszthatóságon alapuló „bűvész trükkök”. Prímszámok keresése: Eratoszthenészi „szita”. Szám építése „prímtéglákból”, vagyis prímek szorzataként, osztók, közös osztók, legnagyobb közös osztó előállítása a prímtéglákból, közös többszörösök, legkisebb közös többszörös előállítása a prímtéglákból. Prímszámok eloszlása, statisztikus vizsgálódások. Matematika történeti érdekességek a számelmélet témakörében (ikerprímek, barátságos számok stb.). Összes osztó megkeresése osztó párokkal.</p>
<p>ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK</p>	
<p><i>Tartalmi fókuszok</i></p>	<p><i>Tartalom részletezése</i></p>
<p>Alapozott, bevezető téma Az oszthatóságról, maradékos osztásról tanultakra alapoz. Bevezeti az oszthatósági szabályokat, alkalmat ad egyszerű érvelésekre. Tovább folytatódik hetedik osztályban, majd középiskolában. Kulcsfontosságú gondolatok benne – a maradékokkal való számolás, és ennek alkalmazása az oszthatóság megállapításában – annak megértése, megtapasztalása, hogy minden számot egyértelműen építhetünk fel prímekből, és hogy az osztókat alkotó prímek az eredeti szám prímei közül kerülnek ki, annak egy részhalmazát alkotják.</p>	<p>Osztható, osztó, többszörös fogalma Számolás a maradékokkal összeg, szorzat osztási maradéka Oszthatósági szabályok az utolsó jegyek alapján – 2-vel, 5-tel, 8-cal, 125-tel, 1000-rel a számjegyek összege alapján – 3-mal, 9-cel Összetett oszthatósági szabályok Prímszám és összetett szám felbontás prímek szorzatára, építés prímek szorzataként Közös osztók és közös többszörösök, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös</p>

<p>MODULOK (A fejezet részegységei, a modulok feldolgozási sorrendje)</p>	<p>0641. Számoljunk maradékokkal! 4 óra Osztható, osztó, többszörös fogalma (ismétlés). Nagy számok osztási maradékának megállapítása összegre bontással, szorzótényezőkre való bontással. Összeg, különbség, szorzat adott számmal való oszthatósága összegre bontással, szorzótényezőkre való bontással. <i>Maradékosztályok. Pascal-háromszög színezései adott számmal való osztási maradékok szerint.</i></p>	
	<p>0642. A számok osztói, az oszthatósági szabályok 4 óra Oszthatóság megállapítása az utolsó számjegyek alapján: a 2-vel, 4-gyel, 5-tel, 25-tel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabálya. Oszthatóság megállapítása a számjegyek összege alapján: a 3-mal, 9-cel való oszthatóság szabálya konkrét példákon. Vegyes oszthatósági feladatok. Oszthatósági szabályok gyakorlása. Oszthatóság például 6-tal, 15-tel, 12-vel stb. Oszthatóság megállapítása az utolsó számjegyek alapján: a 8-cal, 125-tel, 1000-rel való oszthatóság szabálya. Összetett oszthatósági szabályok. Valószínűségi játékok. Oszthatóságon alapuló „bűvész trükkök”. Egyszerű számelméleti bizonyítások.</p>	
	<p>0643. Törzsszám (prímszám), összetett szám, prímtényező felbontás 1 óra Prímszámok keresése: Eratoszthenészi „szita”. Összetett számok felírása prímszámok szorzataként. Összetett számok építése prímtényezőkből. <i>Prímszámok eloszlása, statisztikus vizsgálódások. Matematika történeti érdekességek a számelmélet témakörében (ikerprímek, barátságos számok stb.).</i></p>	
	<p>0644. Közös osztók, közös többszörösök 2 óra Összes osztó megkeresése osztó párokkal. Több szám közös osztói. Relatív prímelek. Szöveges feladatok. Törtek egyszerűsítése. Közös többszörösök keresése. Szöveges feladatok. Különböző nevezőjű törtek összeadása, kivonása.</p>	
<p>KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK</p>	<p><i>Kapcsolódó keresztantertvi modulok</i></p>	<p>5. osztályban a természetes számok és az alpműveletek tulajdonságai, 6.-ban a törtek témaköre, 7. osztályban folytatódik a számelmélet, 8.-ban a kiemelés-beszorás című fejezet kapcsolódik a legszorosabban ehhez az anyaghoz.</p>
	<p><i>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</i></p>	<p>Természetismeret, rajz, zene, irodalom...</p>
<p>0645. Gyakorlás, mérés 2 óra Összefoglalás.</p>		

MÓDSZERTANI ORIENTÁCIÓ	<i>Tanítási eljárások</i>	Közös, páros és egyéni tevékenykedtetés. Irányított játékok. Felfedeztetés frontális osztálymunkában. Gyakorlás csoportmunkában és egyénileg.
	<i>Módszertani eszköztár</i>	Számkártyák, prímszámkorongok, gyakorlati példák megfigyelése, különféle tárgyakkal való manipuláció, specializálás és általánosítás, TOTÓ.
	<i>Értékelés módja</i>	A gyerekek munkájának megfigyelése, diagnosztizáló felmérő.
	<i>Az esélyegyenlőség kezelése</i>	Motiváció, alkalom arra, hogy a különböző képességű gyerekek egymást segítsék, változatos absztrakciós szintet igénylő feladatok változtatása.
KÖVETELMÉNYEK		Legyenek képesek egy szám osztási maradékának megállapítására különböző módszerekkel, az osztás elvégzése nélkül is. Tudják mit jelent, hogy egy szám osztója-többszöröse egy másiknak. Ismerjék és tudják alkalmazni a tanult oszthatósági szabályokat. Tudjanak egy számot prímtényezőik szorzataként felírni, és ebből az alakból osztókat keresni.

5. FEJEZET	<i>Cím</i>	065. TÖRTEK
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	20 óra
KÉPESSÉG- FEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számlálás, számolás	A törtek körében szerzett számolási készség mélyítése és továbbfejlesztése. Szorzás, osztás műveletének kiterjesztése törttel való szorzás és osztásra. A tízes számrendszerben végzett műveletek kiterjesztése a tizedestörtek körére.
	Mennyiségi következtetés, valószínűségi következtetés	A szorzat-hányados változásai (ismétlés, mélyítés). Szorzás–osztás tizedestört alakú számmal. A törtrész kiszámítása egészrészből, az egészrész kiszámítása törtrészből következtetéssel és törttel való szorzással-osztással. Arányossági következtetések – százalékszámítás.
	Becslés, mérés	Tizedestörtek kerekítése, mérések tizedestört pontossággal is, mértékváltási feladatok.
	Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Valós életből vett problémák megoldása, szöveges feladatok megoldása, ellenőrzés.
	Rendszerezés, kombinativitás	
	Deduktív következtetés, induktív következtetés	A törttel való osztás visszavezetése szorzásra. Tizedestörttel való szorzás-osztás visszavezetése tört számokkal, illetve egész számokkal való szorzás-osztásra.
AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK		<p>Törtmennyiségek leolvasása a környezetünkben levő tárgyakról, rajzokról...</p> <p>Törtek megjelenítése különféle modellekkel, csoki, torta, szalag, színesrúd-készlet, Dienes készlet stb.</p> <p>Törtek előállítása különféle alakban, tizedestört alakban is. Ki tud még újabb alakot – csoportverseny, egyenlő számok összepárosítása – dominó vagy memórijáték, kártyajátékok törtekkel, egy szám sokféle kirakása szám és műveletkártyák segítségével, „szétszorzás”.</p> <p>Helyettesítsd a törtvonalat osztással és fordítva.</p> <p>Érdekes periodikus tizedestörtek megfigyelése.</p> <p>Nem periodikus végtelen tizedestörtek előállítása.</p> <p>Mérések végzése különféle mértékegységekkel.</p> <p>Törteket tartalmazó szövegek gyűjtése.</p> <p>A százalék jelentésének megjelenítése eszközökkel, korongokkal, négyzethálón...</p>

ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK	
Tartalmi fókuszok	Tartalom részletezése
<p>Folytatódik, befejeződik. Bevezeti a százalékszámítást Befejezzük ezzel a fejezettel a törtekről, a velük végzett alpműveletekről tanultakat. A továbbiakban ezeket az ismereteket gyakoroljuk, fenntartjuk, használjuk. A törtek egy fontos alkalmazása – a százalékszámítás – itt el is kezdődik.</p> <p>Hangsúlyos a fejezetben a tört értelmezésének felelevenítése, a tört hányados jelentése. A tört sokféle alakban való felírása az algebra előkészítése szempontjából nagyon fontos.</p> <p>Kulcsfontosságú, hogy tudják, hogy a törttel való szorzás az megegyezik a törtrész kiszámításával. Ez itt még nem épül be a gyerekek gondolkodásába, ezt még sokszor végig kell járni a későbbi alkalmazások során.</p> <p>Legyenek tisztában a műveleti sorrendekkel. A százalékszámítás tanításakor ebben a fejezetben a legfőbb hangsúly a fogalom többoldalú megértésén van.</p>	<p>Törtek értelmezése, különféle alakjai, egyszerűsítés bővítés. Ábrázolásuk számegegyenesen. Az eddig megismert műveletek felelevenítése, elmélyítése, zárójeles feladatok is (ismétlés). Törtek felírása tizedestört alakban. Törtek és tizedestörtek összehasonlítása. A végtelen tizedestörtek. Tizedestörtek bővítése, egyszerűsítése (ismétlés).</p> <p>A törtek arányként való értelmezése. Törtek előállítása negatív és pozitív egészek hányadosaként. A racionális szám fogalma. A törttel való szorzás értelmezése területmodellel is. A törtrész kiszámítása, törttel való szorzással is. <i>Szorzás negatív törttel</i> A reciprok érték fogalma. Tört osztása törttel A négy alpműveletet és zárójeleket is tartalmazó összetett feladatok (kicsi számokkal)</p> <p>Szorzás tizedestörtalakú számmal. Osztás tizedestört alakú számmal. A négy alpműveletet és zárójeleket is tartalmazó összetett feladatok (kicsi számokkal)</p> <p>A százalék fogalma. Tört, arány, százalék kapcsolata. A százaléktört kiszámítása következtetéssel, szorzással. Szöveges feladatok, százaléktört kiszámítására is. Nyitott mondatok.</p>

<p>MODULOK (A fejezet részegységei, a modulok feldolgozási sorrendje)</p>	<p>0651. A törtekről tanultak ismétlése. Törtek értelmezése, egyszerűsítésük, bővítésük (ismétlés). Számegyenesen való ábrázolása, összehasonlítása. Törtek összeadása, kivonása (ismétlés), a műveletek gyakorlása negatív törtekkel is. Szöveges feladatok (geometriai feladatok is). Nyitott mondatok.</p>	3 óra
	<p>0652. A racionális szám fogalma. A törtek arányként való értelmezése. Törtek előállítására negatív és pozitív egészek hányadosaként. A racionális szám fogalma. Törtek felírása tizedestört alakban. Tizedestörtek bővítése, egyszerűsítése (ismétlés). A végtelen tizedestörtek. Tizedestörtek összehasonlítása. Törtek és tizedestörtek összeadása, kivonása egyszerű számok körében. <i>Törtek tizedestört alakjával kapcsolatos vizsgálódások: Mitől függ az ismétlődő szakasz hossza? Érdekes periódusok (pl. Főnix számok).</i></p>	2 óra
	<p>0653. Szorzás törttel, osztás törttel A törttel való szorzás értelmezése: tört szorzása egész számmal, tört osztása egész számmal (ismétlés), egész szám szorzása törttel, tört szorzása törttel – területmodellel és tört rész számításával. Szöveges feladatok. Nyitott mondatok. A szorzat változásai. <i>Szorzás negatív törttel is.</i> „Szétszorzás” – egy tört előállítása szorzatalakban többféleképpen is – frontális verseny, esetleg csoportok között. Az 1 előállítása szorzatalakban, sokféleképpen. A reciprokok fogalma. Egésszel – pl. 5-tel való osztás, és 1/5-del való szorzás kapcsolata. Annak észrevétele, hogy a törttel való szorzásnak inverze az osztás ugyanazzal a törttel, illetve a szorzás ugyanannak a törtnek a reciprokával. Egésszel való osztás, szorzatalakban való előállítással. Tört osztása törttel bővítéssel szorzatalakban való előállítással.</p>	7 óra
	<p>0654. Szorzás és osztás tizedestörttel, százalék fogalma, százaléktértek kiszámítása Tört szorzása és osztása törttel (ismétlés). Tizedestörttel való szorzás és osztás bevezetése a törtekkel való műveletekre visszavezetve. A helyértékek vizsgálata egyszerű példákön, az írásbeli műveletvégzéssel párhuzamosan. Becslések. Számítások köznapi életből vett példákön. A százalék fogalma. Számítások következtetéssel, szorzással. Összetett szöveges feladatok is.</p>	6 óra
	<p>0655. Gyakorlás, mérés Összefoglalás. Mérés (A, B csoport) pontozási útmutatóval.</p>	2 óra

KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK	<i>Kapcsolódó kereshittantervi modulok</i>	Ötödik osztályból a természetes számokról, egész számokról és törtekről, tizedestörtekről szóló fejezetek – 051, 054, 056, 058 fejezetek –, a későbbiekben az arány arányosság, százalékszámításról, az egyenletek–egyenlőtlenségekről szóló fejezetek moduljai, függvények, sorozatok, geometriai számítások. 7. osztályban a számokról műveletekről tanultak összefoglalása.
	<i>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</i>	
MÓDSZERTANI ORIENTÁCIÓ	<i>Tanítási eljárások</i>	Különböző kooperációs módszerek alkalmazása. A törtek fogalmának átismétlése, a szemléletes fogalom felidézése, továbbfejlesztése. A műveletek kiterjesztésének közös megalkotása, megfogalmazása. Gyakorlás csoportmunkában és egyénileg. Az elmélet és a gyakorlat összevetése.
	<i>Módszertani eszköztár</i>	Többféle modell használata, egyéni és csoportversenyek, irányított játékok. A százalék fogalmának sokféle szemléltetése.
	<i>Értékelés módja</i>	A gyerekek munkájának folyamatos megfigyelése. Diagnosztizáló és értékelő felmérés. Témazáró dolgozat.
	<i>Az esélyegyenlőség kezelése</i>	Az új fogalmak sokféle modellel való megközelítése, valóság-közeli feladatok, a mérésnél mindenki számára megfelelő nehézségi szintű feladatok biztosítása.
KÖVETELMÉNYEK		Értsék a törtek, tizedestörtek jelentését, tudjanak hozzájuk konkrét tartalmat párosítani. Legyenek képesek egyszerű esetekben tört és tizedestört alakban megadott számok helyét számegyenesen megtalálni, nagyság szerint sorba állítani. Teljes biztonsággal tudjanak alapműveleteket végezni – összeadni, kivonni, szorozni és osztani „egyszerű törtekkel” –, például, melyek nevezője 2-3 tíznél kisebb szám szorzataként előáll, vagy kerek szám egyszerű többszöröse..., vagy legfeljebb 1, 2 tizedes jegyet tartalmazó tizedestört. Tudjanak műveleteket végezni – racionális számokat összeadni, kivonni, szorozni és osztani nagyobb számok körében is. Legyenek képesek egyszerű százalékszámítási feladatokat megoldani.

6. FEJEZET	<i>Cím</i>	066. SÍKIDOMOK
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	13 óra
KÉPESSÉG- FEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számlálás, számolás	
	Mennyiségi következtetés, valószínűségi következtetés	
	Becslés, mérés	
	Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Adott tulajdonságú ponthalmazok uniójának és metszetének megkeresése, szerkesztési eljárás megtervezése, a megoldhatóság feltételének megállapítása.
	Rendszerezés, kombinativitás	Alakzatok csoportosítása különböző szempontok szerint. Tulajdonságaik megfigyelése. Alapvető alakzatokból új összetett alakzatok képzése. Összetett alakzatok szimmetriáinak megfigyelése. Halmazok közös részének és uniójának megadása.
	Deduktív következtetés, induktív következtetés	Szimmetriára alapozott, egyszerű bizonyítások.
AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK	<p>Több feltételnek megfelelő ponthalmazok előállítása tartományok metszeteiként, átlátszó papír, kartonból vagy színes fóliából kivágott tartományok metszeteiként.</p> <p>Átlátszó papírra rajzolt és egymásra helyezett összetett alakzatok megfigyelése. Szimmetrikus alakzatok együttes szimmetriáinak megfigyelése.</p> <p>Egyszerű szerkesztési feladatok párhuzamos vizsgálata a síkon és a gömbön.</p> <p>Szerkesztések körzővel, vonalzóval.</p> <p>Adott feltételeknek megfelelő pontok keresése osztálymunkában, játékos próbálgatással, a sík pontjainak színezésével.</p>	

ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK	
Tartalmi fókuszok	Tartalom részletezése
<p>Folytatás, továbbfejlesztés Ebben a részben az alakzatokról, szerkesztésről eddig szerzett ismereteket fejlesztjük tovább. Átismételjük, mélyítjük, gyakoroljuk az adott tulajdonságú ponthalmazokról, kör és egyenes kölcsönös helyzetéről, tengelyesen szimmetrikus alakzatokról, szerkesztésekről tanultakat. Bevezetjük a háromszög néhány nevezetes vonalát.</p> <p>Hangsúlyos gondolatok: – értsék meg a szög nagysága és a bele rajzolt körív hossza közötti kapcsolatot, lássák ennek szerepét a szögek másolásában. – ismerjék fel az alakzatokban a tengelyes szimmetriákat, és tudják ezt felhasználni az alakzat tulajdonságainak megállapítására. – gyakorolják a megismert alapszerkesztéseket, miközben elkezdnek ismerkedni a háromszög nevezetes vonalaival.</p>	<p>A szerkesztés fogalmának elmélyítése, a szögekről tanultak ismételése. A körről szerzett ismeretek összefoglalása, rendszerezése a kör definíciója, sugár, átmérő és húr fogalmak ismételése. Középponti szög fogalma. Háromszög szögeinek összege Az érintő szemléletes fogalma. Az érintő és az érintési pontba húzott sugár merőlegessége, szerkesztése. Szögekkel kapcsolatos szerkesztések szögmásolás, szögfelező és néhány speciális szög – az egyenesszög felezésével nyerhető szögek – szerkesztése. Összetett szerkesztési feladatok háromszögek és négyszögek szerkesztése több feltételnek megfelelő pontok szerkesztése</p> <p>Háromszögek nevezetes vonalai: Felező merőlegesek, szögfelezők, magasságvonalak.</p>

<p>MODULOK (A fejezet részegységei, a modulok feldolgozási sorrendje)</p>	<p>0661. Adott tulajdonságú ponthalmazok szerkesztése Ponthalmazok távolsága. Adott ponttól, egyenestől adott számmal egyenlő / nagyobb / kisebb távolságra levő, két ponttól, két egyenestől egyenlő távolságra levő... – pontok szerkesztése, színezése. Ábrával adott ponthalmazokhoz tulajdonság keresése. Adott tulajdonságú pontok keresése koordináta-rendszerben. Több feltételnek is megfelelő ponthalmazok keresése.</p> <p>0662. Kör és szög A körrel kapcsolatos fogalmak ismétlése. A körvonal és körlemez, mint adott tulajdonságú pontok halmaza; körcikk, körszelet. A kör húrja és érintője. Középponti szögek összehasonlítása ugyanabban a körben, megegyező sugarú körökben, szögmásolás. Szög törtrészének szerkesztése szögfelezéssel, szögmásolással. A háromszögek, négyszögek belső és külső szögei, belső szögek összege tapasztalatok gyűjtése az észrevételek megfogalmazása. 60 fokos szög szerkesztése</p> <p>0663. Háromszögek, nevezetes vonalak Tükrös háromszögek és négyszögek tulajdonságainak átismétlése. Összefüggések a speciális háromszögek szögei között. Háromszögek nevezetes vonalainak – magasság, szögfelező, felező merőleges, súlyvonal – bevezetése. Tapasztalatszerzés arról, hogy ezek egy pontban metszik egymást. Ezen nevezetes vonalak megszerkesztése.</p> <p>0664. Háromszögek és négyszögek szerkesztése Háromszögek szerkesztése három oldalából. Háromszög egyenlőtlenség. Tükrös háromszögek, derékszögű háromszögek, általános háromszögek szerkesztése szögek másolásával, szögméréssel, szerkesztett szögekkel. Tükrös négyszögek szerkesztése: húrtrapéz, deltoid szerkesztése szögmásolással, szögméréssel, szerkesztett szögekkel. Négyzet szerkesztése átlójából.</p> <p>0665. Gyakorlás, mérés Összefoglalás. Mérés (A, B csoport) pontozási útmutatóval.</p>	<p>2 óra</p> <p>4 óra</p> <p>3 óra</p> <p>3 óra</p> <p>1 óra</p>
<p>KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK</p>	<p><i>Kapcsolódó keresttantervi modulok</i></p>	<p>Az 5. osztályból az alakzatokról és a ponthalmazokról, 6. osztályból a kör és egyenes kölcsönös helyzetéről, a szimmetrikus háromszögek és négyszögekről tanultakra építünk elsősorban. A későbbi évek geometria anyagában legszorosabban a háromszögek egybevágóságánál és a szerkesztési feladatok megoldásakor használjuk az itt tanultakat. A háromszögek szögeinek összegéről tanult összefüggést folyamatosan használjuk szinte minden területen.</p> <p><i>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</i></p> <p>Rajz, vizuális kultúra.</p>

MÓDSZERTANI ORIENTÁCIÓ	<i>Tanítási eljárások</i>	Különbéle kooperációs módszerek, csoportos, páros és egyéni kísérletezés, felfedeztetés, gyakoroltatás. Frontális munkában az alakzatok tulajdonságainak közös rendszerezése, megfogalmazása.
	<i>Módszertani eszköztár</i>	Másolópapír, körző, vonalzó használata, próbálgatások, síkszínezések.
	<i>Értékelés módja</i>	A gyerekek munkájának folyamatos megfigyelése. Diagnosztizáló felmérő.
	<i>Az esélyegyenlőség kezelése</i>	Változatos, érdekes, motiváló feladatok és tevékenységek. A lassabban haladókkal való egyéni törődés.
KÖVETELMÉNYEK		A fejezet tanításakor a hangsúly a körről és a szögekről tanultak rögzítésén van. A háromszögekről és négyszögekről szerzett ismereteket itt még érleljük, és a szerkesztések tanításának pedig még az alapozása történik a fejezetben. Ennek megfelelően tudják a gyerekek meghatározni a kört, mint adott tulajdonságú pontok halmazát, ismerjék a húr és érintő szimmetriatulajdonságait. Tudjanak felező merőleget és szögfelezőt szerkeszteni, szöget másolni, merőleget állítani, oldalakból és szögekből egyszerű esetekben háromszöget, tükrös négyszöget szerkeszteni. Tudják megszerkeszteni egy háromszög adott oldalhoz tartozó magasságát, ismerjék a szögfelező és súlyvonal fogalmakat.

7. FEJEZET	<i>Cím</i>	067. ARÁNY, ARÁNYOSSÁG, STATISZTIKA
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	14 óra
KÉPESSÉG- FEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számlálás, számolás	Az újonnan megismert műveletek – törtek szorzása, osztása – alkalmazása, elmélyítése, tört, százalék, arány kapcsolata.
	Mennyiségi következtetés, valószínűségi következtetés	Arányossági következtetések egyenes és fordított arányosságok esetén, százalékszámításban, egyszerű és összetettebb feladatokban.
	Becslés, mérés	A mérőszámok és a mértékegységek közötti arányosságok vizsgálata.
	Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Arányossági következtetést kívánó szöveges feladatok.
	Rendszerezés, kombinativitás	
	Deduktív következtetés, induktív következtetés	
AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK		<p>Az arányos osztás gyakorlati alkalmazásai, főzés, egyszerű receptek alapján, osztózkodási feladatok.</p> <p>Összetartozó értékpárok, egyenesen, illetve fordítottan arányos mennyiségek gyűjtése, csoportosítása.</p> <p>Grafikonok értelmezése, grafikus ábrázolás.</p> <p>Térképek, alaprajzok alapján arányossági következtetések.</p> <p>Mérés különböző léptékekkel, egységekkel – mérőszám változásának megfigyelése.</p> <p>Százalékokat tartalmazó valóságos adatok gyűjtése, értelmezése.</p> <p>Valószínűségi játékok, kísérletek lejegyzése, jegyzőkönyvek vizsgálata.</p> <p>Számítógépes kísérletek is.</p>

ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK	
Tartalmi fókuszok	Tartalom részletezése
<p>Alapozott, bevezető anyag A gyerekeknek nagyon sok tapasztalatuk van – első-sorban az egyenes, de a fordított arányosságról is – az alsó tagozatról és, a mindennapi életből is. Ezeket a tapasztalatokat rendszerezzük, pontosítjuk, a szabályokat matematikailag is megfogalmazzuk. A százalékszámítást belehelyezzük az arányossági feladatok közé. Hetedikben folytatjuk az idetartozó fogalmak tisztázását, ott be is fejezzük ezt a témakört, ami azonban folyamatosan jelen van továbbra a matematikában is, a többi természettudományos tárgyaikban is, a mindennapi életükben is.</p> <p>Hangsúlyos gondolatok: – az együtváltozó mennyiségek közül ki tudják választani az egyenes és fordított arányosságokat. Tudjanak ezekre maguk is példákat és ellenpéldákat keresni – tudják az egyenes és a fordított arányosságot egyaránt leolvasni kétféleképpen is: – egyrészt hogy az egyenes arányosság esetében az összetartozó értékek hányadosa, fordított arányosság esetén ezek szorzata állandó, – másrészt, hogy két-két összetartozó érték pár esetén egyenes arányoságnál a megfelelő értékek hányadosai megegyeznek egymással, fordított arányoságnál a megfelelő értékek hányadosai megegyeznek egymás reciprokával.</p>	<p>Egymással összefüggő értékpárok vizsgálata Egyenes arányosság fogalma és tulajdonságai. grafikonja. Egyenesen arányos mennyiségek ismeretlen értékeinek meghatározása következtetéssel.</p> <p>Arányos osztás szöveges feladatok megoldása. A százalékvérték kiszámításának ismétlése. A százalékláb és százalékalap kiszámítása egyszerű esetekben, következtetéssel, nyitott mondattal is.</p> <p>Fordított arányosság fogalma, grafikonja és tulajdonságai. Fordítottan arányos mennyiségek ismeretlen értékeinek meghatározása következtetéssel. Összetett arányossági feladatok megoldása.</p> <p>Statisztika Adathalmazok jellemzése diagramokkal: kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram. Az adathalmaz jellemzése – átlaga, leggyakrabban előforduló eleme.</p> <p>Valószínűségi kísérletek, gyakoriság, relatív gyakoriság. Biztos, lehetséges, lehetetlen események vizsgálata.</p>

<p>MODULOK (A fejezet részegységei, a modulok feldolgozási sorrendje)</p>	<p>0671. Arányos osztás A tört értelmezései: tört, hányados, törtrész, arány; százalék, a jelentések közötti különbözőségek. Arányos osztásra vezető szöveges feladatok megoldása. A százalékszámítási feladatok.</p>	2 óra
	<p>0672. Egyenes arányosság Egymással összefüggő értékpárok vizsgálata Grafikonok értelmezése, grafikus ábrázolás. Az egyenes arányosság fogalma és tulajdonságai. A szabályosságok megfigyelése konkrét példákon, megfogalmazása kétféleképpen minden esetben. Az egyenes arányosság grafikonja. Egyenesen arányos mennyiségek ismeretlen értékeinek meghatározása következtetéssel.</p>	4 óra
	<p>0673. Fordított arányosság A fordított arányosság fogalma, grafikonja és tulajdonságai. A szabályosságok megfigyelése konkrét példákon, megfogalmazása kétféleképpen minden esetben. Fordítottan arányos mennyiségek ismeretlen értékeinek meghatározása következtetéssel. Vegyes, összetett arányossági feladatok megoldása.</p>	4 óra
	<p>0674. Bevezetés a statisztikába Adathalmazok jellemzése diagramokkal: kördiagram (szög, tört, százalékszámítás); oszlopdiagram (területszámítás), vonaldiagram (derékszögű koordináta-rendszer). Az adathalmaz átlaga, módusza (leggyakrabban előforduló eleme). Valószínűségi játékok kísérleti jegyzőkönyveinek vizsgálata, grafikus ábrázolása a számítógépes programok adta lehetőségek kihasználásával.</p>	2 óra
	<p>0675. Gyakorlás, mérés Összefoglalás. Mérés (A, B csoport) pontozási útmutatóval.</p>	2 óra
<p>KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK</p>	<p><i>Kapcsolódó kereszttantervi modulok</i></p>	<p>Törtek szorzása, osztása. Százalékszámítás. Koordináta-rendszer, függvények.</p>
	<p><i>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</i></p>	<p>Természetismeret, fizika, kémia, biológia, gyakorlati élet sok területe.</p>

MÓDSZERTANI ORIENTÁCIÓ	<i>Tanítási eljárások</i>	A törtek és az arány fogalmának tisztázása, a szemléletes fogalom felidézése, továbbfejlesztése. Hétköznapi tevékenységekhez, játékokhoz, gyűjtőmunkához kötött fogalomépítés.
	<i>Módszertani eszköztár</i>	Többféle modell használata, egyéni és csoportversenyek, irányított játékok. Az arány, az arányosság és a százalék fogalmának sokféle szemléltetése.
	<i>Értékelés módja</i>	Gyereke munkájának megfigyelése, diagnosztikus felmérő.
	<i>Az esélyegyenlőség kezelése</i>	A gyerekek saját tapasztalatainak, élményeinek bevonása a tanítási-tanulási folyamatba, a segítségadás biztosítása.
KÖVETELMÉNYEK		<p>Legyenek képesek egyenes és fordított arányosság felismerésére, hiányzó értékek kiszámítására egyszerű esetekben, összefüggő mennyiségek közötti kapcsolat ábrázolására, mennyiségek arányos szétosztására. Ismerjék a különbséget arány és arányosság között.</p> <p>Ismerjék fel egyszerű esetekben az egyenes és fordított arányosságot.</p> <p>Tudjanak egyszerű százalékszámítási feladatokat megoldani, bármelyik hiányzó szereplőt – százalékértéket, százaléklábat, és százalékalapot is számítani.</p> <p>Tudjanak adatsokaságokat jellemezni, átlagot, móduszt, mediánt számolni.</p>

8. FEJEZET	<i>Cím</i>	068. GEOMETRIAI SZÁMÍTÁSOK
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	8 óra
KÉPESSÉG- FEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számlálás, számolás	Terület-, térfogat-számítási feladatok, fejben és kalkulátor használatával egybekötve.
	Mennyiségi következtetés, valószínűségi következtetés	
	Becslés, mérés	Méréssel, becsléssel egybekötött problémamegoldások, mértékváltási feladatok.
	Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Gyakorlati életből vett feladatok átfogalmazása matematikai problémává, kapcsolódó számítási feladatok megoldása.
	Rendszerezés, kombinativitás	Terület, térfogat előállítás ismert területű alakzatok átdarabolásával, illetve összeillesztésével, többféleképpen.
	Deduktív következtetés, induktív következtetés	Általános képletek alkotása a háromszögek, speciális négyszögek területének meghatározására. Egyszerű bizonyítások.
AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK		<p>Parkettázás, háromszögekkel, négyszögekkel.</p> <p>Hajtogatások.</p> <p>Gömbi háromszögek megfigyelése.</p> <p>Speciális, tükrös négyszögek készítése, kivágása, hajtogatással, átdarabolása téglalappá. Területük számítása átdarabolással és téglalappá kiegészítéssel.</p> <p>Testek építése téglatestekből, kockákból. Az így nyert összetett alakzatok felszínének és térfogatának számítása. Éleinek, csúcsainak, lapjainak leszámolása.</p>

ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK	
Tartalmi fókuszok	Tartalom részletezése
<p>Folytatás továbbfejlesztés Ennek a fejezetnek az anyaga a téglalap területéről és a téglatest térfogatának számításáról tanultakat gyakorolja, alkalmazza összetettebb helyzetekben, előkészítve a sokszögek területének, valamint a hasáb henger térfogatának módszeres tanítását.</p> <p>Hangsúlyos gondolatok: Ebben a részben talán az a legfontosabb, hogy a téglalap területéről tanultakat tudja alkalmazni összetettebb helyzetekben is, téglalapok összeépítésekor és szétvágásakor is, valamint ugyanezt tudja, egyszerűbb feladatokban, téglatestekből összetett testek felszínének, térfogatának számításakor.</p>	<p>Az alakzatokról tanultak rendszerezése (síkidom, sokszög, konvex, csúcsok, átlók). A háromszögek szögeinek összege. Terület és kerületszámítás gyakorlása. Téglalap területére visszavezethető területszámítási feladatok. A derékszögű háromszög területe, a tükrös háromszög területe. Konvex és konkáv deltoid, rombusz, négyzet területének számítása az átlójából.</p> <p>Térfogat és felszínszámítás gyakorlása. Téglatestből és kockából összeépített testek felszíne és térfogata.</p>
<p>MODULOK (A fejezet részegységei, a modulok feldolgozási sorrendje)</p>	<p>0681. Vegyes kerület és területszámítási feladatok Négyzetekből és téglalapokból összetett alakzatok területének és kerületének a kiszámítása. A derékszögű háromszög területének kiszámítása. A tükrös háromszög kerülete. A tükrös háromszög területe téglalapba foglalással, téglalappá való átdarabolással többféleképpen. Konvex deltoid területe: két közös alapú, egyenlő szárú háromszög területének összege, vagy az átlókból alkotott téglalap területének a fele. Konkáv deltoid területe: két közös alapú egyenlő szárú háromszög területének különbsége. A rombusz, mint egyenlő oldalú deltoid területe. A négyzet területének kiszámítása átlójából.</p> <p>0682. Testek térfogata és felszíne Testek építése téglatestekből, kockákból. Az így nyert összetett alakzatok felszínének és térfogatának számítása. Éleinek, csúcsainak, lapjainak leszámolása. <i>Ismerkedés a szabályos testekkel</i> <i>Élek, csúcsok, lapok száma közötti összefüggés felfedeztetése. Félszabályos testek.</i></p> <p>0683. Gyakorlás, mérés Összefoglalás. Diagnosztikus mérés (A,B csoport) pontozási útmutatóval.</p>
	4 óra
	3 óra
	1 óra

KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK	<i>Kapcsolódó kereshittantervi modulok</i>	Megelőző modulok: 053. fejezet moduljai 059. fejezet moduljai Követő modulok 076. fejezet moduljai 078. fejezet moduljai
	<i>Más műveltségterületi kapcsoló- dási lehetőségek</i>	Informatika, technika, vizuális kultúra.
MÓDSZERTANI ORIENTÁCIÓ	<i>Tanítási eljárások</i>	Összetett feladatok megoldása egyéni, páros és csoportos munkában.
	<i>Módszertani eszköztár</i>	Építések, kirakások szétvágások egységnégyzetekből, egységkockákból, téglalapokból, téglates- tekből. Demonstrációs síkidomok és testek, testhálók.
	<i>Értékelés módja</i>	Szóbeli megerősítés, hibajavítás. Terület- és kerületszámítási, térfogat számítási feladatok megol- dásának diagnosztizáló és értékelő felmérése.
	<i>Az esélyegyenlőség kezelése</i>	Társak bevonása a segítségadásban. Értékes részvétel biztosítása mindenkinek a megfelelő rész- feladat kiválasztásával.
KÖVETELMÉNYEK	<p>Lássa, hogy egy derékszögű háromszög területe fele a befogói által alkotott téglalapénak. Tudja ennek területét kiszámolni.</p> <p>Tudja egyenlőszárú háromszög területét a derékszögű háromszög vagy közvetlenül a téglalap területére visszavezetni. A deltoid területét az egyenlőszárú háromszögek vagy közvetlenül téglalap területére visszavezetni.</p> <p>Legyen képes téglalatestekből épített testek felszínét és térfogatát kiszámolni.</p>	

9. FEJEZET	<i>Cím</i>	069. EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	12 óra
KÉPESSÉG- FEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számlálás, számolás	Behelyettesítések, mellékszámítások, ellenőrzési feladatok.
	Mennyiségi következtetés, valószínűségi következtetés	Egyenes és fordított arányosság használata.
	Becslés, mérés	Az eredmények becslése, ellenőrzése.
	Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	A valóságból vett problémák matematikai leírása, a megoldás értelmes ellenőrzése, a megoldhatóság feltételeinek vizsgálata. Hiányos, felesleges feltételeket, ellentmondó adatokat tartalmazó feladatok.
	Rendszerezés, kombinativitás	Az adatok és az összefüggések rendszerezése. Egyszerű egyenletek többféle úton történő megoldása.
	Deduktív következtetés, induktív következtetés	Ekvivalens és nem ekvivalens átalakítások vizsgálata.
AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK		„Bödönös játék”, kollektív játék nyitott mondatok igazsághalmazának megkeresésére. Lebontgatás szemléltetése „kicsomagolással”. Tevékenységek mérleggel. Mérleggel végzett műveletek árírása az algebra nyelvére és fordítva – egyenletek, megoldási lépések értelmezése mérleges szituációként. Becsléses versenyek.

ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK	
Tartalmi fókuszok	Tartalom részletezése
<p>Folyamatos, folytatás, bevezetés Az általános iskola 1. osztályától kezdve a középiskola végéig folytonosan jelenlevő és gazdagodó témakör. Itt vezetjük be a mérlegelvet, ez az egyetlen teljesen új gondolat a fejezetben.</p> <p>Hangsúlyos gondolatok:</p> <ul style="list-style-type: none"> – az alaphalmaz, igazsághalmaz és azonosság fogalmak tisztázása itt nagyon fontos, azért is, hogy világos legyen annak jelentősége, hogy a mérlegelv nem változtatja meg az igazsághalmazt. – kulcsfontosságú, hogy a mérlegelvhez szemléletes képet társítsunk. A mérleg modell ne csak egy bevezető szemléltetés legyen, engedjük a gyerekeket, hogy ezt egy ideig felhasználhassák a feladatok megoldásában. 	<p>Nyitott mondatok: alaphalmaz, igazsághalmaz, azonosság, azonos egyenlőtlenség.</p> <p>Egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása tervszerű próbálgatással, lebontogatással.</p> <p>Művelet és fordított művelet megfigyelése.</p> <p>Egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása mérlegelvel A két oldal egyenlő változtatásának tapasztalati megalapozása tárgyi tevékenységre épülő felfedeztetéssel (kétkarú mérleggel vagy mérlegmodellel). A mérlegmodell helyettesítése absztraktabb eszközökkel majd rajzokkal. Az egyenletmegoldás gyakorlása.</p> <p>Szöveges feladatok megoldása tervszerű próbálgatással, logikai úton, egyenlettel: a szöveg értelmezése, összefüggések megfogalmazása, megoldási terv készítése. Becslés. Az eredmény összevetése a becslült értékkel, a szöveg alapján.</p>
<p>MODULOK (A fejezet részegységei, a modulok feldolgozási sorrendje)</p>	<p>0691. Nyitott mondat, egyenlet, egyenlőtlenség Nyitott mondatok: alaphalmaz, igazsághalmaz, azonosság, azonos egyenlőtlenség. Egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása tervszerű próbálgatással, két-három lépésben lebontogatással, műveletek közötti összefüggések alkalmazásával.</p> <p>0692. Egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása mérlegelvel A két oldal egyenlő változtatásának tapasztalati megalapozása tárgyi tevékenységre épülő felfedeztetéssel (kétkarú mérleggel vagy mérlegmodellel). A mérlegmodell helyettesítése absztraktabb eszközökkel majd rajzokkal. Az egyenlőtlenségek megoldásának ábrázolása számegyenesen</p> <p>0693. Szöveges feladatok megoldása Szöveges feladatok megoldása tervszerű próbálgatással, logikai úton, egyenlettel: a szöveg értelmezése, összefüggések megfogalmazása, megoldási terv készítése. Becslés. Az eredmény összevetése a becslült értékkel, a szöveg alapján.</p>
	3 óra
	6 óra
	3 óra

KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK	<i>Kapcsolódó keresztantervi modulok</i>	1. osztálytól kezdve a középiskola végéig folyamatosan jelen van a tananyag algebra témakörhöz tartozó fejezeteiben.
	<i>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</i>	Természettudományok
MÓDSZERTANI ORIENTÁCIÓ	<i>Tanítási eljárások</i>	Kísérletezés, a tapasztalatok frontális megbeszélése. Irányított játékok. Gyakorlás csoportos munkában.
	<i>Módszertani eszköztár</i>	
	<i>Értékelés módja</i>	A tanulók munkájának egyéni megfigyelése, diagnosztizáló és értékelő felmérése.
	<i>Az esélyegyenlőség kezelése</i>	A tanulók munkájának egyéni segítése szükség esetén. Társak bevonása a segítségadásba.
KÖVETELMÉNYEK		<p>Ismerjék és értsék az alaphalmaz, igazsághalmaz, azonosság fogalmakat.</p> <p>Tudjanak egyszerű egyenleteket megoldani lebontogatással vagy mérlegelvel, és ellenőrizni a megoldás helyességét.</p> <p>Tudjanak egyszerű szöveges feladathoz egyenletet, vagy egyenlőtlenséget készíteni, azt megoldani, és az eredményt a szöveggel összevetni.</p>

A KÖVETELMÉNYEK MEGFOGALMAZÁSA A PEDAGÓGUST TÁJÉKOZTATJA A FELADATAINAK A KONKRETIZÁLÁSÁRÓL, A SZÓBELI ÉRTÉKELÉS TARTALMÁRÓL, ÉS ARRÓL, HOGY A RÁÉPÜLÉS BIZTOSÍTÁSA ÉRDEKÉBEN MILYEN FOLYAMATOS FEJLESZTÉSÉRŐL, ESETLEGES HIÁNYPÓTLÁSÉRŐL KELL GONDOSKODNI.